



Bernardo Vieira Bezerra

**Incorporação da Incerteza dos Parâmetros
do Modelo Estocástico de Vazões na Política
Operativa do Despacho Hidrotérmico**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho

Rio de Janeiro
Abril de 2015



Bernardo Vieira Bezerra

Incorporação da Incerteza dos Parâmetros do Modelo Estocástico de Vazões na Política Operativa do Despacho Hidrotérmico

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Dr. Sérgio Granville

PSR Soluções e Consultoria em Energia Ltda

Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Prof. Davi Michel Valladão

Departamento de Engenharia Industrial

Dr. João Carlos de Oliveira Mello

Thymos Energia Consultoria

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de abril de 2015

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Bernardo Vieira Bezerra

É mestre em engenharia Elétrica na área de Métodos de Apoio à Decisão pela PUC-RJ (2005). Graduou-se em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Apoio à Decisão e em Engenharia de Produção Elétrica na PUC-RJ em 2003. É Diretor da PSR, onde participa ativamente de estudos relacionados à avaliação financeira de projetos; comercialização de energia; integração dos setores de gás e energia; estratégia de oferta em leilões; e estudos de planejamento energético. É membro da IEEE Power Engineering Society, onde vem atuando ativamente e Professor do CTEE, onde ministra cursos na área de energia. É autor e co-autor de mais de 25 artigos técnicos em revistas e conferências nacionais/internacionais. Tem sido palestrante em conferências e seminários no Brasil e exterior.

Ficha Catalográfica

Bezerra, Bernardo Vieira

Incorporação da incerteza dos parâmetros do modelo estocástico de vazões na política operativa do despacho hidrotérmico / Bernardo Vieira Bezerra; orientador: Álvaro de Lima Veiga Filho. – 2015.

131 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2015.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Programação Dinâmica Estocástica. 3. Programação Dinâmica Dual Estocástica. 4. Incerteza nos Parâmetros. 5. Avaliação de Incertezas. 6. Despacho Hidrotérmico. 7. Bootstrap. I. Veiga Filho, Álvaro de Lima. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

À minha filha Jade de Aquino Bezerra

Agradecimentos

Agradeço à Grazielly Braga de Aquino, minha amada companheira, pelo amor, carinho e paciência, e à minha filha Jade de Aquino Bezerra, pelo seu sorriso inspirador.

À minha família. Ao meu pai Luiz Fernando E. Bezerra, minha mãe Leia Magalhães Vieira e meus irmãos (Bárbara, Bruno e Maria), além de todos os demais, pelo carinho, amor e apoio neste desafio. Sem eles seria impossível dar este passo.

Ao orientador Álvaro Veiga Filho, pela motivação e oportunidades concedidas durante toda minha vida acadêmica. Agradeço pela excelente orientação em todas as etapas deste trabalho.

Ao orientador Mario Veiga Ferraz Pereira, pela oportunidade concedida e confiança nas responsabilidades envolvidas. Agradeço pela excelente orientação e troca de ideias em todas as etapas deste trabalho.

Ao grande amigo Luiz Augusto, um especial agradecimento. Pelas horas de sono perdidas e dedicadas a todas as fases deste trabalho. Agradeço também pela orientação, pela amizade e pelos incentivos acadêmicos e profissionais.

À PUC-Rio, pelo auxílio concedido e pelo ótimo ambiente de estudo.

A todos os amigos da consultoria PSR.

Resumo

Bezerra, Bernardo Vieira; Veiga Filho, Álvaro de Lima (Orientador). **Incorporação da Incerteza dos Parâmetros do Modelo Estocástico de Vazões na Política Operativa do Despacho Hidrotérmico**. Rio de Janeiro, 2015. 131p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O objetivo do planejamento da operação hidrotérmica de médio e longo prazo é definir as metas para geração de cada hidroelétrica e termelétrica, a fim de atender à carga ao menor custo esperado de operação e respeitando as restrições operacionais. Algoritmos de Programação Dinâmica Estocástica (PDE) e de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) têm sido amplamente aplicados para determinar uma política operativa ideal o despacho hidrotérmico. Em ambas as abordagens a estocasticidade das afluições é comumente produzida por modelos periódicos autoregressivos de lag p - PAR(p), cuja estimativa dos parâmetros é baseada nos dados históricos disponíveis. Como os estimadores são funções de fenômenos aleatórios, além da incerteza sobre as vazões, também há incerteza sobre os parâmetros estatísticos, o que não é capturado no modelo PAR (p) padrão. A existência de incerteza nos parâmetros significa que há um risco de que a política da operação hidrotérmica planejada não será a ótima. O objetivo desta tese é apresentar uma metodologia para incorporar a incerteza dos parâmetros do modelo PAR (p) no problema de programação estocástica hidrotérmica. São apresentados estudos de caso ilustrando o impacto da incerteza dos parâmetros nos custos operativos do sistema e como uma política operativa que incorpore esta incerteza pode reduzir este impacto.

Palavras-chave

Engenharia Elétrica; Programação Dinâmica Estocástica; Programação Dinâmica Dual Estocástica; Incerteza nos Parâmetros; Avaliação de Incertezas; Despacho Hidrotérmico; Bootstrap.

Abstract

Bezerra, Bernardo Vieira; Veiga Filho, Álvaro de Lima (Advisor). **Stochastic Hydrothermal Scheduling with Parameter Uncertainty in the Streamflow Models**. Rio de Janeiro, 2015. 131p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The objective of the medium and long-term hydrothermal scheduling problem is to define operational target for each power plant in order to meet the load at the lowest expected cost and respecting the operational constraints. Stochastic Dynamic Programming (SDP) and Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP) algorithms have been widely applied to determine the optimal operating policy for the hydrothermal dispatch. In both approaches, the stochasticity of the inflows is usually produced by periodic auto-regressive models - PAR (p), whose parameters are estimated based on available historical data. As the estimators are a function of random phenomena, besides the inflows uncertainty there is statistical parameter uncertainty, which is not captured in the standard PAR (p) model. The existence of uncertainty in the parameters means that there is a risk that the hydrothermal operating policy will not be optimal. This thesis presents a methodology to incorporate the PAR(p) parameter uncertainty into stochastic hydrothermal scheduling and to assess the resulting impact on the computation of a hydro operations policy. Case studies are presented illustrating the impact of parameter uncertainty in the system operating costs and how an operating policy that incorporates this uncertainty can reduce this impact.

Keywords

Electrical Engineering; Stochastic Dynamic Programming; Stochastic Dual Dynamic Programming; Parameter Uncertainty Assessment; Hydro Scheduling; Bootstrap.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA	15
1.2	MODELO ESTOCÁSTICO DE VAZÕES	16
1.3	INCERTEZA NOS PARÂMETROS DO MODELO ESTOCÁSTICO DE VAZÕES	17
1.4	OBJETIVO E CONTRIBUIÇÃO DESTA TESE	19
1.5	ORGANIZAÇÃO DA TESE	20
2	O MODELO ESTOCÁSTICO DE VAZÕES AFLUENTES PAR(P)	22
2.1	VAZÃO NATURAL AFLUENTE: DEFINIÇÃO	22
2.2	MODELOS DE PREVISÃO DE VAZÕES	24
2.2.1	MODELOS FÍSICOS	24
2.2.2	MODELOS BASEADOS EM DADOS HISTÓRICOS	25
2.3	O MODELO PAR (P)	30
2.3.1	DESCRIÇÃO DO MODELO	30
2.3.2	ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS	32
2.3.3	IDENTIFICAÇÃO DOS MODELOS	33
2.3.4	DIAGNÓSTICO DO MODELO	35
2.4	SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA O MODELO PAR (1)	35
2.4.1	LOG NAS VAZÕES	36
2.4.2	LOG NOS RUÍDOS	37
3	OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA E O PROBLEMA DE DESPACHO HIDROTÉRMICO	40
3.1	OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA	40
3.1.1	ELEMENTOS DA OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA	41
3.1.2	DESENVOLVIMENTO DE POLÍTICAS	42
3.1.3	ESCOLHA DA POLÍTICA OPERATIVA ÓTIMA	44
3.2	SISTEMAS PURAMENTE TÉRMICOS	45
3.2.1	DESPACHO ECONÔMICO	45
3.2.2	SOLUÇÃO DO DESPACHO ECONÔMICO	47
3.2.3	CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO	47
3.3	SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	48
3.3.1	ACOPLAMENTO TEMPORAL	48
3.3.2	CUSTO DE OPORTUNIDADE	48
3.3.3	CUSTOS OPERACIONAIS IMEDIATOS E FUTUROS	49
3.3.4	FORMULAÇÃO DO DESPACHO HIDROTÉRMICO PARA UMA ETAPA	50
3.3.5	SOLUÇÃO DO PROBLEMA E CUSTOS MARGINAIS	52
3.4	CÁLCULO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO	53
3.4.1	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DETERMINÍSTICA	53
3.4.2	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA (PDE)	57
3.4.3	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA (PDE) – FORMULAÇÃO ALTERNATIVA	63
4	AVALIAÇÃO DA INCERTEZA NOS PARÂMETROS	67
4.1	INCERTEZAS NOS MODELOS ESTOCÁSTICOS	67

4.2 INCERTEZA DOS PARÂMETROS	67
4.2.1 MODELOS ESTOCÁSTICOS EM GERAL	67
4.2.2 MODELOS ESTOCÁSTICOS DE VAZÃO	68
4.3 MODELOS ESTOCÁSTICOS INCORPORANDO INCERTEZA NOS PARÂMETROS.....	70
4.3.1 MÉTODO BAYESIANO	71
4.3.2 MÉTODO CLÁSSICO	72
4.3.3 MÉTODO DE REAMOSTRAGEM.....	73
4.3.4 MÉTODO PARENTAL	75
4.4 ESTUDO DE CASO: MÉTODO DE REAMOSTRAGEM	81
4.4.1 DESCRIÇÃO.....	82
4.4.2 RESULTADOS	83
5 PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS	85
5.1 POLÍTICAS ALTERNATIVAS	85
5.1.1 CÁLCULO DA POLÍTICA OPERATIVA ÓTIMA CONSIDERANDO O IMPACTO DA INCERTEZA DOS PARÂMETROS	85
5.1.2 CLUSTERIZAÇÃO DO CONJUNTO DE PARÂMETROS.....	86
5.2 REPRESENTAÇÃO DA INCERTEZA NOS PARÂMETROS NA POLÍTICA OPERATIVA	88
5.2.1 INCORPORAÇÃO NA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA (PDE)	88
5.2.2 EXEMPLO – CASO COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS	90
5.3 UTILIZAÇÃO DA POLÍTICA COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS NA PROGRAMAÇÃO DO DESPACHO HIDROTÉRMICO	92
5.3.1 POLÍTICA OPERATIVA SEM INCERTEZA NOS PARÂMETROS.....	93
5.3.2 POLÍTICA OPERATIVA COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS	93
6 POLÍTICA COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS: ESTUDO DE CASO	95
6.1 DESCRIÇÃO DO CASO DE ESTUDO	95
6.1.1 MODELAGEM DOS CENÁRIOS DE VAZÃO	95
6.1.2 PARQUE GERADOR.....	96
6.2 RESULTADOS.....	99
6.2.1 IMPACTO DA INCERTEZA DOS PARÂMETROS.....	99
6.2.2 POLÍTICA OPERATIVA QUE MINIMIZA O CUSTO OPERATIVO MÉDIO.....	104
6.2.3 POLÍTICA OPERATIVA COM INCERTEZA DOS PARÂMETROS	105
6.2.4 POLÍTICA OPERATIVA ÓTIMA CONSIDERANDO A INCERTEZA DOS PARÂMETROS 107	
7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	109
7.1 CONCLUSÕES	109
7.2 TRABALHOS FUTUROS.....	110
8 REFERÊNCIAS	112
9 ANEXO – TRABALHOS FUTUROS: MODELAGEM DA INCERTEZA DOS PARÂMETROS NA PDDE	125
9.1 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA (PDDE)	125
9.2 INCORPORAÇÃO DA INCERTEZA DOS PARÂMETROS NA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA (PDDE).....	127

10 ANEXO – TRABALHOS FUTUROS: OTIMIZAÇÃO DOS PESOS DOS "CLUSTERS" DE MODELOS ESTOCÁSTICOS	128
10.1 OTIMIZAÇÃO DOS PESOS DOS “CLUSTERS”	128
10.2 NÃO-CONVEXIDADE DA FUNÇÃO OBJETIVO	128
10.3 ALTERNATIVAS PARA CONVEXIFICAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO	130
10.3.1 MCCORMICK	130
10.3.2 TRANSFORMAÇÃO LOGARÍTMICA	131

Lista de Figuras

Figura 1-1 – Impacto da incerteza dos parâmetros na Função de Custo Total.....	18
Figura 2-1 – Categorização dos modelos de projeção de vazão analisados	29
Figura 2-2 – Exemplo de f.d.p da distribuição log-normal de 3-parâmetros.....	38
Figura 3-1 – Custos (\$) Imediatos e Futuros e Arm. Final (Hm ³).....	49
Figura 3-2 – Balanço hídrico do reservatório.....	51
Figura 3-3 – Definição dos Estados do Sistema.....	53
Figura 3-4 – Cálculo da FCF para o estágio T-1	54
Figura 3-5 – Cálculo do custo operativo para o estágio T-1 e FCF para T-2.....	54
Figura 3-6 – Função de Custo Futuro.....	56
Figura 3-7 – Processo Decisório em Sistemas Hidrotérmicos	59
Figura 3-8 – Exemplo de decisão sob incerteza	60
Figura 3-9 – Esquema de aberturas da PDE – estágio T	61
Figura 3-10 – Cenários de vazão para o estágio t +1	65
Figura 3-11 – Função de Custo Futuro – caso estocástico	66
Figura 4-1 - Geração de séries sintéticas de vazão com incerteza nos parâmetros	78
Figura 4-2 – Avaliação a incerteza dos parâmetros do PAR(p)	80
Figura 4-3 – Impacto da incerteza dos parâmetros no risco de déficit	84
Figura 5-1 – Incorporação da incerteza nos parâmetros na política	89
Figura 5-2 – Cenários de vazão para o estágio t +1 com incerteza nos parâmetros	90
Figura 5-3 – Função de Custo Futuro – caso com incerteza nos parâmetros	92
Figura 6-1 – Representação da árvore de cenários na PDE – exemplo com 3 estágios	96
Figura 6-2 – Média e desvio-padrão das Sequências Filhas e dos centroides dos clusters	99
Figura 6-3 – Valor presente do custo operativo total – sem incerteza dos parâmetros	100
Figura 6-4 – Valor esperado do custo marginal de operação	100
Figura 6-5 – Impacto da demanda no valor presente do custo operativo	101
Figura 6-6 – Impacto da incerta dos parâmetros no custo operativo: sensibilidade na demanda	102

Figura 6-7 – Média e desvio-padrão das Sequências Filhas e dos centroides dos clusters – sensibilidade no tamanho do histórico.....	103
Figura 6-8 – Impacto da incerta dos parâmetros no custo operativo: sensibilidade no tamanho do histórico.....	104
Figura 6-9 – Valor presente do custo operativo total com incerteza nos parâmetros – política calculada para cada cluster	105
Figura 6-10 – Valor esperado do custo marginal de operação	106
Figura 6-11 - Valor presente do custo operativo total com incerteza nos parâmetros – política calculada considerando a incerteza nos parâmetros .	106
Figura 8-1 – Cálculo do primeiro segmento da FCF por PDDE	126
Figura 8-2 – FCF Linear por partes para o Estágio T-1	126

Lista de Tabela

Tabela 3-1 – Características das termelétricas	55
Tabela 3-2 – Características da hidrelétrica	55
Tabela 3-3 – Custo operativo para cada estado operativo	56
Tabela 3-4 – Despacho Ótimo – Determinístico	57
Tabela 3-5 – Custo operativo para cada estado operativo	65
Tabela 3-6 – Despacho Ótimo Esperado– Estocástico	66
Tabela 4-1 – Comparação entre os métodos de avaliação da incerteza nos parâmetros	76
Tabela 5-1 – Custo operativo para cada estado operativo – com incerteza nos parâmetros	91
Tabela 5-2 – Despacho Ótimo Esperado– Com incerteza dos parâmetros.....	92
Tabela 6-1 – Características da hidrelétrica	97
Tabela 6-2 – Parâmetros de população.....	98
Tabela 6-3 – Parâmetros amostrais da Sequência Mãe	98
Tabela 6-4 – Matriz de custos operativos (\$ milhões).....	107
Tabela 6-5 – Diferença para o custo operativo ótimo	108

Siglas Utilizadas

ANN:	Redes Neurais Artificiais
AR:	Autoregressivo
ARIMA:	Autoregressivo integrado de média móvel
ARMA:	Autoregressivo com média móvel
CCA:	Análise de Correlação Canônica
CFA:	Cost Function Approximation
CV:	Custo Variável
D-E:	Direita para a Esquerda
E-D:	Esquerda para a Direita
ENA:	Energia Natural Afluente
FACP:	Função de Autocorrelação Parcial
FCF:	Função de Custo Futuro
FCI:	Função de Custo Imediato
FCT:	Função de Custo Total
FDP:	Função Densidade de Probabilidade
O&M:	Operação e Manutenção
ONS:	Operador Nacional do Sistema
PAR(p):	Periódico Autoregressivo de ordem p
PARIMA:	ARIMA periódico
PDDE:	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PDE:	Programação Dinâmica Estocástica
PFA:	Policy Function Approximation
PMO:	Plano Mensal de Operação
SARIMA:	ARIMA sazonal
TAR:	Threshold Autoregressive
TFN:	Transfer Function Noise
VFA:	Value Function Approximation
VP:	Valor Presente

1

INTRODUÇÃO

1.1

Planejamento da operação hidrotérmica

O objetivo do planejamento da operação hidrotérmica de médio e longo prazo é definir as metas para geração de cada hidroelétrica e termelétrica, a fim de atender à demanda projetada ao menor custo esperado de operação durante cada etapa do horizonte de planejamento e respeitando as restrições operacionais. O custo operacional inclui despesas com combustível e penalidades por não atender a demanda.

Diferente de usinas térmicas, as hidrelétricas não possuem custos operacionais diretos. Como a energia pode ser armazenada em termos de água do reservatório, as usinas hidrelétricas têm um custo de oportunidade de deslocar o custo do combustível hoje ou no futuro. O cálculo deste custo de oportunidade, que é também chamado de "valor da água", é um problema de otimização bastante complexo por ser um processo de decisão acoplado no tempo e, como é impossível ter previsões perfeitas das vazões afluentes futuras, sua incerteza é representada por meio de cenários, o que torna o problema da operação hidrotérmica também estocástico.

Algoritmos de Programação Dinâmica Estocástica (PDE) têm sido amplamente aplicados neste contexto para determinar uma política operativa ideal para o despacho hidrotérmico de longo prazo e têm sido utilizados por vários anos em diversos países com predominância hidroelétrica[1][2][3]. No entanto, o esforço computacional da PDE cresce exponencialmente com o número de reservatórios, a conhecida "maldição da dimensionalidade", o que limita sua aplicação para sistemas de grande porte como o brasileiro. Em 1985, a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [4], que é baseada em decomposição de Benders multi-estágio, surgiu para resolver o problema de forma computacionalmente eficiente, sem a necessidade de enumerar todos os espaços de estados e, desde então vem sendo aplicada com sucesso em mais de 60 países,

incluindo o Brasil.

1.2

Modelo estocástico de vazões

Um aspecto interessante é que, seja na abordagem da PDE ou na PDDE, a geração dos cenários de afluência futura é um componente crítico, pois caracteriza a estocasticidade do problema. Embora existam muitos modelos estatísticos disponíveis na literatura [5][6][7][8], sendo usual em alguns países a operação de usinas hidrelétricas com base em afluências sorteadas do histórico, a estocasticidade é comumente representada através de modelos autoregressivos periódicos de lag p , mais conhecidos como “modelos PAR (p)”[4]. Apesar desta classe de modelos ter sido introduzida para a simulação de séries estocásticas de vazão por Thomas e Fiering [91] na década de 1960 [41], sua aplicação ao despacho hidrotérmico ganhou destaque no final da década de 80, com o advento da técnica da PDDE. As razões desta atratividade são a relação linear entre a vazão em um estágio t e as vazões dos estágios anteriores ($t-1, t-1, \dots, t-p$) e, apesar de ser um modelo em base mensal, a reprodução de autocorrelação nas vazões anuais, fato estilizado de sistemas com regularização plurianual como o do Brasil [7], mesmo utilizando lags menores que 6.

A partir dos parâmetros estatísticos extraídos das observações históricas de cada posto de vazão, estes modelos são capazes de produzir cenários sintéticos de vazões representando a sua sazonalidade, dependência serial e espacial dentro de uma bacia hidrográfica e entre bacias diferentes, que são utilizados na simulação final da operação hidrotérmica. Adicionalmente, estes cenários são utilizados na recursão backward da PDE e da PDDE – fase conhecida também como cálculo da política operativa - para calcular a distribuição de probabilidade das vazões no estágio t , condicionada aos valores observados nos estágios $t-1, t-2, \dots, t-p$. Os cenários de vazões afluentes são multivariados, com uma componente para cada usina hidrelétrica, e usualmente produzidos através de simulação de Monte Carlo. Técnicas de otimização estocástica com base nos modelos PAR (p) têm sido aplicadas com sucesso em todo o mundo para a programação do despacho de sistemas hidrotérmicos reais, como o Brasil [9].

1.3

Incerteza nos parâmetros do modelo estocástico de vazões

Em todas as aplicações, a estimativa dos parâmetros estatísticos do modelo PAR (p) é baseada nos dados históricos disponíveis de cada posto de vazão. No entanto, nota-se que os estimadores estão sujeitos a uma incerteza: como as vazões observadas no histórico são uma realização de um fenômeno aleatório, os estimadores também são funções de fenômenos estocásticos. Isso significa que, além da incerteza sobre as vazões, também há incerteza sobre os parâmetros estatísticos, o que não é atualmente representado no modelo PAR (p) padrão. A existência de incerteza nos parâmetros significa que há um risco de que a política da operação hidrotérmica planejada considerando um modelo PAR(p) tradicional não será a ótima. Por exemplo, se houver um viés negativo na projeção de vazões futuras, a água pode ser armazenada sem necessidade nos reservatórios, o que aumenta a probabilidade de vertimento no futuro. Por outro lado, se houver viés positivo, o deplecionamento do reservatório pode ser maior que o necessário, levando a maiores custos operativos no futuro. A figura a seguir ilustra o impacto da estimação de parâmetros com viés negativo na Função de Custo Futuro (FCF) e na Função de Custo Total (FCT), soma de FCF com Função de Custo Imediato (FCI). A subestimativa das vazões futuras faz com que os reservatórios operem mais cheios que o necessário, resultando em um custo adicional para o sistema.

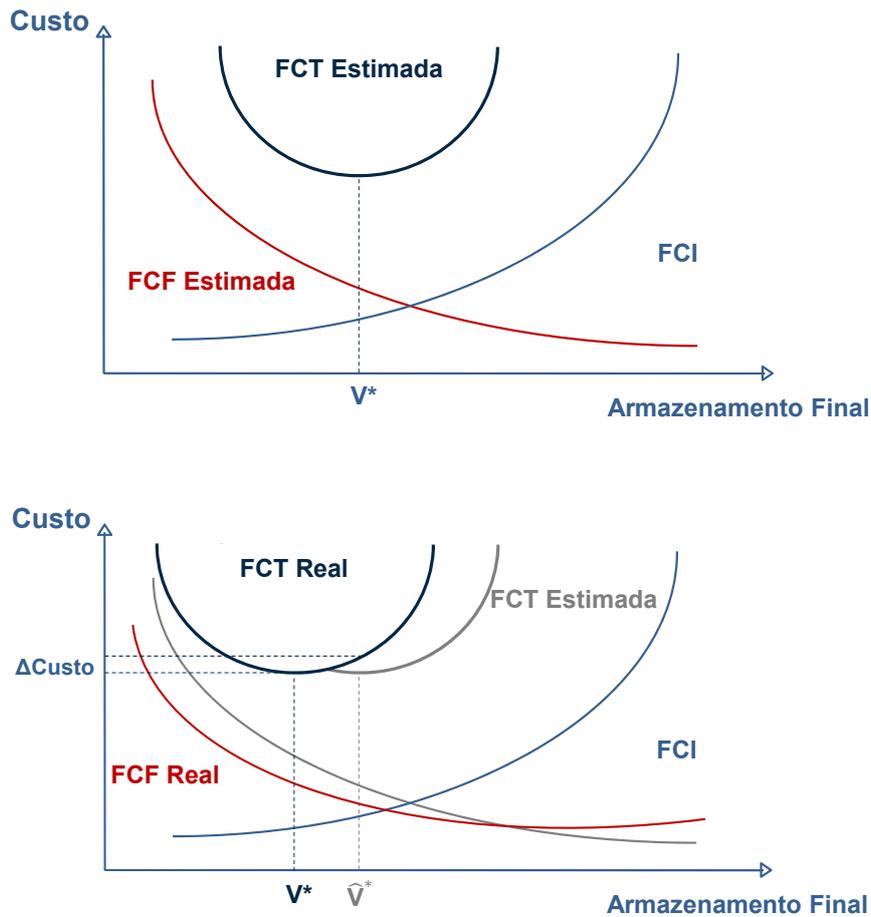


Figura 1-1 – Impacto da incerteza dos parâmetros na Função de Custo Total

Além da incerteza na estimação dos parâmetros, o uso de modelos estocásticos está sujeito a erros decorrentes da incerteza na escolha da distribuição de probabilidade (e.g. normal e log-normal) e da incerteza na escolha da estrutura do modelo (e.g. ARMA, PAR(p), etc). Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de avaliar o erro da estimativa dos parâmetros e algumas técnicas permitem a avaliação da incerteza na escolha da distribuição de probabilidade e da estrutura do modelo. Uma técnica comumente utilizada é o cálculo do intervalo de confiança do estimador (Método Clássico), que, para alguns parâmetros (e.g. média, desvio padrão, autocorrelação), pode ser obtido através de fórmulas estatísticas clássicas ou mesmo por técnicas de reamostragem, como, por exemplo, Jackknife ou Bootstrap [13]. Adicionalmente, métodos que utilizam aproximação assintótica normal e modelo de média Bayesiana, também podem quantificar o efeito da incerteza nos parâmetros no modelo estocástico. De acordo com [26] e [28] o efeito da incerteza dos parâmetros do modelo é maior que o

efeito da escolha da distribuição de probabilidade e da escolha no modelo estocástico. O trabalho desenvolvido por Stedinger e Taylor (1982) [25] deu suporte a esta afirmação, através da análise do impacto da incerteza dos parâmetros do modelo AR(1) univariado na confiabilidade de um sistema de reservatórios.

Lee (2009) [27] compara as performances do Método Clássico e do Método Bayesiano para quantificar a incerteza dos parâmetros dos modelos estocásticos de vazões. As análises são realizadas para diferentes classes de modelos de vazões (univariados, multivariados, agregados, desagregados, anual, mensal, entre outros). Mostra-se que a abordagem Bayesiana gera séries sintéticas com maior variabilidade que a abordagem Clássica. Darú *et al* em 1992 [23] utiliza uma técnica de reamostragem em um modelo de vazões anuais AR(1), em conjunto com técnica de desagregação mensal [113], que permite avaliar a incerteza dos parâmetros sem a incorporação dos erros de modelagem. O método foi aplicado a estudos de regularização do reservatório de Furnas, no Rio Grande, onde mostrou-se que a consideração da incerteza dos parâmetros aumentou o risco de déficit de 5% para 10%. O trabalho mostrou também que: (i) quanto maior o reservatório maior o impacto da incerteza dos parâmetros; (ii) quanto menor é a amostra maior o impacto da incerteza dos parâmetros; e (iii) quanto menor o risco de déficit exigido para o sistema maior é o impacto da incerteza dos parâmetros no risco de déficit. Este último item significa que o impacto da incerteza dos parâmetros é maior em eventos extremos e de baixa probabilidade, como, por exemplo, diversos anos seguidos de secas severas.

1.4

Objetivo e contribuição desta tese

No conhecimento do autor, a literatura existente sobre incerteza de parâmetros de modelos estocásticos de vazão aborda técnicas de geração de séries sintéticas considerando esta incerteza e procedimentos para quantificar seu impacto no custo operativo do sistema, evidenciando a importância e relevância do tema. Não foram encontrados na literatura trabalhos para aprimorar a política operativa do sistema, considerando esta incerteza.

O objetivo desta tese é apresentar uma metodologia para incorporar a incerteza dos parâmetros do modelo estocástico de vazões no problema de programação estocástica hidrotérmica. No conhecimento do autor, a incorporação da incerteza dos parâmetros do modelo estocástico no cálculo da política operativa do despacho hidrotérmico não se encontra na literatura e a principal contribuição desta tese é apresentar uma metodologia operacional que incorpore essa fonte de incerteza na geração de séries sintéticas. Adicionalmente, é utilizada uma técnica de geração de séries sintéticas que permite expurgar as outras incertezas inerentes ao processo estocástico (incerteza com relação à distribuição de probabilidade, incerteza com relação à estrutura do modelo e incerteza com relação à amostragem dos cenários) e se concentrar na incerteza dos parâmetros.

O problema da incerteza dos parâmetros ocorre em qualquer modelo estocástico, inclusive em simulações baseadas em sorteio de anos do histórico. A razão para focar o trabalho no modelo PAR(p) é a sua relevância para o despacho hidrotérmico de sistemas que utilizam a técnica da PDDE, em particular o Brasil. Por fim, o estudo de caso foi desenvolvido na PDE com o objetivo de permitir a utilização do modelo PAR(p) gaussiano e assim excluir a incerteza com relação à estimação do terceiro parâmetro da distribuição log-normal.

1.5

Organização da Tese

O Capítulo 2 apresenta uma revisão do modelo estocástico de vazões PAR(p), discutindo o processo de estimação dos parâmetros e de simulação de séries sintéticas. O Capítulo 3 discute a metodologia para o cálculo do despacho hidrotérmico em sistemas centralizados como o do Brasil, com destaque para uma formulação alternativa para a Programação Dinâmica Estocástica (PDE), que será utilizada na proposta metodológica desta tese. O Capítulo 4 apresenta a metodologia proposta nesta tese para gerar séries sintéticas representando incerteza nos parâmetros do modelo PAR(p) e apresenta resultados desta incerteza no custo operativo do despacho hidrotérmico. O Capítulo 5 apresenta a metodologia proposta nesta tese para a incorporação da incerteza dos parâmetros no cálculo da política operativa do despacho hidrotérmico estocástico. No Capítulo 6 um estudo de caso é ilustrado com a metodologia apresentada nesta

tese. O Capítulo 7 apresenta as principais conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas posteriores. Os Anexos 8 e 9 apresentam formulações desenvolvidas ao longo desta tese, que fazem parte de uma agenda de trabalho para pesquisas futuras.

2

O MODELO ESTOCÁSTICO DE VAZÕES AFLUENTES PAR(P)

O objetivo deste capítulo é apresentar uma revisão dos modelos estocásticos para geração de séries sintéticas de vazão afluente, com o foco no modelo PAR(p) e na estimação de seus parâmetros.

2.1

Vazão natural afluente: definição

As previsões de vazões afluentes de curto, médio ou longo prazo, em escala de tempo diária, semanal, mensal ou anual, são de extrema importância para o gerenciamento e planejamento dos recursos hídricos. Como aplicações, pode-se citar o controle de cheias, gerenciamento de irrigação e operação de reservatórios de abastecimento de água, bem como aspectos legais e institucionais relacionados ao gerenciamento e planejamento dos recursos hídricos [54].

No caso específico do despacho hidrotérmico, para se determinar o montante de energia que será produzido por cada hidrelétrica no sistema, é necessário saber a quantidade de água que estará disponível nos reservatórios. A vazão natural é a quantidade média de água disponível para cada reservatório (m^3) por unidade de tempo (s). Portanto, usualmente a vazão natural afluente é medida em m^3/s .

De acordo com [55], o fenômeno físico responsável pela formação da vazão natural afluente pode ser caracterizado pelos seguintes fatores intervenientes:

1. Precipitação; o principal fator interveniente na formação das vazões, sendo a variável que acaba imputando a característica estocástica no processo hidrológico;
2. Declividade da bacia: a energia potencial resultante da diferença de nível ao longo da bacia hidrográfica é um fator que influencia diretamente na velocidade da água e por tanto na formação da vazão;

3. Evaporação;
4. Infiltração: fator associado à umidade, permeabilidade e temperatura da superfície do rio e da profundidade do trecho impermeável;
5. Recarga do aquífero: mede a capacidade de retorno da água do lençol freático subterrâneo aos rios, lagos e lagoas;
6. Percolação: mede a capacidade do escoamento subsuperficial se tornar aquífero subterrâneo, ou seja, está diretamente ligado a dois fatores fundamentais que são a formação geológica do solo e o uso desse solo tanto na composição da vegetação quanto na capacidade de permeabilização do mesmo.

Enquanto a precipitação e a evaporação são influenciadas pelas mudanças climáticas, os outros fatores sofrem influência de alterações resultantes do assoreamento, da erosão topográfica do curso d'água e das margens do rio, e das mudanças nas camadas do solo. Um modelo para geração de séries sintéticas considerando o efeito das mudanças climáticas é apresentado em [56].

O método atualmente mais utilizado para a medição das vazões consiste em realizar campanhas de medição nas quais são levantados pares de pontos operativos de nível e vazão, que permitem construir as respectivas curvas-chave [57]. Este método considera que a declividade do rio e a forma de sua seção são relativamente constantes ao longo do tempo, sendo o nível a única variável temporal. Como consequência, somente se utilizam os valores medidos do nível dos reservatórios e, com auxílio dessas curvas-chave, obtém-se as aflúências nos locais desejados, até que se faça uma nova campanha de medição que sinalize a necessidade da modificação da curva-chave anteriormente obtida, seja por alteração da forma da seção do rio ou por alteração na sua declividade.

No entanto, este processo mede a vazão afluente na seção do rio. A vazão natural afluente é aquela que ocorreria em uma seção do rio se não houvesse, a montante, ações antrópicas na bacia, como a regularização de reservatórios, as transposições de vazão e as captações para diversos fins. Como os modelos de previsão de vazões têm como objetivo representar o fenômeno físico sem os efeitos das ações antrópicas, é necessário reconstituir as vazões naturais afluentes.

A reconstituição de vazões naturais é um processo laborioso e muitas vezes impreciso, pois envolve a consideração de alguns dos fatores intervenientes supramencionados, que muitas vezes são de difícil medição ou estimação. Os

principais métodos de reconstituição de vazões são: (i) cálculo do balanço hídrico, através dos dados de vazão afluente e evaporação no reservatório em questão, da variação de volume e evaporação nos reservatórios a montante deste, e do tempo de viagem da água entre estes reservatórios; e (ii) utilização de postos fluviométricos no trecho incremental a montante do reservatório em questão e que não possuam aproveitamentos a montante, ou seja, que tenham sua vazão natural preservada. Neste último método, a transferência da vazão do trecho incremental para o local da hidrelétrica em questão é realizada através da relação entre áreas de drenagem [55].

2.2

Modelos de previsão de vazões

Existe na literatura uma vasta gama de métodos de previsão de vazões. Os métodos utilizados podem ser divididos em dois grupos principais: (i) métodos que modelam matematicamente as relações físicas do processo de formação das vazões; e (ii) métodos baseados nos dados históricos de vazão. A combinação dos dois métodos tem sido utilizada para a previsão de vazão de longo e médio prazo em algumas bacias dos Estados Unidos [61]. Apresenta-se a seguir uma breve descrição dos dois métodos. Esta seção é baseada na revisão literária bastante completa preparada por Wang em [41].

2.2.1

Modelos físicos

Existem basicamente dois tipos de modelos baseados nos processos físicos para previsão de vazões. O primeiro tipo consiste nos modelos de escoamento, que analisam a relação física entre a precipitação e as diferentes superfícies. Estes modelos são bastante utilizados quando a formação da vazão é determinada principalmente pela precipitação. Apesar de sua utilização ser predominante para operação em tempo real e para projeções de curto prazo (para o próximo dia), existem modelos de projeção para o médio e longo prazo (para os próximos 10 dias ou até mesmo para o próximo mês). Por exemplo, a *British Columbia Hydro and Power Authority*, empresa geradora do Canadá, utiliza um modelo de

escoamento para prever as vazões de Janeiro a Agosto [58]. O principal entrave para os modelos de escoamento de longo prazo é a qualidade das previsões meteorológicas para horizonte de médio e longo prazo. No caso do modelo utilizado no Canadá, as previsões de vazão são obtidas utilizando como previsão para o período de Janeiro a Agosto os próprios dados históricos de precipitação. Como exemplos de modelos de escoamento, podemos citar aqueles baseados na capacidade de infiltração do solo; nas interações entre o solo, a biosfera e a atmosfera; em modelos hidrológicos de macro escala; entre outros [56].

O segundo tipo de modelo físico consiste nos modelos para o cálculo da vazão de recessão. Estes modelos descrevem as vazões resultantes da drenagem do lençol freático e são utilizados para prever as vazões durante o período de estiagem posterior ao período de cheias [59]. A principal ferramenta utilizada nesta técnica é a curva de recessão, que relaciona a vazão do rio com o tempo decorrido após a última cheia. Esta curva depende do grau de infiltração de água do aquífero, que é função do tipo de rocha matriz do aquífero e do tipo de cobertura do solo.

2.2.2

Modelos baseados em dados históricos

Os modelos para projeção de vazões baseados nos dados históricos possuem como atrativo principal a possibilidade de representar processos complexos através de critérios matemáticos. Adicionalmente, a estrutura dos modelos pode ser utilizada para entender melhor a dinâmica do fenômeno físico. De acordo com [60], a falta de acurácia sobre o fenômeno físico responsável pela formação da vazão em algumas localidades, dificultando o uso de modelos de escoamento, fez com que os modelos baseados nos dados históricos ganhassem mais popularidade no início deste século.

Os principais modelos baseados nos dados históricos são aqueles que utilizam técnicas estatísticas de regressão e séries temporais. Os modelos de regressão são os mais antigos para previsão de vazões, tendo seu início baseado em análises gráficas e, posteriormente, sendo aplicadas técnicas estatísticas baseadas em componentes principais, regressão multivariada e regressão não-paramétrica, entre outras. Estes modelos usam como variáveis explicativas fatores

locacionais (e.g. precipitação, temperatura e neve acumulada), e fatores geológicos (e.g. temperatura do oceano). Existem modelos de regressão linear de previsão de vazão que relacionam o escoamento com a quantidade de precipitação na bacia [73]; modelos lineares multivariados que relacionam a vazão com a precipitação, neve acumulada e temperatura [74]; modelos que relacionam a vazão no período de estiagem com a precipitação e as vazões realizadas no período úmido [75]; e modelos que relacionam a vazão com os eventos de El Niño e La Niña [76].

Nas últimas décadas, após Box and Jenkins [78] padronizarem a sistemática para construção dos modelos em três estágios (identificação, estimação e diagnóstico), os modelos de séries temporais passaram a ser utilizadas amplamente para projeções em diversas áreas de conhecimento. Além de serem utilizadas para a geração de séries sintéticas de vazão, os modelos de séries temporais também permitem detectar as componentes do fenômeno físico (tendência, sazonalidade, frequência, etc) e preencher dados faltantes do histórico. Existem dois principais tipos modelos de séries temporais para projeção de vazões: modelos univariados e modelos que incorporam variáveis exógenas [41].

Os modelos univariados mais populares para a projeção de vazões são o autoregressivo AR e suas variantes, como o modelo autoregressivo com média móvel ARMA e o modelo autoregressivo integrado de média móvel ARIMA (para detalhes ver [72]). Como estes modelos exigem a premissa de estacionaridade das séries, sua aplicação está restrita a modelos de projeção de vazões anuais. Por exemplo, uma aplicação do modelo AR(1) para projeção de vazões anuais no Brasil com posterior desagregação mensal é analisada em [23]. Para a projeção de vazões em escala de tempo inferior, devido à forte sazonalidade das vazões, os principais modelos utilizados são o ARIMA sazonal (SARIMA), o ARIMA periódico (PARIMA), e o ARIMA aplicado em séries dessazonalizadas [67]. Os modelos dessazonalizados e periódicos são utilizados normalmente quando o processo estocástico é estacionário durante cada estação do ano. Já os modelos SARIMA são utilizados quando há alteração no nível ou outras estatísticas ao longo dos anos [56]. Adicionalmente, de acordo com Bender [77], os modelos SARIMA são normalmente indicados para sistemas com aquíferos com baixa capacidade de armazenamento a montante, enquanto os modelos SARMA e PARMA são recomendados para sistemas com grande capacidade de armazenamento nos aquíferos e, portanto, processos com longa

memória devido ao longo período para resposta às precipitações. Outro modelo de longa memória aplicado para a projeção de vazões é o FARIMA (p,q,d). Este modelo é uma generalização dos modelos SARIMA para o caso onde assume qualquer valor real, sendo um dos modelos de memória longa mais flexível e abrangente. Uma aplicação desta metodologia para geração de séries sintéticas de Energia Natural Afluente (ENA) no Brasil, mostrando um bom desempenho com relação à representação de longas sequências de secas, é apresentada em [64].

As principais classes de modelos de séries temporais com variável exógena são o ARMAX e o *transfer function noise* (TFN). Estes modelos permitem incluir nas projeções variáveis explicativas do processo de formação de vazões, tais como taxa de degelo, precipitação, temperatura do oceano, entre outros. Uma aplicação do modelo ARMAX para projeção de vazões no curto prazo resultantes de degelo é apresentada em [62], cujos resultados são superiores ao do modelo ARMA (1,1). Uma aplicação do modelo TFN para a projeção de vazões do Rio Nilo considerando o índice *El Niño Southern Oscillation* (ENSO) da temperatura do oceano que indica a presença do fenômeno El Niño é apresentado em [63]. Um modelo periódico autorregressivo que também incorpora este índice é apresentado em [83].

Os modelos mencionados acima são lineares e exigem que os processos estocásticos sejam Gaussianos. No entanto, alguns processos de vazão, principalmente em escala diária, não são lineares e na maioria dos casos não são processos Gaussianos, pois suas distribuições de probabilidade possuem forte assimetria. Para superar o primeiro entrave, existem na literatura modelos de séries temporais não lineares da classe TAR (*threshold autoregressive*) [65], além de modelos que não são baseados em séries temporais, tais como: redes neurais artificiais (ANN em inglês), lógica nebulosa e análise de correlação canônica (CCA). Aplicações de ANN para projeção de vazões podem ser encontradas em [66][68]. Uma comparação entre os modelos ANN e ARIMA para projeção de vazões do Rio Apalachicola, localizado nos EUA, em base diária, semanal, mensal e anual, mostrando que o modelo ANN apresenta melhor performance, é apresentada em [69]. Já em [54], apresenta-se uma aplicação dos modelos ANN, SARIMA e ARIMA para a projeção de vazões anuais do Rio Kizil, localizado na China, onde se concluiu que a utilização de modelos ANN não apresentou melhoria significativa. Aplicações de CCA para bacias da América do Sul são

apresentadas em [70]. Em [71] é apresentada uma aplicação de lógica nebulosa para projeção de vazões durante a primavera, cujos resultados apontam performance superior aos modelos de regressão.

Com relação à premissa de distribuição Gaussiana nos modelos supramencionados, as técnicas normalmente utilizadas para contornar esta necessidade consistem em transformações feitas nas séries históricas, como, por exemplo, a transformação de Box e Cox [79] e a aplicação do log nas séries [12][80]. No caso do Setor Elétrico Brasileiro, o modelo PAR(p) é utilizado considerando que os ruídos possuem distribuição lognormal [7]. De acordo com [82], as transformações aplicadas nas séries históricas de vazões para garantir distribuições normais podem resultar em uma simulação não realista da assimetria das vazões. Os autores propõem a utilização de modelos autorregressivos periódicos Gama (PAGAR, PMGAR e PGAR), que permitem modelar a assimetria da série sem a necessidade de aplicar qualquer transformação, utilizando uma distribuição Gama ao invés da gaussiana. Recentemente, a aplicação de modelos Gama para a projeção de Energia Natural Afluente no Sistema Elétrico Brasileiro foi comparada com o modelo PAR(p) [81]. Os testes estatísticos realizados e as análises dos momentos amostrais mostraram que os modelos Gama não podem ser utilizados no Brasil, pois as séries geradas mostraram-se não factíveis quando comparadas com o histórico de vazões.

A figura a seguir apresenta um resumo dos modelos analisados nesta seção para a projeção de vazões.

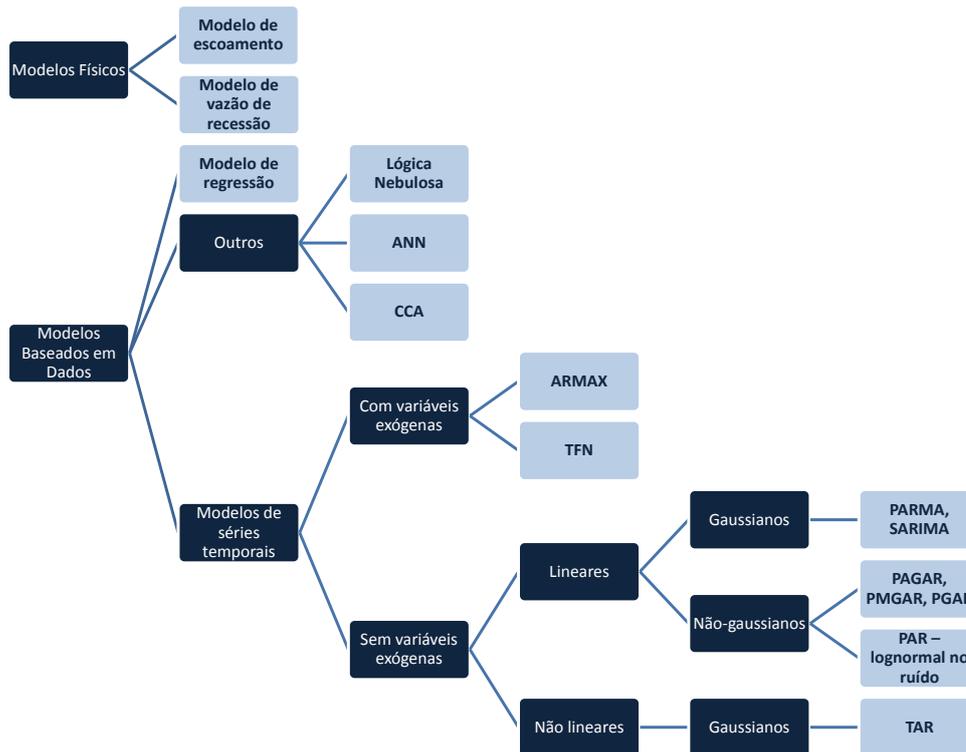


Figura 2-1 – Categorização dos modelos de projeção de vazão analisados

Como discutido anteriormente, no Brasil, a programação do despacho hidrotérmico é realizada considerando o modelo periódico autorregressivo PAR(p). Este tipo de série temporal é atrativa para os modelos de otimização do despacho hidrotérmico pela relação linear entre a vazão em um estágio t e as vazões dos estágios anteriores ($t-1, t-1, \dots, t-p$) e, apesar de ser um modelo em base mensal, pela preservação da variância e autocorrelação das vazões anuais, fato estilizado de sistemas com regularização plurianual como o do Brasil [7]. De acordo com [41], a classe de modelos PAR(p) foi introduzida para a modelagem e simulação de séries estocásticas de vazão por Thomas e Fiering [91] na década de 1960.

Apresenta-se a seguir uma descrição do modelo PAR(p) e na sequência a descrição do modelo PAR(1), que é o foco desta tese.

2.3

O modelo PAR (p)

O objetivo desta seção é apresentar uma visão geral do modelo PAR(p). As formulações aqui apresentadas estão baseadas em [84] e em [81], com pequenas alterações.

Em linhas gerais, a ordem do modelo autoregressivo univariado das vazões mensais de uma usina é escolhida de maneira a tornar o resíduo um ruído branco, ou seja, sem estrutura de correlação. Os parâmetros são estimados de maneira a preservar a correlação serial das vazões afluentes. Para modelos multivariados, a correlação cruzada entre as vazões de diferentes usinas é representada através de uma matriz de covariância dos erros dos modelos univariados [11].

2.3.1

Descrição do modelo

O modelo PAR(p) faz parte da classe de modelos de séries temporais PARIMA desenvolvidos inicialmente por Box & Jenkins [78]. Neste tipo de modelo, diferentemente dos modelos de regressão, as variáveis explicativas do processo estocástico são o próprio passado da série e dos erros estocásticos.

No caso dos modelos AR(p), onde p é a ordem do modelo, o processo estocástico de vazões A_t tem como variáveis explicativas $A_{t-1}, A_{t-2}, \dots, A_{t-p}$. Os modelos PAR(p) aplicados a vazões mensais, onde agora p passa a ser um vetor de parâmetros ($p = [p_1, p_2, \dots, p_m, \dots, p_{12}]$), podem ser definidos como uma aplicação do modelo AR(p_m) para cada mês m. Adicionalmente, o modelo PAR(p) é formulado considerando a normalização das variáveis a cada mês. Esta normalização permite dessazonalizar a série de vazões e torná-la homocedástica. Apresenta-se a seguir a formulação do modelo PAR(p) para a variável A_{t+1} , ao invés da formulação clássica para A_t , devido à formulação alternativa para a PDE apresentada nesta tese (seção 3.4.3).

$$\frac{(A_{t+1} - \mu_{m(t+1)})}{\sigma_{m(t+1)}} = \phi_1^{m(t+1)} \frac{(A_t - \mu_{m(t)})}{\sigma_{m(t)}} + \phi_2^{m(t+1)} \frac{(A_{t-1} - \mu_{m(t-1)})}{\sigma_{m(t-1)}} + \dots + \phi_{p_m(t)}^{m(t+1)} \frac{(A_{t-p_m(t)+1} - \mu_{m(t-p_m(t)+1)})}{\sigma_{m-p_m+1}} + \epsilon_{t+1} \quad (2-1)$$

Onde:

A_t	é a vazão no período t;
$\mu_{m(t)}$	é a média do mês m referente ao período t;
$\sigma_{m(t)}$	é o desvio padrão do mês m referente ao período t;
$\phi_i^{m(t)}$	é o i-ésimo coeficiente autorregressivo do mês m referente ao período t;
ϵ_t	é o ruído independente em t, com média zero e desvio padrão σ_ϵ^m ;
t	é o índice de tempo, t = 1,2,...,12N, função do número de anos N;
n	é o índice do ano, n= 1,2,...,N;
m	é o índice do mês, m= 1,2,...,12;
$p_{m(t)}$	é a ordem do modelo PAR(p) no mês m referente ao período t

Considerando que ρ_k^m é a correlação entre a vazão $A_{m,n}$ no mês m e ano n e a vazão no mês anterior $A_{m-1,n}$, e considerando que a equação (2-1) é da família Box & Jenkins, os parâmetros do modelo autorregressivo podem ser estimados através da solução do sistema de equações de Yule-Walker [78]:

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_1^{m-1} & \rho_2^{m-1} & \dots & \rho_{p_{m-1}}^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{p_{m-1}}^{m-1} & \rho_{p_{m-2}}^{m-2} & \rho_{p_{m-3}}^{m-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^m \\ \vdots \\ \phi_{p_m}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1^m \\ \vdots \\ \rho_{p_m}^m \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

A equação acima assume que a ordem p_m do modelo é conhecida. Uma formulação mais geral do sistema de equações de Yule-Walker pode ser obtida definindo-se ϕ_{kj}^m com sendo o j-ésimo parâmetro de um modelo autoregressivo de ordem k, sendo que ϕ_{kk}^m é o último parâmetro deste processo, conforme a seguir:

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_1^{m-1} & \rho_2^{m-1} & \dots & \rho_{k-1}^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k-1}^{m-1} & \rho_{k-2}^{m-2} & \rho_{k-3}^{m-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{k1}^m \\ \vdots \\ \phi_{kk}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1^m \\ \vdots \\ \rho_k^m \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

Se a ordem do modelo for conhecida, basta substituir k por p_m e resolver o conjunto de equações acima. Caso contrário é necessário resolver as equações para cada possível valor de p_m e utilizar alguma métrica para identificar qual a ordem mais adequada para o modelo estocástico.

Além de criar a família de modelos PARIMA, conforme brevemente mencionado anteriormente, Box & Jenkins criaram uma sistemática para a construção destes tipos de modelos, baseada em:

- Identificação do modelo: consiste na identificação da ordem do modelo;
- Estimação dos parâmetros do modelo: estimação dos parâmetros desconhecidos.
- Diagnóstico do modelo: verificação do comportamento dos resíduos.

Cada um destes tópicos é discutido a seguir¹.

2.3.2

Estimação dos parâmetros

Para a estimação dos parâmetros dos modelos ARMA, o método mais tradicional consiste em obter o vetor de parâmetros que maximiza a verossimilhança, ou, o que é mais usual, que maximiza o log da verossimilhança. Este tipo de estimador é conhecido como Estimador de Máxima Verossimilhança e possui importantes propriedades estatísticas, sendo as principais: consistência (converge em probabilidade para o valor populacional) e normalidade assintótica (na medida em que a amostra aumenta, o estimador tende a ter distribuição gaussiana). Outro método utilizado para a estimação de parâmetros é o Método dos Momentos, onde os momentos populacionais são igualados aos momentos amostrais possibilitando a estimação dos parâmetros fixos e desconhecidos do modelo PAR(p). De acordo com [84], para os modelos autorregressivos, em geral os estimadores baseados no Método dos Momentos são bastante eficientes. Por ser este o método utilizado para a estimação dos parâmetros do PAR(p) no Setor Elétrico Brasileiro, este será o método utilizado nesta tese. Apresenta-se a seguir as equações dos estimadores.

A média amostral $\hat{\mu}_m$ de cada mês é calculada pela seguinte expressão:

¹ A ordem de apresentação desta seção foi propositalmente alterada para seguir cronologicamente cada uma das etapas da sistemática proposta por Box & Jenkins.

$$\hat{\mu}_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{(i-1)*12+m}, m = 1, 2, \dots, 12 \quad (2-4)$$

O desvio padrão $\hat{\sigma}_m$ de cada mês é calculado pela seguinte expressão:

$$\hat{\sigma}_m = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (a_{(i-1)*12+m} - \hat{\mu}_m)^2}, m = 1, 2, \dots, 12 \quad (2-5)$$

A correlação amostral $\hat{\rho}_m$ de cada mês é calculado pela seguinte expressão:

$$\hat{\rho}_m = \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (A_{(i-1)*12+m} - \hat{\mu}_m) * (A_{(i-1)*12+m-1} - \hat{\mu}_{m-1})}{\hat{\sigma}_m * \hat{\sigma}_{m-1}}, m = 1, 2, \dots, 12 \quad (2-6)$$

Finalmente, substituindo-se as equações dos parâmetros amostrais nas equações anteriores e após alguma manipulação, obtêm-se a equação para a variância dos ruídos ϵ_t .

$$\sigma_{\epsilon}^{2m} = 1 - \phi_1^m \rho_1^m - \phi_2^m \rho_2^m - \dots - \phi_{p_m}^m \rho_{p_m}^m, m = 1, 2, \dots, 12 \quad (2-7)$$

No Capítulo 1 será avaliada a incerteza dos parâmetros deste modelo estocástico.

2.3.3

Identificação dos modelos

A identificação do modelo consiste em definir o valor p_m dos modelos autorregressivos para cada mês m . No caso do Brasil, onde a ordem máxima permitida é 6, este processo é realizado através do cálculo de ϕ_{kk}^m para $k = 1, \dots, 6$; da substituição de ρ_j^m , $j=1, \dots, k$ pelos valores amostrais $\hat{\rho}_j^m$; e utilização de um critério de seleção do modelo mais adequado.

De acordo com [81], existem quatro principais maneiras na literatura para selecionar o modelo PAR(p) mais adequado. Sabe-se que as funções ϕ_{kk}^m representam a função de autocorrelação parcial FACP de cada mês e que, no caso de modelos PAR(p), estas funções caem rapidamente para zero quando $k > p_m$. No caso dos valores amostrais, quando $k > p_m$ o estimador $\hat{\phi}_{kk}^m$ é aproximadamente normal com média zero e variância N^{-1} [85]. A primeira abordagem consiste em aumentar o valor de p_m de 1 até um valor no qual o

parâmetros $\hat{\phi}_{k+1k+1}^m$ não seja significativo. Neste caso, o valor de p_m para o qual $\hat{\phi}_{p_m p_m}^m$ foi significativo será a ordem do modelo, ou seja, $p_m = k$. Esta abordagem é conhecida como identificação da Esquerda para a Direita (E-D), pois a identificação do modelo é feita de maneira crescente.

Uma segunda abordagem, que é chamada de identificação da Direita para a Esquerda (D-E), consiste em realizar o processo exatamente inverso: inicializa-se k com um valor grande, por exemplo, $k=7$, calcula-se $\hat{\phi}_{kk}^m$, identifica-se se valores de $\hat{\phi}_{k-1k}^m$ é significativa. Se for, a ordem do modelo é $k-1$. Caso contrário, faz $k = k-1$, calcula-se $\hat{\phi}_{kk}^m$ e repete-se o processo. Desta maneira, tem-se que p_m vai ser a ordem do modelo tal que para todo $k > p_m$ o $\hat{\phi}_{kk}^m$ não é significativo. Como exemplo, se $p_m = 4$, o $\hat{\phi}_{4k}^m$ da FACP é significativa para todos os $k > 4$. É importante ressaltar que neste caso a ordem 4 é escolhida independentemente da significância dos *lags* inferiores. Este método de identificação, portanto, tende a ser menos parcimonioso. Este é o método atualmente utilizado para a identificação da ordem do modelo PAR(p) no Brasil.

A terceira abordagem para a identificação dos modelos consiste na utilização de critérios de informação, como, por exemplo, os critérios de Akaike [86] e Schwarz [87]. Esses critérios buscam o melhor equilíbrio entre o ajuste do modelo e o número de parâmetros utilizados, através de fórmulas que penalizam o número de parâmetros utilizados no modelo. Portanto, esta abordagem busca valorizar os modelos que são mais parcimoniosos. De acordo com [88] e, mais recentemente, com [89], os métodos baseados no critério da informação são os mais adequados para a identificação da classe de modelos ARIMA.

Uma quarta abordagem consiste na utilização de técnicas de Bootstrap [13] para a identificação da ordem do modelo, conforme apresentado em [90]. Os autores utilizam a técnica de Bootstrap para construir um intervalo de confiança para $\hat{\phi}_{kk}^m$, ao invés de utilizar o resultado assintótico baseado na variância igual a N^{-1} , conforme discutido anteriormente. Desta forma, se o valor zero estiver dentro do intervalo de confiança do estimador do parâmetro, este parâmetro não é significativo e, portanto, não será considerado. Esta abordagem pode ser utilizada tanto para identificação da Esquerda para a Direita (E-D) quanto da Direita para a Esquerda (D-E).

2.3.4

Diagnóstico do modelo

O último estágio da sistemática proposta por Box & Jenkins para se construir um modelo de série temporal consiste na avaliação dos ruídos ϵ_t , ou seja, investigar as hipóteses assumidas para os ruídos (normalidade, heterocedasticidade e ausência de autocorrelação) vide os resíduos do modelo $\hat{\epsilon}_t = y_t - \hat{y}_{t/t-1}$, onde $\hat{y}_{t/t-1} = E[y_t/y_{t-1}]$. Em linhas gerais, os principais objetivos são a identificação de estrutura de correlação temporal nos ruídos (através da FAC e da estatística de Portmanteau [67]), teste de normalidade (e.g. através do cálculo das assimetrias sazonais [92]) e heterocedasticidade (e.g. teste ARCH [93]). Caso algum destes testes falhe, o modelo não está bem especificado e é necessário voltar para a etapa de identificação.

No caso do processo estocástico das vazões, outro diagnóstico muito importante se refere à reprodução de longas sequências de vazões secas, principalmente a reprodução do período crítico. Como exemplos deste tipo de diagnóstico, podem-se citar as estatísticas de Máxima Soma de Sequência, Máximo Comprimento da Sequência e Máximo Déficit [84].

Apresenta-se a seguir o procedimento de geração de séries sintéticas de vazão com base no modelo PAR(1), que é o foco desta tese.

2.4

Simulação de Monte Carlo para o modelo PAR (1)

Por simplicidade, um modelo univariado de ordem 1, PAR(1), será assumido neste trabalho, mas os desenvolvimentos aqui apresentados podem ser estendidos para modelos com ordem maiores e multivariados.

Um fato estilizado das vazões mensais é sua não-negatividade e, conseqüente, não ser possível assumir a normalidade para o modelo. No entanto a aplicação do modelo PAR(1) exige distribuição gaussiana. Como discutido anteriormente, as técnicas normalmente utilizadas para contornar esta necessidade consistem em: (i) transformações feitas nas séries históricas, como, por exemplo, a transformação de Box e Cox ou a aplicação do log nas séries, que é um caso

particular desta transformação; (ii) considerar que os ruídos possuem distribuição lognormal; ou (iii) utilizar modelos autorregressivos periódicos Gama (PAGAR, PMGAR e PGAR), que permitem modelar a assimetria da série sem a necessidade de aplicar qualquer transformação, utilizando uma distribuição Gama ao invés da gaussiana. É apresentado a seguir o modelo PAR(1) considerando a transformação log nas vazões e em seguida o modelo considerando distribuição lognormal para os ruídos, que é o modelo utilizado no Setor Elétrico Brasileiro.

2.4.1

Log nas vazões

A transformação da série de vazões através da aplicação do logaritmo neperiano diretamente nas vazões equivale a assumir que as vazões possuem distribuição lognormal, ou seja, $A_t \sim \text{Log} - \mathcal{N}(\mu_m, \sigma_m^2)$. Neste, a variável transformada $B_t = \ln A_t$ possui distribuição incondicional normal, ou seja, $B_t \sim \mathcal{N}(\mu'_m, \sigma'^2_m)$, onde a média μ'_m e o desvio padrão σ'_m são obtidos através das seguintes expressões:

$$\mu'_m = \ln(\mu_m) - \frac{1}{2} \sigma'^2_m \quad (2-8)$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma_m^2}{\mu_m^2}\right)} \quad (2-9)$$

O modelo PAR(1) para o estágio t pode ser expresso substituindo $B_t = \ln A_t$ na equação (2-1):

$$\frac{(B_{t+1} - \mu'_{m(t+1)})}{\sigma'_{m(t+1)}} = \phi_1 \frac{(B_t - \mu'_{m(t)})}{\sigma'_{m(t)}} + \epsilon_{t+1} \quad (2-10)$$

Onde:

A_t é a vazão no período t;

B_t é a vazão transformada no período t;

$\mu'_{m(t)}$ é a média da vazão transformada do mês m referente ao período t;

$\sigma'_{m(t)}$ é o desvio padrão da vazão transformada do mês m referente ao

	período t ;
$\phi_i^{m(t)}$	é o i -ésimo coeficiente autorregressivo do mês m referente ao período t ;
ϵ_{t+1}	é o ruído independente em t , com média zero e desvio padrão $\sigma_\epsilon^{2m(t)}$;
t	é o índice de tempo, $t = 1, 2, \dots, 12N$, função do número de anos N ;
n	é o índice do ano, $n = 1, 2, \dots, N$;
m	é o índice do mês, $m = 1, 2, \dots, 12$.

Aplicando as equações de Yule-Walker (2-2) para $p_m = 1, \forall m$, e a equação (2-7) para o cálculo de σ_ϵ^{2m} , a equação (2-10) pode ser escrita em função da correlação mensal ρ_m e de ξ_{t+1} , que é o ruído independente em t , com média zero e desvio padrão 1:

$$\frac{(B_{t+1} - \mu'_{m(t+1)})}{\sigma'_{m(t+1)}} = \rho_{m(t)} \frac{(B_t - \mu'_{m(t)})}{\sigma'_{m(t)}} + \sqrt{(1 - \rho_{m(t)}^2)} \xi_{t+1}, \quad \xi_{t+1} \sim N(0, 1) \quad (2-11)$$

Finalmente, a simulação de Monte Carlo para o modelo PAR(1) univariado com transformação logarítmica nas vazões, pode ser obtida através dos seguintes passos:

1. Utiliza-se um gerador gaussiano pseudoaleatório para obter um erro

$$\xi_{t+1} \sim N(0, 1);$$

2. Com base nas vazões A_t observadas em t , calcula-se $B_t = \ln A_t$;
3. Aplica-se a equação (2-11) para se obter B_{t+1} ;
4. Calcula-se $A_{t+1} = e^{B_{t+1}}$;

2.4.2

Log nos ruídos

A distribuição lognormal com três parâmetros é uma distribuição assimétrica bastante utilizada para modelar variáveis aleatórias contínuas e

positivas, com suporte $[\psi, \infty)$ para $\psi \geq 0$ [95]. No caso da modelagem de vazões, esta distribuição pode ser assumida para os ruídos do modelo, onde ψ é calculado de maneira a garantir que as vazões são positivas. Uma revisão bibliográfica sobre a aplicação da distribuição lognormal em diversos ramos da ciência é encontrada em [97].

A distribuição lognormal possui função densidade de probabilidade definida por:

$$f(x; \mu, \sigma, \psi) = \frac{1}{(x-\psi)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{[\ln(x-\psi)-\mu]^2}{-2\sigma^2}\right\}, \quad x > \psi, \sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}^+ \quad (2-12)$$

A figura a seguir apresenta um exemplo da função densidade de probabilidade da distribuição lognormal de 3-parâmetros para $\mu = 7$, $\sigma = 5$ e $\psi = \{1, 2, 3\}$.

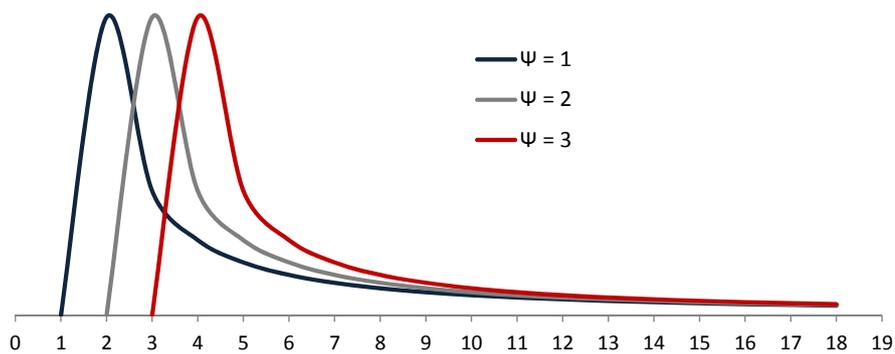


Figura 2-2 – Exemplo de f.d.p da distribuição log-normal de 3-parâmetros

O modelo PAR(1) considerando ruído lognormal pode ser escrito como:

$$\frac{(A_{t+1} - \mu_{m+1})}{\sigma_{m+1}} = \rho_m \frac{(A_t - \mu_m)}{\sigma_m} + \sqrt{(1 - \rho_m^2)} \xi_{t+1}, \text{ onde } \xi_{t+1} \sim \text{Log} - \mathcal{N}(\mu_w, \sigma_w, \psi_t) \quad (2-13)$$

Calcula-se agora o log de $\sqrt{(1 - \rho_m^2)} \xi_{t+1}$ deslocado por ψ_t , i. e., $W_{t+1} = \ln(\sqrt{(1 - \rho_m^2)} \xi_{t+1} - \psi_{t+1})$. Pode-se perceber que W_{t+1} é uma variável Gaussiana com média μ_w e desvio padrão σ_w , ou seja, $W_{t+1} \sim \mathcal{N}(\mu_w, \sigma_w)$. Da

mesma maneira, $\sqrt{(1 - \rho_m^2)} \xi_{t+1}$ possui distribuição log normal com 3-parâmetros, ou seja, $\xi_{t+1} \sim \text{Log} - \mathcal{N}(\mu_w, \sigma_w, \psi_t)$. A hipótese existente no cálculo do parâmetro de deslocamento ψ_t , é que a distribuição de probabilidade varia ao longo do tempo de maneira a garantir vazões estritamente não-negativas. Para isso, é necessário calcular ψ_t como sendo o ruído necessário para a vazão ser nula. Este cálculo é realizado a cada etapa t do processo de simulação de Monte Carlo, através da seguinte equação:

$$\psi_t = -\frac{\hat{\mu}_m}{\hat{\sigma}_m} - \hat{\rho}_m * \frac{(A_{m-1} - \hat{\mu}_{m-1})}{\hat{\sigma}_{m-1}} \quad (2-14)$$

O próximo passo é calcular os parâmetros da distribuição lognormal em cada estágio, com base em ψ_t , para garantir que os momentos dos resíduos são preservados (média igual a zero e desvio padrão igual a $\sqrt{(1 - \rho_m^2)}$), através das seguintes equações [94]:

$$\Delta_t = 1 + \frac{(1 - \rho_m^2)}{\psi_t} \quad (2-15)$$

$$\hat{\mu}_{wt} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sqrt{(1 - \rho_m^2)}}{\Delta_t * (\Delta_t - 1)}\right) \quad (2-16)$$

$$\hat{\sigma}_{wt}^2 = \ln(\Delta_t) \quad (2-17)$$

Finalmente, a simulação de Monte Carlo para o modelo PAR(1) univariado considerando ruído com distribuição lognormal de 3-parâmetros pode ser resumida através dos seguintes passos:

1. Com base nas vazões A_t observadas em t , estima-se o limite ψ_{t+1} ;
2. Calcula-se média $\hat{\mu}_{wt}$ e desvio padrão $\hat{\sigma}_{wt}$ da variável aleatória W_{t+1} ;
3. Utiliza-se um gerador gaussiano pseudoaleatório para obter um erro W_{t+1} que garante vazão não-negativa;
4. Calcula-se $\sqrt{(1 - \rho_m^2)} \xi_{t+1} = e^{W_{t+1}} + \psi_{t+1}$;
5. Calcula-se A_{t+1} através da equação (2-14).

3

OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA E O PROBLEMA DE DESPACHO HIDROTÉRMICO

O objetivo do despacho hidrotérmico é determinar uma estratégia ótima para a utilização da água armazenada nos reservatórios, produzindo como resultado metas de geração para cada usina ao longo do período de planejamento. Devido à incerteza nas vazões afluentes, este problema de otimização possui natureza estocástica. A estratégia de operação deve minimizar o valor esperado (ou alguma métrica de risco) dos custos operativos ao longo de todo o período de planejamento, incluindo custo de combustível, O&M variável e custo da energia não suprida (ENS). As hidrelétricas são despachadas com base nos seus respectivos valores da água que, por sua vez, são calculados através de uma FCF obtida por uma metodologia de otimização estocástica multi-estágio.

Este capítulo discute a técnica da PDE para resolver o problema do despacho hidrotérmico. Os aspectos discutidos neste capítulo servirão como base para o desenvolvimento de uma política operativa que leve em consideração a incerteza dos parâmetros do modelo estocástico de vazões. O Anexo 9 apresenta a técnica da PDDE.

Apresenta-se a seguir uma breve introdução sobre otimização estocástica e na sequência são apresentados os problemas do despacho termelétrico, hidrotérmico determinístico e, finalmente, o problema do despacho hidrotérmico estocástico. As informações aqui contidas, com algumas modificações, foram extraídas da referência [16].

3.1

Otimização estocástica

A tomada de decisão em um ambiente de incertezas é tarefa presente em diversas áreas do conhecimento. Definição da composição de um portfólio de ações de empresas, gerenciamento do estoque de petróleo, gerenciamento do estoque de peças para manutenção de termelétricas, expansão do sistema elétrico,

operação de reservatórios de hidrelétricas, ou mesmo a escolha do trajeto a ser percorrido de carro na hora do *rush*, são alguns exemplos de decisões cujo impacto futuro depende da realização de variáveis aleatórias (cotação das ações, preço do petróleo, demanda de energia elétrica, falha dos equipamentos das termelétricas, tráfego nas ruas, etc).

3.1.1

Elementos da otimização estocástica

Estas decisões são problemas de otimização estocástica sequencial multi-estágio e possuem cinco elementos fundamentais [124]:

- Estado Y_t : representa a informação conhecida e necessária no estágio t para a tomada de decisão. No caso da operação de reservatórios, o estado é usualmente representado pelo nível do armazenamento e pelas afluências passadas. Estas são as variáveis de estado do problema.
- Política Ω : representa um conjunto de decisões x a serem tomadas a partir do estado do sistema Y_t . Estas decisões podem ser discretas, contínuas ou mistas. No caso da operação de reservatórios, a política consiste em quanta água utilizar do reservatório dado o nível atual de armazenamento;
- Informação exógena K_t : representa a informação externa ao sistema, como, por exemplo, o preço do petróleo, a demanda de energia elétrica e a falha de um equipamento. Na maioria dos problemas, a informação exógena não depende do estado do sistema ou da política realizada, como é o caso das vazões afluentes e da operação de reservatórios.
- Função de transição: são equações que descrevem a evolução do sistema de um estágio para o outro. Na operação de reservatórios a função de transição representa que o volume final no estágio t é igual ao volume inicial no estágio $t + 1$.
- Função objetivo: consiste na minimização de um custo (ou maximização de uma receita) que depende do estado do sistema e da

política adotada. Devido ao carácter estocástico deste custo (ou receita), a minimização é realizada sobre o valor esperado ou sobre alguma métrica de risco da variável aleatória.

3.1.2

Desenvolvimento de políticas

No contexto de otimização estocástica, uma política Ω é um conjunto de diretrizes que fazem o mapeamento do estado Y_t para uma decisão viável x_t , ou seja, $x_t \in \mathcal{X}_t$, onde \mathcal{X}_t é a região viável de decisões. Qualquer mapeamento viável, que considere apenas a informação disponível no estágio t é considerado uma política. O objetivo da otimização estocástica é encontrar uma política que seja ótima Ω , ou seja, minimize (ou maximize) o custo (ou receita).

Matematicamente, uma política é um conjunto de funções X_t^Ω que podem ser arbitrariamente complexas. De acordo com [124], existem quatro classes de políticas:

- Aproximação da função da política (*Policy Function Approximation – PFA*): consiste numa função analítica que não é obtida pela solução de um problema de otimização, mas sim por alguma heurística ou método de aproximação de funções como, por exemplo, redes neurais [117][118]. Uma PFA pode ser uma regra de decisão (“venda energia se o preço for maior que um determinado valor”), uma tabela com instruções (“vire a direita quando chegar numa determinada esquina”) ou uma função paramétrica que depende do estado do sistema, como por exemplo:

$$X_t^\Omega(Y_t|\theta) = \theta_0 + \theta_1 Y_t \quad (3-1)$$

Esta classe de políticas possui uma melhor performance em problemas com dimensão pequena.

- Otimização da aproximação da função custo (*Cost Function Approximation – CFA*): consiste numa função obtida pela otimização dos custos $C(Y_t, x)$ em t , ou seja, é uma função míope com relação

ao impacto futuro da decisão. Esta classe de política funciona melhor em problemas cujo impacto da incerteza é fácil de ser mapeado. A função pode ser escrita como:

$$X_t^\Omega(Y_t|\theta) = \arg \min_{x_t \in \mathcal{X}_t} C(Y_t, x) \quad (3-2)$$

- Políticas que dependem da aproximação da função valor (*Value Function Approximation* – VFA): consiste numa função obtida pela otimização dos custos $C(Y_t, x)$ em t mais o valor esperado do valor \overline{FCF}_{t+1} de ser estar no estado Y_{t+1} dado Y_t . Esta classe é bastante utilizada em problemas de otimização de reservatórios (ver [119] para otimização de reservatórios de gás e [120] para otimização de baterias). Ela é útil em problemas onde é o valor futuro em um dado estado é fácil de ser aproximado. A classe de políticas VFA pode ser escrita como:

$$X_t^\Omega(Y_t|\theta) = \arg \min_{x_t \in \mathcal{X}_t} (C(Y_t, x) + \mathbb{E}\{\overline{FCF}_{t+1}(Y_{t+1}|\theta)|Y_t\}) \quad (3-3)$$

- *Look-ahead policies*: consiste numa função obtida pela otimização dos custos $C(Y_t, x)$ durante todo o período, considerando o impacto das decisões do estágio t nos instantes $t' = t + 1 \dots t + H$ para diferentes cenários w , que possuem diferentes probabilidades $p(w)$. Este impacto é representado por $x_{tt'}$. Esta classe de políticas é bastante útil em problemas com dependência temporal e quando é possível ter uma previsão para as variáveis aleatórias ao longo de tempo. Este é o caso específico do problema de despacho hidrotérmico, foco desta tese. A política pode ser escrita como:

$$X_t^\Omega(Y_t|\theta) = \arg \min_{x_{tt'}, x_{tt'}(w)} (c_{tt'}x_{tt'} + \sum_w p(w) \sum_{t'=t+1}^{t+H} c_{tt'}(w)x_{tt'}(w)) \quad (3-4)$$

A solução da equação acima representa a otimização explícita, considerando todas as decisões possíveis ao mesmo tempo e para cada cenário w . Outra estratégia consiste na representação deste modelo através da função valor, resultando em uma política com a seguinte formulação:

$$X_t^\Omega(Y_t|\theta) = \arg \min_{x_{tt} \in \mathcal{X}_t} (C(Y_{tt}, x_{tt}) + \mathbb{E}\{\widehat{FCF}_{t,t+1}(\tilde{Y}_{t,t+1}|\theta)|Y_t\}) \quad (3-5)$$

Nesta formulação a variável \widehat{FCF} é uma estimativa do valor de se estar no estado $\tilde{Y}_{t,t+1}$. De acordo com [124], esta classe de modelos, na maioria das vezes, é uma aproximação do verdadeiro modelo estocástico, obtida através de agregações, discretizações e/ou simulação de Monte Carlo. Um exemplo de técnica de aproximação para modelos convexos é a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [4].

3.1.3

Escolha da política operativa ótima

Para avaliar a otimalidade de uma política operativa é necessário primeiro avaliar a função objetivo do problema. A técnica mais utilizada na comunidade de otimização estocástica para realizar esta avaliação é a simulação de Monte Carlo [121]. Considerando w como uma amostra da variável aleatória de interesse, e que a política operativa foi simulada para N cenários, o valor F da política pode ser estimado por:

$$\bar{F} = \sum_{n=0}^N \sum_{t=0}^T C(Y_t(w^n), X_t^\Omega(Y_t(w^n))) \quad (3-6)$$

O próximo passo consiste em realizar uma busca pela política que possui a melhor solução, ou seja, dentre as políticas candidatas, qual a que minimiza o valor esperado da simulação. As políticas candidatas diferem entre si em duas dimensões: a classe a qual elas pertencem (PFA, VFA, etc) e os parâmetros utilizados no cálculo da política. Estes parâmetros podem ser: (i) o horizonte de simulação, (ii) o número de aberturas da árvore de cenários, (iii) os coeficientes de uma regressão linear, (iv) os parâmetros do modelo estocástico de vazões, entre outros. Considere que $p \in \mathcal{P}$ representa a classe de políticas a serem avaliadas e $\theta \in \Theta^p$ o conjunto de parâmetros possíveis para a política p . A melhor política estocástica pode ser encontrada resolvendo para cada classe de políticas $p \in \mathcal{P}$ o seguinte problema de busca estocástica:

$$\min_{\theta \in \Theta^p} \bar{F}^{\Omega p} = \sum_{n=0}^N \sum_{t=0}^T C(Y_t(w^n), X_t^{\Omega p}(Y_t(w^n)|\theta)) \quad (3-7)$$

Observa-se na equação acima que o conjunto de parâmetros $\theta \in \Theta^p$ é definido *a priori* e na sequência é calculada a política $X_t^{\Omega^p}(Y_t|\theta)$. Ou seja, o processo de estimação dos parâmetros $\theta \in \Theta^p$ é realizado separadamente do cálculo da otimização estocástica. Rockafellar *et al* [122][123] advogam que em alguns casos a estimação dos parâmetros deveria ser realizada em conjunto com a otimização estocástica. O trabalho cita como exemplo a estimação dos coeficientes θ de uma regressão linear, que na maioria dos casos é obtida através da minimização do erro quadrático. No entanto, se a variável explicada possui um custo ou perda, sua subestimativa é mais danosa que sua sobre estimativa, sugerindo ser interessante calibrar a regressão para proporcionar erros assimétricos, em situações de não neutralidade ao risco. Neste caso, a estimação dos parâmetros θ da regressão deveria ser realizada em conjunto com a otimização estocástica e levando em consideração a métrica de risco da função objetivo.

Será discutido ao longo desta tese como a incerteza em uma das componentes do vetor de parâmetros θ (os parâmetros do modelo PAR(p)) influencia no valor da política operativa \bar{F}^Ω e como desenvolver uma política operativa $X_t^\Omega(Y_t|\theta)$ que considera a incerteza nestes parâmetros. Apresenta-se a seguir uma descrição do problema de despacho termelétrico e na sequência o despacho hidrotérmico.

3.2

Sistemas Puramente Térmicos

3.2.1

Despacho Econômico

Nos países onde se adota o despacho centralizado, caso do Brasil, um Operador Independente do Sistema determina, a cada estágio, a produção de energia de cada usina geradora. O objetivo é atender a demanda de energia do estágio ao menor custo, o chamado despacho econômico. Em sistemas puramente térmicos, o despacho econômico de 1 (uma) hora, em sua versão mais simples, é formulado da seguinte maneira:

$$z = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_j \quad \text{Multiplicador} \quad (3-8)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^J g_j = d \quad \pi_d \quad (a)$$

$$g_j \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (b)$$

onde z representa o custo total de operação (valor a minimizar, em \$), j indexa as termelétricas, J é o número total de termelétricas, c_j é o custo variável unitário (CVU) da termelétrica j (\$/MWh), d é a demanda que se quer atender projetada para o sistema (MWh), g_j é a geração da termelétrica j (MWh) e \bar{g}_j é a capacidade máxima da termelétrica j (MWh).

As restrições (3-8) (a) e (3-8) (b) representam, respectivamente, o atendimento da carga e os limites da capacidade de geração.

Observa-se pela formulação (3-8) que o problema de despacho térmico é desacoplado no tempo, ou seja, uma decisão operativa tomada na etapa t não afeta o custo operativo da etapa $t + 1$. A exceção ocorre quando há representação de restrições específicas que acoplam o despacho termoelétrico entre estágios sucessivos. Um exemplo são as restrições de tempo mínimo de partida e desligamento de unidades geradoras, conhecidas na literatura com restrições de *unit commitment* [109]. Existem também restrições acopladas no tempo referentes às cláusulas de *Take or Pay* dos contratos de combustível e manutenção das unidades geradoras em função do número de horas despachadas. Para uma discussão sobre estes tipos de restrição ver [108].

Outra característica importante do despacho puramente termelétrico é que as unidades possuem um custo direto de operação, isto é, o custo operativo de uma termelétrica depende somente de seu próprio nível de geração, e não da produção de outra planta ou de um grupo de usinas.

Finalmente, observa-se que despacho econômico das termelétricas não é influenciado pelo custo da energia não suprida (ENS), também conhecido como custo de déficit. Como consequência, o risco de interrupção de suprimento de um sistema térmico depende somente da capacidade total disponível das térmicas

disponíveis, e não da decisão do acionamento de cada unidade ao longo do tempo, ou seja, não há dependência da política de operação do sistema.

3.2.2

Solução do despacho econômico

O modelo de despacho (3-8) é um problema de programação linear (PL), que neste caso simplificado pode ser resolvido por inspeção, acionando os geradores em ordem crescente de custo variável, até que a geração total iguale a demanda. No caso mais geral, onde se representa, por exemplo, a rede de transmissão, o PL pode ser resolvido por sistemas comerciais (XPRESS, CPLEX, OSL, etc).

3.2.3

Custo marginal de operação

O custo marginal de operação é, por definição, o custo de se atender a um incremento da demanda, ou seja, é a variação do custo de operação do sistema quando há um incremento de 1 MWh na demanda, dado pela derivada $\frac{\partial z}{\partial d}$ do problema (3-8). Da teoria de programação linear, sabe-se que esta derivada é dada pela variável dual, π_d , associada à restrição de atendimento à demanda (3-8) (a).

Neste caso simplificado, o valor de π_d também pode ser obtido por inspeção. Como um aumento da demanda seria atendido pelo aumento da geração do último gerador acionado na ordem econômica de despacho, conhecido como gerador marginal. Conclui-se, portanto, que $\pi_d = c_j^*$, onde “*” identifica este último gerador.

3.3

Sistemas Hidrotérmicos

3.3.1

Acoplamento temporal

A primeira consequência da existência de usinas hidrelétricas com reservatórios capazes de armazenar a água para uso futuro é que as decisões operativas no estágio t influenciam a operação do estágio $t + 1$. Desta maneira, o problema de despacho hidrotérmico possui como característica o acoplamento temporal.

Em alguns sistemas hidrotérmico o planejamento da operação hidrotérmico possui horizonte de 1 ano, como é o caso da Argentina. No caso do Sistema Elétrico Brasileiro o planejamento da operação hidrotérmica possui horizonte de 5 anos. A definição do tamanho do período de planejamento depende da capacidade de regularização do sistema e da variabilidade das vazões. Para uma discussão sobre a capacidade de regularização do Brasil, ver [110].

3.3.2

Custo de oportunidade

O acoplamento temporal do despacho hidrotérmico faz com que seja necessário realizar uma política operativa para o sistema, ou seja, uma estratégia de utilização das térmicas ao longo do tempo de maneira a utilizar a água do reservatório de maneira ótima.

Embora o custo variável de operação de uma usina hidrelétrica seja muito pequeno², isto não significa que estas usinas são acionadas prioritariamente. A razão é que, como discutido anteriormente, é possível armazenar a energia hidrelétrica para utilizá-la no futuro. Como consequência, as usinas hidrelétricas

² O custo variável direto de usina hidrelétrica é, basicamente, a soma do custo variável de O&M da usina, mais as taxas ambientais e *royalties* pelo uso da água. No despacho hidrotérmico realizado no Sistema Elétrico Brasileiro estes custos variáveis são desprezados. Para compensar as hidrelétricas por estes custos aplica-se um limite inferior nos custos marginais de operação, mas precisamente nos Preços de Liquidação de Diferenças.

têm um custo de oportunidade de deslocar a utilização de termelétricas no futuro, que deve ser considerado no procedimento do despacho econômico.

Este custo de oportunidade é calculado comparando o benefício imediato de produzir um determinado montante de geração hidrelétrica com o benefício futuro se o mesmo montante fosse armazenado nos reservatórios e utilizado nos meses seguintes. Suponha, por exemplo, que o custo marginal de operação hoje é 30 R\$/MWh. Isto significa que 1 MWh de geração hidrelétrica hoje “deslocará” 1 MWh do gerador marginal, economizando portanto R\$ 30. Suponha, entretanto, que o custo marginal de operação previsto para a próxima semana é maior, por exemplo, 40 R\$/MWh. Neste caso, vale a pena usar a água no futuro, pois haverá uma economia maior. Isto significa que o custo de oportunidade da geração hidrelétrica é 40 R\$/MWh. Para o despacho econômico, este custo de oportunidade tem todas as características de um custo “real”: por exemplo, seria preferível atender um aumento de demanda hoje com o gerador marginal a 30 R\$/MWh, do que acionar a hidrelétrica, pois a água armazenada nos reservatórios economizará 40 R\$/MWh na próxima semana.

3.3.3

Custos Operacionais Imediatos e Futuros

Na prática, a busca pela melhor decisão operativa é baseada na composição dos custos operacionais *imediato* e *futuro*, como ilustrado na Figura 3-1.

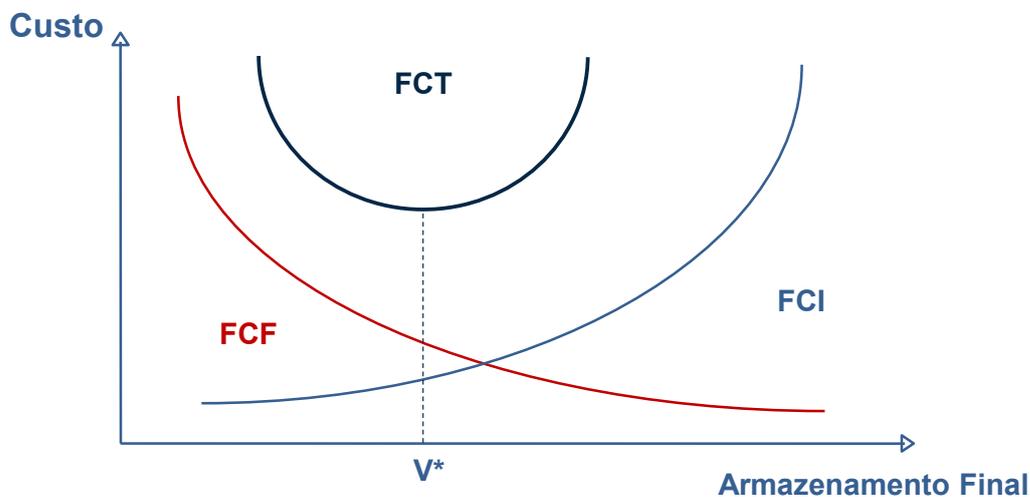


Figura 3-1 – Custos (\$) Imediatos e Futuros e Arm. Final (Hm^3)

A função de custo imediato – FCI – está relacionada aos custos de geração térmica no estágio t . À medida que o armazenamento final aumenta, um menor volume de água estará disponível para produção de energia nesta etapa. Como resultado, há necessidade de maior geração térmica para atender a demanda, e o custo imediato sobe. Por sua vez, a função de custo futuro – FCF – está associada às despesas esperadas de geração térmica da etapa $t + 1$ até o final do período de planejamento. Podemos observar que a FCF diminui com o armazenamento final, à medida que um maior volume de água é disponibilizado para uso futuro.

A FCF é calculada simulando-se a operação do sistema no futuro para diferentes níveis de armazenamento inicial e calculando-se os custos operacionais. O horizonte de simulação depende da capacidade de armazenamento do sistema. Se a capacidade for relativamente pequena, como nos sistemas espanhol e norueguês, o impacto de uma decisão é diluído em vários meses. Se a capacidade for significativa, como no sistema brasileiro, o horizonte de simulação pode chegar a cinco anos.

O uso ótimo da água armazenada corresponde ao ponto que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. Este também é o ponto em que as derivadas de FCI e FCF se igualam em módulo. Estas derivadas são conhecidas como *valores da água*.

3.3.4

Formulação do Despacho Hidrotérmico para uma Etapa

Apresenta-se, a seguir, a formulação do despacho hidrotérmico para um determinado estágio t , supondo que foi calculada a função de custo futuro (o cálculo desta FCF será discutido mais adiante).

- a) **Função Objetivo** – Como visto, o objetivo do problema de despacho hidrotérmico é minimizar a soma dos custos imediato e futuro:

$$\alpha_t(V_t) = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \alpha_{t+1}(V_{t+1}) \quad (3-9)$$

O custo imediato em (3-9) é dado pelos custos operacionais térmicos na etapa t , $\sum_{j=1}^J c_j g_{tj}$. Por sua vez, o custo futuro é representado pela função

$\alpha_{t+1}(V_{t+1})$, onde V_{t+1} é o vetor dos níveis de armazenamento do reservatório ao final da etapa t (início da etapa $t + 1$). As restrições operacionais nesta etapa são discutidas a seguir.

Utilizando o arcabouço teórico da seção anterior, observa-se que esta formulação está dentro da classe de política *look ahead*, onde na equação (3-5) $X_t^\Omega(Y_t|\theta) = \arg \min_{x_{tt} \in \mathcal{X}_t} (C(Y_{tt}, x_{tt}) + \mathbb{E}\{\widetilde{FCF}_{t,t+1}(\tilde{Y}_{t,t+1}|\theta)|Y_t\})$ a função valor $\widetilde{FCF}_{t+1} = \alpha_{t+1}$ e o estado $\tilde{Y}_{t+1} = V_{t+1}$.

b) Balanço Hídrico – Como ilustrado na Figura 3-2, a equação de balanço hídrico relaciona o armazenamento e os volumes de entrada e saída do reservatório: o volume final no estágio t (início do estágio $t+1$) é igual ao volume inicial menos os volumes de saída (turbinamento e vertimento) mais os volumes de entrada (afluência lateral mais os volumes de saída das usinas a montante).

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad (3-10)$$

onde:

- I índice das hidrelétricas (1 número de hidrelétricas)
- $V_{t+1,i}$ volume armazenado na usina i ao final do estágio t (variável de decisão)
- $V_{t,i}$ volume armazenado na usina i no início do estágio t (valor conhecido)
- A_{ti} afluência lateral que chega na usina i na etapa t (valor conhecido)
- U_{ti} volume turbinado durante a etapa t (variável de decisão)
- S_{ti} volume vertido na usina i durante a etapa t (variável de decisão)
- $m \in M_i$ conjunto de usinas imediatamente a montante da usina i

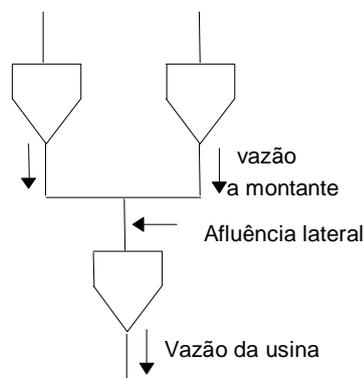


Figura 3-2 – Balanço hídrico do reservatório

c) Limites de Armazenamento e Turbinamento

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad (3-11)$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (3-12)$$

onde \bar{V}_i representa o armazenamento máximo da hidrelétrica i e \bar{U}_i o limite de turbinamento da hidrelétrica i .

d) Limites de Geração Térmica

São os mesmos do despacho térmico, vistos no início deste capítulo.

$$g_j \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (3-13)$$

e) Atendimento à Demanda

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (3-14)$$

onde η_i representa o coeficiente de produção da hidrelétrica i (MWh/hm³) (valor conhecido). Em uma formulação mais geral, o coeficiente de produção é modelado como funções do volume, cota do reservatório e/ou altura do canal de fuga. Para mais detalhes ver [111].

3.3.5***Solução do Problema e Custos Marginais***

O problema (3-9)-(3-14) é em geral resolvido por um algoritmo de programação linear (PL). Assim como no caso térmico, o custo marginal de operação é multiplicador π_d associado à equação de atendimento da demanda (3-14). Por sua vez, o valor da água de cada hidrelétrica é o multiplicador π_h associado à restrição do balanço hídrico (3-10).

3.4

Cálculo da Função de Custo Futuro

3.4.1

Programação Dinâmica Determinística

Como visto, as decisões operativas de um sistema hidrotérmico se baseiam no equilíbrio entre o custo de oportunidade hoje e seu valor no futuro, representado pela FCF, $\alpha_{t+1}(v_{t+1})$. Apresenta-se um procedimento recursivo chamado programação dinâmica [9] para calcular esta função de custo futuro para o caso determinístico, ou seja, para um único cenário de vazão.

- a) para cada estágio t (tipicamente um mês) define-se um conjunto de *estados do sistema*, por exemplo, níveis de armazenamento 100%, 90% etc. até 0%. A Figura 3-3 ilustra a definição dos estados para um reservatório. Supõe-se conhecido o armazenamento inicial do primeiro estágio.

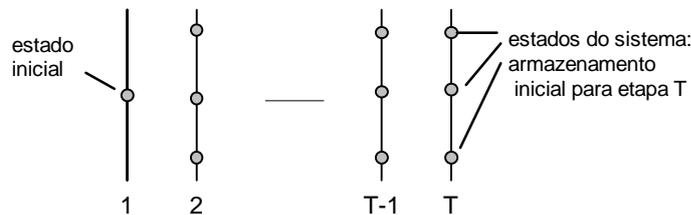


Figura 3-3 – Definição dos Estados do Sistema.

- b) iniciar no *último* estágio, T, e resolver o problema de despacho de um estágio supondo que o armazenamento inicial corresponde ao primeiro nível selecionado no passo (a) - por exemplo, 100%, e utilizando a vazão projetada para este estágio. Dado que se está no último estágio, supõe-se que a FCF é igual a zero, ou seja, o valor da água é igual a zero.

- c) Calcular custo operativo associado ao nível 100%. Com isto se obtém o primeiro ponto da FCF para o estágio T-1, i.e. $\alpha_T(v_T)$. Repetir o cálculo do custo operativo para cada estado de armazenamento no estágio T. Calcular uma superfície linear por partes, que representa a FCF $\alpha_T(v_T)$ para o estágio T-1, através da interpolação dos pontos calculados. O procedimento está ilustrado na Figura 3-4.

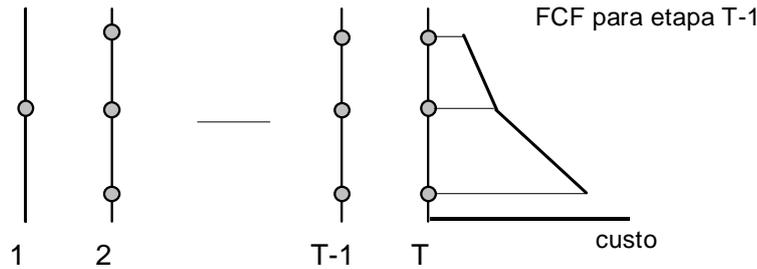


Figura 3-4 – Cálculo da FCF para o estágio T-1

- d) Repetir o processo para todos os estados de armazenamento selecionados nos estágios T-1, T-2 etc, utilizando o cenário de vazão projetado para cada estágio. Observe que o objetivo agora é minimizar o custo operativo imediato no estágio T-1 mais o custo futuro, dado pela função linear por partes calculada no passo anterior, como mostrado na Figura 3-5.

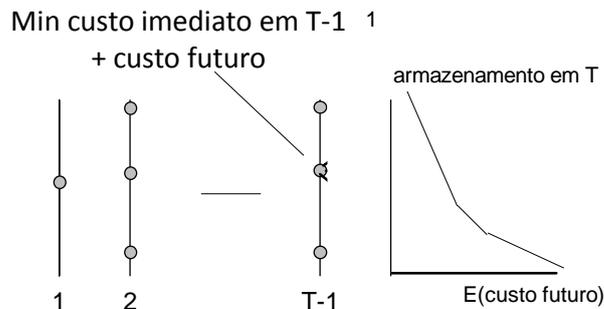


Figura 3-5 – Cálculo do custo operativo para o estágio T-1 e FCF para T-2.

O resultado final do esquema PD (a)-(d) é um conjunto de FCFS $\{\alpha_{t+1}(v_{t+1})\}$ para todos os estágios $t = 1, \dots, T$. Observe que o cálculo desta função requer a representação da operação conjunta do sistema, com o conhecimento completo dos estados de armazenamento de todas as usinas do sistema. Em outras palavras, o valor da água de uma usina hidrelétrica é uma função não-separável do estado das demais usinas do sistema.

3.4.1.1

Exemplo – caso determinístico

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação da programação dinâmica determinística para o problema de dois estágios. Suponha um sistema hidrotérmico que possua três termelétricas com as características da e uma hidrelétrica com as características da Tabela 3-2.

Tabela 3-1 – Características das termelétricas

Nome	cap. (MW)	Custo Variável (\$/MWh)
T ₁	10	8
T ₂	15	30
T ₃	30	100

Tabela 3-2 – Características da hidrelétrica

Nome	cap. (MW)	Coef. Prod. (MWh/m ³)	Volume Útil (m ³)
H ₁	40	1	29.200

A demanda projetada para o primeiro mês é de 40 MW médios (29.200 MWh) e de 50 MW médios (36.500) no segundo mês. Suponha também que os reservatórios iniciam vazios e que a projeção de vazão para o primeiro e o segundo mês é de 29.200 m³ e 14.600 m³, respectivamente. Observe que com a vazão do primeiro mês é possível atender toda a demanda deste estágio e que apenas 2/5 da demanda projetada (20 MW médios) para o segundo estágio seria atendida. Caso toda a vazão projetada para o primeiro mês seja turbinada, haverá a necessidade de despachar a termelétrica T₃ no segundo mês.

A programação dinâmica determinística foi aplicada a este problema de dois estágios através da discretização do reservatório da hidrelétrica em 7 estados. A Tabela 3-3 apresenta custo imediato, o custo futuro e o custo total para cada estado de armazenamento. Observa-se que a operação ótima do sistema, considerando a discretização do armazenamento em 7 estados, ocorre quando o

volume do reservatório termina o primeiro mês com 9.733 m^3 . Ou seja, a operação ótima consiste em guardar 1/3 da água para utilização no segundo mês.

Tabela 3-3 – Custo operativo para cada estado operativo

Volume Final (m^3)	Custo Imediato (k\$)	Custo Futuro (k\$)	Custo Total (k\$)
0	0	752	737
4.867	39	350	382
9.733	131	204	330
14.600	277	58	332
19.467	509	58	561
24.333	995	58	1.043
29.200	1.482	58	1.524

A Figura 3-6 apresenta a função de custo futuro deste problema, construída a partir da interpolação dos custos obtidos da tabela anterior.

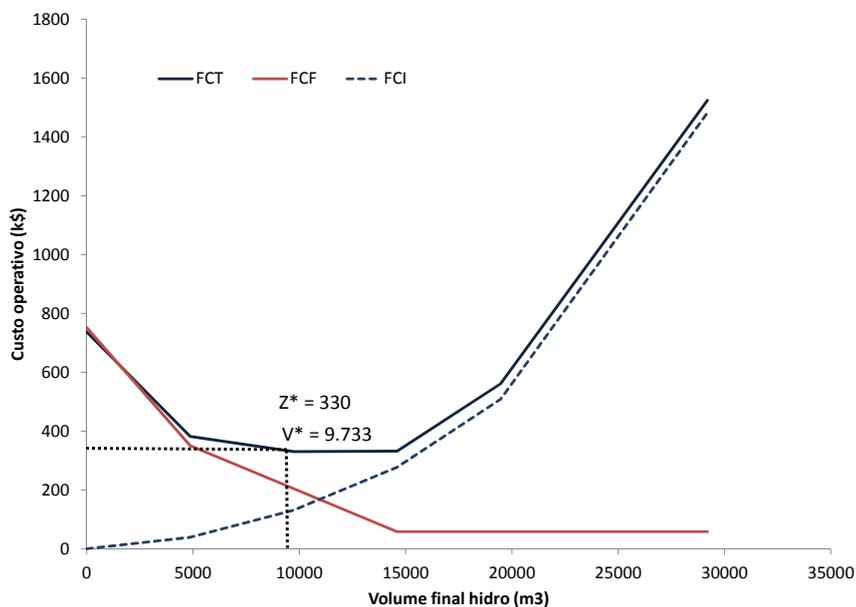


Figura 3-6 – Função de Custo Futuro

O despacho hidrotérmico ótimo do sistema e apresentado na

Tabela 3-4. Observa-se que a estratégia de utilização da vazão projetada para o primeiro mês resulta no deslocamento de água para o segundo estágio, com o objetivo de evitar o despacho da termelétrica mais cara.

Tabela 3-4 – Despacho Ótimo – Determinístico

Unidade	Ger. t =1 (MWh)	Ger. t =2 (MWh)
T ₁	7.300	7.300
T ₂	2.433	4.867
T ₃	0	0
H ₁	19.467	24.333
Total	29.200	36.500

3.4.2

Programação Dinâmica Estocástica (PDE)

A metodologia apresentada anteriormente considera que existe conhecimento perfeito sobre as vazões futuras. No entanto, o cálculo do custo de oportunidade da geração hidrelétrica é bem mais complexo devido à incerteza das afluências futuras. Por exemplo, se a energia hidrelétrica for utilizada hoje, e ocorrer uma seca amanhã, pode ser necessário usar geração térmica mais cara no futuro, ou até mesmo interromper o fornecimento de energia elétrica (custo de oportunidade elevado). Se, por outro lado, os níveis dos reservatórios se mantiverem altos pelo uso mais intenso de geração térmica, e a afluência aumentar no futuro, os reservatórios poderão verter, desperdiçando energia (custo de oportunidade baixo).

Uma primeira abordagem para lidar com esta incerteza seria calcular uma política operativa utilizando o valor esperado das vazões projetadas para o horizonte de planejamento. Esta abordagem se baseia no princípio do equivalente certo. Este princípio estabelece que a solução ótima para uma classe de problemas estocásticos pode ser obtida substituindo as variáveis aleatórias por seus valores esperados [36]. A principal vantagem deste método é eliminar a estocasticidade do problema de otimização, reduzindo o seu tamanho, o que permite um maior detalhamento da modelagem do sistema de geração.

No entanto, para o caso específico do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, a hipótese do princípio do equivalente certo não é adequadamente aplicada [37]. A razão está na desigualdade de Jensen [34], que diz que para qualquer função $f(x)$ convexa, onde x é variável aleatória, $f(E[x]) \leq E[f(x)]$, o que significa que $Min f(E[x]) \leq Min E[f(x)]$. Como consequência a solução ótima determinística possui um viés para baixo da solução ótima estocástica do problema [38]. Ou seja, a política operativa determinística tenderá a utilizar menos termelétrica do que seria recomendado pela política operativa estocástica.

O impacto da utilização de modelos determinísticos no planejamento do despacho hidrotérmico depende da curva agregada dos custos marginais das termelétricas e do tamanho dos reservatórios. Usualmente esta curva é convexa, pois existem termelétricas com grande capacidade instalada e custo variável unitário baixo (e.g. nuclear e carvão), que são utilizadas para despacho na base; e outras termelétricas de menor capacidade instalada e custo variável maior, que são utilizadas somente em momento de hidrologia extremamente desfavorável. De acordo com Pereira (1985) [39], o impacto da utilização de modelos determinísticos depende muito das características do sistema hidrotérmico.

Por exemplo, Read (1979) [33] mostra que os modelos de despacho hidrotérmico determinísticos recomendam políticas operativas mais arriscadas para o sistema hidrotérmico da Nova Zelândia, reduzindo o uso de termelétricas e operando os reservatórios com níveis mais baixos. No entanto as diferenças entre os custos operativos médios não são muito significativas. Mais recentemente, uma comparação entre PDE e programação dinâmica determinística foi analisada em Siqueira *et al* (2006) [8], para sistemas simplificados com uma hidroelétrica. Foram apresentados resultados para um sistema considerando a hidrelétrica de Furnas, no Rio Grande, e para um sistema considerando a hidrelétrica de Sobradinho, no Rio São Francisco. Em ambos os casos os resultados mostram uma redução nos custos operativos esperados quando se considera a estocasticidade das vazões no cálculo da política operativa. No entanto, no caso de Furnas a diferença entre os custos operativos das duas abordagens é de apenas 0,3%. Já no caso de Sobradinho, a diferença chega a 2,1%.

Já Araripe *et al* (1985) [35] apresentam uma avaliação do benefício de modelos estocásticos no despacho hidrotérmico do Sistema Elétrico Brasileiro, onde o desempenho do modelo estocástico PDE é comparado ao modelo

equivalente determinístico. O trabalho mostra que a utilização da PDE reduz o risco de déficit da região Sudeste de 8,0% para 3,7% e reduz o custo operativo total esperado (custo térmico e custo de déficit) de US\$ 491 milhões para US\$ 337 milhões.

Uma discussão sobre a importância das séries sintéticas para a avaliação do potencial energético de sistemas hidrelétricos ao invés do método da energia firme, que utiliza o histórico de vazões, se encontra em [22].

3.4.2.1

Formulação com uma variável de estado

Como discutido anteriormente, o cálculo do custo futuro é bem mais trabalhoso, pois requer a consideração da incerteza das afluências futuras, que resultam em diferentes benefícios econômicos. Como ilustra a Figura 3-7, é necessário resolver uma “árvore de decisão” e quantificar os efeitos de todas as possíveis decisões, escolhendo a que, por exemplo, em média, leva aos melhores resultados.

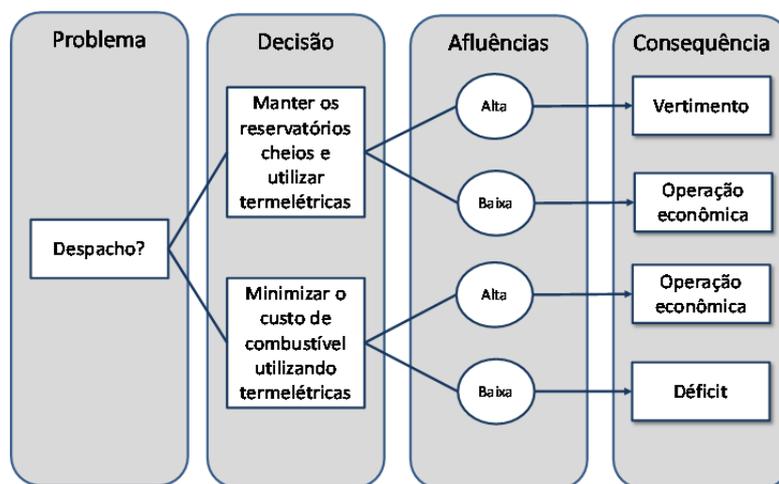


Figura 3-7 – Processo Decisório em Sistemas Hidrotérmicos

De uma maneira muito simplificada, suponha que há três cenários hidrológicos futuros: (i) “cheia”, com probabilidade 20%, em que há vertimento nos reservatórios; (ii) “média”, com probabilidade 75%, em que a térmica mais cara despachada custa 80 R\$/MWh; e (iii) “seca”, com probabilidade 5%, onde o baixo nível dos reservatórios resulta em déficit de energia.

Inicialmente, observa-se que a decisão mais correta sob o ponto de vista de um cenário futuro específico pode ser equivocada sob o ponto de vista de outro cenário. Por exemplo, imagine que o benefício imediato da utilização da água no reservatório é 120 R\$/MWh. Se tivéssemos informação perfeita e soubéssemos que iria ocorrer o cenário “cheia” (benefício futuro zero, pois a água transferida iria ser vertida e, portanto, desperdiçada) ou o cenário “médio” (benefício futuro unitário de 80 R\$/MWh), a decisão correta seria utilizar a geração hidrelétrica hoje, pois este valor é menor que o benefício imediato de 120 R\$/MWh.

No entanto, se tivéssemos a informação que o cenário “seca” iria ocorrer, a decisão correta seria o oposto, isto é, transferir a geração hidrelétrica para o futuro, pois esta transferência amenizaria uma falha de suprimento cujo custo unitário (mais conhecido no Brasil como custo do déficit, CDEF) é certamente maior do que o benefício imediato de 120 R\$/MWh.

Dado que esta informação perfeita sobre as vazões futuras não existe, temos que tomar uma decisão sob incerteza, comparando o benefício imediato de cada decisão operativa com o valor esperado dos benefícios futuros da mesma para os três cenários. Este exemplo de decisão sob incerteza é apresentado na Figura 3-8.

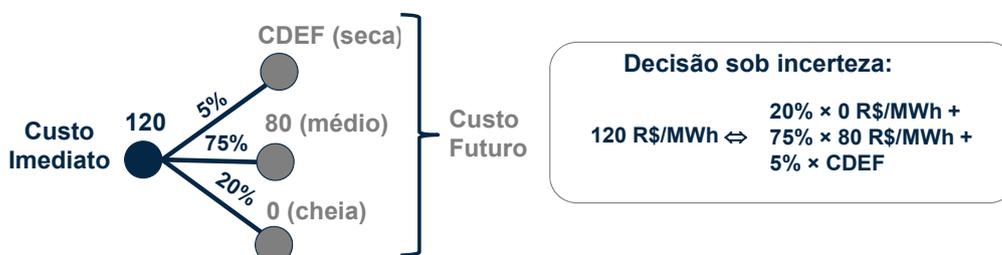


Figura 3-8 – Exemplo de decisão sob incerteza

Observa-se imediatamente que o resultado da comparação depende do valor atribuído ao custo do déficit (CDEF). Se $\text{CDEF} = 1.000 \text{ R\$/MWh}$, a decisão ótima seria utilizar a energia hidrelétrica no mês corrente, pois o benefício imediato de 120 R\$/MWh excede o valor esperado do benefício futuro: $0,2 \times 0 + 0,75 \times 80 + 0,05 \times 1.000 = 110 \text{ R\$/MWh}$.

No entanto, se $\text{CDEF} = 1.500 \text{ R\$/MWh}$, a decisão ótima seria transferir a geração hidrelétrica para o futuro, pois o valor esperado do benefício futuro: $0,2 \times 0 + 0,75 \times 80 + 0,05 \times 2.000 = 135 \text{ R\$/MWh}$ seria maior do que o benefício imediato.

O exemplo simplificado anterior considerou uma árvore de apenas dois estágios e que se conhece os custos operativos de cada ramo da árvore no estágio 2. No entanto, o cálculo da FCF deve avançar na árvore de cenários durante um período compatível com a capacidade de regularização dos reservatórios. Por exemplo, se o horizonte de influência for 5 anos em etapas mensais (60 meses) e se houver dois cenários hidrológicos por estágio (“seco” e “molhado”) teremos 2^{60} cenários no problema. Isto significa que a formulação matemática com a “árvore completa” fica rapidamente inviável sob a ótica computacional.

Para resolver esta maldição da dimensionalidade surgiu a técnica da Programação Dinâmica Estocástica (PDE). Como visto na seção anterior, o cálculo da FCF na programação dinâmica determinística é realizado através da solução do problema de um estágio para cada estado de armazenamento, considerando um único cenário de vazão projetado. Na PDE, em cada estado de armazenamento L problemas de um estágio são resolvidos, cada um representando um cenário de vazão. Como estes cenários representam os ramos da árvore a partir daquele estado – também conhecidos como *aberturas*, e o processo é repetido para todos os estados visitados, tem-se como resultado uma aproximação amostral da árvore de cenários. O esquema está ilustrado na

Figura 3-9.

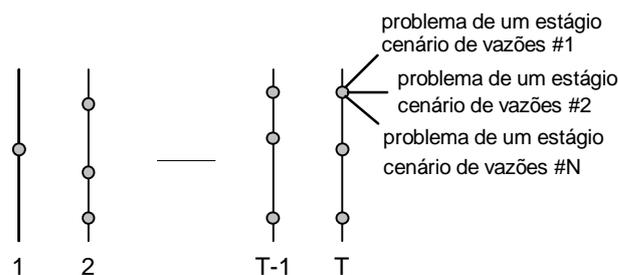


Figura 3-9 – Esquema de aberturas da PDE – estágio T

O próximo passo consiste em calcular o valor esperado do custo operativo associado a cada estado como a média dos custos dos L subproblemas de um estágio. Com isto se obtém o primeiro ponto da FCF para o estágio $t-1$, i.e. $\alpha_t(V_t)$. Os próximos passos são equivalentes aos discutidos na seção 3.4.1.

3.4.2.2

Representação da correlação serial: vazão como variável de estado

Conforme discutido no Capítulo 2, um fato estilizado do processo estocástico das vazões é a presença de correlação temporal. Este fenômeno ocorre devido à característica física dos aquíferos, que funcionam como uma esponja que absorve a água precipitada, soltando-a nos rios a uma taxa que depende do volume armazenado no passado. Por exemplo, se a vazão em um determinado mês foi elevada, existe uma elevada probabilidade dos aquíferos estarem cheios, o que significa que a vazão do mês subsequente também será elevada.

Suponha que há correlação positiva entre as vazões do mês de Maio e as vazões do mês de Abril. Se Abril for um mês com vazões acima da média, o valor da água será mais baixo, pois a expectativa de vazões acima da média em Maio reduz a necessidade futura do acionamento das termelétricas. E vice-versa: se as vazões de Abril forem baixas, haverá expectativa de vazões em Maio abaixo da média, o que aumenta a necessidade futura de acionamento termelétrico e, conseqüentemente, o valor da água. Isto significa que a existência de correlação temporal faz com que, além do nível do armazenamento, o estado do sistema dependa também das vazões afluentes passadas, ou seja, a FCF passa a ser representada por $\alpha_t(V_t, A_{t-1})$, ou seja, o estado \tilde{Y}_t passa a ter duas dimensões V_t e A_{t-1} .

Para se calcular esta função através da técnica da PDE basta incluir uma etapa adicional ao procedimento descrito anteriormente onde os N problemas de um estágio são resolvidos para cada estado de armazenamento e para cada cenário de vazão do estágio anteriores. Em seguida, obtêm-se $\alpha_t(V_t, A_{t-1})$ por interpolação.

Um resumo da metodologia de PDE para um caso com um reservatório e onde o modelo estocástico é PAR(1), ou seja, as variáveis de estado são V_t e A_{t-1} , é apresentado a seguir:

Inicialize a FCF do último estágio $\alpha_{T+1}(V_T, A_{T-1}) \leftarrow 0$;

para $t = T, T - 1, \dots, 1$;

para cada estado de armazenamento $V_t = V_t^1, \dots, V_t^k, \dots, V_t^K$;

para cada cenário de vazão anterior $A_{t-1} = A_{t-1}^1, \dots, A_{t-1}^n, \dots, A_{t-1}^N$;

para cada vazão A_t^l condicionada anterior A_{t-1}^n ;

resolva o problema (3-9)- (3-14), considerando $\alpha_t(V_t, A_{t-1})$;

próximo l ;

calcule $\alpha_t(V_t^k, A_{t-1}^n) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \alpha_t^l(V_t^k, A_{t-1}^n)$;

próximo n ;

próximo k ;

próximo t ;

3.4.3

Programação Dinâmica Estocástica (PDE) – Formulação alternativa

Uma formulação alternativa para o problema de um estágio na PDE é, ao invés de ter como variável de estado a vazão do mês anterior, A_{t-1} , utilizar a vazão do mês corrente, A_t . Esta formulação equivale simplesmente a substituir o passo de cálculo do valor esperado dos L subproblemas de um estágio por uma representação explícita deste cálculo na função objetivo do problema. Por esta razão, as duas formulações resultam no mesmo custo operativo [34].

A formulação do despacho hidrotérmico de 1 estágio é dada por:

$$\alpha_t(V_t, A_t) = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \alpha_{t+1}^l \quad (3-15)$$

Sujeito a:

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad (a)$$

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad (b)$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (c)$$

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (e)$$

$$(A_{t+1,i}^l - \mu_{t+1,i}) / \sigma_{t+1,i} = \rho_{ti} (A_{ti} - \mu_{ti}) / \sigma_{ti} + \sqrt{1 - \rho_{ti}^2} \xi_{ti}^l \quad \forall l \forall i \quad (f)$$

$$\alpha_{t+1}^l(V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \quad (g)$$

Onde l indexa as aberturas e L representa o total de aberturas. Assim como na formulação anterior, a FCF α_{t+1}^l é expressa como uma variável escalar sujeita a restrições lineares, calculadas pela interpolação do esquema de PDE.

Comparado com a formulação (3-9) - (3-14), as únicas diferenças estão na função objetivo de (3-15) e nas restrições (3-15)f e (3-15)g

Com esta nova formulação, o procedimento da PDE pode ser resumido como:

Inicialize a FCF do último estágio $\alpha_{T+1}(V_T, A_T) \leftarrow 0$;

para $t = T, T - 1, \dots, 1$;

para cada estado de armazenamento $V_t = V_t^1, \dots, V_t^k, \dots, V_t^K$;

para cada cenário de vazão $A_t = A_t^1, \dots, A_t^n, \dots, A_t^N$;

resolva o problema (3-15);

próximo n ;

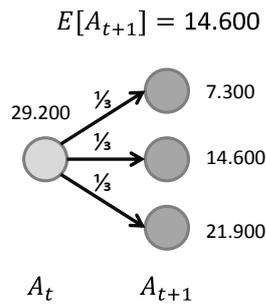
próximo k ;

próximo t ;

3.4.3.1

Exemplo – caso estocástico

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação da programação dinâmica estocástica para o mesmo problema de dois estágios da seção 3.4.1.1. As características do parque hidrotérmico e a demanda projetada para os dois meses são as mesmas. Assim como no exemplo anterior, os reservatórios iniciam vazios e a projeção de vazão para o primeiro mês é de 29.200 m^3 . A diferença é que serão considerados 3 cenários de vazões equiprováveis para o segundo mês, com valor esperado igual a 14.600 m^3 , valor igual ao do caso determinístico. A Figura 3-10 apresenta a árvore de cenários de vazão para o estágio $t + 1$.

Figura 3-10 – Cenários de vazão para o estágio $t + 1$

A programação dinâmica estocástica foi aplicada a este problema de dois estágios através da discretização do reservatório da hidrelétrica em 7 estados. A

Tabela 3-5 apresenta o custo imediato, o valor esperado do custo futuro e o valor esperado do custo total para cada estado de armazenamento. Observa-se que a operação ótima do sistema, considerando a discretização do armazenamento em 7 estados, ocorre no mesmo ponto de operação do caso determinístico, ou seja, quando o volume do reservatório termina o primeiro mês com 9.733 m^3 . No entanto, o valor esperado do custo total ficou em 383 mil reais, valor 16% maior que o do caso determinístico.

Tabela 3-5 – Custo operativo para cada estado operativo

Volume Final (m^3)	Custo Imediato (k\$)	Valor	Valor esperado
		Esperado do Custo Futuro (k\$)	do Custo Total (k\$)
0	0	837	821
4.867	39	492	521
9.733	131	257	382
14.600	277	131	403
19.467	509	83	585
24.333	995	58	1043
29.200	1.482	58	1524

A Figura 3-11 apresenta a função de custo futuro deste problema, construída a partir da interpolação dos custos obtidos da tabela anterior.

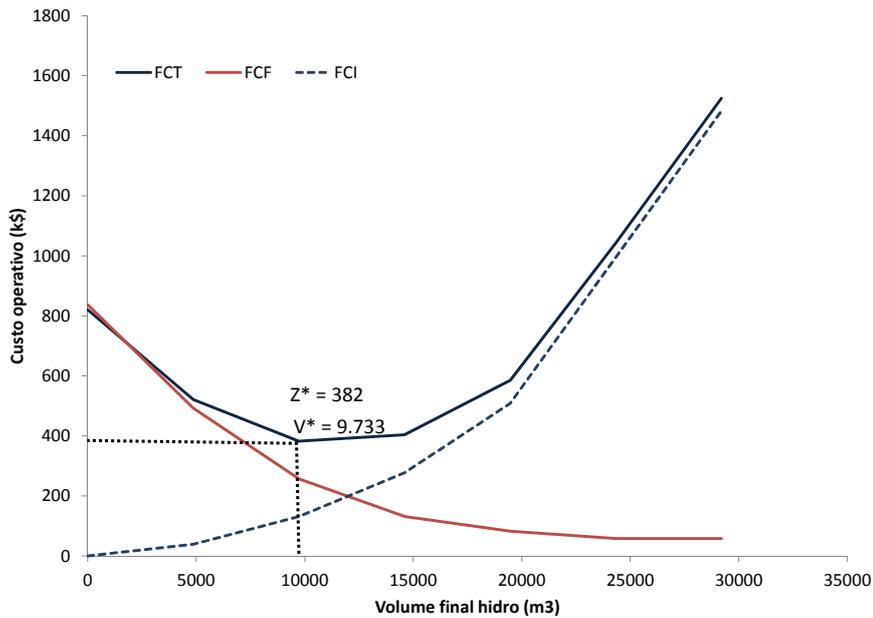


Figura 3-11 – Função de Custo Futuro – caso estocástico

A Tabela 3-6 apresenta o valor esperado do despacho hidrotérmico ótimo do sistema. Observa-se que em valor esperado a termelétrica despacha na segunda etapa, aumentando o custo operativo do sistema.

Tabela 3-6 – Despacho Ótimo Esperado– Estocástico

	Ger. t =1 (MWh)	Ger. t =2 (MWh)
T ₁	7.300	7.300
T ₂	2.433	5.272
T ₃	0	406
H ₁	19.467	23.522
Total	29.200	36.500

4

AVALIAÇÃO DA INCERTEZA NOS PARÂMETROS

Este capítulo discute a incerteza nos parâmetros dos modelos estocásticos de vazão, propõe uma metodologia para gerar séries sintéticas considerando esta incerteza e apresenta um estudo de caso a quantificando no contexto do despacho hidrotérmico.

4.1

Incertezas nos modelos estocásticos

Um processo estocástico representa um conjunto de possíveis trajetórias de um fenômeno físico (e.g. vazão) com suas respectivas probabilidades. O uso de modelos estocásticos para representar estes fenômenos está sujeito a três tipos principais de erros: (i) incerteza na escolha da distribuição de probabilidade (e.g. normal e log-normal); (ii) incerteza na escolha do modelo (e.g. ARMA, PAR(p), etc) e (iii) incerteza na estimação dos parâmetros. O foco desta Tese está neste último tipo de erro.

4.2

Incerteza dos parâmetros

4.2.1

Modelos estocásticos em geral

Os parâmetros dos modelos estocásticos são estimados a partir do registro histórico, o qual representa apenas uma possível realização do processo estocástico. Dado que este histórico é limitado, há uma incerteza quanto a esta estimativa, o que resulta no fenômeno da incerteza nos parâmetros. Esta incerteza significa que existe um risco do modelo não atuar como esperado, mesmo que a relação entre os parâmetros e a performance de um sistema seja completamente conhecida. Prékopa e Hou [98] apresentam um modelo de programação estocástica que encontra o tamanho ótimo da amostra que garante que o resultado

da otimização está dentro do intervalo de confiança com uma determinada probabilidade. A abordagem é aplicada no contexto de teoria dos jogos. Zouaoui e Wilson [99] apresentam uma metodologia para reduzir a incerteza dos parâmetros na simulação. A metodologia é baseada no modelo de média bayesiana e é aplicada para despacho termelétrico com rede de transmissão.

O tema da incerteza dos parâmetros também é bastante analisado em atuária. Por exemplo, a precificação de seguros é baseada em modelos de análise de risco que, por sua vez, são tipicamente paramétricos. O valor real destes parâmetros não é conhecido e precisa ser estimado a partir de uma amostra. Se o parâmetro a ser estimado, por exemplo, o número de sinistros causados por desastres naturais, for inferior ao valor de população, a apólice de seguros estará subprecificada. Em [101] são apresentadas técnicas de bootstrap e métodos bayesianos para precificar apólices de seguros considerando incerteza nos parâmetros.

Na área de otimização de portfólios existem diversas técnicas para reduzir a perda de utilidade do investidor devido ao efeito da incerteza nos parâmetros [104],[99],[100],[98],[102], tais como: metodologia Bayesiana com prior difusa; metodologia Bayesiana com prior baseada nos modelos de precificação de ativos; e métodos de otimização robusta. Nestas abordagens o que se busca é quantificar e minimizar o efeito da incerteza dos parâmetros no retorno do portfólio.

4.2.2

Modelos estocásticos de vazão

No contexto do despacho hidrotérmico, os parâmetros do modelo estocástico de vazões, $\{\mu_{ti}, \sigma_{ti}, \rho_{ti}, i = 1, 2, \dots, I\}$ são estimados a partir do registro histórico de vazões, que como mencionado acima, representa apenas uma possível realização do processo estocástico. Dado que este registro histórico é limitado (tipicamente de 40 a 80 anos) há uma incerteza quanto a esta estimativa. Por exemplo, o estimador da média, μ_{ti} , possui tipicamente uma distribuição de probabilidade Normal com média $\hat{\mu}_{ti}$ (média amostral, isto é, calculada a partir da amostra histórica) e desvio padrão $\hat{\sigma}_{ti}/\sqrt{N}$, onde N é o número de anos do registro histórico. Isto significa que o “verdadeiro” valor da média (valor de população)

pode ser diferente de $\hat{\mu}_{ti}$ e que quanto maior o tamanho do histórico, menor a incerteza.

Cabe ressaltar que a problemática da incerteza dos parâmetros está relacionada ao número de registros do histórico e não ao número de séries sintéticas utilizadas. Afinal, mesmo que se utilize um número de séries sintéticas suficientemente grande, as grandezas amostrais destas séries irão convergir para os valores amostrais da série sintética e não para os valores de população. Segundo [22] esta transferência da incerteza dos parâmetros para as séries sintéticas é chamada de *tendenciosidade operacional*.

Atualmente, esta incerteza no valor dos parâmetros é ignorada tanto no cálculo da política operativa como na geração de cenários de vazões para a simulação final. O risco de se ignorar esta incerteza é que a simulação probabilística pode ser otimista, caso desconsidere secas severas que seriam implausíveis sob o ponto de vista dos parâmetros utilizados, mas que seriam possíveis casos os parâmetros fossem diferentes (por exemplo, média menor, desvio padrão e coeficiente de correlação maiores do que os utilizados).

Em outras palavras, existe um viés desconhecido nas vazões sintéticas quando se assume que os parâmetros de população são iguais aos parâmetros amostrais das vazões observadas. Se o viés for negativo (vazões afluentes menores que os valores de população), a água pode ser armazenada desnecessariamente nos reservatórios devido a uma perspectiva de vazões secas no futuro, aumentando a probabilidade de vertimento no futuro (desperdício de combustível). Por outro lado, se o viés for positivo (vazões afluentes maiores que os valores de população), a política operativa irá deplecionar os reservatórios mais rápido do que o necessário, resultando no despacho de térmicas mais caras no futuro ou mesmo em uma falha de suprimento da demanda. A primeira questão é, portanto, como gerar séries de afluências que incorporam a incerteza nos parâmetros.

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de avaliar o erro da estimativa dos parâmetros. Uma técnica comumente utilizada é o cálculo do intervalo de confiança do estimador, que, para alguns parâmetros (e.g. média, desvio padrão, autocorrelação), pode ser calculado através de fórmulas clássicas ou mesmo por técnicas de reamostragem como, por exemplo, Jackknife ou Bootstrap [13]. Adicionalmente, métodos de Bootstrap, aproximação assintótica

normal (modelo clássico) e modelo de média Bayesiana, também podem quantificar o efeito da incerteza nos parâmetros no modelo estocástico [14].

De acordo com [26] e [28] o efeito da incerteza dos parâmetros do modelo é maior que o efeito da escolha da distribuição de probabilidade e da escolha no modelo estocástico. O trabalho desenvolvido por Stedinger e Taylor (1982) [25] deram suporte a esta afirmação, através da análise do impacto da incerteza dos parâmetros do modelo AR(1) univariado na confiabilidade de um sistema de reservatórios. A incorporação da incerteza dos parâmetros no modelo estocástico de geração de séries sintéticas foi baseada na técnica bayesiana.

4.3

Modelos estocásticos incorporando incerteza nos parâmetros

Como visto, os parâmetros do modelo estocástico também são variáveis aleatórias sob a ótica Bayesiana e, por tanto, possuem uma distribuição de probabilidade. A incorporação da incerteza dos parâmetros pode ser realizada através da utilização da informação desta distribuição de probabilidade no processo de geração das séries sintéticas. Utilizando-se conjuntamente a distribuição de probabilidade dos ruídos e a distribuição de probabilidade dos parâmetros, é possível produzir séries sintéticas considerando a incerteza intrínseca das vazões e a incerteza dos estimadores.

O procedimento possui três principais etapas. Primeiramente se obtém a partir dos registros históricos e de outras informações exógenas (e.g. a expertise de um hidrólogo) a distribuição de probabilidade dos parâmetros do modelo estocástico. Em seguida, sorteia-se a partir desta distribuição de probabilidade um possível vetor de parâmetros $\{\hat{\mu}_{ti}^1, \hat{\sigma}_{ti}^1, \hat{\rho}_{ti}^1 \mid i = 1, 2, \dots, I\}$. De posse deste vetor é possível gerar um conjunto de séries sintéticas para o despacho hidrotérmico. Com um novo sorteio de parâmetros $\{\hat{\mu}_{ti}^2, \hat{\sigma}_{ti}^2, \hat{\rho}_{ti}^2 \mid i = 1, 2, \dots, I\}$ um novo conjunto de séries sintéticas é gerado para o despacho hidrotérmico. Este processo é então repetido s vezes, obtendo-se *vários* conjuntos de séries sintéticas, um para cada parâmetro. Realizando a convolução destes conjuntos, obtém-se séries sintéticas que incorporam a incerteza dos parâmetros.

Esta técnica permite também levantar a distribuição de probabilidade de variáveis de interesse para o despacho hidrotérmico. Por exemplo, se para cada

conjunto de séries geradas for calculado o despacho hidrotérmico do sistema, é possível calcular empiricamente a distribuição de probabilidade do custo operativo médio do sistema ou do risco de déficit.

De acordo com a literatura [27][24][23][25] as principais técnicas para o levantamento da distribuição de probabilidade dos parâmetros são:

- Método Bayesiano;
- Método Clássico;
- Método de Reamostragem; e
- Método Parental.

Estes métodos são discutidos a seguir.

4.3.1

Método Bayesiano

No método clássico a distribuição preditiva da variável aleatória y_t dado a amostra até y_{t-1} é definida pela expressão $p(y_t/y_{t-1}, \theta)$, onde θ é o vetor de parâmetros do modelo estocástico e seu estimador é $\hat{\theta}$. No método Bayesiano existe uma distribuição de probabilidade *a priori* $p(\theta)$ para o vetor de parâmetros θ , conhecida como *prior*. Esta distribuição *prior* é obtida através da atribuição de probabilidade para cada possível parâmetro, sem o conhecimento prévio dos registros do histórico. Para determinar estas probabilidades utiliza-se, por exemplo, a experiência de um hidrólogo sobre o comportamento das vazões. Caso não se tenha a expertise necessária para determinar a distribuição *a priori*, uma técnica utilizada para permitir o uso do Método Bayesiano é a utilização de uma Função de Verossimilhança baseada em parâmetros equiprováveis. Como consequência, a distribuição de probabilidade dos parâmetros passa a depender apenas dos registros do histórico.

Após o conhecimento dos dados do histórico, a distribuição de probabilidade *a posteriori* dos parâmetros $p(\theta/y_{t-1})$ é obtida a partir do produto da *prior* $p(\theta)$ pela Função de Verossimilhança $p(y_{t-1}/\theta)$, ou seja, $p(\theta/y_{t-1}) \propto p(y_{t-1}/\theta) p(\theta)$. Esta Função de Verossimilhança é obtida a partir dos registros do histórico e atribui probabilidades para cada possível valor dos parâmetros. Desta maneira a distribuição preditiva $p(y_t/y_{t-1})$ no método Bayesiano é obtida

pela expressão $p(y_t/y_{t-1}) = \int p(y_t/\theta, y_{t-1})p(\theta/y_{t-1})d\theta$. Esta densidade de probabilidade incorpora a incerteza de θ . Isto significa que séries de vazões sintéticas produzidas a partir desta densidade de probabilidade vão incorporar também a incerteza dos parâmetros.

A primeira crítica realizada ao Método Bayesiano consiste na forte dependência entre a Função de Verossimilhança e o modelo estocástico escolhido. Isto significa que a incerteza na definição da distribuição de probabilidade (e.g. normal ou log-normal) e a incerteza na definição da estrutura do modelo - PAR(1), PAR (6), ARMA(1,1), etc; influenciam na análise da incerteza dos parâmetros.

Outra crítica, e a mais importante, consiste na dificuldade de se derivar analiticamente a Função de Verossimilhança de modelos mais complexos ou mesmo modelos não-Gaussianos, o que dificulta tipo de abordagem. Para contornar esta dificuldade é necessário obter a Função de Verossimilhança via simulação [48].

4.3.2

Método Clássico

O Método Clássico consiste em utilizar fórmulas analíticas da distribuição dos parâmetros. Um exemplo tradicional é o estimador da média $\hat{\mu}$ de uma variável aleatória com distribuição Gaussiana, que possui distribuição de probabilidade também Gaussiana, com média igual a μ e desvio padrão igual $\hat{\sigma}/\sqrt{N}$, onde N é o número de dados da amostra.

Este método possui as mesmas críticas do Método Bayesiano, pois a distribuição de probabilidade do estimador também depende da estrutura do modelo adotado e, dependendo da complexidade do modelo, pode não ser possível obter uma expressão analítica para a distribuição dos parâmetros. Adicionalmente, este método tem como críticas: (i) a distribuição de probabilidade depender dos valores de população, que justamente são os valores que não se tem conhecimento; e (ii) a não incorporação de distribuições *a priori*.

A primeira crítica é contornada simplesmente ignorando esta dependência e assumindo que os valores de população são iguais aos valores amostrais. Voltando

ao exemplo anterior da média, na realidade a distribuição de probabilidade apresentada é do estimador da média $\hat{\mu}$ e não do valor de população μ . A consequência desta simplificação é uma subestimativa do desvio padrão da distribuição de probabilidade dos parâmetros.

Lee (2009) [27] compara as performances do Método Clássico e do Método Bayesiano para quantificar a incerteza dos parâmetros dos modelos estocásticos de vazões. As análises são realizadas para diferentes classes de modelos de vazões (univariados, multivariados, agregados, desagregados, anual, mensal, entre outros). Mostra-se que a abordagem Bayesiana gera séries sintéticas com maior variabilidade que a abordagem Clássica.

4.3.3

Método de Reamostragem

Como discutido nas seções anteriores, tanto o Método Bayesiano quanto o Método Clássico possuem como principal crítica a dificuldade de se obter a distribuição de probabilidade dos parâmetros para modelos estocásticos mais complexos. O Método de Reamostragem contorna este problema através da construção desta distribuição empiricamente.

Este método, proposto por Quenoille (1949) [30] e desenvolvido por Efron (1979) [13], consiste em utilizar técnicas para construir pseudo-amostras a partir dos registros do histórico. A partir destas pseudo-amostras os parâmetros do modelo são estimados, permitindo-se o levantamento de suas respectivas distribuições de probabilidade, sob determinadas hipóteses.

As técnicas de amostragem mais utilizadas na literatura são o Jackknife e o Bootstrap [13]. O primeiro consiste em produzir N pseudo-amostras de tamanho $(N-1)$ a partir de registros do histórico de tamanho N . Cada pseudo-amostra é construída retirando-se um elemento da amostra original.

Já o método Bootstrap pode ser considerado como uma abordagem mais abrangente que o método Jackknife, pois considera a criação de pseudo-amostras de tamanho N através de sorteios da amostra com reposição. Desta maneira amplia-se a variabilidade das pseudo-amostras geradas.

Além da possibilidade de levantar a distribuição empírica dos parâmetros, o Método de Reamostragem possui como vantagem não depender da definição do

modelo estocástico e nem de sua distribuição de probabilidade³. Portanto, este método deve ser utilizado quanto se tem incerteza quanto à estrutura do modelo a ser utilizado ou quanto se pretende avaliar a incerteza dos parâmetros independentemente do modelo escolhido [23]. Indo além, este método permite quantificar a incerteza da estrutura do modelo estocástico. Por exemplo, para cada pseudo-amostra a etapa de identificação do modelo pode escolher ordens diferentes para o PAR(p), o que permite analisar a incerteza da ordem do modelo selecionado.

No entanto, a principal crítica ao Método de Reamostragem é a premissa de que existe independência nas amostras que são sorteadas (Bootstrap) ou em cada amostra que é retirada (Jackknife), o que pode não ser verdadeira, ainda mais em se tratando de modelos hidrológicos. Outra crítica consiste na limitação do número de pseudo-amostras possíveis de serem geradas, que é uma função do número de registros históricos. No entanto, no caso da técnica de Bootstrap este limite é bastante elevado. Por exemplo, para uma amostra de tamanho $N = 10$ é possível obter 10 pseudo-amostras de tamanho 9 pelo método de Jackknife. No método Bootstrap o número de pseudo-amostras é calculado por $\binom{2N-1}{N}$ [32], que no caso seria igual a 92378, que é um número bastante razoável.

Existem na literatura algumas técnicas para contornar a questão da premissa de independência das amostras. Em [31] ajusta-se primeiramente um modelo estocástico aos registros do histórico e obtêm-se os ruídos deste modelo. O método de Bootstrap é então aplicado a estes ruídos que, se modelo estiver bem ajustado, serão independentes. As pseudo-séries de ruídos são então utilizadas para se construir pseudo-amostras de vazões a partir do modelo estocástico, permitindo a seguir a construção da distribuição empírica dos parâmetros. No entanto, este procedimento possui a mesma deficiência do Método Clássico, pois depende da estrutura do modelo e subestima a variância do erro de estimação dos parâmetros, por considerar que os valores de população são iguais aos valores amostrais.

Já em Cover e Unny (1985) [32] é apresentada uma técnica de reamostragem para o modelo ARMA (p,q), onde cada ruído ξ_t da pseudo-série é

³ Para que o método não dependa do modelo e da distribuição de probabilidade escolhidos, basta que em casa nova amostragem seja efetuada a etapa de identificação da sistemática de Box and Jenkins.

substituído pelos registros do histórico ($A_{t-1}, A_{t-2}, \dots, A_{t-p}$). Desta maneira a distribuição dos parâmetros não depende dos parâmetros amostrais. No entanto permanece a dependência da estrutura do modelo, além da impossibilidade de utilizar esta técnica para o modelo PAR(p).

Uma evolução da técnica de reamostragem proposta por Cover e Unny foi desenvolvida por Darú *et al* em 1992 [23] para modelo de vazões anuais AR(1) em conjunto com técnica de desagregação mensal [113]. A técnica consiste na criação de sub-amostras correlacionadas de tamanho k a partir do histórico, porém independentes entre si, por hipótese. O método bootstrap é então aplicado nestas sub-amostras. Com este procedimento a incerteza dos parâmetros pode ser avaliada sem a incorporação dos erros de modelagem e mantendo a correlação temporal das vazões. O método foi aplicado a estudos de regularização do reservatório de Furnas, no Rio Grande, onde mostrou-se que a consideração da incerteza dos parâmetros aumentou o risco de déficit de 5% para 10%. O trabalho mostrou também que: (i) quanto maior o reservatório maior o impacto da incerteza dos parâmetros; (ii) quanto menor é a amostra maior o impacto da incerteza dos parâmetros; e (iii) quanto menor o risco de déficit exigido para o sistema maior é o impacto da incerteza dos parâmetros no risco de déficit. Este último item significa que o impacto da incerteza dos parâmetros é maior em eventos extremos e de baixa probabilidade, como, por exemplo, diversos anos seguidos de secas severas.

4.3.4

Método Parental

Como visto, o Método de Reamostragem permite estimar a incerteza dos parâmetros sem o conhecimento da distribuição de probabilidade analítica do estimador. Stedinger (1980) [29] apresenta outra abordagem para se produzir empiricamente estas distribuições a partir da geração sintética de pseudo-amostras de tamanho igual ao do registro do histórico, as quais são utilizadas para estimar os parâmetros. Quanto maior o número de séries de pseudo-amostras utilizadas, mais a distribuição empírica dos parâmetros se aproxima da distribuição analítica.

O Método Parental [15] consiste em utilizar esta técnica para produzir séries sintéticas considerando a incerteza dos parâmetros. A razão da nomenclatura é porque o registro histórico é chamado de Sequência Mãe, as pseudo-amostras geradas a partir dos parâmetros estimador da Sequência Mãe são chamadas de Sequências Filhas e as séries sintéticas geradas a partir do conjunto de parâmetros estimados das Sequências Filhas são chamadas de Sequências Netas.

Este método possui as mesmas críticas do Método Clássico, uma vez que as pseudo-amostras geradas dependem da escolha da estrutura do modelo e não há incorporação de informação da distribuição *a priori*. Como resultado, o procedimento subestima a incerteza dos parâmetros. Stedinger (1980) [29] apresenta também uma formulação geral que corrige as séries sintéticas geradas com o objetivo de aproximá-las da distribuição Bayesiana dos parâmetros e, conseqüente, aumentar a variabilidade das séries.

A Tabela 4-1 apresenta um resumo da comparação entre os métodos analisados.

Tabela 4-1 – Comparação entre os métodos de avaliação da incerteza nos parâmetros

Método	Distribuição de probabilidade dos parâmetros	Dependência da estrutura do modelo	Premissa de independência a das amostras	Aplicável em amostras pequenas	Dependência do valor de população
BAYESIANO	Analítica	Sim	Não	Sim	Não
CLÁSSIC	Analítica	Sim	Não	Sim	Sim
REAMOSTRAGEM	Empírica	Não	Sim*	Não	Não
PARENTAL	Empírica	Sim	Não	Sim	Sim*

*Existem técnicas que permitem contornar a fragilidade

Observa-se que o método mais atrativo é o Método da Reamostragem, pois sua maior crítica com relação à premissa de independência pode ser contornada, conforme discutido anteriormente. No entanto, o método utilizado nesta tese será o Parental, pois sua utilização será baseada em casos teóricos, onde se conhece o valor de população e a estrutura do modelo.

Apresenta-se a seguir uma descrição mais detalhada do método a ser utilizado neste trabalho.

4.3.4.1

Método Parental a partir dos registros históricos

Como discutido anteriormente, o Método Parental produz pseudo-amostras de possíveis registros históricos que serão utilizadas para estimar os parâmetros. Esta abordagem é descrita a seguir:

1. A partir dos registros históricos (Sequência Mãe), estime os parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$ utilizando o procedimento atual (ver seção 2.3);
2. Utilize estes parâmetros amostrais para gerar S sequências independentes de vazões, cada qual com o mesmo comprimento N do registro histórico (Sequência Filha). Por exemplo, se $S = 1.200$ e $N = 80$, 1.200 séries de vazões serão geradas, cada qual com 80 anos (960 meses).
3. Cada uma das $s = 1, \dots, S$ sequências geradas no passo (2) pode ser vista como um histórico alternativo, ou seja, uma possível realização da variável estocástica vazão. Estime os parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}$ a partir das vazões de cada sequência.
4. O conjunto $[\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}, s = 1, \dots, S]$ representa implicitamente a distribuição de probabilidade conjunta dos estimadores da média, desvio padrão e coeficiente de correlação das vazões.
5. Para cada vetor de parâmetros $\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}$, gere uma única sequência de afluições de comprimento T (número de anos do estudo operativo). Por exemplo, para $T = 5$ anos (60 meses), teremos $S = 1.200$ sequências de vazões, cada qual com $5 \times 12 = 60$ meses.
6. O conjunto de sequências de vazões (Sequências Netas) produzido no passo (5) incorpora implicitamente a incerteza na estimativa dos parâmetros, e deve ser usada nas simulações operativas.

A figura a seguir ilustra procedimento.

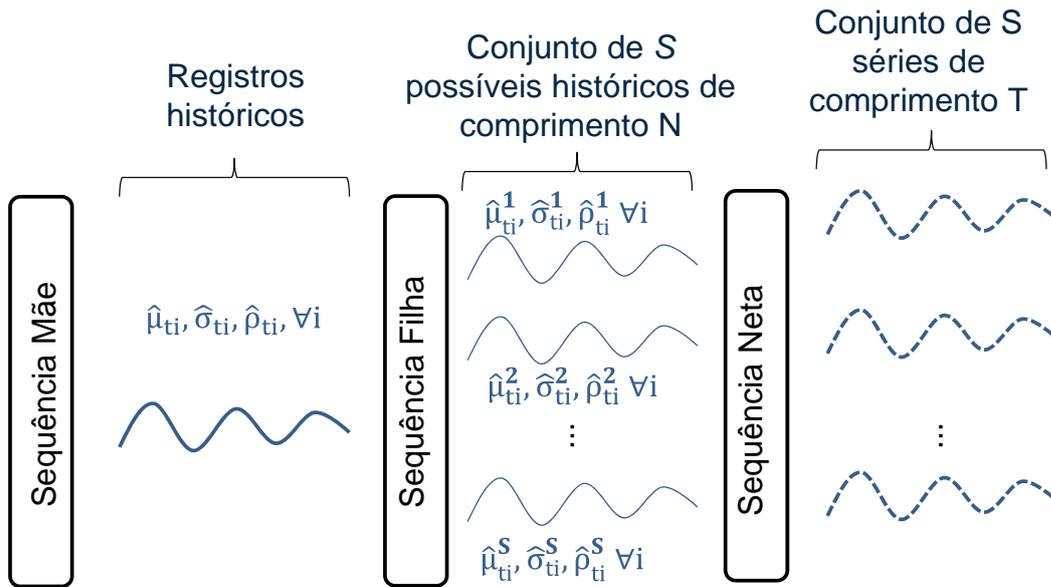


Figura 4-1 - Geração de séries sintéticas de vazão com incerteza nos parâmetros

A metodologia utilizada é bastante conhecida na literatura [15][22][24] para incorporar a incerteza dos parâmetros na projeção de séries sintéticas de vazão. Seu objetivo é vencer a dificuldade de se obter a distribuição de probabilidade dos estimadores. Caso a distribuição de probabilidade dos estimadores fosse conhecida, o procedimento para geração de séries sintéticas considerando incerteza nos parâmetros teria apenas os passos 4 a 6.

O impacto da incerteza dos parâmetros nos custos operacionais do sistema (passos 4 e 5) num contexto de despacho hidrotérmico pode ser avaliado através da simulação do despacho hidrotérmico considerando as séries geradas com incerteza nas vazões. A diferença entre os resultados da simulação operativa (custos esperados da operação do sistema, nível dos reservatórios, custos marginais, etc) com e sem esta metodologia indica o erro causado pela aleatoriedade do estimador.

4.3.4.2

Método Parental a partir dos valores de população (método teórico)

O método apresentado anteriormente tem como objetivo produzir séries sintéticas considerando a incerteza dos parâmetros a partir dos registros históricos. A simulação do despacho hidrotérmico considerando este conjunto de séries

permite avaliar o impacto da incerteza dos parâmetros do custo operativo do sistema.

No entanto, este método não permite quantificar o incremento de custo operativo causado pela política operativa ser realizada utilizando os parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, i = 1, 2, \dots, I\}$, que podem ser diferentes dos valores de população $\{\mu_{ti}, \sigma_{ti}, \rho_{ti}, i = 1, 2, \dots, I\}$. De fato, este erro na estimativa do custo operativo é impossível de ser calculado na vida real, uma vez que os valores de população não são conhecidos.

Por outro lado, é possível calcular este erro teoricamente, supondo que os valores de população são conhecidos e produzindo sinteticamente os registos históricos a partir destes valores. Com este procedimento é possível calcular uma política com os parâmetros amostrais e simular a operação com os valores de população, o que permite quantificar o erro causado pela incerteza dos parâmetros.

Apesar de esta metodologia permitir apenas simulações teóricas, existe uma aplicação prática para a seleção da política operativa mais adequada para o tratamento da incerteza dos parâmetros. Para isso basta aplicar a metodologia para diversas políticas operativas e seleccionar aquela que minimizou o erro causado pela incerteza dos parâmetros. Este procedimento será utilizado no Capítulo 6 para verificar a eficácia da política operativa proposta nesta tese. Esta abordagem é descrita a seguir:

1. *Sequência Mãe*: suponha que os valores de população da “natureza” $\{\mu_{ti}, \sigma_{ti}, \rho_{ti}, \forall i\}$ são conhecidos. Gere através de simulação de Monte Carlo S séries sintéticas de vazão com tamanho T (horizonte de planeamento do despacho hidortérmico), utilizando os parâmetros de população. Este conjunto de séries será o *benchmark* do modelo.
2. *Sequência Filha*: m sequências são geradas de tamanho N , utilizando os parâmetros da “natureza” do modelo PAR(p) $\{\mu_{ti}, \sigma_{ti}, \rho_{ti}, \forall i\}$. Estas m novas sequências podem ser interpretadas como um conjunto de possíveis históricos de dados ou realizações do fenómeno natural.

3. *Sequência Neta*: para cada m sequência gerada no passo 2, S sequências de vazões afluentes de tamanho T são geradas, utilizando os parâmetros $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$ do modelo PAR(p) estimado para cada m sequências.

Em comparação com a metodologia apresentação na seção 4.3.4.1 a diferença está na consideração dos valores de população no nível da *Sequência Mãe* e na construção de S sequências de vazões para cada para cada uma dos m parâmetros estimados.

A figura a seguir descreve o procedimento proposto.

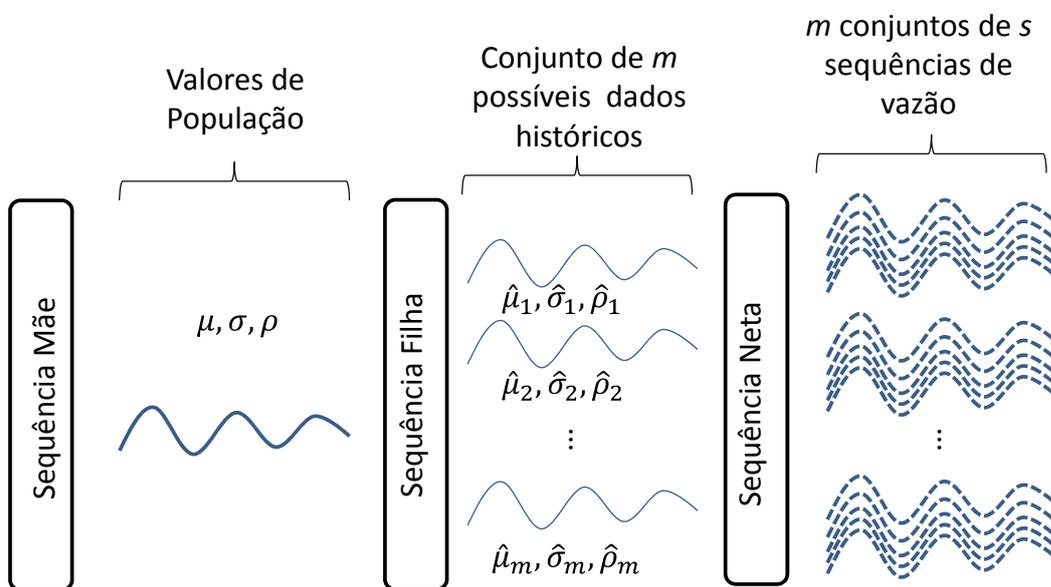


Figura 4-2 – Avaliação a incerteza dos parâmetros do PAR(p)

O próximo passo para calcular o impacto da incerteza nos parâmetros é calcular a política operativa ótima, i.e., a função de custo futuro para cada uma das m Sequências Netas e para a Sequência Mãe, totalizando $m + 1$ políticas operativas ótimas. Em seguida, para cada uma das $m + 1$ políticas operativas, simula-se a operação do sistema para o conjunto de s sequencias de vazões geradas utilizando os valores de população.

A incerteza dos parâmetros do modelo estocástico de vazões no despacho hidrotérmico pode ser avaliada comparando os resultados da simulação operativa (custos esperados da operação do sistema, nível dos reservatórios, custos

marginais, etc) com e sem esta metodologia. A diferença entre os valores do *benchmark* (cálculo da FCF baseada no conjunto de vazões gerado pela “natureza”) e o resultado com incerteza nos parâmetros, indica o erro causado pela aleatoriedade do estimador.

Apresenta-se a seguir um estudo de caso com aplicação da metodologia de Reamostragem no Sistema Elétrico Brasileiro (SIN). O estudo de caso com a metodologia proposta neste trabalho para um sistema simplificado considerando apenas uma hidrelétrica com reservatório é apresentado no próximo capítulo.

4.4

Estudo de caso: Método de Reamostragem

Nesta seção será apresentado um estudo de caso do impacto da incerteza dos parâmetros do SIN através da técnica de Reamostragem. O objetivo desta análise é ilustrar a importância da incerteza dos parâmetros no despacho hidrotérmico em um caso real. O estudo de caso com o método parental será apresentado no capítulo

A análise foi realizada utilizando-se a técnica Bootstrap de reamostragem, a partir do sorteio com reposição dos anos hidrológicos do registro histórico de vazões. O ano hidrológico é definido como sendo o período cujo primeiro mês possui a menor correlação temporal com os outros meses, o que, no caso do Brasil, ocorre de dezembro (início do período úmido) até novembro do ano seguinte (fim do período seco). A baixa correlação entre as vazões de novembro e dezembro é explicada pelo início do período úmido, que é pouco influenciado pelo o que ocorreu durante o período seco devido à redução da água armazenada nos aquíferos.

A utilização do sorteio de anos hidrológicos ao invés do ano civil é necessária devido à premissa inerente à técnica do Bootstrap de amostras desconectadas. No entanto, como já discutido anteriormente, o processo estocástico de vazões no Brasil possui como fato estilizado correlação anual. A não consideração desta correlação significa que o impacto da incerteza dos parâmetros apresentado nesta seção está subestimado, pois a correlação anual tem como característica a produção de sequências hidrológicas com secas que duram

mais de 5 anos, como observado no período crítico do histórico de 1949 a 1956 [110].

Conforme discutido na seção 4.3.3, [23] apresenta uma técnica de amostragem que incorpora a dependência anual das vazões para modelos AR(1) anuais com desagregação mensal. Esta abordagem não foi utilizada, pois optou-se por utilizar o PAR(p) mensal, atualmente o modelo estocástico oficial do Setor Elétrico Brasileiro.

4.4.1

Descrição

Com o objetivo de isolar os efeitos conjunturais relativos à condição inicial dos reservatórios e da hidrologia e relativos ao equilíbrio entre a oferta e a demanda do sistema, o impacto da incerteza dos parâmetros foi realizado a partir de uma configuração estática do Sistema Elétrico Brasileiro. O caso estático representa a simulação da operação hidrotérmica em regime permanente, e é utilizado para o cálculo dos certificados de garantia física das usinas hidrelétricas e termelétricas. Nesta configuração a demanda do sistema é ajustada de maneira a atender um critério pré-definido de segurança de suprimento, como por exemplo, o risco de déficit de energia é igual a 5% [115]. Como consequência, podemos dizer que a simulação do sistema com esta configuração permite avaliar o comportamento do sistema em regime permanente quando planejado de acordo com o critério de segurança de suprimento pré-definido.

O procedimento utilizado para avaliar o impacto da incerteza dos parâmetros no risco de déficit é apresentado a seguir:

1. A partir do registro histórico de vazões, estime os parâmetros do modelo PAR(p) para cada usina hidrelétrica.
2. A partir destes parâmetros, gere séries *forward* e *backward* para o cálculo da política operativa.

3. Ajusta-se a demanda do caso estático de maneira ao risco de déficit ser igual a 3%⁴.
4. Produza 20 pseudo-amostras de tamanho igual ao do registro do histórico aplicando-se a técnica de Bootstrap nos anos hidrológicos do histórico.
5. Para cada pseudo-amostra, estime os parâmetros do modelo PAR(p);
6. Para cada conjunto de parâmetros, gere séries forward;
7. Para cada conjunto de séries forward, simule a operação do despacho hidrotérmico utilizando a Função de Custo Futuro (FCF) calculada no item 3.
8. Calcule o risco de déficit resultante de cada simulação forward.

Utilizou-se a mesma FCF para reproduzir a não consideração da incerteza dos parâmetros no cálculo da política operativa. Utilizou-se o modelo despacho hidrotérmico SDDP, desenvolvido pela consultoria PSR, que utiliza a técnica da PDDE, com modelagem das usinas hidrelétricas de maneira individualizada, e cujo modelo de vazões PAR(p) é aplicada para cada posto hidrológico. Foram utilizadas 200 séries de vazão para a etapa forward da PDDE e 30 aberturas para a etapa backward.

A configuração de oferta utilizada se refere à base de dados para o cálculo de garantia física do Leilão de Energia Nova A-5 de 2010, cujos detalhes se encontram em [116].

4.4.2

Resultados

A Figura 4-3 apresenta o impacto da incerteza dos parâmetros no risco de déficit do sistema. Observa-se que, apesar do sistema ter sido planejado para se ter risco de déficit igual a 3%, existem conjuntos de parâmetros que resultam em risco de déficit superiores a 5%.

⁴ O ajuste da demanda é realizado através de um processo de busca, da seguinte maneira: (i) defina uma demanda pequena D_0 ; (ii) calcula a política operativa, simule a operação do sistema e avalie o risco de déficit $R_{deficit}$; (iii) se $R_{deficit}=3\%$ pare; (iv) caso contrário aumente a demanda e volte para a etapa (ii).

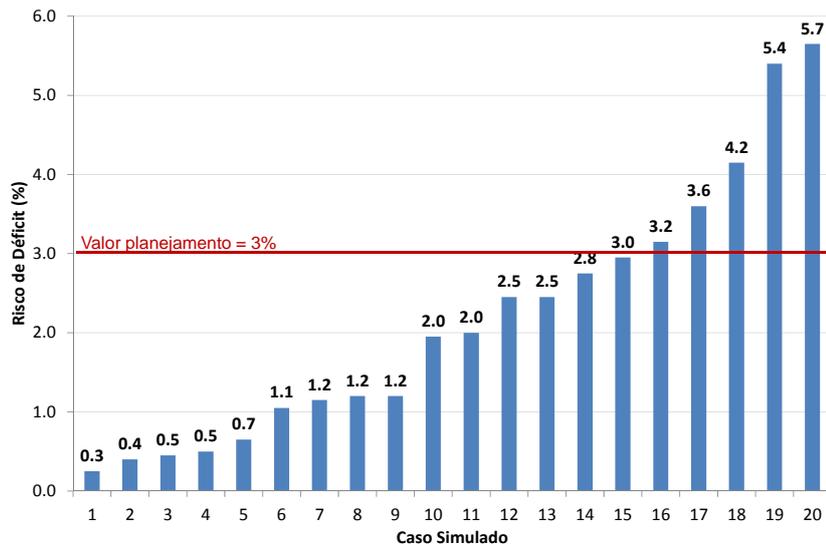


Figura 4-3 – Impacto da incerteza dos parâmetros no risco de déficit

Cabe ressaltar que, intuitivamente, esta análise é uma subestimativa do impacto da incerteza dos parâmetros, uma vez que o processo de reamostragem considerou independência entre as vazões anuais, o que não é fato estilizado das vazões no Brasil. Como consequência, as vazões geradas pelos parâmetros estimados a partir das pseudo-amostras não produzem as sequências de anos de secas severas consecutivas, que contribuem para o esvaziamento dos reservatórios e para o aumento do risco de déficit.

5

PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS

Este capítulo apresenta uma formulação do problema de despacho hidrotérmico incluindo a incerteza dos parâmetros do modelo estocástico de vazões no cálculo da política operativa, que é o foco desta Tese.

5.1

Políticas alternativas

Conforme discutido anteriormente, no procedimento padrão do planejamento do despacho hidrotérmico a política operativa Ω_1 é calculada supondo que os parâmetros do modelo estocástico $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$, estimados a partir da amostra histórica, são os valores de população $\{\mu_{ti}, \sigma_{ti}, \rho_{ti}, \forall i\}$. Utilizando o arcabouço teórico da seção 3.1, temos que as funções que representam a política são iguais a $X_t^\Omega(Y_t|\theta)$, onde $Y_t = \{V_t; A_{t-1}\}$ e $\theta = \{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$. Seja z_1 o custo operativo médio calculado simulando a política operativa Ω_1 com séries geradas com os mesmos parâmetros estimados $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$.

5.1.1

Cálculo da política operativa ótima considerando o impacto da incerteza dos parâmetros

A seção 4.3.4.1 apresenta um método para produzir S séries sintéticas considerando a incerteza dos parâmetros, onde cada série é gerada a partir de um conjunto de possíveis parâmetros $\theta^s = [\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}, s = 1, \dots, S]$. Com este procedimento as séries geradas representam a distribuição de probabilidade conjunta dos estimadores da média, desvio padrão e coeficiente de correlação das vazões. Seja agora z_2 o custo operativo médio calculado simulando a política operativa Ω_1 com séries geradas com incerteza nos parâmetros. A diferença

entre z_2 e z_1 representa o custo adicional para o sistema devido à incerteza dos parâmetros.

Dado que qualquer um dos S vetores de parâmetros do conjunto $[\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s \forall i\}, s = 1, \dots, S]$ é igualmente plausível na metodologia apresentada, uma primeira alternativa para tornar o despacho hidrotérmico melhor protegido contra a incerteza dos parâmetros seria escolher o vetor de parâmetros que, ao ser representado na política, leva ao menor custo operativo quando a operação com todos os S conjuntos de Sequência Netas é simulada. Ou seja, quando se representa a distribuição de probabilidade conjunta dos estimadores da média, desvio padrão e coeficiente de correlação das vazões.

Em termos conceituais e seguindo o modelo de busca estocástica (3-7), este vetor de parâmetros ótimo $\{\hat{\mu}_{ti}^*, \hat{\sigma}_{ti}^*, \hat{\rho}_{ti}^* \forall i\}$ poderia ser obtido por enumeração através do seguinte procedimento:

Inicialize $z_3^* = \infty$.

Repita para $s = 1, \dots, S$

Calcule a política operativa Ω_s com o vetor de parâmetros $\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s \forall i\}$

Simule a operação para as séries geradas com incerteza nos parâmetros

Seja z_3^s o custo operativo médio resultante.

Se $z_3^s < z_3^*$, faça $z_3^* \leftarrow z_3^s$; s^* (índice do vetor "ótimo") $\leftarrow s$.

Observe que o vetor de parâmetros $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$ utilizado no cálculo da política Ω_1 do caso anterior, e que levou ao custo operativo médio z_2 , é um dos componentes do conjunto de parâmetros S . Dado que o procedimento acima selecionou o vetor de parâmetros referente à política Ω_{s^*} que resultou no menor custo esperado, é possível afirmar que $z_3^* \leq z_2$. A diferença $(z_2 - z_3^*)$ representa a primeira estimativa do ganho operativo de se representar a incerteza dos parâmetros na política operativa.

5.1.2

Clusterização do conjunto de parâmetros

O vetor de parâmetros ótimo $\{\hat{\mu}_{ti}^*, \hat{\sigma}_{ti}^*, \hat{\rho}_{ti}^* \forall i\}$ obtido por enumeração envolve grande esforço computacional, uma vez que é necessário o cálculo de S políticas

operativas. Propõe-se nesta tese a utilização de técnicas de clusterização para agregar os vetores de parâmetros semelhantes. Uma dificuldade para a clusterização é a dimensionalidade do vetor de parâmetros. Por exemplo, se o número de hidrelétricas for $I = 100$, teríamos 3 parâmetros por usina (média, desvio padrão e coeficiente de correlação) $\times 100$ usinas = 300 dimensões.

Para reduzir a dimensionalidade do vetor de parâmetros, propõe-se realizar a clusterização em termos da energia afluyente ao sistema, utilizando-se a técnica do k-means [40]. Isto pode ser feito a partir das S sequências de afluências de N anos produzidas no passo 2 do procedimento apresentado na seção 4.3.4.1. Cada uma destas S sequências de afluências é transformada em um histórico de energias afluentes aplicando-se a seguinte equação:

$$EAF_t^s = \sum_{i=1}^I A_{ti}^s \times \sum_{n \in \gamma_i} \eta_i \quad \forall t \forall s \quad (5-1)$$

Onde:

- EAF_t^s energia afluyente no estágio t da sequência sintética histórica s
 A_{ti}^s vazão incremental à usina i no estágio t da sequência sintética histórica s
 γ_i conjunto composto da usina i e de todas as usinas a jusante de i

Após a construção das $s = 1, \dots, S$ séries sintéticas de energia natural afluyente, o próximo passo consiste em estimar os parâmetros $\{\hat{\mu}_{te}^s, \hat{\sigma}_{te}^s, \hat{\rho}_{te}^s\}$ de cada série. Aplica-se então um procedimento de clusterização ao conjunto de vetores de parâmetros $[\{\hat{\mu}_{te}^s, \hat{\sigma}_{te}^s, \hat{\rho}_{te}^s\}, s = 1, \dots, S]$.

Seja M o número de clusters indexados por $m = 1, \dots, M$; e seja s_m o índice do vetor de parâmetros que corresponde ao centroide de cada cluster $m = 1, \dots, M$. O procedimento de enumeração para encontrar o vetor de parâmetros ótimo passa a ser:

Inicialize $z_4^* = \infty$

Repita para $m = 1, \dots, M$

Calcule a política operativa Ω_m com o vetor de parâmetros correspondente ao centroide do cluster m : $\{\hat{\mu}_{ti}^{sm}, \hat{\sigma}_{ti}^{sm}, \hat{\rho}_{ti}^{sm} \forall i\}$

Simule a operação para as séries geradas com incerteza nos parâmetros

Seja z_4^m o custo operativo médio resultante.

Se $z_4^m < z_4^*$, faça $z_4^* \leftarrow z_4^m$; s^* (índice do vetor ótimo) $\leftarrow s$.

Como estamos analisando um subconjunto de M elementos do conjunto de S vetores de parâmetros, é de se esperar que $z_4^* \geq z_3^*$. A subotimalidade do procedimento vai depender da efetividade do método de clusterização utilizado.

5.2

Representação da incerteza nos parâmetros na política operativa

5.2.1

Incorporação na Programação Dinâmica Estocástica (PDE)

Observa-se, no entanto, que no procedimento de enumeração apresentado ainda há uma incoerência entre política e simulação: na política, um único vetor de parâmetros é utilizado, enquanto a simulação é realizada para as Sequências Netas. Neste trabalho apresenta-se uma proposta para usar a distribuição do vetor de parâmetros no cálculo da política. A proposta consiste em replicar o leque de L afluições para o estágio $t+1$ para cada um dos $m = 1, \dots, M$ vetores de parâmetros que correspondem aos centroides dos clusters calculados conforme o procedimento descrito anteriormente, conforme ilustrado na figura a seguir.

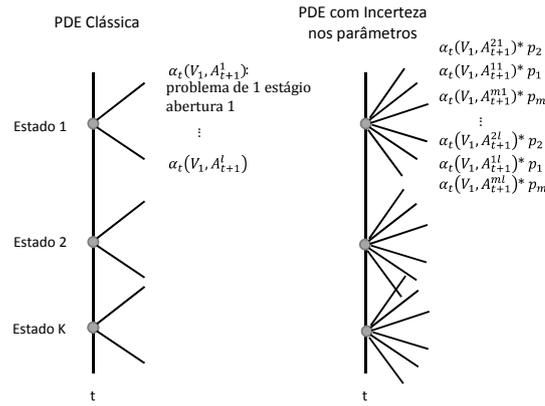


Figura 5-1 – Incorporação da incerteza nos parâmetros na política

A formulação para o problema de despacho de um estágio é apresentada a seguir.

$$\alpha_t(V_t, A_t) = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \sum_{m=1}^M p_m \omega_{t+1}^m \quad (5-2)$$

Sujeito a:

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad (a)$$

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad (b)$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (c)$$

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (e)$$

$$(A_{t+1,i}^{ml} - \mu_{t+1,i}^m) / \sigma_{t+1,i}^m = \rho_{t+1,i}^m (A_{ti} - \mu_{ti}^m) / \sigma_{ti}^m + \sqrt{1 - \rho_t^2} \xi_{ti}^l \quad \forall m \forall l \forall i \quad (f)$$

$$\alpha_{t+1}^l(V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \forall m \quad (g)$$

$$\omega_{t+1}^m = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \alpha_{t+1}^{ml} \quad (h)$$

Restrições (a) a (e) são as mesmas do problema (3-15). A novidade está na função objetivo e nas restrições (f) a (h). O conjunto de pesos $\{p_m, m = 1, \dots, M\}$ na soma das funções de custo futuro da função objetivo representa a fração dos S vetores de parâmetros que está em cada cluster m, isto é, $p_m = S_m/S$. Esta formulação faz com que o cálculo da política operativa represente a distribuição de probabilidade

conjunta dos parâmetros e, portanto, é coerente com as séries utilizadas na simulação. Em termos conceituais, a política $X_t^\Omega(Y_t|\theta)$ passa a considerar incerteza nos parâmetro θ . O Anexo 9 apresenta a metodologia para inserir a incerteza dos parâmetros no cálculo da política operativa da PDDE.

5.2.2

Exemplo – caso com incerteza nos parâmetros

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação da programação dinâmica estocástica com incerteza nos parâmetros para o mesmo problema de dois estágios da seção 3.4.3.1. As características do parque hidrotérmico e a demanda projetada para os dois meses são as mesmas. Assim como no exemplo anterior, os reservatórios iniciam vazios e a projeção de vazão para o primeiro mês é de 29.200 m³. A diferença é que serão considerados 3 conjuntos equiprováveis de parâmetros do modelo estocástico, que resultam em 9 cenários de vazões equiprováveis para o segundo mês. O valor esperado da vazão projetada para o segundo mês continua sendo igual a 14.600 m³, mesmo valor do caso determinístico e do caso estocástico sem incerteza nas vazões. A Figura 5-2 apresenta a árvore de cenários de vazão para o estágio t +1 considerando incerteza nos parâmetros.

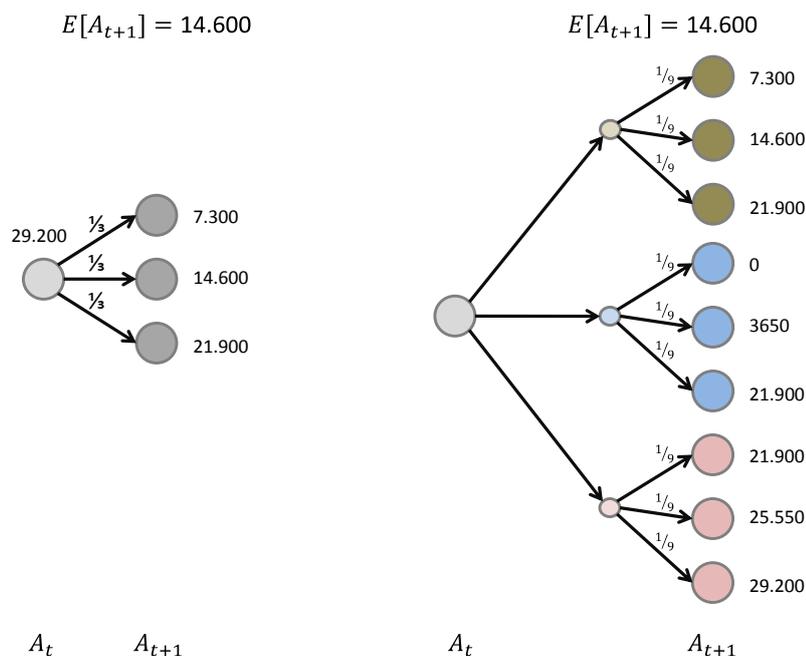


Figura 5-2 – Cenários de vazão para o estágio t +1 com incerteza nos parâmetros

A programação dinâmica estocástica foi aplicada a este problema de dois estágios através da discretização do reservatório da hidrelétrica em 7 estados. A Tabela 5-1 apresenta custo imediato, o valor esperado do custo futuro e o valor esperado do custo total para cada estado de armazenamento, considerando a política calculada com incerteza nos parâmetros. Observa-se que a operação ótima do sistema, considerando a discretização do armazenamento em 7 estados, ocorre quando o volume do reservatório termina o primeiro mês com 14.600 m^3 e não com o volume 9.733 m^3 como no caso sem incerteza nos parâmetros. O valor esperado do custo total ficou em 535 mil reais, valor 40% maior que o do caso sem incerteza nos parâmetros.

Tabela 5-1 – Custo operativo para cada estado operativo – com incerteza nos parâmetros

Volume Final (m³)	Custo Imediato (k\$)	Valor Esperado do Custo Futuro (k\$)	Valor esperado do Custo Total (k\$)
0	0	1007	988
4.867	39	721	746
9.733	131	466	587
14.600	277	265	535
19.467	509	150	650
24.333	995	89	1072
29.200	1.482	58	1524

A Figura 5-3 apresenta a função de custo futuro deste problema, construída a partir da interpolação dos custos obtidos da tabela anterior. Observa-se que não considerar a incerteza dos parâmetros no cálculo da política operativa aumenta em 52 mil reais (10%) o custo operativo total esperado do sistema.

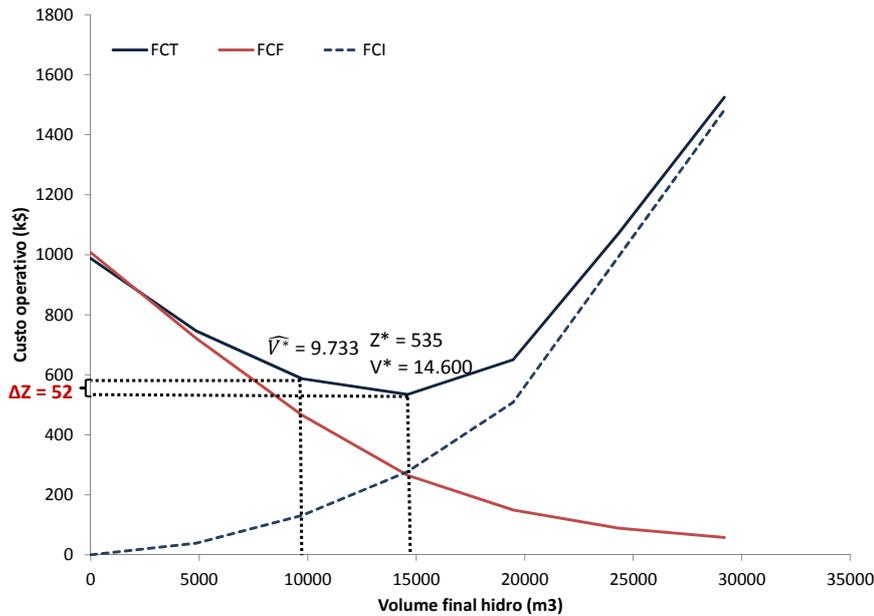


Figura 5-3 – Função de Custo Futuro – caso com incerteza nos parâmetros

A

Tabela 5-2 apresenta o valor esperado do despacho hidrotérmico ótimo do sistema. Observa-se que em valor esperado a termelétrica despacha na segunda etapa, aumento o custo operativo do sistema.

Tabela 5-2 – Despacho Ótimo Esperado– Com incerteza dos parâmetros

Unidade	Ger. t =1 (MWh)	Ger. t =2 (MWh)
T ₁	7.300	7.300
T ₂	10.950	4.056
T ₃	1.217	406
H ₁	9.733	24.739
Total	29.200	36.500

5.3

Utilização da política com incerteza nos parâmetros na programação do despacho hidrotérmico

Esta seção exemplifica como a política proposta nesta tese pode ser utilizada na programação do despacho hidrotérmico. Será utilizado como base o

procedimento utilizado no Setor Elétrico Brasileiro para a programação mensal da operação hidrotérmica, descrito a seguir.

5.2.3

Política operativa sem incerteza nos parâmetros

A cada início de mês, o procedimento utilizado para a programação mensal da operação do Setor Elétrico Brasileiro consiste nas seguintes etapas:

1. Estimação dos parâmetros do modelo PAR(p) com base no histórico de vazões validado (atualmente o período validado é de janeiro de 1931 a dezembro de 2013) utilizando-se o procedimento descrito na seção 2.3;
2. Geração do conjunto de séries sintéticas para o cálculo da política operativa com base na observação das vazões dos últimos 6 meses;
3. Geração do conjunto de séries sintéticas para o cálculo da simulação final do despacho hidrotérmico com base na observação das vazões dos últimos 6 meses;
4. Cálculo da política operativa sem incerteza nos parâmetros;
5. Simulação final.

Como o histórico de vazões validado é atualizado uma vez por ano, a primeira etapa precisa ser processada apenas após cada atualização.

5.2.4

Política operativa com incerteza nos parâmetros

Apresenta-se a seguir as etapas da programação mensal da operação considerando a incerteza nos parâmetros:

1. Estimação dos parâmetros do modelo PAR(p) com base no histórico de vazões validado (atualmente o período validado é de janeiro de 1931 a dezembro de 2013), considerando incerteza nos parâmetros, conforme descrito na seção 4.3.4.1;
2. Geração do conjunto de séries sintéticas para o cálculo da política operativa com base na observação das vazões dos últimos 6 meses,

considerando incerteza nos parâmetros, conforme descrito na seção 4.3.4.1;

3. Geração do conjunto de séries sintéticas para o cálculo da simulação final do despacho hidrotérmico com base na observação das vazões dos últimos 6 meses, considerando incerteza nos parâmetros, conforme descrito na seção 4.3.4.1;
4. Cálculo da política operativa com incerteza dos parâmetros;
5. Simulação final.

Assim como no procedimento sem incerteza nos parâmetros, a primeira etapa precisa ser processada apenas após cada atualização do histórico validado de vazões.

6

POLÍTICA COM INCERTEZA NOS PARÂMETROS: ESTUDO DE CASO

Finalmente, com base na metodologia descrita ao longo dos capítulos anteriores, neste capítulo será apresentado um estudo de caso. Apresenta-se primeiramente uma descrição do estudo de caso e na sequência análises do impacto da incerteza dos parâmetros para diferentes configurações de oferta e demanda e para históricos de vazões com tamanhos distintos. Por fim, apresenta-se o resultado da política operativa considerando a incerteza nos parâmetros.

6.1

Descrição do caso de estudo

6.1.1

Modelagem dos cenários de vazão

Conforme discutido na seção 4.1, o uso de modelos estocásticos para representar estes fenômenos está sujeito a três tipos principais de erros: (i) incerteza na escolha da distribuição de probabilidade; (ii) incerteza na escolha do modelo e (iii) incerteza na estimação dos parâmetros. Para isolar o efeito dos dois primeiros tipos, utiliza-se nesta tese o método parental a partir de valores de população dos parâmetros do modelo estocástico, conforme descrito na seção 4.3.4.2. No entanto, no processo de otimização estocástica ainda existem duas fontes adicionais de incerteza que dificultam a captura do impacto no despacho hidrotérmico apenas da incerteza dos parâmetros: a amostragem dos cenários hidrológicos e a convergência do algoritmo da programação dinâmica estocástica. Em outras palavras, aproximação da árvore de cenários de vazões realizada pela PDE também está sujeita também a uma incerteza.

Para expurgar esta incerteza, as análises realizadas nesta tese consideram a representação completa da árvore de cenários, sendo os cenários hidrológicos visitados no cálculo da política os mesmos utilizados para a simulação final do

despacho hidrotérmico. Utilizou-se 2 cenários de vazão condicionados à etapa anterior ao longo de 12 meses para o cálculo da política estocástica da PDE e $2^{12} = 4096$ cenários de vazão na simulação final. Em outras palavras, os parâmetros T e S da metodologia descrita na seção 4.3.4.2 são 12 e 4096, respectivamente. O horizonte de 12 meses foi escolhido de maneira ao problema ter uma amostra relevante de cenários de custo operativo e ser tratável computacionalmente. Para retirar a incerteza da amostragem dos cenários e garantir que os ruídos gaussianos possuem média zero e desvio padrão unitário, os cenários possuem ruídos $\xi_t^1 = +1$ e $\xi_t^2 = -1$. A figura a seguir exemplifica a modelagem da árvore de cenários utilizada para um caso com 3 estágios.

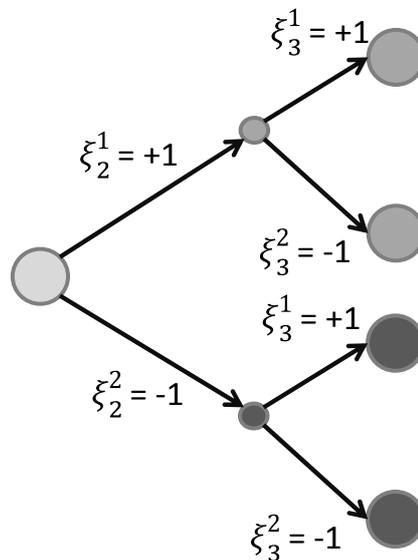


Figura 6-1 – Representação da árvore de cenários na PDE – exemplo com 3 estágios

Por fim, a política operativa foi calculada considerando 50 estados discretizados do reservatório.

6.1.2

Parque gerador

A abordagem proposta foi testada em um sistema com uma única hidrelétrica e 3 termelétricas, resultando em um parque com predominância hidrelétrica de 80%, valor similar ao do Brasil. As termelétricas possuem capacidade de 80 MW, 110 MW e 90 MW, e custo variável de 80 \$/MWh, 30

\$/MWh e 115 \$/MWh, respectivamente. Apesar de simples, esta configuração busca sintetizar a essência do despacho hidrotérmico. As características físicas da hidrelétrica de Furnas, localizada na região sudeste do Brasil, no Rio Grande, foram utilizadas neste estudo de caso. A única alteração realizada foi a redução no volume útil da usina, com o objetivo de diminuir a capacidade de regularização do sistema e assim permitir o cálculo da política operativa compatível com o período de 12 meses da árvore de cenários hidrológicos.

A carga de energia mensal utilizada foi de 496 GWh (680 MW médios). Esta carga foi considerada constante ao longo de todo horizonte do estudo e *flat* durante as horas do mês, ou seja, não foi considerada modelagem de sazonalidade e de demanda de ponta. É apresentada uma sensibilidade da demanda no impacto da incerteza dos parâmetros no custo operativo do sistema.

Foi utilizado custo de déficit de 1000 \$/MWh e taxa de desconto de 8% a.a. em termos reais.

A simulação é iniciada em Março, considera armazenamento inicial igual a 20% do volume útil e vazão em Fevereiro igual à média histórica. A tabela a seguir apresenta as características da hidrelétrica.

Tabela 6-1 – Características da hidrelétrica

	Hidro
Capacidade (MW)	1147
Máximo turbinamento (m ³ /s)	1479
Coeficiente de produção médio (MW/m ³ /s)	0.783
Nível de armazenamento min./máx (hm ³)	20922/27540

Conforme discutido na seção 4.3.4, com o objetivo de isolar os efeitos referentes à incerteza na escolha da distribuição de probabilidade e na ordem do modelo PAR(p), utilizou-se nesta tese o método Parental de geração de séries com incerteza nos parâmetros com base em valores teóricos dos valores de população. Para isso, construiu-se um histórico sintético de 40 anos (Sequência Mãe) de vazões para a hidrelétrica com base nos valores de população pré-definidos $\{\mu_t, \sigma_t, \rho_t, \}$ do modelo PAR(1), conforme a tabela a seguir.

Tabela 6-2 – Parâmetros de população

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
μ (m3/s)	1750	1700	1450	1000	750	620	500	420	410	510	710	1300
σ (m3/s)	600	600	600	350	250	250	250	250	250	250	320	460
ρ	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8

A Tabela 6-3 apresenta os parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$ estimados para a Sequência Mãe.

Tabela 6-3 – Parâmetros amostrais da Sequência Mãe

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
μ (m3/s)	1632	1602	1465	1016	756	604	477	374	361	463	628	1193
σ (m3/s)	460	481	451	315	214	210	194	186	164	191	198	346
ρ	0.75	0.79	0.76	0.80	0.70	0.75	0.70	0.76	0.69	0.68	0.64	0.75

A partir destes parâmetros amostrais, 4096 históricos de 40 anos foram gerados (Sequências Filhas) e seus parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_t^s, \hat{\sigma}_t^s, \hat{\rho}_t^s; s = 1 \dots S\}$ foram clusterizados em 5 clusters $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m; m = 1 \dots M\}$ utilizando a técnica de k-means [40]. Como a simulação hidrotérmica foi realizada para o período de 12 meses, a clusterização foi aplicada às vazões médias do período de março a fevereiro, com relação à média e ao desvio padrão dos 4096 históricos gerados.

Em resumo, os parâmetros M e N da metodologia descrita na seção 5.1.2 são 5 e 40, respectivamente. A Figura 6-2 apresenta μ e σ das vazões médias de Março a Fevereiro (período do estudo) da Sequência Mãe, da Sequência Filha e os centroides dos clusters. Os pesos p de cada cluster são, respectivamente, 23,1%, 20,7%, 27,4%, 18,5% e 10,3%. Observa-se que o cluster 4 é o que apresenta a menor vazão média. Já o cluster 5 é o que apresenta a maior média.

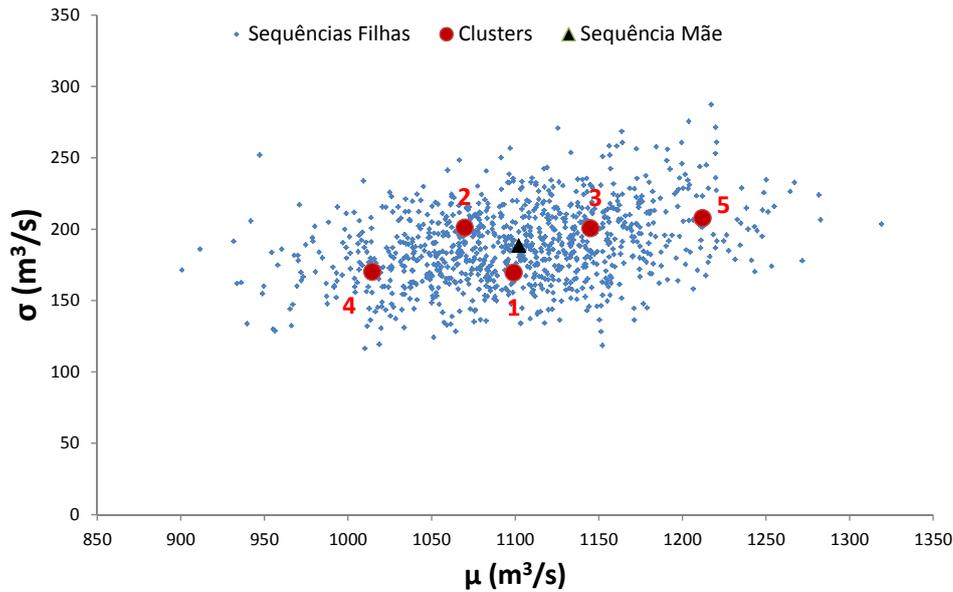


Figura 6-2 – Média e desvio-padrão das Sequências Filhas e dos centroides dos clusters

6.2

Resultados

6.2.1

Impacto da incerteza dos parâmetros

6.2.1.1

Caso Base

Primeiramente a política operativa Ω_1 foi calculada para os parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$, procedimento que equivale à metodologia atual de despacho hidrotérmico. Em seguida esta política foi simulada para cada uma das séries geradas a partir dos clusters (Sequência Neta). Estas sequências seriam possíveis candidatas para os valores de população.

A Figura 6-3 compara o valor presente do custo esperado (custo térmico mais custo de déficit) das simulações realizadas. Observa-se que, se os valores de população forem próximos ao centroide do cluster 4, os custos operativos reais são 41% maiores que os estimados. Por outro lado, para o cluster 5, os custos operativos reais seriam 29% menores do que os estimados.

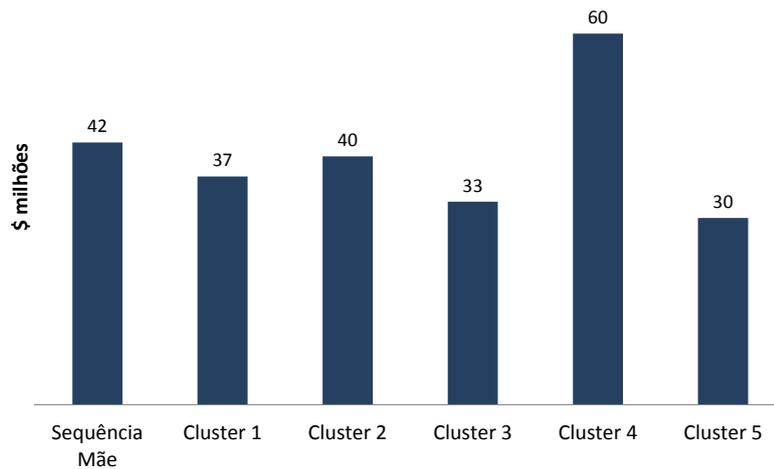


Figura 6-3 – Valor presente do custo operativo total – sem incerteza dos parâmetros

A figura a seguir apresenta a comparação do valor esperado dos CMOs para as simulações realizadas. Observa-se, como esperado, o mesmo comportamento do valor presente dos custos operativos. O valor nulo dos CMOs de fevereiro em todas as simulações de deve à condição de contorno da PDE, que considera FCF nula a partir deste mês.

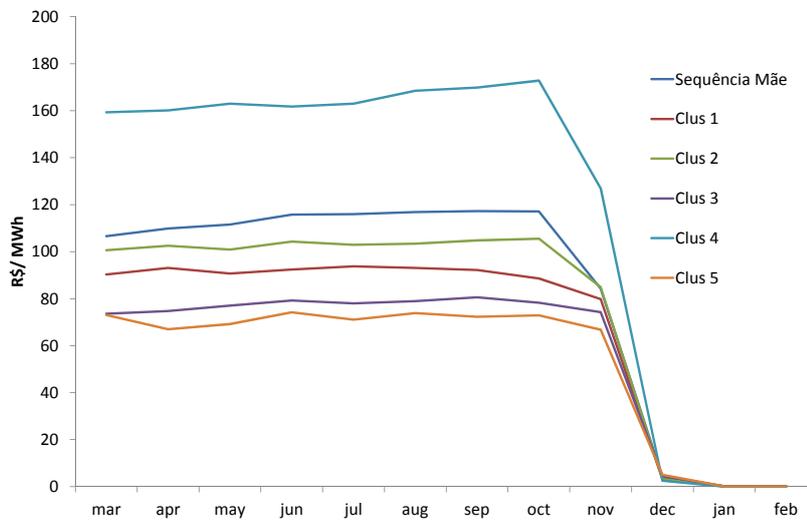


Figura 6-4 – Valor esperado do custo marginal de operação

Apresentam-se análises de sensibilidade com relação à demanda do sistema e ao tamanho do histórico de vazões.

6.2.1.2

Análise de sensibilidade: demanda

As simulações anteriores foram repetidas considerando demandas iguais a 70%, 80% e 90% da demanda original. A política operativa Ω_1 foi calculada para cada demanda e considerando os parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$ e em seguida cada política foi simulada para cada uma das séries geradas a partir dos clusters (Sequência Neta). A figura a seguir compara o valor presente do custo operativo esperado considerando a simulação final com a sequência mãe - parâmetros $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$. Observa-se que uma redução de 30% da demanda reduz o custo operativo em 96%. Isto ocorre devido a não linearidade dos custos operativos termelétricos e do custo de déficit.

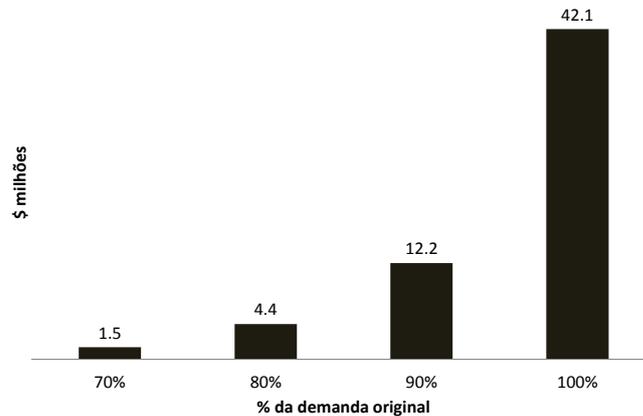


Figura 6-5 – Impacto da demanda no valor presente do custo operativo

Como era de se esperar, quanto menor a demanda do sistema menor o valor presente do custo operativo. A figura a seguir apresenta, para cada política Ω_1 calculada para a respectiva demanda, uma comparação entre o custo operativo da simulação final considerando as vazões da sequência mãe e o custo operativo resultante das vazões geradas em cada um dos 5 clusters $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m; m = 1 \dots 5\}$.

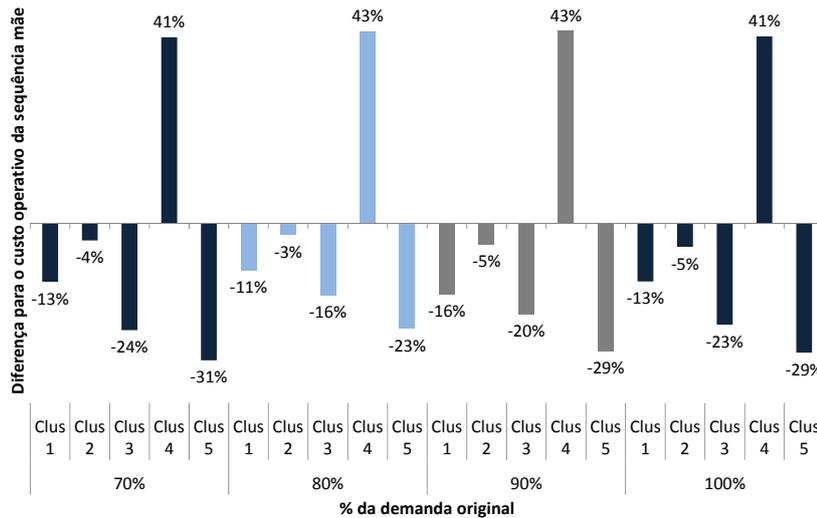


Figura 6-6 – Impacto da incerteza dos parâmetros no custo operativo: sensibilidade na demanda

Observa-se que apesar da demanda impactar significativamente o custo operativo do sistema, o impacto relativo da incerteza dos parâmetros não se altera significativamente.

6.2.1.3

Análise de sensibilidade: tamanho do histórico

As simulações do caso base consideraram que o tamanho do histórico é igual a 40 anos. As análises foram repetidas considerando tamanhos do histórico iguais a 10 anos e 20 anos. O primeiro passo foi gerar 4096 históricos de 10 e 20 anos (Sequências Filhas) e seus parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_t^s, \hat{\sigma}_t^s, \hat{\rho}_t^s; s = 1 \dots S\}$ foram clusterizados em 5 clusters $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m; m = 1 \dots M\}$. A figura abaixo apresenta para cada um dos casos analisados μ e σ das vazões médias de Março e Fevereiro (período do estudo) da Sequência Mãe, da Sequência Filha e os centroides dos clusters. Observa-se que o cluster 4 é o que apresenta a menor vazão média. Já o cluster 5 é o que apresenta a maior média.

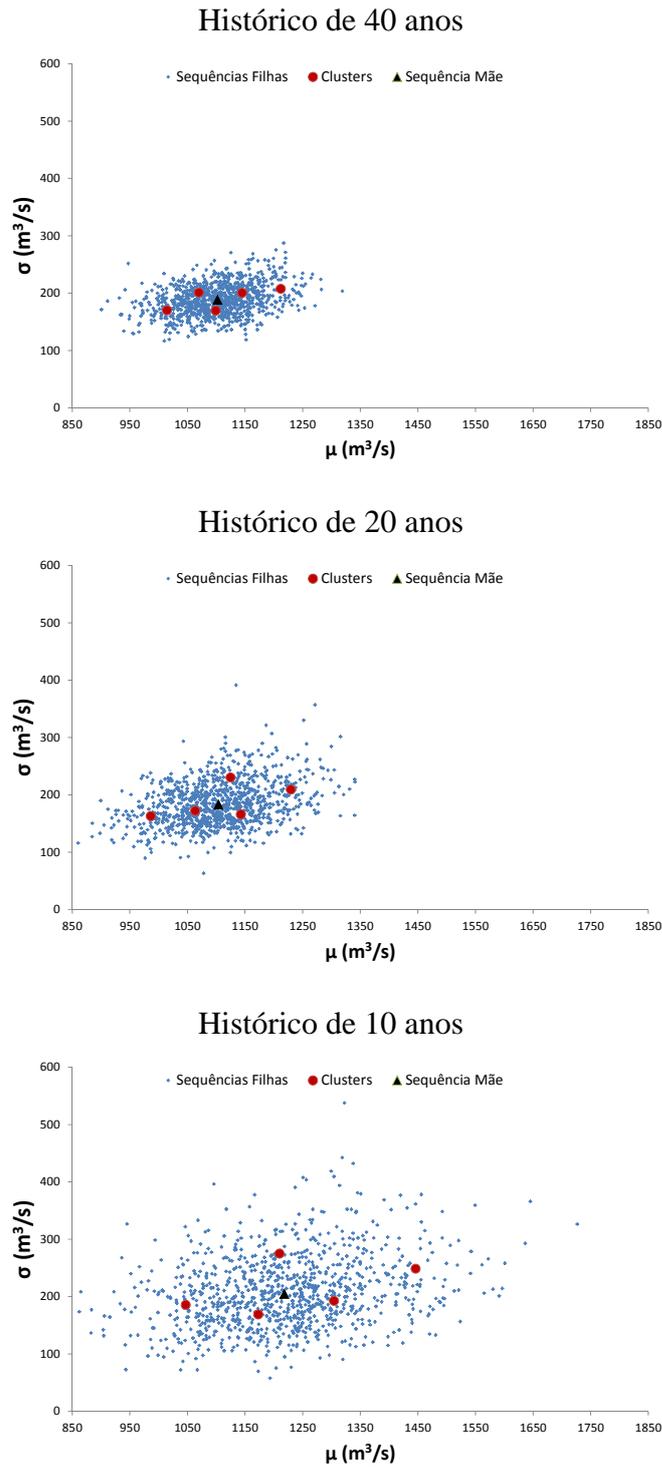


Figura 6-7 – Média e desvio-padrão das Sequências Filhas e dos centroides dos clusters – sensibilidade no tamanho do histórico

Observa-se que quanto menor o tamanho do histórico maior a dispersão entre os parâmetros das séries filhas, ou seja, maior a incerteza dos parâmetros, como era de se esperar.

A política operativa Ω_1 foi calculada para cada conjunto de parâmetros amostrais $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$ e em seguida cada política foi simulada para cada uma das séries geradas a partir dos clusters (Sequência Neta). A figura a seguir apresenta, para cada política Ω_1 calculada uma comparação entre o custo operativo da simulação final considerando as vazões da sequência mãe e o custo operativo resultante das vazões geradas em cada um dos 5 clusters $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m; m = 1 \dots 5\}$.

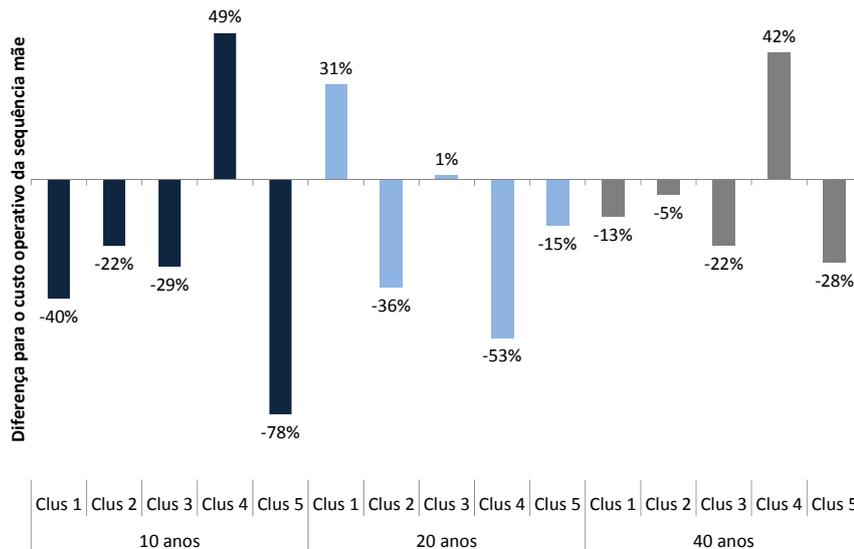


Figura 6-8 – Impacto da incerteza dos parâmetros no custo operativo: sensibilidade no tamanho do histórico

Observa-se que quanto menor o tamanho do histórico maior o impacto da incerteza dos parâmetros.

6.2.2

Política operativa que minimiza o custo operativo médio

Voltamos agora para as análises do Caso Base. O custo médio resultante da ponderação do custo operativo de cada cluster da Figura 6-3, ponderado pelo seu respectivo peso p , representa o custo esperado da operação do despacho hidrotérmico simulada com incerteza nos parâmetros, pois esta simulação representa conjuntamente a incerteza nos parâmetros e a incerteza nas vazões. Este custo ponderado resulta em \$ 40,0 milhões, valor 5,1% menor do que a simulação realizada com séries geradas sem incerteza nos parâmetros. No entanto,

isto não significa que a política Ω_1 calculada sem incerteza nos parâmetros é ótima para o sistema, pois pode haver uma política operativa construída com outro conjunto de parâmetros que resulte em um custo operativo menor.

Para ilustrar esta afirmação, as políticas operativas Ω_m foram calculadas para cada cluster m , com o objetivo de identificar aquela que minimiza o custo operativo da simulação final com incerteza nos parâmetros. Após o cálculo das políticas operativas Ω_m , cada uma foi simulada com os conjuntos de séries dos 5 clusters, e o resultado final é obtido ponderando o custo operativo de cada cluster pelo seu respectivo peso. A figura a seguir compara o valor presente do custo esperado (custo térmico mais custo de déficit) da política Ω_1 com as políticas Ω_m , todas simuladas com incerteza nos parâmetros. Observa-se que nenhuma política Ω_m teve melhor performance que Ω_1 quando se simula o sistema com incerteza nos parâmetros (média ponderada do resultado da simulação final para cada cluster). A política Ω_4 apresentou custo operativo 30,4% maior.



Figura 6-9 – Valor presente do custo operativo total com incerteza nos parâmetros – política calculada para cada cluster

6.2.3

Política operativa com incerteza dos parâmetros

A política operativa foi então recalculada considerando incerteza nos parâmetros a partir de $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m\}$ e em seguida simulada com cada uma das séries geradas a partir dos clusters (Sequências Neta), sendo o resultado final obtido ponderando o custo operativo de cada cluster pelo seu respectivo peso. A

figura a seguir apresenta a comparação do valor esperado dos CMOs para as simulações realizadas. Observa-se que os CMOs resultantes da política com incerteza nos parâmetros são mais bem comportados.

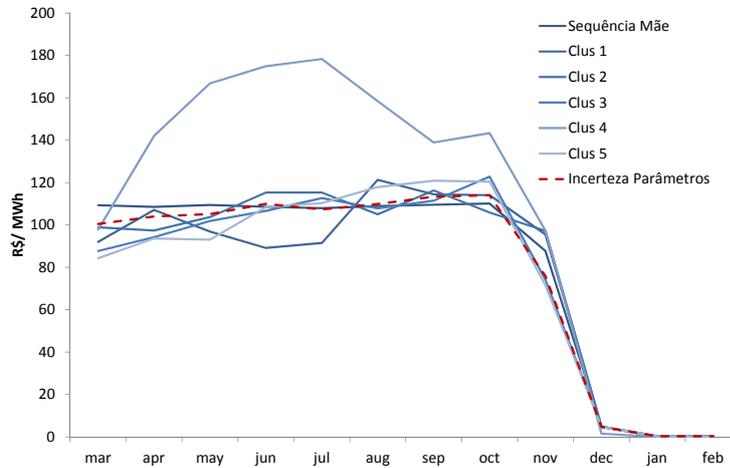


Figura 6-10 – Valor esperado do custo marginal de operação

A figura a seguir compara o valor presente do custo esperado (custo técnico mais custo de déficit).



Figura 6-11 - Valor presente do custo operativo total com incerteza nos parâmetros – política calculada considerando a incerteza nos parâmetros

Observa-se que a incorporação da incerteza dos parâmetros no cálculo da política operativa reduziu os custos operativos em 7,7% com relação à política original Ω_1 , calculada sem incerteza nos parâmetros. Ou seja, considerando os 5

candidatos para valores de população, a política com incerteza é a que minimiza o custo operativo esperado. No entanto, existe apenas um conjunto de parâmetros populacionais. Qual a política que está melhor preparada para estes possíveis valores populacionais?

6.2.4

Política operativa ótima considerando a incerteza dos parâmetros

Um aspecto interessante das simulações com incerteza nos parâmetros é que qualquer vetor de parâmetros pode representar os valores de população. Sendo assim, uma política ótima é aquela que apresenta o melhor comportamento frente aos possíveis valores de população dos parâmetros.

Com o objetivo de analisar a otimalidade da política operativa proposta neste trabalho, calculou-se uma política operativa para cada cluster e realizou-se uma simulação final para cada m Sequências Netas. Este procedimento é equivalente à busca estocástica descrita na seção 3.1.3. A

Tabela 6-4 apresenta a matriz com os resultados. A última coluna mostra o custo operativo médio ponderado pelas probabilidades p_m .

Tabela 6-4 – Matriz de custos operativos (\$ milhões)

		Simulação final					
		Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Média
Política	Cluster 1	36.6	39.9	33.3	60.3	30.6	40.2
	Cluster 2	36.9	39.9	33.3	60.3	30.6	40.2
	Cluster 3	37.0	40.2	32.6	59.8	30.2	40.0
	Cluster 4	49.3	51.4	49.1	59.6	54.4	52.1
	Cluster 5	37.0	40.3	32.7	59.8	30.0	40.0
	Sequência Mãe	36.8	39.9	32.8	59.9	30.4	40.0
	Incerteza parâmetros	36.8	40.0	32.6	59.7	30.1	36.9

Observa-se que para todos os clusters simulados a política ótima é aquela calculada considerando os parâmetros do próprio cluster, como era de se esperar. Estes custos operativos serão considerados o benchmark para cada cluster. A tabela a seguir apresenta a diferença percentual do custo operativo de cada política para o benchmark.

Tabela 6-5 – Diferença para o custo operativo ótimo

		Simulação final				
		Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5
Política	Cluster 1	0.0%	0.2%	2.3%	1.2%	2.1%
	Cluster 2	0.6%	0.0%	2.2%	1.2%	2.1%
	Cluster 3	1.1%	0.8%	0.0%	0.5%	0.8%
	Cluster 4	34.5%	29.1%	50.8%	0.0%	81.4%
	Cluster 5	0.9%	1.1%	0.4%	0.4%	0.0%
	Sequência Mãe	0.5%	0.2%	0.6%	0.5%	1.5%
	Incerteza parâmetros	0.6%	0.4%	0.0%	0.2%	0.5%

Analisando as colunas da tabela, observa-se que a política com incerteza nos parâmetros está entre a segunda e a quarta melhor, das sete políticas utilizadas. Analisando a linhas da tabela observa que o máximo arrependimento (maior desvio com relação ao ótimo) da política com incerteza nos parâmetros foi de 0,6%, enquanto nas outras políticas o máximo arrependimento é superior a 1,1% chegando a 81,4% na política Ω_4 . Conclui-se, portanto, que a política com incerteza nos parâmetros é que minimiza o valor esperado do custo operativo considerando a incerteza dos parâmetros e a que minimiza o máximo arrependimento, analisando como possibilidades de valores populacionais os 5 clusters analisados.

7

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

7.1

Conclusões

Técnicas de otimização baseadas nos modelos PAR(p) têm sido aplicadas com sucesso em modelos de despacho hidrotérmico reais em todo o mundo. Em todas as aplicações, a estimativa dos parâmetros do PAR(p) está baseada no histórico de dados disponível. No entanto, nota-se que os próprios estimadores estão sujeitos à variabilidade, uma vez que estes também são funções de um fenômeno aleatório. Isto significa que, adicionalmente à incerteza das vazões, existe também incerteza nos parâmetros estatísticos que não é capturada nos modelos PAR(p) tradicionais. A existência desta incerteza nos parâmetros significa que há um risco da política operativa hidrotérmica planejada não ser ótima, levando a maiores custos operativos. Por exemplo, aplicando a técnica de bootstrap no histórico de vazões de 1931-2009 para gerar séries sintéticas de vazões com incerteza dos parâmetros (e neste caso na estrutura do modelo PAR(p)), mostra que um sistema planejado para risco de déficit de 3% possui 25% de probabilidade de estar com a segurança de suprimento subestimado. Cabe ressaltar que esta análise é uma subestimativa do impacto da incerteza dos parâmetros, uma vez que o processo de reamostragem considerou independência entre as vazões anuais, o que não é fato estilizado das vazões no Brasil.

Neste trabalho o impacto da incerteza dos parâmetros do modelo PAR(p) foi quantificado em um sistema de menor porte, em um contexto de solução de problema de despacho hidrotérmico estocástico, e seu tratamento foi proposto através do aprimoramento da FCF. Foi mostrado que a incerteza dos parâmetros tem impacto significativo nos custos operativos do sistema e que a incorporação deste fenômeno no cálculo da política permite uma redução de 7% nos custos operativos. Por fim, mostrou-se que a política operativa proposta é a que leva ao menor custo operativo médio para o sistema e a que minimiza o máximo arrependimento.

O trabalho mostrou que, apesar da relação entre oferta e demanda do sistema impactar significativamente o seu custo operativo, o aumento do desequilíbrio estrutural não afeta significativamente o impacto relativo da incerteza dos parâmetros. Foi constatado também que quanto maior o histórico de vazões menor o impacto da incerteza dos parâmetros. Este aspecto é muito importante para o Setor Elétrico Brasileiro, uma vez que muitos postos de vazões possuem histórico de vazões menores que 40 anos.

7.2

Trabalhos futuros

Como extensões e trabalhos futuros, sugere-se:

- Aplicação do modelo proposta na PDDE. O anexo 8 apresenta a formulação para esta aplicação;
- Analisar a otimização dos pesos dos centroides ao invés utilizar as os pesos p_m obtidos da clusterização. Conforme discutido na seção 3.1.3, pode ser interessante que o processo de estimação dos parâmetros (no caso os pesos p_m) seja realizado conjuntamente com a otimização estocástica. O anexo 9 apresenta uma proposta de formulação para esta otimização;
- Analisar o comportamento da incerteza dos parâmetros em uma política operativa considerando aversão ao risco. É possível que haja um viés para dar maior peso para clusters que possuem séries mais secas;
- Analisar o problema da incerteza do parâmetros sob a ótica de otimização robusta;
- Analisar o comportamento da incerteza dos parâmetros para os modelos multivariados, considerando também a incerteza na correlação espacial.

Por fim, ressalta-se que, apesar de, por limitação computacional, a aplicação da metodologia desenvolvida nesta tese para o cálculo de uma política que considera a incerteza dos parâmetros não ser viável em sistemas de grande porte,

como é o caso do Setor Elétrico Brasileiro, o trabalho serve como base e ponto de partida para discussões sobre a melhoria dos modelos de otimização estocástica para despacho hidrotérmico. Porém, isto não impede que as simulações finais dos estudos de planejamento da operação e da expansão sejam realizadas considerando esta incerteza, com o objetivo de: (i) diagnosticar de maneira mais precisa a situação da segurança de suprimento de sistemas hidrotérmicos; (ii) projetar a evolução do despacho hidrotérmico; (iii) projetar a evolução dos preços de energia no mercado de curto prazo.

8 REFERÊNCIAS

- [1] Yakowitz, S., “Dynamic programming applications in water resources”. *Water Resources Research*. 18(4), 673-696, 1982.
- [2] Stedinger, J.R., B.F. Sule, D.P. Loucks, “Stochastic Dynamic Programming Models for Reservoir Operation Optimization”, *Water Resources Research*, 20(11), 1499-1505, 1984.
- [3] Tehada-Guibert, J.A., Johnson, S.A., Stedinger, J.R., “The value of hydrologic information in Stochastic dynamic programming models of a multi-reservoir system”, *Water Resources Research* 31(10), 2571-2579, 1995.
- [4] M.V.F. Pereira and L.M.V.G. Pinto, “Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System – a Decomposition Approach”, *Water Resource Research*, Vol. 21 No 6, 1985.
- [5] M. Pagano, “On periodic and multiple autoregression”, *Annals of Statistics*, Vol. 6, pp. 1310-1317, 1978.
- [6] J. Kelman. “Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos”, vol.1, Capítulo 4, Coleção ABRH, 1987.
- [7] Maceira, M.E.P., Mercio, C.M.V.B., "Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems", 5th International Conference PMAPS - Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Vancouver, Canada, 1997.
- [8] T.G. Siqueira, M. Zambelli, M. Cicogna, M. Andrade, S. Soares, “Stochastic Dynamic Programming for Long Term Hydrothermal Scheduling Considering Different Streamflow Models”, 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, KTH, Stockholm, Sweden – June 11-15, 2006.
- [9] Application of Stochastic Dual DP and Extensions to Hydrothermal Scheduling – PSR TR 012/99 – available at <http://www.psr-inc.com>.

- [10] M. Maceira, V. Duarte, D. Penna, L. Moraes, and A. Melo. Ten years of application of stochastic dynamic dual programming in official and agents studies in Brazil – description of newave program. In Annals of 16th Power Systems Computation Conference.
- [11] L.A. Barroso, S. Granville, G.C. Oliveira, L.M. Thomé, N. Campodónico, M.L. Latorre and M.V.F. Pereira “Stochastic Optimization of Transmission Constrained and Large Scale Hydrothermal Systems in a Competitive Framework”, the IEEE General Meeting, Volume 2, Toronto, Canada, 2003.
- [12] G.C. Oliveira, J.P Costa, “Hydrothermal Scheduling policy Stability under inflow uncertainty”, XIV – Congresso Brasileiro de Automática, 2002.
- [13] B. Efron. “The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans”, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Monograph 38, SIAM, Philadelphia.
- [14] S. Hui, S.E. Chick, “Reducing Parameter Uncertainty for Stochastic Systems”, ACM TOMACS Vol. 16, Iss 1, January 2006.
- [15] K. Staschus, J. Kelman, “Probabilistic Dependable Hydro Capacity: the Benefits of Synthetic Hydrology”, Water Research Operation and Management Workshop, 3, Colorado, July 1988.
- [16] L.A.M. Fortunato, T.A.A. Neto, J.C.R. Albuquerque, M.V.F. Pereira, Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica, ELETROBRÁS/Editora Universitária da UFF, 1990.
- [17] B. Bezerra, A. Veiga, L.A. Barroso, M.V.F. Pereira, “Assessment of Parameter Uncertainty in Autoregressive Streamflow Models for Stochastic Long-term Hydrothermal Scheduling”, IEEE General Meeting, San Diego, Estados Unidos, 2012.
- [18] M.V. Pereira and L.M.V.G. Pinto, “Optimal stochastic operation scheduling of large hydroelectric systems”, International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 11:161-169, 1989.

- [19] M.V. Pereira and L.M.V.G. Pinto, “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”. *Mathematical Programming*, 52:359-375, 1991.
- [20] J.F. Benders, “Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems”, *Numeric Mathematical*, 4:238-252, 1962.
- [21] J.F. Benders, “Solution Methods for Stochastic Dynamic Linear Problems”, Stanford University, Systems Optimization Laboratory, Dept. of Operations Research, Report 80, 1980.
- [22] J. Kelman, “Uso de series sintéticas no planejamento e operações de sistema hidrotérmicos de sistemas hidrotérmicos”, Seminário Latinoamericano de Recursos Hídricos, Medellin, Colômbia, 1987.
- [23] R.L. Darú, J.M. Damázio, F. da S. Costa, M.E.P. Maceira, J. Kelman, “Incorporação da incerteza dos parâmetros na geração de séries sintéticas de vazões através de reamostragem”, *RBE - Caderno de Recursos Hídricos*, v. 10, n. 2, p. 101-129, dez. 1992.
- [24] F. da S. Costa, J. Kelman, J.M. Damázio, “Cálculo do Desvio Padrão de Estimadores de Parâmetros Hidrológicos” VII Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, ABRH, Salvador, 1987.
- [25] J.R. Stedinger, M. R. Taylor, “Synthetic streamflow generation: 2. Effect of parameter uncertainty”, *Water Resources Research.*, 18(4), 919–924, 1982.
- [26] S.J. Burges, D.P. Lettenmaier, “Reliability measures of water supply reservoirs significance of long-term persistence”, *International Symposium on Real-Time Operation of Hydrosystems*, Waterloo, Ont, 1981.
- [27] D.J. Lee, “The effect of parameter uncertainty in stochastic streamflow simulation”, Tese Doutorado, 2009.
- [28] V. Klemes, R. Srikanthan, T.A. McMahon, “Long-memory flow models in reservoir analysis: what is their practical value?” *Wat. Resour. Res.* 17 (3), 737-751, 1981.
- [29] J.R. Stedinger, J.C. Jr. Schaake, “Adding parameter uncertainty to streamflow generation algorithms”, *Department of Environmental Engineering*, Cornell University, Ithaca, N.Y, 1980.

- [30] M. Quenoille, “Approximate tests of correlations in time series”, *J. Roy Statist Soc, Ser. B*, 11, pp 18-81, 1949.
- [31] F.S. Costa, “Aplicada de técnicas estatística de reamostragem em hidrologia”, Tese de mestrado, 1988.
- [32] K.A. Cover, T.E. Umn, “Application of computer intensive statistics to parameter uncertainty in streamflow synthesis”, *Symposia on statistics in honours of professor V. W. Joshi’s 70th Birthday*, University of Western Ontario, Canadá, 1985.
- [33] E.G. Read, “Optimal Operation of Power Systems”, tese de doutorado, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1979.
- [34] J. Birge, and F. Louveaux, “Introduction to Stochastic Programming”, Springer, New York, 1997.
- [35] T.A. Araripe Neto, C.B. Cotia, M.V. F. Pereira, J. Kelman, “Comparison of Stochastic and Deterministic Approaches in Hydrothermal Generation Scheduling”, *IFAC Electric Energy Systems*, 1985.
- [36] A.E. Bryson, Y.C. Ho, “Applied Optimal Control”, John Wiley, 1975.
- [37] A. Gjelsvik, “Stochastic Long-term Optimization in Hydrothermal System”, *EFI Norwegian Research Institute of Electricity Supply*. TR 2669
- [38] S.J. Deng, Y. Shen, H. Sun, “Stochastic Co-optimization for Hydro-Electric Power Generation”, *Power Systems Conference and Exposition*, 2006.
- [39] M.V.F. Pereira, “Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems – An Overview”, *Proceedings of the IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems*, RJ, Brazil, July, 1985.
- [40] Hartigan, J.A., Wong M.A., “A K-Means Clustering Algorithm”, *Applied Statistics*, vol. 28, no.1, pp 100-108, 1979.
- [41] Wang, W. “Stochasticity, nonlinearity and forecasting of streamflow processes”. IOS Press, 2006.
- [42] Demirel, M.C., M.J. Booij, and A. Y. Hoekstra, “Effect of different uncertainty sources on the skill of 10 day ensemble low flow forecasts for

- two hydrological models”, *Water Resour. Res.*, 49,4035–4053, doi:10.1002/wrcr.20294, 2013.
- [43] Vogel, R.M., and J. R. Stedinger, “The value of stochastic streamflow models in overyear reservoir design applications”, *Water Resour. Res.*, 24(9), 1483–1490, doi:10.1029/WR024i009p01483, (1988).
- [44] Tejada-Guibert, J. A., S. A. Johnson, and J. R. Stedinger, “The Value of Hydrologic Information in Stochastic Dynamic Programming Models of a Multireservoir System”, *Water Resour. Res.*, 31(10),2571–2579, doi:10.1029/95WR02172, 1995.
- [45] Steinschneider, S., A. Polebitski, C. Brown, and B.H. Letcher, “Toward a statistical framework to quantify the uncertainties of hydrologic response under climate change”, *Water Resour. Res.*, 48, W11525, doi:10.1029/2011WR011318, 2012.
- [46] Ajami, N.K., Q. Duan, and S. Sorooshian, “An integrated hydrologic Bayesian multimodel combination framework: Confronting input, parameter, and model structural uncertainty in hydrologic prediction”, *Water Resour. Res.*, 43, W01403, doi: 10.1029/2005WR004745, 2007.
- [47] Koskela, J. J., B. W. F. Croke, H. Koivusalo, A.J. Jakeman, T. Kokkonen, “Bayesian inference of uncertainties in precipitation-streamflow modeling in a snow affected catchment”, *Water Resour. Res.*,48, W11513, doi:10.1029/2011WR011773, 2012.
- [48] Raje, D., and R. Krishnan, “Bayesian parameter uncertainty modeling in a macroscale hydrologic model and its impact on Indian river basin hydrology under climate change”, *Water Resour. Res.*, 48, W08522, doi:10.1029/2011WR011123, 2012.
- [49] Renard, B., D. Kavetski, G. Kuczera, M. Thyer, and S.W. Franks, “Understanding predictive uncertainty in hydrologic modeling: The challenge of identifying input and structural errors”, *Water Resour. Res.*, 46, W05521, doi:10.1029/2009WR008328, 2010.

- [50] Thiemann, M., M. Trosset, H. Gupta, and S. Sorooshian, “Bayesian recursive parameter estimation for hydrologic models”, *Water Resour. Res.*, 37(10), 2521–2535, doi:10.1029/2000WR900405, 2001.
- [51] Ebtehaj, M., H. Moradkhani, and H. V. Gupta, “Improving robustness of hydrologic parameter estimation by the use of moving block bootstrap resampling”, *Water Resour. Res.*, 46, W07515, doi:10.1029/2009WR007981, 2010.
- [52] Sharma, A., D.G. Tarboton, and U. Lall, “Streamflow simulation: A nonparametric approach”, *Water Resour. Res.*, 33(2), 291–308, doi:10.1029/96WR02839, 1997.
- [53] Prairie, J., B. Rajagopalan, U. Lall, and T. Fulp, “A stochastic nonparametric technique for space-time disaggregation of streamflows”, *Water Resour. Res.*, 43, W03432, doi: 10.1029/2005WR004721, 2007.
- [54] Abudu, S., Cui, C., King, J. P., Abudukadeer, K., “Comparison of performance of statistical models in forecasting monthly streamflow of Kizil River, China”, *Water Science and Engineering*, 3(3): 269-281, doi:10.3882/j.issn.1674-2370.2010.03.003, 2010.
- [55] Guilhon, L.G.F., “Modelo Heurístico de Previsão de Vazões Naturais Medias Semanais Aplicado a Usina Foz de Areia”. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002.
- [56] Lima, L.M.M., “Modeling and Forecast of Brazilian Reservoir Inflows via Dynamic Linear Models under Climate Change Scenarios”, Tese de doutorado, 2011.
- [57] Fill, H.D. et al, 2001, “Hidrometria Aplicada”, LACTEC, 372 páginas.
- [58] Druce, J., “Insights from a history of seasonal inflow forecasting with conceptual hydrological model”, *J. Hydrol.*, 249, 102-112, 2001.
- [59] Hall, F. R., “Base-flow recessions – a review”. *Water Resorce Research* 4, 973-983.

- [60] Solomatine, D.P., “Data-driven modelling: paradigm, methods, experiences.” Proceedings 5th Int. Conference on Hydroinformatics, Cardiff, UK, 757-763, 2002.
- [61] Karamouz, M., and Zahraie, B., “Seasonal streamflow forecasting using snow budget and El Niño-southern oscillation climate signals: Application to the Salt River Basin in Arizona”. *Journal of Hydrologic Engineering*, 9(6), 523-533. [doi: 10.1061/(ASCE)1084-0699(2004)9:6(523)], 2004.
- [62] Haltiner, J. P., Salas, J. D., “Short-term forecasting of snowmelt runoff using ARMAX models”, *Water Resource Bulletin*, 24 (5), 1988.
- [63] Awadallah, A. and Rousselle, J., “Improving Forecasts of Nile Flood Using SST Inputs in TFN Model.” *J. Hydrol. Eng.*, 5(4), 371–379, 2000.
- [64] Pereira, G. A. A., “Modelagem de séries hidrológicas através de modelos de memória longa”, XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Ubatuba, SP, 2011.
- [65] Tong, H., Lim, K. S., “Threshold autoregression, limit cycles and cyclical data”, *Journal of Royal Statistical Society*, 42(3), 245-292, 1980.
- [66] Shamseldin, A. Y., “Application of a neural network technique to rainfall-runoff modeling”, *Journal of Hydrology*, 199(3-4), 272-294. [doi: 10.1016/S0022-1694(96)03330-6], 1997.
- [67] Hipel, K. W., and McLeod, A. I., “Time Series Modeling of Water Resources and Environmental Systems”, Amsterdam: Elsevier Science, 1994.
- [68] Coulibaly, P., Anctil, F., and Bobée, B., “Daily reservoir inflow forecasting using artificial neural networks with stopped training approach”. *Journal of Hydrology*, 230(3-4), 244-257. [doi:10.1016/ S0022-1694(00) 00214-6], 2000.
- [69] Huang, W., Xu, B., and Chan-Hilton, A., “Forecasting flows in Apalachicola River using neural networks”. *Hydrological Processes*, 18(13), 2545-2564. [doi: 10.1002/hyp.1492], 2004.

- [70] Uvo, C.B., Graham, N.E., “Seasonal runoff forecast for northern South America: a statistical model”, *Water Resource Research*, 34(12), 3515-3524.
- [71] Mahabir, C., Hicks, F.E., “Application of fuzzy logic to forecast runoff”, *Hydrol. Process.*, 17, 3749-3762, 2003.
- [72] Hamilton, James D. “Time Series Analysis”. Princeton University Press, 1994.
- [73] Tangborn, W.V., Rasmussen, L.A., “Hydrology of North Cascades region, Washington – Part 2: A proposed hydrometeorological streamflow prediction method”, *Water Resource Research*, 12(2), 202-216, 1976.
- [74] Fast, B., “Analysis of seasonal inflow volume forecast produced using regression equations”, Operations Control Department, British Columbia Hydro, Canada, 1990.
- [75] Huo, S.Q., Rao, S.Q., Xue, J. G., “Inflow forecast for Sanmen George reservoir of the Yellow River during non-flooding period”, *People’s Yellow River*, 23(12),14-16, 2001.
- [76] Whitaker, D.W., Wasimi, S.A., Islam, S., “The El Niño-Southern Oscillation and long-range forecasting of flows in Ganges, *Int. J. Climat.*, 6, 101-114, 2001.
- [77] Bender, M., Simonovic, S., “Time-series Modeling for Long-Range Streamflow Forecasting”, *J. Water Res. Plan Manag.*, 120 (6), 857-870, 1999.
- [78] Box, G.E.P., Jenkins, G.M., “Time-series analysis: forecasting and control”, San Francisco, Holden-Day, 1976.
- [79] Box, G.E.P, Cox, D.R., “An analysis of transformations”, *Journal fo the Royal Statistical Society, Series B*, 26, 211-252, 1964.
- [80] Pereira, M.V.F., Oliveira, G.C., Costa, C.C.G, Kelman, J., “Stochastic Streamflow Models for Hydroelectric Systems”, *Water Resource Research*, 20(3), 379-390, 1984.

- [81] Ferreira, P.G.C., “A Estocasticidade Associada ao Setor Elétrico Brasileiro e uma Nova Abordagem para a Geração de Afluências via Modelos Periódicos Gama”, Tese de doutorado, Puc-Rio, 2013.
- [82] Fernandez, B., Salas, J.D, “Periodic Gamma Autoregressive Processes for Operation Hydrology”, *Water Resource Research*, 22, 1385-1396, 1986.
- [83] Ferreira, G. C., Oliveira, F. L.C., Souza, R. C., “Autorregressive Periodic Model Applied to Generation of Synthetic Scenarios, Incorporation the Impact of Climate Change Fenomena Through SOI Index”, 10th International Conference on Operation Research, Havana, 2012.
- [84] Maceira, M. E. P., Kelman, J., Damázio, “Utilização de modelos PAR para a simulação e previsão de séries hidrológicas mensais”, VII Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, ABRH, Salvador, 1987.
- [85] Maceira, M.E.P., “Aplicação de modelos PARMA em séries hidrológicas mensais”, dissertação de mestrado, Rio de Janeiro, Brasil, 1987.
- [86] Akaike, H., “Factor Analysis and AIC”, *Psychometrika*, 52(3), pp 317-332, 1987.
- [87] Schwartz, G, “Estimating the Dimension of a Model”, *Annals of Statistics*, Hayward, 6, pp 461-464.
- [88] Lütkepohl, H., “Introduction to Multiple Time Series Analysis”, New York, Springer-Verlag.
- [89] Lund, R., Shao, Q., Basawa, I., “Parsimonious Periodic Time Series Modeling”, *Australian and New Zeland Journal of Statistic*, 48, 33-47, 2006.
- [90] Oliveira, F. C.O, Ferreira, P.G.C, Souza, R.C, “A Parsimonious Bootstrap Method to model Natural Inflow Energy Series”, *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.
- [91] Thomas, H.A., Fiering, M.B., “Mathematical synthesis of stream flow sequences for the analysis of river basis simulation”, *Design of Water Resource*, 1962.

- [92] Mcleod, A.I., "Contributions to applied time series". Dissertação de mestrado, Universidade de Waterloo, Canada, 1974.
- [93] Engle, R., Ng, V., "Measuring and testing the impact of news on volatility", *Journal of Finance*, 1991.
- [94] Charbeneau, R., "Comparison of the two and three parameter lognormal distributions used in streamflow synthesis", *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 1, pp. 149-150, 1978.
- [95] Aristizabal, R.J., "Estimating the Parameters of the Three-Parameter Lognormal Distribution", Dissertação de Mestrado, Florida International University, 2012.
- [96] Yuan, P., "On the Logarithmic Frequency Distribution and semi-Logarithmic Correlation Surface", *Annals of Mathematical Statistics*, 4, 30-74, 1933.
- [97] Limpert, E., Stahel, W., Abbt, M., "Log-Normal Distribution Across the Sciences: Keys and Clues", *51(5)*, 341-352, 2001.
- [98] Prékopa, A., Hou, X., "A stochastic programming model to find optimal sample sizes to estimate unknown parameters in an LP", *Operations Research Letters* 32, 59-67, 2004
- [99] Zouaoui, F., Wilson, J., "Accounting for input model and parameter uncertainty in simulation".
- [100] Antona, G., Davoudi, "Effects of Parameter and Measurement Uncertainties on the Power System WLS State Estimation".
- [101] Bignozzi, V., Tsanakas, A.; "Parameter uncertainty and residual estimation risk", *Journal of Risk and Insurance*, 2004.
- [102] Ledoit, O. and M. Wolf, "Robust performance hypothesis testing with the sharpe ratio", *Journal of Empirical Finance* 15, 850–859, 2008.
- [103] Garlappi, L., R. Uppal, and T. Wang, "Portfolio selection with parameter and model uncertainty: A multi-prior approach" *Review of Financial Studies* 20, 41–81, 2007.

- [104] DeMiguel, V., Martín Luate. “A Parameter Uncertainty in Multiperiod Portfolio Optimization with Transaction Costs”, 2014.
- [105] Costa Júnior, Luiz Carlos da, “Incorporação de Restrições de Confiabilidade ao Problema de Planejamento Ótimo da Expansão de Sistemas Elétricos”, dissertação de mestrado, 2008.
- [106] MCCORMICK, G.P., “Computability of global solutions to factorable nonconvex programs Part I – convex underestimating problems”, *Mathematical Programming*, v. 10, pp 147-175, 1976.
- [107] Kelman, R. – Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos: Eficiência Econômica e Comportamento Estratégico; Dissertação de M.Sc, COPPE/UFRJ, Agosto 1999.
- [108] Chabar, R.M., “Otimização da operação sob incerteza de usinas termelétricas com contratos de combustível com cláusulas de take-or-pay”, Dissertação de M.Sc, PUC-Rio, Agosto 2005.
- [109] S. Takriti, B. Krasenbrink, and L. S.-Y. Wu, “Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem,” *Operations Research*, vol. 48, N° 2, Mar-Apr 200.
- [110] Bezerra, B., Barroso, L.A., Brito, M., Porrua, F., Flach, B., Pereira, M.V.F., “Measuring the Hydroelectric Regularization Capacity of the Brazilian Hydrothermal System”, *IEEE General Meeting*, Mineápolis, Estados Unidos, 2010.
- [111] Thomé, F.S., “Representação de Não-Convexidades no Planejamento da Operação Hidrotérmica Utilizando PDDE”, Tese de DSc, COPPE/UFRJ, Junho de 2013.
- [112] Ennes, M.I. de A., Maceira, M.E.P., Diniz, A.L., Penna, D.D.J., Vasconcellos, C.L.V., “Representação de Subsistemas e Submercados de Forma Diferenciada no Planejamento da Operação Hidrotérmica”, *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Brasília, Outubro de 2013.
- [113] Mejia, J. M. and J. Rousselle, “Disaggregation models in hydrology revisited”, *Water Resources Research*, 12(2), 185-186, 1976.

- [114] Dias, B. H., Marcato, A.L.M., Souza, R.C., Soares, M.P., “Programação Dinâmica Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação do Sistema Elétrico Brasileiro Através do Uso de Processamento Paralelo”, XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bento Gonçalves, Setembro de 2010.
- [115] Ávila, P., Bezerra, B., Barroso, L. A., Granville, S., Pereira, M. V., “Cálculo da Garantia Física Total do Sistema Considerando Restrições de Aversão ao Risco na Política Operativa”, Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Brasília, Outubro de 2013.
- [116] EPE, “Estudos para Licitação da Expansão da Geração – Garantia Física de Empreendimentos Hidroelétricos”, No EPE-DEE-RE-075/2010-r2, Novembro de 2010.
- [117] Bertsekas, D.P. e Tsitsiklis, J.N., “Neuro-dynamic programming”, Belmont, MA: Athena Scientific, 1996.
- [118] Haykin, S., “Neural Networks: A Comprehensive Foundation”, Prentice Hall, 1999.
- [119] Lai, G. , Margot, F. , e Secomandi, N., “An Approximate Dynamic Programming Approach to Benchmark Practice-Based Heuristics for Natural Gas Storage Valuation,” *Operations Research*, vol. 58, no. 3, pp. 564–582, Jun. 2010.
- [120] Xi, X., e Sioshansi, R., “A Stochastic Dynamic Programming Model for Co-optimization of Distributed Energy Storage,” *Management Science*, pp. 1–20, 2011.
- [121] Shapiro, A., “Monte Carlo sampling methods”, *Stochastic Programming, Handbook in Operations Research & Management Science*, Vol. 10. North-Holland, Amsterdam, 353-425, 2003.
- [122] Rockafellar, R. T. e Uryasev. S., “The fundamental risk quadrangle in risk management, optimization, and statistical estimation. *Surveys in Operations Research and Management, Science* 18(1):33-53, 2013.

- [123] Rockafellar, R.T., Uryasev, S., e Zabarankin, M., “Risk tuning with generalized linear regression”, *Math. of Operations Research* 33 (3), 712-729, 2008.
- [124] Powell, W. B., “Clearing the Jungle of Stochastic Optimization”, In *INFORMS Tutorials in Operations Research*, Published online; 109-137, 27 Oct 2014.

9

Anexo – Trabalhos futuros: modelagem da incerteza dos parâmetros na PDDE

9.1

Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

A PDE tem sido amplamente utilizada para determinar o despacho hidrotérmico. A limitação da metodologia é a necessidade de enumerar todas as combinações de estados operativos, o que significa que o tamanho do problema cresce exponencialmente com o número de usinas com reservatório e com o número de afluências anteriores. Por exemplo, considerando 10 estados de armazenamento, dependência temporal de ordem 6 – PAR(6), 20 aberturas e 4 usinas com reservatório, o espaço de estados possui dimensão $10^4 * 20^6$, o que é intratável computacionalmente.

Existem técnicas para acelerar a metodologia da PDE, como, por exemplo, a utilização do algoritmo de feixos convexos descrito em [114], mas normalmente as aplicações envolvem sistemas com poucos reservatórios e sem dependência temporal.

Uma técnica utilizada em alguns países para reduzir a dimensionalidade do problema é a modelagem do sistema através da agregação de usinas de uma mesma bacia hidrográfica ou de um mesmo subsistema elétrico em uma usina equivalente, que representa a capacidade energética agregada do conjunto de usinas. No caso do Sistema Elétrico Brasileiro, por exemplo, as 120 hidrelétricas são agregadas em 4 usinas equivalentes, uma para cada subsistema (Sudeste/Centro-oeste, Sul, Nordeste e Norte). Para uma discussão sobre a agregação por subsistema comparada com agregação por bacia hidrológica ver [112].

Uma abordagem alternativa para a redução da dimensionalidade do problema surgiu em 1985 com a Programação Dinâmica Dual Estocástica [4][18][19]. Esta metodologia utiliza a técnica da decomposição de Benders [20][21] para aproximar a função de custo futuro através das variáveis duais da

restrição de balanço hídrico, ou seja, do valor da água π_h da restrição (3-15)b. Em outras palavras, a interpolação dos estados visitados é realizada através de uma função linear por partes, onde a inclinação de cada reta é o π_h . Como resultado, a PDDE não requer que todos os estados sejam visitados, reduzindo assim dimensionalidade do problema.

O procedimento da PDDE está ilustrado na Figura 9-1. Após o cálculo do custo operativo do despacho de 1 estágio para um dado estado, calcula-se um segmento de reta cuja inclinação é o π_h . Sendo mais preciso, devido à característica estocástica do problema, o custo operativo é obtido pelo valor esperado dos custos das aberturas e a inclinação da reta é a média dos valores da água do problema resolvido em cada abertura.

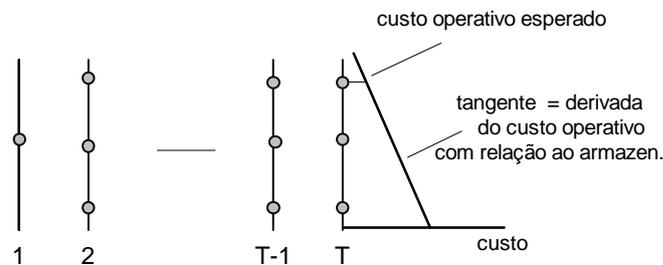


Figura 9-1 – Cálculo do primeiro segmento da FCF por PDDE

Em seguida o processo de cálculo do custo operativo e das tangentes da superfície de custo futuro é repetido para cada estado de armazenamento no estágio T. O resultado final é uma superfície linear por partes, que representa a FCF $\alpha_T(v_T)$ para o estágio T-1, como mostrado na Figura 9-2.

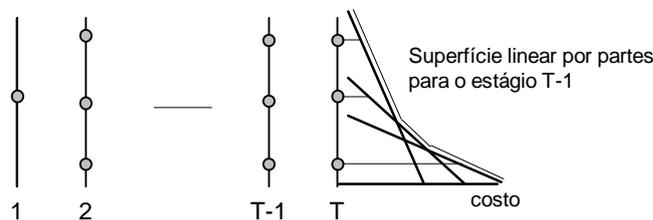


Figura 9-2 – FCF Linear por partes para o Estágio T-1

Matematicamente, a representação da FCF como linear por partes equivale a incluir as seguintes restrições no problema (3-15), também conhecidas como cortes de Benders:

$$\alpha_{t+1}^l \geq \sum_{i=1}^I \pi_{h,t+1,i}^p (V_{t+1,i} + A_{t+1,i}^l) + \delta_{t+1}^p \quad \forall l \forall p \quad (9-1)$$

9.2

Incorporação da incerteza dos parâmetros na Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

A formulação proposta neste trabalho também pode ser incorporada na Programação Dinâmica Dual Estocástica. Para isso basta replicar os cortes de Benders da função de custo futuro para cada m modelo estocástico utilizado. Apresenta-se abaixo a formulação da PDDE de 1 estágio com incerteza nos parâmetros. A equação (9-2) (i) substitui a equação (8-1) da formulação original.

$$\alpha_t(V_t, A_t) = \quad \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \sum_{m=1}^M p_m \omega_{t+1}^m \quad (9-2)$$

Sujeito a:

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad (a)$$

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad (b)$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (c)$$

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (e)$$

$$(A_{t+1,i}^{ml} - \mu_{t+1,i}^m) / \sigma_{t+1,i}^m = \rho_{t+1,i}^m (A_{ti} - \mu_{ti}^m) / \sigma_{ti}^m + \sqrt{1 - \rho_t^2} \xi_{ti}^l \quad \forall m \forall l \forall i \quad (f)$$

$$\alpha_{t+1}^l (V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \forall m \quad (g)$$

$$\omega_{t+1}^m = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \alpha_{t+1}^{ml} \quad (h)$$

$$\alpha_{t+1}^{ml} \geq \sum_{i=1}^I \pi_{h,t+1,i}^p (V_{t+1,i} + A_{t+1,i}^{ml}) + \delta_{t+1}^p \quad \forall l \forall p \quad (i)$$

10

Anexo – Trabalhos futuros: otimização dos pesos dos "clusters" de modelos estocásticos

Conforme discutido na seção 5.2, no problema (9-2) as funções de custo futuro ω_{t+1}^m de cada modelo estocástico são ponderadas na função objetivo pelo peso p_m de cada cluster. Apresenta-se neste anexo uma formulação para otimizar estes pesos com o objetivo de reduzir o custo operativo do sistema.

10.1

Otimização dos pesos dos "clusters"

Esta abordagem tem como objetivo $\min_{\{p_m\}} z(\{p_m\})$, onde z é o valor ótimo do custo operativo quando se calcula a política para os M modelos estocásticos de vazões. Propõe-se a utilização de um esquema de decomposição de Benders [20][21] em dois estágios, onde primeiramente é tomada a decisão do conjunto de M pesos candidatos e em seguida calcula-se a política operativa e a simulação final do sistema, gerando-se cortes para a primeira etapa. A abordagem é similar à utilização de cortes de Benders para resolver o problema da expansão da geração [105]. No primeiro estágio deste problema define-se um conjunto de candidatos para a expansão (módulo de investimento), e no segundo estágio a política e a simulação final são realizadas para gerar cortes para o módulo de investimento.

A otimização dos pesos dos clusters permite identificar se há reduções no custo operativo do sistema quando aumenta-se, por exemplo, a importância dos cenários de vazão mais severos.

10.2

Não-convexidade da função objetivo

Seja $f(x)$ uma função convexa em (x) e X um conjunto convexo $\delta(x) + (1 - \delta)(x)$. Nesta caso a função $f(x)$ é dita convexa se:

$$\delta f(x_1) + (1 - \delta)f(x_2) \geq f(\delta x_1 + (1 - \delta)x_2)$$

A aplicação da técnica de decomposição de Benders, que é uma extrapolação linear nos pontos de interesse de uma função, exige convexidade da função objetivo. Isto ocorre porque a utilização de variáveis duais de problemas não-convexos para realizar extrapolações lineares podem resultar em hiperplanos que cortam a região viável do problema, tornando o problema subótimo.

Apesar da função objetivo ser convexa com relação a parâmetros no lado direito das restrições, como é o caso de V_t e A_{t-1} , ela é côncava com relação aos pesos $\{p_m\}$ na função objetivo.

$$\alpha_t(V_t, A_t) = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \sum_{m=1}^M p_m \omega_{t+1}^m$$

Além disto, cada peso p_m multiplica uma variável de decisão, ω_{t+1}^m , e este produto é não convexo.

A proposta nesta tese é levar $\{p_m\}$ para o lado direito das restrições e transformar os produtos em somas. Isto é feito da seguinte maneira:

- Represente cada produto $p_m \omega_{t+1}^m$ por uma nova variável $z_{t+1,m}$.
- Adicione as seguintes equações: $y_m = p_m$, onde y_m é uma nova variável escalar.
- Adicione as seguintes equações: $z_{t+1,m} = \omega_{t+1}^m \times y_m$.

O problema modificado é mostrado a seguir:

$$\alpha_t(V_t, A_{t-1}) = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \sum_{m=1}^M z_{t+1,m} \quad (10-1)$$

Sujeito a:

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad (a)$$

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad (b)$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (c)$$

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (e)$$

$$(A_{t+1,i}^{ml} - \mu_{t+1,i}^m) / \sigma_{t+1,i}^m = \rho_{t+1,i}^m (A_{ti} - \mu_{ti}^m) / \sigma_{ti}^m + \sqrt{1 - \rho_t^2} \xi_{ti}^l \quad \forall m \forall l \forall i \quad (f)$$

$$\alpha_{t+1}^l (V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \forall m \quad (g)$$

$$\omega_{t+1}^m = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \alpha_{t+1}^{ml} \quad (h)$$

$$y_m = p_m \quad \forall m \quad (i)$$

$$z_{t+1,m} = \omega_{t+1}^m \times y_m \quad \forall m \quad (j)$$

Observa-se que p_m está do lado direito de uma equação linear. Portanto, o valor ótimo da função objetivo será uma função convexa dos custos operativos, como desejado. Observa-se também que o “preço” desta transformação foi introduzir um produto de variáveis nas restrições, $z_{t+1,m} = \omega_{t+1}^m \times y_m$.

10.3

Alternativas para convexificação da função objetivo

Apresenta-se a seguir duas alternativas para a convexificação da função objetivo.

10.3.1

McCormick

A primeira alternativa é a substituição da função não-convexa pelo modelo de envelope de McCormick [106] com a inclusão das seguintes restrições no problema (10-1):

$$z_{t+1,m} \geq \omega_{t+1}^m \cdot \bar{p}_m + \bar{\omega}_{t+1}^m \cdot y_m - \bar{\omega}_{t+1}^m \cdot \bar{p}_m \quad \forall m$$

$$z_{t+1,m} \geq \omega_{t+1}^m \cdot \underline{p}_m + \underline{\omega}_{t+1}^m \cdot y_m - \underline{\omega}_{t+1}^m \cdot \underline{p}_m \quad \forall m$$

$$z_{t+1,m} \leq \omega_{t+1}^m \cdot \bar{p}_m + \underline{\omega}_{t+1}^m \cdot y_m - \underline{\omega}_{t+1}^m \cdot \bar{p}_m \quad \forall m$$

$$z_{t+1,m} \leq \omega_{t+1}^m \cdot \underline{p}_m + \bar{\omega}_{t+1}^m \cdot y_m - \bar{\omega}_{t+1}^m \cdot \underline{p}_m \quad \forall m$$

Onde $[\underline{p}_m, \bar{p}_m]$ é o intervalo de variação do peso m .

10.3.2

Transformação logarítmica

A segunda alternativa consiste em utilizar os multiplicadores de Lagrange das equações $\{y_m = p_m\}$ e representar os produtos $z_{t+1,m} = \omega_{t+1}^m \times y_m$ por variáveis inteiras. Apresenta-se a seguir a formulação resultante.

$$L_{t+1}(V_t, A_{t-1}, \lambda) = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \sum_{m=1}^M z_{t+1,m} + \sum_{j=1}^J \lambda_m (y_m - p_m) \quad (10-2)$$

Sujeito a:

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad (a)$$

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad (b)$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (c)$$

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (e)$$

$$(A_{t+1,i}^{ml} - \mu_{t+1,i}^m) / \sigma_{t+1,i}^m = \rho_{t+1,i}^m (A_{ti} - \mu_{ti}^m) / \sigma_{ti}^m + \sqrt{1 - \rho_t^2} \xi_{ti}^l \quad \forall m \forall l \forall i \quad (f)$$

$$\alpha_{t+1}^l (V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \forall m \quad (g)$$

$$\omega_{t+1}^m = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \alpha_{t+1}^{ml} \quad (h)$$

$$\log(z_{t+1,m}) = \log(\omega_{t+1}^m) + \log(y_m) \quad \forall m \quad (i)$$

As funções logarítmicas da restrição (10-2)(i) podem ser aproximadas por funções côncavas lineares por parte com a introdução de variáveis inteiras binárias, conforme descrito em [107]. Desta maneira o problema passa a ser de programação mixta (linear-inteira).