



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  
Escola Politécnica

# **PROGRESSIVE HEDGING APLICADO AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE EXPANSÃO DE EQUIPAMENTOS DE SUPORTE DE POTÊNCIA REATIVA**

Igor Henrique Felix de Carvalho

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores: Karen Caino de Oliveira Salim  
Ricardo Cunha Perez

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2017

PROGRESSIVE HEDGING APLICADO AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE  
EXPANSÃO DE EQUIPAMENTOS DE SUPORTE DE POTÊNCIA REATIVA

Igor Henrique Felix de Carvalho

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE  
ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Examinada por:

---

Prof. Karen Caino de Oliveira Salim

---

Prof. Djalma Mosqueira Falcão

---

Ricardo Cunha Perez

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JANEIRO de 2017

Henrique Felix de Carvalho, Igor

Progressive Hedging aplicado ao problema de planejamento de expansão de equipamentos de suporte de potência reativa. / Igor Henrique Felix de Carvalho – Rio de Janeiro: UFRJ/ ESCOLA POLITÉCNICA, 2017.

V, 45 p.: il.,; 29,7 cm

Orientadores: Karen Caino de Oliveira Salim, Ricardo Cunha Perez

Projeto de Graduação – UFRJ/POLI/ Curso de Engenharia Elétrica, 2017

Referências Bibliográficas: p. 44-45

1. Planejamento de Expansão de Equipamentos de Suporte de Potência Reativa. 2. Progressive Hedging 3. Fluxo de Potência Ótimo.

I. Caino de Oliveira Salim, Karen *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Curso de Engenharia Elétrica. III. Progressive Hedging aplicado ao problema de planejamento de expansão de equipamentos de suporte de potência reativa.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à toda minha família, principalmente aos meus pais, Denise Felix, José Carlos de Carvalho, Isaías Barroco e Quênia Baptista, que sempre deram seu máximo para que uma boa formação acadêmica me fosse concebida, além de toda educação e lições de vida que me ensinaram.

Gostaria de agradecer duplamente ao Mario Veiga Pereira, primeiramente por ter me dado a grande oportunidade de trabalhar na PSR e por ter sido a grande mente brilhante que motivou o desenvolvimento de toda pesquisa elaborada nesta monografia. Agradeço ao Ricardo Cunha Perez por ter sido uma peça fundamental para a continuidade da presente pesquisa, e também, por toda sua atenção e orientação ao longo do desenvolvimento da mesma. Agradeço à Maria de Luján Latorre e ao Sergio Granville por toda ajuda, atenção e orientação que me proveram, principalmente com a parte de modelagem matemática do problema analisado nesta monografia. Gostaria de agradecer também ao demais companheiros de trabalho que, mesmo de forma indireta, contribuíram para meu crescimento profissional e, conseqüentemente, para o desenvolvimento deste trabalho.

Gostaria de agradecer à Daniela Bayma, Guilherme Freire, Lucas Okamura, Gabriel Longhi, Lucas de Souza Khenayfis, Felipe Lucas Nazaré, Leonardo Catalani, Vinícius Landeira e à todos os meus colegas da faculdade, por todo conhecimento compartilhado, todos os momentos de divertimento dentro e fora da faculdade e por todo apoio ao longo dos períodos que se passavam. Agradecimento em especial àqueles que muitas vezes trabalharam em grupo comigo para fins acadêmicos, sempre extremamente comprometidos e responsáveis com suas devidas tarefas.

Agradeço também à todos os professores que contribuíram para minha formação acadêmica, com um agradecimento especial à minha orientadora Karen Salim, por ter demonstrado atenciosa, solícita e bastante comprometida em me ajudar na conclusão deste trabalho.

Por fim, gostaria de agradecer aos meus amigos do ensino médio, aos meus amigos do intercâmbio, à minha namorada Gabriella e à todas as demais pessoas que, de forma direta ou indireta, também contribuíram para a realização deste trabalho e também para minha conclusão do curso de Engenharia Elétrica pela UFRJ.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica / UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

## **Progressive Hedging Aplicado ao Problema de Planejamento de Expansão de Equipamentos de Suporte de Potência Reativa**

Igor Henrique Felix de Carvalho

Janeiro/2017

Orientadora: Karen Caino de Oliveira Salim

Co-orientador: Ricardo Cunha Perez

Curso: Engenharia Elétrica

A origem do problema da expansão de sistemas elétricos reside na necessidade de novos investimentos nos sistemas de geração e transmissão necessários para enfrentar o crescimento de demanda e cumprir com os critérios de planejamento. Adicionalmente, para um fornecimento adequado de potência reativa através da rede elétrica, é necessária uma alocação adequada de equipamentos de suporte reativo nas barras do sistema de potência, visando manter os níveis de tensão variando em um intervalo aceitável e ao mesmo tempo garantir uma operação do sistema com segurança. Para isso, é preciso fazer uma análise estática da expansão de potência reativa do sistema, que tem como objetivo resolver um problema de otimização não linear e não convexo de fluxo de potência.

Devido à alta complexidade do problema, sendo que, o mesmo apresenta um número excessivamente grande de variáveis, as ferramentas de programas comerciais voltados para planejamento de geração e transmissão atuais dependem de heurísticas para encontrar soluções potencialmente robustas e economicamente eficientes para o sistema de potência analisado. Dado que a solução atual do problema é a superposição dos investimentos em equipamentos *shunt* contemplando diferentes configurações de geração e demanda da mesma rede, qualquer redução de investimento obtida com a aplicação de um método que acople as decisões tomadas nessas diferentes configurações já pode resultar em grandes economias.

Portanto, é proposta a aplicação do método de decomposição *Progressive Hedging* no problema de planejamento da expansão de equipamentos de suporte reativo, com o objetivo de obter uma redução no montante total investido para sistemas elétricos de potência.

Palavras-chave: *Progressive Hedging*, Potência Reativa, Planejamento de Expansão, Programação Não Linear, Otimização.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

## **Progressive Hedging Applied to the Problem of Expansion Planning of Reactive Power Equipment.**

Igor Henrique Felix de Carvalho

Janeiro/2017

Avisor: Karen Caino de Oliveira Salim

Co-advisor: Ricardo Cunha Perez

Course: Electrical Engineering

The origin of electric power systems expansion problem is based on new investments necessity on generation and transmission systems due to constant load growth in order to fulfill the expansion plan predicted. Also, to adequately provide reactive power through the electric network, it is necessary an adequate shunt equipment allocation equipment This must be done in order to keep voltage magnitude levels between acceptable boundaries, which guarantees a safe operation of the system. To do so, it is necessary to make an reactive power expansion analysis of the system which consists in solving a non-linear and non-convex power flow optimization problem.

Due to problem's high complexity aforementioned, which has a large number of variables, the state of art commercial software tools used for generation and transmission planning are still in need of using heuristics to generate potentially robust and economically efficient solutions for the system analyzed. Once the state of art solution is based on a superposition of the expansion plans found in each scenario, any investment cost reduction due to an application of a method considering all the scenarios can result in huge savings.

Therefore, in the present work, it is proposed the application of the decomposition method called Progressive Hedging to the problem of expansion planning of reactive power equipment. The main goal is to obtain cost reductions on reactive investment plans for electric power systems.

*Keywords:* Progressive Hedging, Reactive Power, Expansion Planning, Nonlinear programming, Optimization.

## SUMÁRIO

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | INTRODUÇÃO.....   | 1  |
| 1.1   | Considerações iniciais.....                                     | 1  |
| 1.2   | Objetivo e relevância do tema.....                              | 1  |
| 1.3   | Metodologia e organização do trabalho.....                      | 2  |
| 2     | CONCEITOS BÁSICOS.....  | 4  |
| 2.1   | Potência em circuitos de corrente alternada.....                | 4  |
| 2.2   | Equipamentos de suporte de potência reativa.....                | 6  |
| 2.2.1 | Gerador.....  | 7  |
| 2.2.2 | Compensador síncrono.....                                       | 8  |
| 2.2.3 | Banco de capacitores ou de reatores.....                        | 8  |
| 2.2.4 | Compensador estático (CER).....                                 | 10 |
| 2.2.5 | Tap de transformador.....                                       | 11 |
| 2.3   | Potência reativa vs. tensão nas barras.....                     | 11 |
| 3     | MODELO MATEMÁTICO.....  | 14 |
| 3.1   | Equações matemáticas do problema de otimização.....             | 14 |
| 3.1.1 | Custo mínimo de potência reativa injetada nas barras.....       | 15 |
| 3.1.2 | Custo mínimo de investimento em fontes de potência reativa..... | 17 |
| 3.1.3 | Penalização por desvio médio quadrático.....                    | 18 |
| 3.2   | Limites operacionais.....                                       | 19 |
| 4     | PROGRESSIVE HEDGING.....  | 21 |
| 4.1   | Um método de decomposição horizontal.....                       | 21 |
| 4.2   | Algoritmo.....  | 21 |
| 4.3   | Penalização.....  | 23 |
| 4.4   | Convergência do PH.....   | 24 |
| 4.5   | Heurísticas para aceleração de convergência.....                | 25 |
| 5     | O TRABALHO DESENVOLVIDO.....                                    | 26 |
| 5.1   | Script em python.....   | 26 |
| 5.2   | Heurísticas e premissas.....                                    | 27 |
| 5.2.1 | Escolha da penalização.....                                     | 27 |
| 5.2.2 | Heurísticas de fixação de decisões.....                         | 27 |
| 5.3   | Sistema IEEE 24 barras.....                                     | 29 |
| 6     | RESULTADOS.....   | 32 |
| 6.1   | Análise de variação da penalização.....                         | 32 |
| 6.2   | Análise de heurística de fixação de decisões.....               | 36 |

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 6.3 | Tempo computacional vs. qualidade de solução ..... | 39 |
| 6.4 | O plano de expansão .....                          | 40 |
| 7   | CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                         | 42 |
|     | BIBLIOGRAFIA.....                                  | 44 |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Modelo representando um gerador conectado a uma barra de um SEP [11].....                          | 7  |
| Figura 2 - Rotor de uma das unidades geradoras da hidrelétrica de Itaipu [16].....                            | 7  |
| Figura 3 - Compensador Síncrono WEG [17].....   | 8  |
| Figura 4 – Modelo representando um reator shunt conectado a uma barra de um SEP [15].                         | 9  |
| Figura 5 - Modelo representando um capacitor shunt conectado a uma barra de um SEP [15].                      | 9  |
| Figura 6 - Banco de reatores dentro de uma subestação [18].....   | 9  |
| Figura 7 - Banco de capacitores da IESA [19].   | 10 |
| Figura 8 - Modelo representando um compensador estático de capacitor fixo [20] .                              | 10 |
| Figura 9 - Modelo representando um compensador estático de capacitor chaveado a tiristores [20] .             | 11 |
| Figura 10 – Compensador Estático Síncrono[21].....  | 11 |
| Figura 11 - Circuito Exemplo [23].  | 12 |
| Figura 12 - Diagrama Fasorial do Circuito Exemplo [23].   | 12 |
| Figura 13 – Notação da variável.....  | 22 |
| Figura 14 - Matriz 2x2 com as variáveis na notação adotada.   | 27 |
| Figura 15 - Diagrama unifilar do sistema didático de 24 barras do IEEE [31].                                  | 30 |
| Figura 16 - Reduções de montante para as 6 diferentes métricas propostas de atualização da penalização.       | 32 |
| Figura 17 - Reduções de montante para métricas de penalização fixa.   | 33 |
| Figura 18 - Reduções de montante para métricas de penalização com atualização variável.                       | 33 |
| Figura 19 - Métricas proporcionais ao custo do agente $k$ .   | 34 |
| Figura 20 - Métricas proporcionais ao quadrado do custo do agente $k$ .                                       | 35 |
| Figura 21 - Métricas proporcionais ao cubo do custo do agente $k$ .   | 35 |
| Figura 22 - Redução percentual de montante fixando decisões na média.   | 36 |
| Figura 23 – Zoom nas decisões finais para $\mu = 0$ e $\mu = 1$ .   | 37 |
| Figura 24 - Redução percentual de montante fixando decisões no máximo encontrado. ....                        | 37 |
| Figura 25 - Redução percentual de montante fixando decisões na média sem aumento de montante.                 | 38 |
| Figura 26 - Redução percentual de montante fixando decisões no máximo encontrado sem aumento de montante..... | 39 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 - Custos dos módulos de capacitores e reatores shunts de acordo com a ANEEL.  | 31 |
| Tabela 2 - Parâmetros adotados para a execução do método. ....   | 32 |
| Tabela 3 - Resumo de resultados referentes à análise de fixação de decisões na média. ....                                     | 39 |
| Tabela 4 - Resumo de resultados referentes à análise de fixação de decisões no máximo. .                                       | 39 |
| Tabela 5 - Investimentos em injeção de potência ativa [MVAr] oriunda de bancos de capacitores para cada barra do sistema. .... | 40 |
| Tabela 6 - Resumo comparativo dos planos de expansão. ....   | 41 |

## LISTA DE ABREVIATURAS

|   |   |
|---|---|
| SEP                                     | Sistema Elétrico de Potência  |
| PH                                      | Progressive Hedging   |
| S                                       | Conjunto de Configurações da Rede (Cenários)                        |
| PSR                                     | Power System Research   |
| <i>rms</i>                              | Root Mean Square  |
| $ca_{rk}/ca_{ck}$                       | Custo de injeção e potência reativa (reativa/capacitiva) na barra k |
| $qa_{rk}/qa_{ck}$                       | Injeção de potência (reativa/capacitiva) na barra k                 |
| $\overline{qa}_{rk}/\overline{qa}_{ck}$ | Máxima injeção de potência (reativa/capacitiva) na barra k          |
| N                                       | Conjunto de barras existentes no sistema                            |
| $P_{gk}$                                | Geração de potência ativa na barra k                                |
| $\underline{P}_{gk}$                    | Mínima geração de potência ativa na barra k                         |
| $\overline{P}_{gk}$                     | Máxima geração de potência ativa na barra k                         |
| $P_{lk}$                                | Carga ativa na barra k  |
| $P_{jk}$                                | Fluxo de potência ativa no circuito (j,k)                           |
| $P_{kj}$                                | Fluxo de potência ativa no circuito (k,j)                           |
| $Q_{gk}$                                | Geração de potência reativa na barra k                              |
| $\underline{Q}_{gk}$                    | Mínima geração de potência reativa na barra k                       |
| $\overline{Q}_{gk}$                     | Máxima geração de potência reativa na barra k                       |
| $Q_{lk}$                                | Carga reativa na barra k  |
| $Q_{jk}$                                | Fluxo de potência reativa no circuito (j,k)                         |
| $Q_{kj}$                                | Fluxo de potência reativa no circuito (k,j)                         |
| $v_{k/j}$                               | Módulo da tensão na barra k/j                                       |
| $\underline{v}_k$                       | Limite mínimo de tensão na barra k                                  |
| $\overline{v}_k$                        | Limite máximo de tensão na barra k                                  |
| $\theta_{k/j}$                          | Ângulo da tensão na barra k/j                                       |
| $\varphi_{k/j}$                         | Ângulo de defasagem no circuito (k,j)                               |
| $\underline{\varphi}_{k/j}$             | Ângulo de defasagem mínimo no circuito (k,j)                        |
| $\overline{\varphi}_{k/j}$              | Ângulo de defasagem máximo no circuito (k,j)                        |
| $t_{k/j}$                               | <i>Tap</i> do transformador do circuito (k,j)                       |
| $\underline{t}_{k/j}$                   | Limite mínimo do <i>tap</i> do transformador do circuito (k,j)      |
| $\overline{t}_{k/j}$                    | Limite máximo do <i>tap</i> do transformador do circuito (k,j)      |
| $b_{k/j}$                               | Susceptância série do circuito (k,j)                                |
| $g_{k/j}$                               | Condutância série do circuito (k,j)                                 |
| $bs_{kj}$                               | Susceptância <i>shunt</i> do circuito (k,j)                         |

|   |   |
|---|---|
| $ci_{rk}/ci_{ck}$                       | Custo de investimento em equipamentos de suporte de reativo na barra k                  |
| $qi_{rk}/qi_{ck}$                       | Investimento em suporte de reativo (reator/capacitor) na barra k                        |
| $\overline{qi}_{rk}/\overline{qi}_{ck}$ | Capacidade máxima de investimento de equipamentos de suporte de reativo na barra k      |
| $qi_{rk}^0/qi_{ck}^0$                   | Investimento de referência em suporte de reativo (reator/capacitor) na barra k          |
| $\rho_{rk}/\rho_{ck}$                   | Penalização para desvio de valor de referência (para reatores e capacitores na barra k) |
| $qs_{rk}/qs_{ck}$                       | Consumo ou injeção de reativo na operação da barra k                                    |
| $\Gamma$                                | Conjunto de barras candidatas   |
| $P_{gslack}$                            | Geração de potência ativa na barra de referência ( <i>Slack</i> )                       |
| $b_{ck}/b_{rk}$                         | Controle de <i>shunt</i> (indutor/capacitor) na barra k                                 |
| $\overline{S}_{kj}$                     | Potência Aparente Máxima fluindo no circuito (k,j)                                      |
| PPNL                                    | Problema de Programação Não-Linear  |
| $c_i^s$                                 | Custo para a variável de decisão para a iteração i e cenário s                          |
| $x_i^s$                                 | Variável de decisão para a iteração i e cenário s                                       |
| $\rho_i$                                | Penalização para a iteração i   |
| $Pr(s)$                                 | Vetor de probabilidade de ocorrência de cada cenário                                    |
| td                                      | Desvio médio normalizado (por cenário)  |
| VE                                      | Valor Esperado  |

# 1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo tem como objetivo contextualizar o leitor sobre o problema da expansão de sistemas elétricos de potência com enfoque na expansão de equipamentos *shunt*, apresentando o estado da arte das ferramentas de planejamento energético, o objetivo do trabalho, a motivação para a realização do mesmo e a relevância do tema proposto.

## 1.1 Considerações iniciais

A origem do problema da expansão de sistemas elétricos de potência (SEP) reside na necessidade de novos investimentos nos sistemas de geração e transmissão diante do crescimento da demanda por energia com o passar dos anos. Adicionalmente, para um fornecimento adequado de potência reativa através da rede elétrica, é necessária uma alocação adequada de capacitores e reatores *shunt* nas barras do SEP em análise, visando manter os níveis de tensão variando em um intervalo aceitável e ao mesmo tempo garantir uma operação do sistema com segurança. Para isso, é preciso fazer uma análise de expansão de potência reativa do sistema, que tem como objetivo resolver um problema de otimização não linear e não convexo de fluxo de potência [1], [2].

O problema em questão, por ser matematicamente e computacionalmente bastante complexo, faz com que seja resolvida uma configuração da rede por vez, ao invés de dar uma solução considerando todas as possíveis configurações futuras de geração e demanda. No presente trabalho, o termo “configuração da rede”, também referido como “cenário”, trata-se de uma combinação entre o ponto de operação (geração e demanda) e as linhas que estão em operação na rede. Dado que o sistema terá que operar no futuro frente a uma grande variedade de possíveis configurações e diversos cenários de despacho diferentes, a composição final do plano de expansão de suporte de reativos acaba sendo a superposição de  $S$  execuções do modelo de fluxo de potência não linear que decide os investimentos em equipamentos *shunt*.

Além da alta complexidade do problema supracitado o mesmo apresenta um número excessivamente grande de variáveis. Dessa forma, as ferramentas de programas comerciais voltados para planejamento de geração e transmissão atuais dependem de heurísticas para encontrar soluções potencialmente robustas e economicamente eficientes para o SEP a ser analisado. Apesar de, na atualidade, terem sido desenvolvidos muitos algoritmos para resolver problemas que envolvam um amplo conjunto de variáveis de decisão, programas computacionais não lineares modernos, não garantem soluções ótimas para problemas inteiros não lineares e não convexos. Portanto, heurísticas para a resolução de problemas não lineares com variáveis contínuas precisam ser utilizadas.

## 1.2 Objetivo e relevância do tema

Um planejamento de investimento ótimo em sistemas de transmissão é um problema extremamente desafiador que tem sido demasiadamente estudado na literatura [3], [4], [5]. Isso se deve a alta complexidade dos modelos computacionais e o grande número de variáveis de decisão na análise de um SEP com uma diversidade de configurações futuras possíveis, fato ainda mais realçado em problemas não lineares.

Uma técnica que vem cada vez mais ganhando notoriedade é o método de *Progressive Hedging* (PH), por estar se mostrando efetivo para certos problemas nos quais vem sendo

aplicado. Além da fácil implementação em modelos já existentes, essa técnica suaviza a complexidade computacional associada a grandes problemas ao decompor um problema estocástico em vários subproblemas determinísticos [6], [7], [8], [9], [10]. Portanto, o principal objetivo deste trabalho é utilizar o PH como tentativa de aprimorar o plano de expansão de suporte de reativo obtido através da solução dada para o problema não linear descrito na seção anterior. Em outras palavras, o presente trabalho visa utilizar os resultados da aplicação de PH no problema de planejamento de expansão de equipamentos de suporte de potência reativa e comparar com àqueles obtidos por meio do método atual (superposição das  $S$  configurações da rede).

A presente pesquisa se justifica por buscar melhorias no método já existente de resolução do problema não linear. Dado que a solução atual do problema é a superposição dos investimentos em equipamentos *shunt* contemplando diferentes configurações de geração e demanda da mesma rede, qualquer redução de investimento obtida com a aplicação de um método que acople as decisões tomadas nessas diferentes configurações já pode resultar em grandes economias. Nota-se então, certa relevância em aplicar o PH com o intuito de aprimorar o plano de expansão de equipamentos *shunt*, reduzindo os investimentos necessários na rede de transmissão. Objetiva-se encontrar um plano de expansão mais econômico quando comparado com aquele que contempla a superposição das soluções de  $S$  possíveis configurações futuras. Diante da complexidade de casos não lineares, foi sugerida uma forma de aprimoramento da solução, a ser estudada nesse projeto, que consiste em adicionar um termo na função objetivo do problema de otimização em questão, para que as soluções encontradas em cada configuração não se distanciem tanto da média das soluções previamente encontradas, que é exatamente o que o algoritmo do PH faz, visando ao final obter uma solução geral mais robusta e com custos de investimento reduzidos.

### 1.3 Metodologia e organização do trabalho

A metodologia utilizada foi inicialmente bibliográfica, baseada em uma análise de artigos científicos publicados em periódicos, nacionais e internacionais, renomados no tema a ser pesquisado [3], [4], [5], [6], [7], [8], [26]. Artigos recentes relativos ao algoritmo do PH e suas aplicações foram utilizados. Acrescenta-se que, para discorrer sobre a nova metodologia proposta, foi utilizado um programa desenvolvido pela empresa PSR, chamado OptFlow, que faz uma análise de fluxo de potência AC e também de expansão de equipamentos de suporte de potência reativa do SEP a ser estudado. Para a aplicação do método PH, foi desenvolvido um *script* em *Python* que realiza chamadas consecutivas do OptFlow.

Os próximos capítulos dessa dissertação estão organizados da seguinte forma:

- O 2º capítulo introduz o conceito de potência, com o devido enfoque em potência reativa, que é o conceito base para o entendimento do que foi feito na presente pesquisa. Também serão apresentados neste capítulo, os tipos de equipamentos de suporte reativo, suas funções, aplicações, vantagens e desvantagens. Por fim, será apresentado como o fluxo de potência reativa influencia no módulo de tensão das barras de um SEP.
- O 3º capítulo apresenta o modelo matemático implementado no software que foi utilizado no presente trabalho. Neste capítulo, serão apresentadas suas funções objetivo, as equações de balanço e restrições, e seus limites operacionais.

- O 4º capítulo apresenta o método PH. Neste capítulo, além do algoritmo de execução do método, serão apresentadas técnicas utilizadas que fazem uma análise de custo benefício entre qualidade da solução e esforço computacional.
- O 5º capítulo apresenta o trabalho desenvolvido e uma breve *visão geral* do sistema analisado.
- O 6º capítulo apresenta os resultados das execuções feitas e estudadas para este trabalho, analisando o custo benefício entre tempo computacional e qualidade de solução. Também é feita uma análise quanto à variação do plano de expansão com a aplicação do método PH.
- O 7º capítulo apresenta as conclusões da presente pesquisa e recomendações para trabalhos futuros.

## 2 CONCEITOS BÁSICOS

O presente capítulo reúne conceitos básicos tais como a definição de fator de potência e a correlação entre controle de tensão, potência reativa e bancos de capacitores e reatores *shunt*.

A utilização de equipamentos de compensação de potência reativa, principalmente de bancos de equipamentos *shunt*, conforme já salientado, é largamente empregada nos sistemas elétricos. Para que a oferta de energia no sistema de transmissão seja adequada, é preciso um fornecimento de potência reativa de forma que os níveis de tensão nas barras do sistema sejam mantidos no ponto de operação desejado, garantindo assim, a segurança operativa do sistema.

Para cargas pesadas (alta demanda por energia), as linhas e as cargas absorvem potência reativa, portanto, para evitar uma resultante queda de tensão nas barras do sistema, a injeção de potência reativa no sistema é necessária, e para tal, utilizam-se capacitores *shunt*. Já para cargas leves (pouca demanda por energia), as linhas de transmissão produzem potência reativa, gerando uma necessidade de que tal reativo produzido seja absorvido, portanto, utilizam-se indutores *shunt* para tal finalidade. A teoria por trás desse controle de tensão por meio de injeção ou absorção de potência reativa será devidamente apresentada na última seção deste capítulo.

### 2.1 Potência em circuitos de corrente alternada

Quando o tema é eletricidade, potência é a taxa de variação de energia dentro de um intervalo de tempo. Um engenheiro especializado em SEP, normalmente se preocupa em descrever essa potência em termos de corrente e tensão, diferentemente da teoria fundamental da transmissão de energia, que descreve o fluxo de energia por meio dos campos elétrico e magnético. A potência instantânea absorvida por uma carga é dada pelo produto entre a queda de tensão e a corrente instantâneas na carga [11]. Tem-se então as seguintes equações:

$$v = V_{max} \cos \omega t \quad (1)$$

$$i = I_{max} \cos(\omega t - \theta) \quad (2)$$

Portanto, a potência instantânea será dada por:

$$p = vi = V_{max} I_{max} \cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

O ângulo  $\theta$  nas equações (2) e (3) será positivo caso a corrente esteja atrasada em relação à tensão (carga indutiva) e negativo caso a corrente esteja em avanço em relação à tensão (carga capacitiva). Para uma carga puramente resistiva, o valor do ângulo  $\theta$  seria zero [11]. Adotando a referência de carga para que a potência seja positiva, temos que:

- Se  $p > 0$ : energia transferida do sistema para a carga.
- Se  $p < 0$ : energia transferida da carga para o sistema.
- Se  $p = 0$ : não há nenhuma transferência de energia no instante medido.

Utilizando propriedades trigonométricas, é possível reescrever a equação (3) da seguinte forma:

$$p = \frac{V_{max}I_{max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) + \frac{V_{max}I_{max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t \quad (4)$$

O primeiro termo da equação (4) é sempre positivo, e é denominado como Potência Real ou Potência Ativa. Esta potência é aquela que realiza o trabalho útil nas cargas do circuito elétrico e sua unidade de medida é o Watt. Seus valores médio e *rms* são dados por:

$$P_{med} = \frac{V_{max}I_{max}}{2} \cos \theta \quad (5)$$

$$P_{rms} = |V||I| \cos \theta \quad (6)$$

O segundo termo, denominado como Potência Reativa, possui valores alternando entre positivo e negativo, tendo um valor médio igual a zero. Essa potência representa a parte da potência total que é empregada em cargas capacitivas ou indutivas do circuito elétrico. Ela não realiza trabalho efetivo, porém o fluxo da mesma promove o armazenamento de energia por meio dos componentes capacitivos, e a geração de campo magnético por meio dos componentes indutivos [12]. Sua unidade de medição é o volt-ampère reativo (VAr). Os valores médio e *rms* da potência reativa são, portanto, dados por:

$$Q_{med} = \frac{V_{max}I_{max}}{2} \sin \theta \quad (7)$$

$$Q_{rms} = |V||I| \sin \theta \quad (8)$$

O termo  $\cos \theta$  é nomeado de Fator de Potência. Ele representa, o quanto atrasada ou adiantada, a corrente está em relação à tensão, ou seja, o quão indutiva ou capacitiva é a carga, respectivamente. Se os fasores da tensão e corrente forem conhecidos, é mais conveniente calcular as potências ativa e reativa na forma complexa [12].

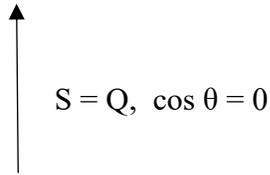
Sendo assim, temos a Potência Aparente, que é a potência total fornecida pela fonte do circuito elétrico, sendo dada pela equação (9).

$$S = \dot{V}\dot{I}^* = |V||I|e^{j(\alpha-\beta)} = |V||I| \cos(\alpha - \beta) + j|V||I| \sin(\alpha - \beta) \quad (9)$$

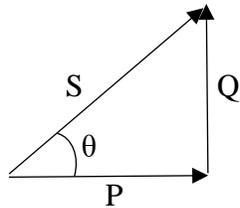
$$S = P + jQ \quad (10)$$

Dessa forma, Q será positivo para  $\alpha > \beta$ , o que significa que a corrente está atrasada em relação à tensão (carga indutiva). E Q será negativo quando  $\alpha < \beta$ , ou seja, quando a corrente estiver adiantada em relação à tensão (carga capacitiva). A equação acima sugere um método gráfico denominado Triângulo das Potências, representado abaixo para 5 diferentes tipos de carga:

- Carga Puramente Indutiva ( $Q > 0, P = 0$ )



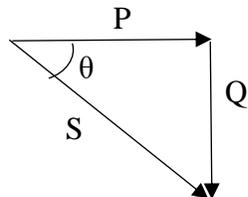
- Carga Indutiva ( $Q > 0$ )



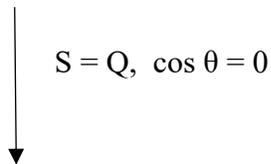
- Carga Puramente Resistiva ( $Q = 0$ )



- Capacitiva ( $Q < 0$ )



- Puramente Capacitiva ( $Q < 0, P = 0$ )



## 2.2 Equipamentos de suporte de potência reativa

Os módulos das tensões das barras em SEP, sofrem grande influência das variações das cargas. Caso não haja atuação de dispositivos de controle, diante de variações entre carga leve e pesada, os valores das tensões podem alcançar níveis inaceitáveis, resultando em grandes prejuízos para equipamentos, cargas e consumidores, além de poder levar o sistema ao colapso [13][14]. Portanto, as tensões nas barras de um SEP não podem variar

significativamente em relação aos seus valores nominais, e sim, apenas dentro de uma faixa de variação pré-determinada.

A correção do módulo de tensão de uma barra específica por meio da injeção ou absorção de potência reativa, de acordo com as necessidades operativas do sistema, pode ser realizada pelo uso de diferentes equipamentos elétricos. Como o interesse é avaliar o efeito de ações de controle em regime permanente, é necessário conhecer as características dos dispositivos de controle de tensão nas barras do sistema.

### 2.2.1 Gerador

Os geradores, através do controle da sua tensão terminal, geram ou absorvem potência reativa. Dessa forma, o módulo da tensão da barra na qual tal gerador se conecta, pode ser controlado dentro de um limite operativo pré-determinado. As unidades geradoras são fontes primárias de potência reativa e são em grande parte responsáveis pela manutenção de um bom perfil de tensão nos sistemas de potência.

A verificação do comportamento do gerador como dispositivo de controle em regime permanente é necessária, uma vez que se este funcionar de forma inversa ao esperado, o sistema poderá ser levado ao colapso por causa de tensões excessivamente baixas [13] [14][15]. A representação de um gerador conectado a uma barra em diagramas unifilares está ilustrada na Figura 1. A Figura 2 ilustra o rotor de uma unidade geradora com capacidade de 700 MW pertencente à segunda maior hidrelétrica do mundo, a usina Itaipu Binacional.

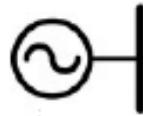


Figura 1 - Modelo representando um gerador conectado a uma barra de um SEP [11]

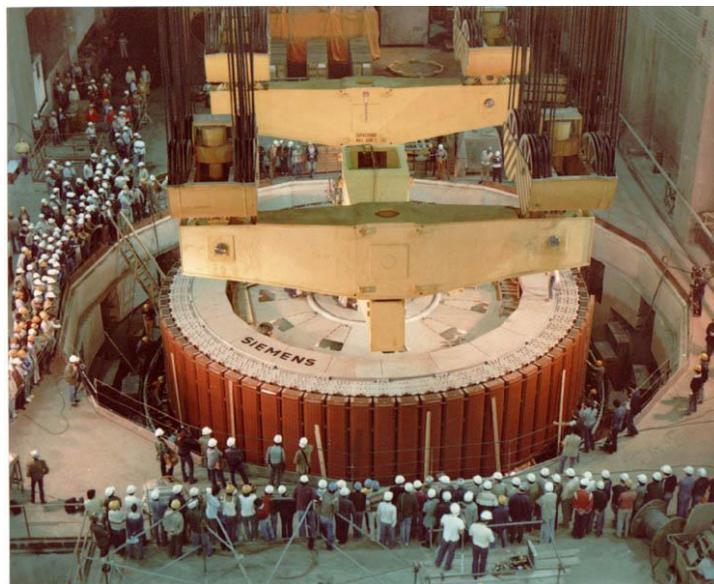


Figura 2 - Rotor de uma das unidades geradoras da hidrelétrica de Itaipu [16].

### 2.2.2 Compensador síncrono

Os compensadores síncronos (as vezes chamados de condensador síncrono ou capacitor síncrono) são dispositivos similares a máquinas síncronas, sendo que estes não estão conectados à nenhuma carga ou à alguma fonte primária de movimento, podendo girar livremente. Eles fornecem certa flexibilidade de operação em todas as condições de carga do sistema elétrico, fornecendo ou absorvendo potência reativa de uma maneira contínua, dinâmica e com suaves variações ao estabilizar a tensão sem necessidade de chaveamento. A Figura 3 ilustra um compensador síncrono da WEG em uma subestação.



Figura 3 - Compensador Síncrono WEG [17].

Os compensadores síncronos necessitam de uma fonte de corrente contínua para alimentar o enrolamento de campo (enrolamento do rotor), que usualmente é suprido através de uma excitatriz estática (com escovas) ou de uma excitatriz *brushless* (sem escovas) [17].

O modelo de geradores e compensadores síncronos utilizados em regime permanente é uma tensão interna atrás da reatância síncrona. Para isso, é criada uma barra fictícia, conectada à barra do gerador pela reatância síncrona.

### 2.2.3 Banco de capacitores ou de reatores

Os bancos de capacitores ou reatores são, em geral, equipamentos mais baratos e adequados para atender requisitos de absorção ou fornecimento de potência reativa de variações mais lentas. Esses equipamentos são os mais utilizados em planos de investimento de expansão de reativo de um SEP, tanto que serão o foco de investimento do modelo utilizado no presente trabalho. Em diagramas unifilares, os reatores e capacitores *shunt*, são representados como está ilustrado pelas Figuras 4 e 5.

Reator *Shunt*

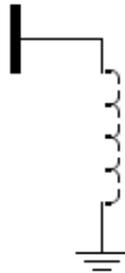


Figura 4 – Modelo representando um reator shunt conectado a uma barra de um SEP [15].

Capacitor *Shunt*

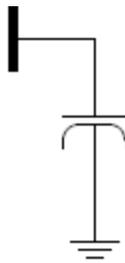


Figura 5 - Modelo representando um capacitor shunt conectado a uma barra de um SEP [15].

As Figuras 6 e 7 ilustram bancos de reatores e capacitores, respectivamente.



Figura 6 - Banco de reatores dentro de uma subestação [18].



Figura 7 - Banco de capacitores da IESA [19].

#### 2.2.4 Compensador estático (CER)

Um compensador estático (CER) é um equipamento caro e sem partes girantes. É geralmente utilizado, quando é necessária uma resposta rápida no controle do módulo de tensão de uma barra específica do sistema elétrico, como por exemplo, em situações de contingência ou de aumento súbito de demanda. O CER realiza tal controle fazendo uma troca de potência reativa com o sistema elétrico de potência, podendo atuar de forma capacitiva ou indutiva de acordo com as condições e requisitos operativos de tal sistema [15] [20] .

Para funcionar da forma supracitada, o CER coordena elementos passivos (reatores e capacitores), sendo constituído também por um sistema de controle, filtros para harmônicos e um transformador de conexão. O CER possui 2 diferentes tipos de configuração de reator controlado a tiristores (RCT), o de capacitor fixo ilustrado na Figura 8 e o de capacitor chaveado a tiristores apresentado na Figura 9.

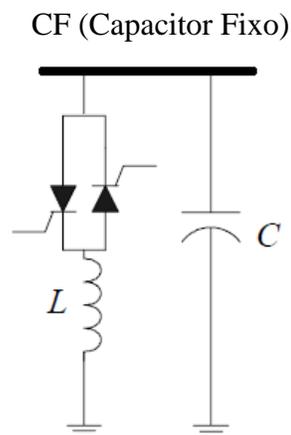


Figura 8 - Modelo representando um compensador estático de capacitor fixo [20] .

CCT (Capacitor Chaveado a Tiristores)

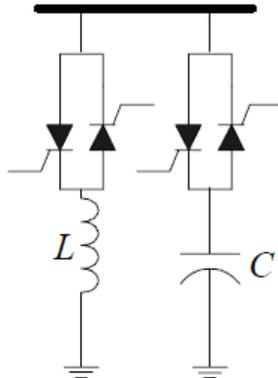


Figura 9 - Modelo representando um compensador estático de capacitor chaveado a tiristores [20].

A Figura 10 ilustra um exemplo de estrutura de um compensador estático síncrono.



Figura 10 – Compensador Estático Síncrono[21].

### 2.2.5 Tap de transformador

Um *tap* de um transformador é uma ligação que sai de uma parte (exceto as extremidades) de um dos enrolamentos do transformador. Ele permite que haja outra relação de transformação além da nominal do transformador. Desta forma, um transformador de *tap* variável ou até mesmo de *tap* fixo consegue realizar um controle sobre a tensão de uma barra a qual seu enrolamento com *taps* está conectado.

Os *taps* são importantes no controle da tensão, pois podem trocar os fluxos de potência reativa na rede ao mudar os níveis de tensão. Tais fluxos devem ser respeitados dentro dos limites operacionais dos *taps* e, portanto, tais limites devem ser incluídos nos métodos de solução de fluxo de potência visando obter um ponto de operação que corresponda à operação real do sistema [22].

## 2.3 Potência reativa vs. tensão nas barras

Como fora explicado na seção 2.1, o consumo de energia elétrica se subdivide em duas componentes: a potência ativa, responsável pela realização do trabalho, e a potência reativa,

vinculada ao surgimento e manutenção dos campos magnéticos necessários ao suprimento das cargas indutivas, largamente presentes em função da existência de motores, transformadores, fornos de indução, sistemas de iluminação, etc.

Enquanto que a potência ativa flui das barras com avanço de fase de tensão (chamadas de emissoras) para barras com atraso de fase (receptoras), a potência reativa flui na direção de perfil decrescente de módulo de tensão [13].

Os níveis de tensão estão fortemente vinculados ao fluxo e injeção de potência reativa. Esta característica pode ser verificada a partir do desenvolvimento das equações relacionadas ao circuito com uma fonte de tensão constante  $E \angle \delta$  que alimenta uma carga  $Z_c$ , através de uma rede de impedância  $R + jX$ , como apresentado na Figura 11. A potência entregue à carga é  $P + jQ$ , para uma corrente  $I \angle \phi$  e uma tensão  $V \angle 0^\circ$ . O Diagrama fasorial correspondente a este circuito é mostrado na Figura 12.

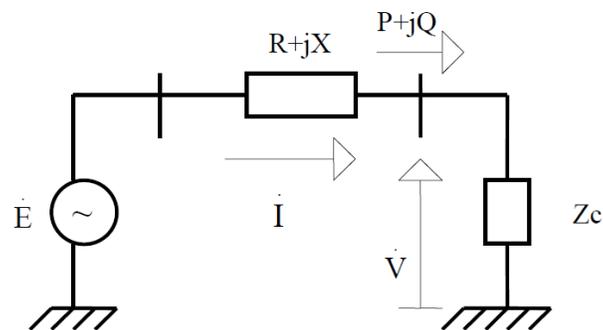


Figura 11 - Circuito Exemplo [23].

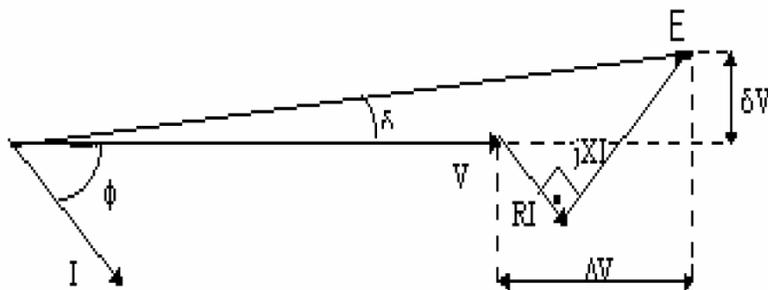


Figura 12 - Diagrama Fasorial do Circuito Exemplo [23].

Conforme o diagrama de tensões, temos:

$$E^2 = (V + \Delta V)^2 + \delta V^2 = (V + RI \cos \phi + XI \sin \phi)^2 + (XI \cos \phi - RI \sin \phi)^2 \quad (11)$$

Substituindo as equações (6) e (8) na equação (11), obtém-se:

$$E^2 = (V + \Delta V)^2 + \delta V^2 = \left( V + \frac{RP}{V} + \frac{XQ}{V} \right)^2 + \left( \frac{XP}{V} - \frac{RQ}{V} \right)^2 \quad (12)$$

Portanto,

$$\Delta V = \frac{RP + XQ}{V} \quad e \quad \delta V = \frac{XP - RQ}{V} \quad (13)$$

Considerando-se que o ângulo  $\delta$  entre duas barras é normalmente pequeno nos sistemas de potência, pode-se desprezar o termo  $\delta V$ , chegando-se a:

$$E \approx V + \frac{RP + XQ}{V} \rightarrow E - V = \frac{RP + XQ}{V} \quad (14)$$

Como  $R \ll X$  em linhas de transmissão:

$$E - V \approx \frac{XQ}{V} \rightarrow Q \approx \frac{V(E - V)}{X} \quad (15)$$

A equação (15) sintetiza a relação entre a queda de tensão e o fluxo de potência reativa na rede, demonstrando que a queda de tensão nas barras é diretamente proporcional ao fluxo  $Q$ . Diante do forte impacto do fluxo de potência reativa na queda de tensão nas barras da rede, deve-se procurar minimizar o fluxo de potência reativa por tal rede, injetando-se reativo o mais próximo possível do local onde é necessário [23].

### 3 MODELO MATEMÁTICO

Em um mundo fictício, durante o planejamento da expansão de um SEP, um planejador poderia simplesmente usar uma decisão de investimento ótimo para uma configuração que, de alguma forma, fosse comprovada como aquela a ser realizada. Porém, no mundo real, os planejadores precisam tomar uma decisão de investimento sem ter o conhecimento, *a priori*, de qual será a configuração de geração e demanda que o SEP estará sujeito durante o horizonte de estudo. Portanto, um modelo matemático (*software*) de otimização deve ser utilizado de tal forma que as incertezas do planejamento da expansão do SEP sejam contempladas no estudo.

O programa computacional utilizado no presente trabalho resolve um problema de otimização não linear, cujas restrições incluem as leis de Kirchhoff, os limites operativos da rede do SEP e as restrições do sistema de geração. Fazer uma expansão de potência reativa da rede e uma análise operativa pós-expansão são as duas funções principais de tal *programa*, sendo que ambas só devem ser realizadas, após os problemas de sobrecargas nos circuitos da rede terem sido resolvidos. No planejamento da expansão de potência reativa da rede, a potência ativa gerada nas barras é, geralmente, mantida fixa, com exceção da barra *Slack*, que absorve a diferença em perdas entre as representações linear e não-linear do sistema de potência em análise.

O modelo matemático possui diversas funções objetivo as quais o usuário pode escolher de acordo com os objetivos de sua pesquisa. No presente trabalho foram utilizadas duas dessas funções:

- i) Minimizar o custo de injeção de potência reativa nas barras. Para que inicialmente sejam identificadas as barras com necessidade de injeção ou absorção de potência reativa.
- ii) Minimizar o custo de investimento em fontes de potência reativa. Para que um plano de expansão ótimo seja encontrado.

#### 3.1 Equações matemáticas do problema de otimização

A expansão de potência reativa no sistema consiste em determinar um plano de expansão de custo mínimo, considerando como informados os dados da rede, barras candidatas e custo de novos equipamentos de potência reativa (capacitores e indutores). Esta seção ilustra as equações envolvidas no problema de otimização do planejamento de expansão de equipamentos suporte de potência reativa.

Um problema não linear é, na maioria das vezes, muito difícil de se resolver, tanto que a metodologia proposta no presente trabalho não garante a solução ótima do problema, como será ilustrado no Capítulo 4. Para resolver o problema apresentado na seção 3.1.2, foi escolhido o *solver Artelys Knitro* [24], [25]. Este resolve problemas não-lineares considerando variáveis inteiras ou contínuas, e está preparado para funções objetivo variáveis e restrições não lineares. Apesar de ter sido desenvolvido para aplicações em problemas de larga escala, o *solver* também é eficiente para problemas de pequena e média escala.

### 3.1.1 Custo mínimo de potência reativa injetada nas barras

Esta função objetivo analisa os pontos da rede onde há deficiência em potência reativa, ou seja, quais barras do sistema precisam de injeção ou absorção de potência reativa. Portanto, ela auxilia na determinação da lista de equipamentos candidatos de suporte reativo ao descobrir as barras com debilidade. A formulação matemática desta função objetivo está descrita na equação (16).

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{k \in N} (ca_{rk}qa_{rk} + ca_{ck}qa_{ck}) \\ & \text{s. a } 0 \leq qa_{rk} \leq \overline{qa}_{rk} \quad k \in N \\ & \quad 0 \leq qa_{ck} \leq \overline{qa}_{ck} \quad k \in N \end{aligned} \quad (16)$$

onde:

- $ca_{rk}$  e  $ca_{ck}$  são os custos de absorção e injeção de potência reativa na barra  $k$ , respectivamente.
- $qa_{rk}$  e  $qa_{ck}$  são as variáveis de decisão relativas à potência reativa absorvida e injetada na barra  $k$ , respectivamente.
- $\overline{qa}_{rk}$  e  $\overline{qa}_{ck}$  são as capacidades máxima de absorção e injeção de potência reativa na barra  $k$ , respectivamente.
- $N$  é o conjunto de barras existentes no sistema.

A função objetivo em (16) está restrita à duas equações de balanço:

#### **Equação de balanço de potência ativa:**

O somatório entre geração, carga e fluxo de potência ativa na barra  $k$  deve ser igual a zero, como previsto pelas leis de Kirchhoff:

$$P_{gk} - P_{lk} - \sum_{j \in \Omega_k} P_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) = 0 \quad (17)$$

sendo que:

$$\begin{aligned} P_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) &= \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right)^2 g_{kj} \\ &- \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right) v_j [g_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj}) + g_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj})] \end{aligned} \quad (18)$$

onde:

- $P_{gk}$  é a geração de potência ativa na barra  $k$ , sendo  $\overline{P}_{gk}$  e  $\underline{P}_{gk}$  seus limites máximo e mínimo, respectivamente. Este traço acima ou abaixo da letra é o padrão de notação utilizada nesta seção para limites máximo e mínimo, respectivamente.
- $P_{lk}$  é a carga ativa na barra  $k$
- $P_{kj}$  é o fluxo de potência ativa no circuito entre as barras  $k$  e  $j$ , cujos limites máximo e mínimo seguem o padrão adotado.
- $v_k$  e  $v_j$  são os módulos de tensão na barra  $k$  e  $j$ , respectivamente. Seus limites máximo e mínimo seguem o padrão adotado.
- $\theta_k$  e  $\theta_j$  são os ângulos de tensão na barra  $k$  e  $j$ , respectivamente.
- $t_{kj}$  é o valor de *tap* do transformador entre as barras  $k$  e  $j$ , cujos limites máximo e mínimo seguem o padrão adotado. Para linhas de transmissão, o valor assumido por esse parâmetro é igual a 1.
- $\varphi_{kj}$  é o valor do ângulo de defasagem do circuito entre as barras  $k$  e  $j$ , cujos limites máximo e mínimo seguem o padrão adotado. Se o circuito não for um transformador defasador, o valor deste parâmetro será igual a zero.
- $g_{kj}$  é a condutância série do circuito entre as barras  $k$  e  $j$ .
- $b_{kj}$  é a susceptância série do circuito entre as barras  $k$  e  $j$ .

### **Equação de balanço de potência reativa:**

O somatório entre geração, carga e fluxo de potência reativa na barra  $k$  deve ser igual a zero, como previsto pelas leis de Kirchhoff:

$$Q_{gk} - Q_{lk} - \sum_{j \in \Omega_k} Q_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) + qa_{ck} - qa_{rk} = 0 \quad (19)$$

sendo que

$$Q_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) = \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right)^2 (b_{kj} + bs_{kj}) - \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right) v_j [b_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj}) + g_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj})] \quad (20)$$

onde:

- $Q_{gk}$  é a geração de potência reativa na barra  $k$ , cujos limites máximo e mínimo seguem o padrão adotado.
- $Q_{lk}$  é a carga reativa na barra  $k$
- $Q_{kj}$  é o fluxo de potência reativa no circuito entre as barras  $k$  e  $j$ , cujos limites máximo e mínimo seguem o padrão adotado.
- $bs_{kj}$  é a susceptância *shunt* do circuito entre as barras  $k$  e  $j$ .
- Os demais parâmetros já foram definidos acima e também na lista de abreviaturas.

### 3.1.2 Custo mínimo de investimento em fontes de potência reativa

Esta função objetivo analisa, dentre os *shunts* candidatos criados, aqueles que precisam ser instalados em suas respectivas barras, minimizando o custo de instalação, ou seja, construindo apenas candidatos que realmente são necessários.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \sum_{k \in \Gamma} (ci_{rk}qi_{rk} + ci_{ck}qi_{ck}) \\
 & \text{s. a} \quad 0 \leq qi_{rk} \leq \bar{qi}_{rk} \quad k \in \Gamma \\
 & \quad \quad 0 \leq qs_{rk} \leq qi_{rk} \quad k \in \Gamma \\
 & \quad \quad 0 \leq qi_{ck} \leq \bar{qi}_{ck} \quad k \in \Gamma \\
 & \quad \quad 0 \leq qs_{ck} \leq qi_{ck} \quad k \in \Gamma
 \end{aligned} \tag{21}$$

onde:

- $ci_{rk}$  e  $ci_{ck}$  são os custos associados ao investimento de bancos de reatores e capacitores na barra  $k$ , respectivamente.
- $qi_{rk}$  e  $qi_{ck}$  são as variáveis de decisão de investimento em capacidade oriunda de equipamentos de suporte de potência reativa (bancos de reatores ou de capacitores) na barra  $k$ .
- $\bar{qi}_{rk}$  e  $\bar{qi}_{ck}$  são as capacidades máxima de investimento em equipamentos de suporte de potência reativa na barra  $k$ .
- $qs_{rk}$  e  $qs_{ck}$  são as variáveis de decisão do ponto de operação de potência reativa que são contempladas nas equações de balanço. São referentes às necessidades operativas do sistema de acordo com o ponto de operação de geração, frente à demanda por energia imposta pela configuração da rede. Elas entram na equação de balanço na forma decomposta da potência reativa como o produto da

susceptância pelo quadrado do módulo da tensão sobre o elemento passivo, resultando, respectivamente, em  $b_{rk}v_k^2$  e  $b_{ck}v_k^2$ .

- $\Gamma$  é o conjunto de barras candidatas à investimento em equipamentos de suporte de potência reativa.

Para a análise de investimento, a restrição imposta pela equação (20) recebe uma modificação, na qual são substituídos os termos referentes à análise de injeção ( $qa_{ck}$  e  $qa_{rk}$ ) pelos termos de operação, como previamente citado, resultando na equação (22).

$$Q_{gk} - Q_{lk} - \sum_{j \in \Omega_k} Q_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) + b_{ck}v_k^2 - b_{rk}v_k^2 = 0 \quad (22)$$

onde  $b_{ck}$  e  $b_{rk}$  são as susceptâncias *shunt* referente ao banco de capacitor e reator demandado, respectivamente.

Essa modelagem na equação de balanço, de multiplicação do valor do *shunt* em Siemens pelo quadrado da tensão ao invés de simplesmente modelar por uma variável relativa à potência reativa, deve-se ao fato da necessidade de informar valores nominais de injeção ao cliente. Em outras palavras, com a solução da função objetivo, utiliza-se o valor do *shunt* em Siemens e informa a capacidade nominal do mesmo, em MVAr, ao multiplicar pelo quadrado da tensão nominal (1 p.u.).

A equação (21) ilustra 4 inequações as quais o problema de otimização está sujeito, sendo duas referentes a variáveis de investimento e duas referentes à variáveis de operação, como explicado na seção anterior. É plausível explicitar que para a análise de apenas um cenário de despacho, não seja necessária a separação entre variável de investimento e de operação, uma vez que, resolvendo apenas um problema determinístico, como a decisão a ser tomada pela função objetivo não depende de outros cenários, o investimento será exatamente o valor resultante da restrição operativa em (22).

### 3.1.3 Penalização por desvio médio quadrático

Para implementar o PH, foi preciso acrescentar à função objetivo ilustrada pela equação (21) um termo que penaliza a solução por desvio quadrático de um valor de referência, demonstrado em (23).

$$\rho_{rk}(qi_{rk} - qi_{rk}^0)^2 + \rho_{ck}(qi_{ck} - qi_{ck}^0)^2 \quad (23)$$

onde:

- $\rho_{rk}$  e  $\rho_{ck}$  são os valores de penalização associados ao desvio quadrático da média dos investimentos em bancos de reatores e capacitores na barra  $k$ , respectivamente.
- $qi_{rk}^0$  e  $qi_{ck}^0$  são os valores de referência para os investimentos em bancos de reatores e de capacitores, respectivamente, para os  $S$  cenários considerados no problema de otimização.

Para a análise neste trabalho, o valor de referência trata-se da média das decisões de investimento relativa à solução dos  $S$  subproblemas determinísticos resultantes da decomposição do grande problema estocástico de planejamento de expansão de equipamentos suporte de potência reativa.

Quando o PH é aplicado, por impor uma necessidade de acoplamento entre os subproblemas determinísticos a serem resolvidos antes de tomar uma decisão de investimento, a separação entre variável de investimento e de operação no problema se torna necessária. Uma única decisão de investimento precisa acoplar as decisões operativas oriundas das equações e balanço, e assim, respeitar os pontos de operação referentes aos diferentes cenários de despacho contemplados, o que resulta em uma solução viável do problema.

Dessa forma, o valor do *shunt* investido não é o valor que entra na equação de balanço, de tal forma que o segundo possa variar de 0 até o valor investido para a barra em análise, e assim, os investimentos das iterações seguintes podem tender à média dos investimentos da iteração anterior, respeitando as restrições operativas impostas.

### 3.2 Limites operacionais

Além das equações de balanço previamente ilustradas às quais o problema de otimização está sujeito, tal problema possui diversas limitações que podem ser impostas às suas variáveis na execução do modelo, como:

a) Geração de potência ativa na barra Slack:

$$-\infty \leq P_{gslack} \leq \infty \quad (24)$$

b) Geração de potência reativa na barra k:

$$\underline{Q}_{gk} \leq Q_{gk} \leq \bar{Q}_{gk} \quad (25)$$

c) Bancos de capacitores/reatores:

Se o controle de *shunt* for selecionado, a barra em análise poderá apresentar necessidades de absorção ou injeção de potência reativa dentro seus limites operacionais. Caso contrário, a absorção ou injeção de potência reativa deve permanecer fixada em um ponto previamente estabelecido.

$$0 \leq b_{rk} \leq qi_{rk} \quad (26)$$

$$0 \leq b_{ck} \leq qi_{ck} \quad (27)$$

d) Tensão:

$$\underline{v}_k \leq v_k \leq \bar{v}_k \quad (28)$$

e) *Tap* de transformadores e defasadores:

Se o controle de *tap* for selecionado, o *tap* de transformador pode variar entre seus limites operacionais. Caso contrário, o *tap* deve permanecer fixo em um ponto previamente estabelecido.

$$\underline{t}_{kj} \leq t_{kj} \leq \bar{t}_{kj} \quad (29)$$

$$\underline{\varphi}_{kj} \leq \varphi_{kj} \leq \bar{\varphi}_{kj} \quad (30)$$

f) Fluxo nos circuitos (MW ou MVA):

Se o controle de limite de carregamento dos circuitos for selecionado, os fluxos deverão respeitar a capacidade dos circuitos. Caso contrário, os limites de carregamento dos circuitos são ignorados.

$$\textit{Limite em MW: } -\bar{P}_{kj} \leq P_{kj} \leq \bar{P}_{kj} \quad (31)$$

$$\textit{Limite em MVA: } 0 \leq (P_{kj}^2 + Q_{kj}^2) \leq \bar{S}_{kj} \quad (32)$$

## 4 PROGRESSIVE HEDGING

### 4.1 Um método de decomposição horizontal

Na prática, quando o planejamento de expansão de potência reativa de um SEP é realizado, incertezas são representadas por uma diversidade de cenários, uma vez que os dados estatísticos do problema não compõem uma informação suficiente para que seja utilizado um modelo de programação estocástico. Em outras palavras, o planejamento, que é um grande problema estocástico, é decomposto em  $S$  subproblemas determinísticos, cada um representando uma diferente configuração de ponto de geração dos geradores e de demanda de energia.

Um problema estocástico, geralmente, é composto por decisões e observações para  $T$  etapas do problema. Neste caso, restrições de não-antecipatividade são impostas de modo que as decisões a serem tomadas na etapa  $T$  sejam influenciadas ou dependam daquilo que foi observado na etapa  $T-1$ . A decomposição em cenários proposta é feita para refletir os possíveis comportamentos futuros do SEP.

Neste trabalho, ao invés de acoplar decisões temporalmente, o objetivo é acoplar decisões de investimento de uma mesma etapa, tendo em vista possíveis cenários de operação desta configuração. Para cada um dos cenários em análise é obtido um plano de expansão ótimo. Os planos resultantes são combinados por decisões implementadas de acordo com critérios do planejador, que geram uma única decisão de investimento, como por exemplo, a instalação da máxima capacidade observada em todos os cenários em cada barra. No entanto, o plano de expansão resultante desta aplicação, em geral, leva a uma solução de alto custo. Visando obter soluções melhores no planejamento supracitado, será aplicado o método PH para o problema de otimização apresentado no presente trabalho.

O PH é tomado como uma decomposição horizontal por acoplar decisões de cenários estocásticos ao invés de decompor o problema temporalmente [26]. O método se difere do método de decomposição de *Benders* [27], que separa investimento (problema mestre) de operação (problema escravo), fazendo com que o tamanho e a complexidade do problema como um todo sejam reduzidos. Apesar da convergência do método proposto não garantir uma solução ótima (dada a complexidade, não linearidade e não convexidade do problema), é possível obter uma solução de ótima qualidade para aplicações práticas por reduzir representativamente o montante total de investimentos no sistema que garanta uma operação viável e segura em todos os cenários analisados.

### 4.2 Algoritmo

Para um entendimento inicial do algoritmo, foi criado um exemplo introdutório a seguir, cuja notação da variável a ser utilizada está demonstrada na Figura 13.

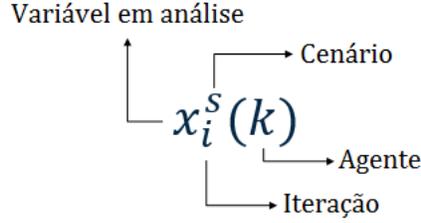


Figura 13 – Notação da variável.

Seja  $x$  um vetor de decisão para  $s$  cenários e  $c$  um vetor com o coeficiente de custo associado a cada variável de decisão do vetor  $x$ . Também temos a matriz  $A$  e o vetor  $b$  que possuem os coeficientes das relações de restrição para o vetor  $x$ . Para fins de exemplificação, utilizaremos  $s = 2$ , obtendo os seguintes Problemas de Programação Não-Lineares (PPNLs):

$$\begin{array}{ll} \text{Min } c_0^1 x_0^1 & \text{Min } c_0^2 x_0^2 \\ \text{s. a } A_0^1 x_0^1 \geq b_0^1 & \text{s. a } A_0^2 x_0^2 \geq b_0^2 \end{array} \quad (33)$$

Sejam  $x_0^{1*}$  e  $x_0^{2*}$  as soluções ótimas para os problemas em (33). Será obtida, então, uma média dessas soluções:

$$\bar{x}_0 = \frac{x_0^{1*} + x_0^{2*}}{2} \quad (34)$$

Além da média, também há outro termo que entra na função objetivo do problema. Trata-se de uma penalização ( $\rho$ ) para que a próxima decisão de investimento se aproxime da média calculada em (38). Essa penalização pode ser fixa ou variável ao longo do processo iterativo. Assim, o PPNL será alterado resultando em:

$$\begin{array}{ll} \text{Min } c_1^1 x_1^1 + \rho_0 (x_1^1 - \bar{x}_0)^2 & \text{Min } c_1^2 x_1^2 + \rho_0 (x_1^2 - \bar{x}_0)^2 \\ \text{s. a } A_1^1 x_1^1 \geq b_1^1 & \text{s. a } A_1^2 x_1^2 \geq b_1^2 \end{array} \quad (35)$$

Com as novas soluções ótimas  $x_1^{1*}$  e  $x_1^{2*}$ , novamente será calculada uma média e, possivelmente, um novo parâmetro de penalização será definido.

$$\bar{x}_2 = \frac{x_1^{1*} + x_1^{2*}}{2} \quad e \quad \rho_1 \quad (36)$$

Então, o PPNL terá seu coeficiente de penalização e média das soluções ótimas atualizadas, e esse processo se repete iterativamente até que um ponto de parada seja alcançado, de acordo com o critério de convergência adotado.

Durante tal processo iterativo, decisões precisam ser tomadas referentes ao valor do parâmetro de penalidade ( $\rho_1$ ), ao critério de parada e às técnicas para aceleração da convergência do método. Essas questões são analisadas para um problema de alocação de recursos considerando diferentes possíveis cenários do sistema, no qual cada variável de decisão representa um recurso disponível associado a um custo, diante de restrições que impõem necessidades de combinações eficientes de tais recursos. Serão introduzidas técnicas

para selecionar o parâmetro de penalidade associado ao custo unitário associado à variável de decisão em análise, visando acelerar a convergência do processo iterativo.

Diferentemente dos processos iterativos convencionais, a primeira iteração ( $i$ ) deste processo começa com valor nulo. Como ilustrado no exemplo introdutório, antes do início do processo iterativo do PH, uma solução sem o termo de penalização por desvio médio quadrático na função objetivo precisa ser gerada. Assim, a partir desta, pode ser gerado um vetor de médias e outro de penalizações com dimensão do número de agentes (variáveis de decisão) do caso em análise, o que possibilita a geração de soluções da função objetivo de minimização de custo com a inclusão de tal termo de desvio médio quadrático.

Caso haja diferença de probabilidade de ocorrência entre os cenários do caso em análise, tal fator será considerado nos cálculos da média e penalização. Com os parâmetros necessários para iniciar o processo iterativo do PH, o contador de iterações é acrescido de uma unidade e o *solver* gera novas soluções. Assim, são calculados novos vetores de média e penalização, e dessa forma, segue-se o processo iterativo.

Entre o cálculo dos parâmetros supracitados e a chamada do *solver* para resolver o problema não linear, é feita uma verificação em relação à convergência do método, para se caso algum critério de convergência for atendido, o modelo fornece as saídas referentes àquela iteração. Resumidamente, o processo iterativo descrito nesta seção consiste nos seguintes passos:

- 1º)  $i = 0$
- 2º) Minimização do investimento (sem penalização)
- 3º) Cálculo das médias e penalizações
- 4º)  $i = i + 1$
- 5º) Minimização do investimento (com penalização)
- 6º) Cálculo das médias e penalizações
- 7º) Análise de Convergência (se não convergir, volta para o passo 4)

### 4.3 Penalização

A performance do processo iterativo proporcionado pela implementação do PH é altamente dependente do valor escolhido para a penalização ( $\rho_i$ ), que é determinado baseado em uma análise de custo-benefício entre velocidade de convergência e qualidade da solução. A escolha deve ser feita de forma cuidadosa, uma vez que ao escolher um valor muito grande, apesar de o problema convergir rapidamente, induz o valor da variável de decisão referente ao cenário  $s$  à grandes alterações, o que produz um comportamento oscilatório na convergência do PH, ultrapassando o valor para atingir a desejada convergência. De forma similar, ao escolher um valor muito pequeno para  $\rho_i$ , apesar da solução a ser obtida ser de excelente qualidade, o tempo para atingir um grau de convergência desejável recebe um aumento considerável [26], que depende do tipo e tamanho do problema ao qual o método é aplicado.

No caso de um elemento  $k$  caro, uma penalização efetiva seria algo próximo do custo de tal elemento em termos de amplitude, de acordo com *Watson & Woodruff* [26]. Devido a esta constatação, são vistas, na literatura, aplicações de PH utilizando a penalização do candidato  $k$  como um valor fixo e igual ao custo do mesmo [9]. Em comparação com tal penalização de valor fixo, uma penalização variável, têm se mostrado mais efetiva [26]. Tal penalização variável continua proporcional ao custo do agente  $k$  e sua variação se baseia nas diferenças

entre o investimento para o cenário  $s$  e a média dos investimentos considerando os  $S$  cenários, ambos para o agente  $k$ . Igualando termo da penalização da função objetivo ao custo “ $c$ ” associado ao agente em análise, é obtida a seguinte relação:

$$\rho_i = \frac{c_i^s}{|x_i^s - \bar{x}_{i-1}|^2} \quad (37)$$

Após a iteração zero, para cada variável  $x$ , é definido um  $x^{\max}$  e um  $x^{\min}$  diante do conjunto de valores de  $x$  para cada cenário. Então, quando se trata de variáveis inteiras, é utilizada a fórmula (38) para atualização da penalização:

$$\rho_i = \frac{c_i^s}{(x^{\max} - x^{\min} + 1)^2} \quad (38)$$

Como as variáveis em questão são contínuas, e estas podem variar gradativamente sem “pulos”, não é necessário o uso de um denominador conservador, como da equação anterior. Assim, a formulação da penalização fica da seguinte forma:

$$\rho_i = \frac{c_i^s}{\max\left(\left(\sum_{s \in S} Pr(s) |x_i^s - \bar{x}_{i-1}|\right), 1\right)} \quad (39)$$

onde  $Pr(s)$  é o vetor de probabilidades de ocorrência de cada cenário  $s$  referente ao agente  $k$  em análise, cujo comprimento é  $S$ .

#### 4.4 Convergência do PH

O processo iterativo do PH, já nas primeiras iterações, impõe grandes reduções na diferença do valor apresentado pelo agente  $k$  entre os diversos cenários em análise. Assim, as últimas iterações são apenas um ajuste fino para que a pequena diferença que ainda existe se aproxime de zero. Para detectar uma proximidade na convergência do método, é utilizado o valor de desvio médio normalizado (por cenário), denominado como  $td$ , definido pela equação (43):

$$td_i = \left( \sum_{k,s:\bar{x}(k)>0} \frac{|x_i^s(k) - \bar{x}_{i-1}(k)|}{\bar{x}_{i-1}(k)} \right) / |S| \quad (40)$$

O  $td$  é calculado para cada variável de decisão e varia a cada iteração. Como ilustrado em (43), o cálculo do  $td$  trata-se de uma média das diferenças relativas entre o investimento para o cenário  $s$  e a média dos investimentos da iteração anterior.

Na prática, podem haver cenários que requerem recursos de maior custo que os demais cenários para serem viáveis. Consequentemente, o valor de  $td$  pode ser pequeno e, ao mesmo tempo, a discrepância entre os custos dos cenários ser grande.

Quando o valor de  $td$ , referente ao agente  $k$ , se torna menor que um  $gap$  previamente estabelecido, o valor de investimento para tal agente deverá ser fixado, forçando a convergência do processo iterativo.

## 4.5 Heurísticas para aceleração de convergência do método proposto

Os métodos de aceleração de convergência do processo iterativo imposto pelo PH se mostram efetivos para problemas de otimização cujas equações de restrição restringem as variáveis de decisão por um lado apenas [26]. Para restrições que limitam os dois lados, a aplicação de tais métodos pode resultar em cenários (sub-problemas) cuja solução é inviável, mesmo o problema em geral sendo completamente viável.

Para alguns casos, o valor da função objetivo pode não se alterar significativamente depois de algumas iterações do PH, o que aumenta consideravelmente o tempo computacional imposto pelo algoritmo até chegar à convergência do mesmo. Quando o investimento do candidato  $k$  na iteração  $i$  para o cenário  $s$  chegar na situação supracitada, tal investimento deve ser fixado para as iterações subsequentes. Fixar uma variável reduz o tamanho dos sub-problemas levando a reduções no tempo computacional do algoritmo, no entanto, geram uma pequena redução na qualidade da solução. No caso de variáveis de decisão contínuas, um pequeno limite diferencial deve ser imposto ao se fixar tais variáveis.

Para a aplicação dessa heurística, será introduzido um valor inteiro denominado parâmetro de atraso ( $\mu$ ). Esse parâmetro é uma constante, que a partir da sua multiplicação pelo número de cenários ( $S$ ) do caso em análise, resulta na iteração a partir da qual, as variáveis podem ser fixadas. O fator multiplicativo  $S$  demonstra que o número de iterações necessárias para a convergência cresce de acordo com o número total de cenários do problema a ser resolvido.

Uma métrica utilizada na literatura para forçar o encerramento do algoritmo do PH rapidamente é fixar também variáveis de decisão que não chegaram na convergência ainda, caso o processo iterativo continue demorado mesmo após a fixação de variáveis [26]. Uma vez que as variáveis de decisão chegarem a um *gap* de convergência aceitável, o processo iterativo termina e o plano de expansão é contemplado pelo investimento máximo para cada agente referente à última iteração do modelo, solucionando os problemas para todos os cenários em análise.

Para todos os tipos de programação estocástica [28] não convexa e não linear [29][30], há um risco de não-convergência do algoritmo de PH devido a possível ocorrência de um comportamento cíclico durante o processo iterativo. No capítulo a seguir, é mencionada a implementação de um critério de parada no script desenvolvido, para evitar que o processo iterativo caia dentro de um *loop* cíclico.

## 5 O TRABALHO DESENVOLVIDO

### 5.1 Script em python

Para a aplicação do método PH no planejamento de expansão de reativo de um SEP foi desenvolvido um *script* em *Python* para fazer chamadas consecutivas de um modelo matemático que otimiza o investimento em equipamentos *shunt* em um SEP. O *script* executa o processo iterativo, ilustrado na Seção 4.2, até que, diante dos parâmetros de execução escolhidos, a convergência seja alcançada.

Um dos principais critérios de parada principal do script utilizado no presente de trabalho baseia-se na convergência do montante final de investimento. Esse montante nada mais é do que o somatório do investimento em potência reativa de todos os agentes do caso em análise. Portanto, se para uma determinada iteração o montante apresentar uma variação dentro de um *gap* previamente estabelecido relativo à iteração anterior, o processo iterativo para.

Um critério de parada alternativo, que foi implementado no *script*, baseia-se na convergência de todos os agentes do problema em análise por meio do critério de desvio médio normalizado (*td*), apresentado na Seção 4.4. Comparando com o critério anterior, dependendo o valor de *gap* de convergência escolhido, este pode resultar em um maior tempo computacional para que a solução seja obtida, uma vez que o montante ao longo do processo iterativo pode aumentar de uma iteração para a outra, sem que as variáveis de decisão tenham alcançado a convergência.

Um terceiro critério de parada implementado se baseia na identificação de um possível comportamento cíclico no processo iterativo. O *script* guarda todas as soluções de decisão de investimento durante o processo iterativo, e ao encontrar uma nova solução ótima, o *script* compara esta solução com todas as anteriores para verificar uma possível repetição. Se tal repetição é identificada, o *loop* do processo iterativo é interrompido, acusando uma detecção de comportamento cíclico.

Também foram programados dois critérios de parada adicionais, sendo um pela verificação da convergência do modelo matemático para todos os cenários em análise, e o outro, por exceder o número máximo de iterações previamente estabelecido. Portanto, o processo iterativo deve parar caso o modelo matemático não tenha convergido para algum dos cenários ou caso o número de iterações máximo estabelecido para o processo iterativo do PH seja excedido.

Resumindo, os critérios de parada adotados foram:

- i) Desvio médio normalizado, de acordo com a equação (43);
- ii) Aumento ou repetição de montante total investido;
- iii) Comportamento cíclico detectado;
- iv) Não convergência do modelo matemático frente a alguma inviabilidade operativa;
- v) Número máximo de iterações excedido.

## 5.2 Heurísticas e premissas

No presente trabalho foram feitos testes quanto a variação da forma de atualização da penalização e quanto a escolha de heurísticas para fixação de decisões.

### 5.2.1 Escolha da penalização

No presente trabalho serão testadas 6 diferentes métricas de escolha da penalização, sendo 3 fixas e 3 variáveis:

#### **Penalização 1 (fixa e proporcional ao custo do candidato $k$ ):**

$$\rho_i(k) = c_i^s(k) \quad (41)$$

#### **Penalização 2 (fixa e proporcional ao quadrado do custo do candidato $k$ ):**

$$\rho_i(k) = [c_i^s(k)]^2 \quad (42)$$

#### **Penalização 3 (fixa proporcional ao cubo do custo do candidato $k$ ):**

$$\rho_i(k) = [c_i^s(k)]^3 \quad (43)$$

#### **Penalização 4 (variável e proporcional ao custo do candidato $k$ ):**

$$\rho_i(k) = \frac{c_i^s(k)}{\max\left(\left(\sum_{s \in S} Pr(s) |x_i^s(k) - \bar{x}_{i-1}(k)|\right), 1\right)} \quad (44)$$

#### **Penalização 5 (variável e proporcional ao quadrado do custo do candidato $k$ ):**

$$\rho_i(k) = \frac{[c_i^s(k)]^2}{\max\left(\left(\sum_{s \in S} Pr(s) |x_i^s(k) - \bar{x}_{i-1}(k)|\right), 1\right)} \quad (45)$$

#### **Penalização 6 (variável e proporcional ao cubo do custo do candidato $k$ ):**

$$\rho_i(k) = \frac{[c_i^s(k)]^3}{\max\left(\left(\sum_{s \in S} Pr(s) |x_i^s(k) - \bar{x}_{i-1}(k)|\right), 1\right)} \quad (46)$$

### 5.2.2 Heurísticas de fixação de decisões

Antes de introduzir as heurísticas de fixação, para melhor compreensão das mesmas, vale relembrar a notação da Figura 13 e prestar atenção na variação dos índices referentes à iteração e ao cenário da variável de decisão em um vetor ou em uma matriz, como ilustrado pela Figura 14.

$$\begin{array}{c} \text{Cenários} \\ \left[ \begin{array}{cc} \text{Candidatos} \\ \text{inv}_1^1(1) & \text{inv}_1^1(2) \\ \text{inv}_1^2(1) & \text{inv}_1^2(2) \end{array} \right] \end{array}$$

Figura 14 - Matriz 2x2 com as variáveis na notação adotada.

Na presente pesquisa, para que alguma decisão seja fixada, pelo menos uma das 3 métricas escolhidas deve ser atendida:

**I) Desvio médio normalizado ( $td$ ) referente a uma decisão  $x$  ser menor que um  $gap$  previamente definido:**

$$td_i(K) \leq Gap_{td} [\%] \quad (47)$$

Essa métrica garante a fixação das decisões de investimento maiores, evitando que o modelo matemático utilizado tenha que resolver problemas de otimização com variáveis de decisão recebendo valores de investimento com diferentes ordens de grandeza. Fixando as decisões mais “expressivas”, o esforço computacional para convergir as demais decisões é consideravelmente reduzido, quando comparado com a situação em que nenhuma variável é fixada.

Para um número  $K$  de candidatos para a decisão do modelo, lembrando que o  $td$  não depende do cenário em análise, o vetor calculado pelo modelo para a iteração  $i$  fica da seguinte forma:

$$[td_i(1) \quad td_i(2) \quad td_i(3) \quad \dots \quad td_i(K-2) \quad td_i(K-1) \quad td_i(K)] \quad (48)$$

**II) Diferença de médias entre iterações consecutivas e a média das diferenças de investimentos realizados em cada cenário  $s$  entre iterações consecutivas, serem ambas, menores que um  $gap$  previamente definido:**

$$(\bar{x}_i - \bar{x}_{i-1}) \leq Gap_{medias} [MVar]$$

&

$$\text{Média das Diferenças} \leq Gap_{mediadif\_cenario} [MVar]$$

Essa métrica foi desenvolvida visando fixar as variáveis de decisão que assumirem valores muito pequenos quando comparados aos valores das demais variáveis de decisão do problema e que tenham uma diferença pequena em valores absolutos. Diante disso, a comparação é feita na unidade de medida da variável (MVar) e não em valores percentuais, como na métrica anterior. Isso deve-se ao fato de que, para valores muito pequenos, métricas comparando valores percentuais não são de certa forma efetivas. A combinação das duas restrições que compõem essa métrica baseia-se na ideia de não fixar facilmente esses investimentos pequenos e, ao mesmo tempo, não gastar muito tempo computacional resolvendo os mesmos.

O *script* monta um vetor de médias para os  $K$  agentes, assim como o vetor do  $td$  ilustrado no item I. O vetor de diferenças, no qual cada elemento será comparado com o  $Gap_{medias}$ , resulta da seguinte operação de vetores, onde  $i$  é o número da iteração:

$$[[\bar{x}_i(1) \quad \dots \quad \bar{x}_i(K)] - [\bar{x}_{i-1}(1) \quad \dots \quad \bar{x}_{i-1}(K)]] \quad (49)$$

Quanto à média das diferenças de investimentos, para melhor compreensão do processo, será utilizado um exemplo considerando apenas 2 candidatos e 2 cenários, assim como a matriz

ilustrada na Figura 14. Primeiramente, o script calcula a diferença das matrizes de investimento dentre iterações, em módulo:

$$\left| \begin{bmatrix} inv_1^1(1) & inv_1^1(2) \\ inv_1^2(1) & inv_1^2(2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} inv_0^1(1) & inv_0^1(2) \\ inv_0^2(1) & inv_0^2(2) \end{bmatrix} \right| = \begin{bmatrix} dif^1(1) & dif^1(2) \\ dif^2(1) & dif^2(2) \end{bmatrix} \quad (50)$$

E então, a média para cada candidato (para cada coluna da matriz), como ilustrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} dif^1(1) & dif^1(2) \\ dif^2(1) & dif^2(2) \end{bmatrix} \rightarrow [med\_dif(1) \quad med\_dif(2)] \quad (51)$$

**III) Diferença entre os investimentos em valores percentuais dentre iterações consecutivas serem menores que um *gap* previamente definido para TODOS os cenários:**

Diferença dentre iterações do investimento no candidato  $k$  em cada cenário  $\leq$   
 $Gap_{dif\_em\_cada\_cenario} [\%]$

Essa métrica foi desenvolvida visando fixar as variáveis de decisão que variarem muito pouco entre iterações consecutivas e não tiverem sido fixadas pela primeira métrica. As diferenças são calculadas relativas ao valor de investimento da iteração anterior.

As diferenças calculadas são relativas ao investimento da iteração anterior, como ilustrado na matriz abaixo.

$$\left| \begin{bmatrix} \frac{inv_1^1(1) - inv_0^1(1)}{inv_0^1(1)} & \frac{inv_1^1(2) - inv_0^1(2)}{inv_0^1(2)} \\ \frac{inv_1^2(1) - inv_0^2(1)}{inv_0^2(1)} & \frac{inv_1^2(2) - inv_0^2(2)}{inv_0^2(2)} \end{bmatrix} \right| \quad (52)$$

Cada item dessa matriz será comparado com o *gap* supracitado, e caso todos os itens referentes a um único candidato sejam menores que tal *gap*, a variável de decisão referente àquele candidato será fixada.

**Observação:** As heurísticas de fixação de decisões só poderão ser aplicadas para um determinado agente caso os investimentos para tal agente apresentem valores maiores que zero em uma determinada porcentagem ( $p$ ) dos  $S$  cenários. Essa porcentagem é um parâmetro de entrada do modelo, a ser fornecida pelo usuário, cujo valor padrão atual é 50%.

### 5.3 Sistema IEEE 24 barras

O *script* desenvolvido foi primeiramente testado com a base de dados do sistema didático de 24 barras do IEEE com sua rede de transmissão expandida, visando eliminar as sobrecargas em seus circuitos. O sistema é composto por 24 barras, 55 circuitos (linhas de transmissão e transformadores), 10 unidades geradoras e nenhum equipamento *shunt* existente conectado a alguma das barras.

Para esse sistema, foram utilizadas apenas 5 diferentes configurações da rede, e a única diferença entre elas consiste no ponto de operação dos 10 geradores mencionados. O diagrama unifilar do sistema está ilustrado na Figura 15.

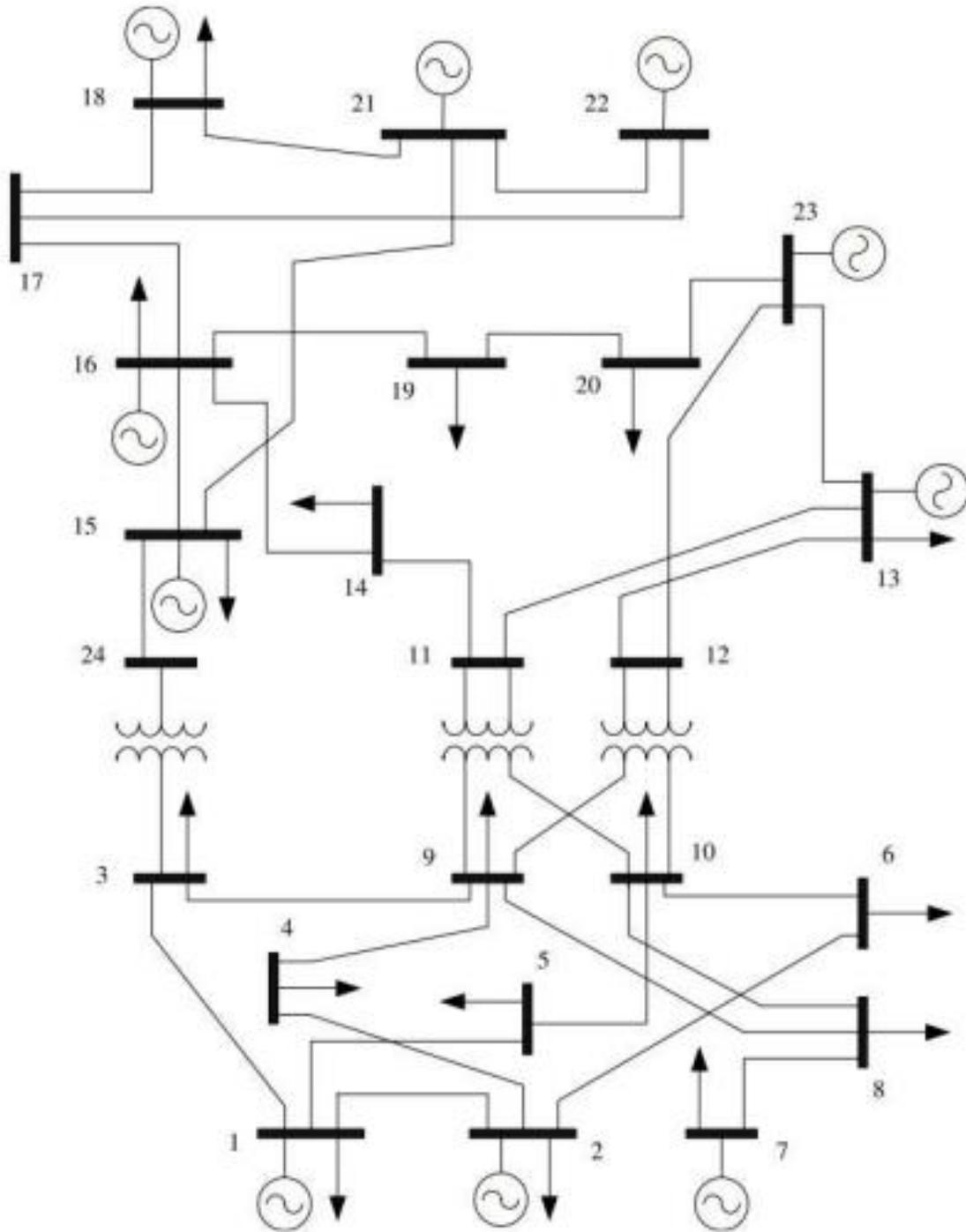


Figura 15 - Diagrama unifilar do sistema didático de 24 barras do IEEE [31].

Todas informações disponíveis sobre o caso didático podem ser encontradas em [31]. Os *shunts* candidatos de reatores e capacitores foram custeados de acordo com o bando de dados da ANEEL [32]. Na tabela abaixo temos os custos associados à bancos *shunt* de diferentes capacidades, todos para conexão em barras de 230 kV.

**Tabela 1 - Custos dos módulos de capacitores e reatores shunts de acordo com a ANEEL.**

| <b>Equipamento</b> | <b>Custo [M R\$]</b> | <b>Nº de Módulos</b> | <b>Custo Total [M US\$]</b> |
|--------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|
| Capacitor 100 MVar | 3.85                 | 5                    | 6                           |
| Capacitor 50 MVar  | 2.97                 | 10                   | 9.3                         |
| Capacitor 25 MVar  | 2.1                  | 20                   | 13.15                       |
| Reator 100 MVar    | 4.26                 | 5                    | 6.65                        |
| Reator 50 MVar     | 3.88                 | 10                   | 12.13                       |
| Reator 25 MVar     | 3.5                  | 20                   | 21.89                       |

O número de módulos de equipamentos *shunt* foi escolhido de forma que o total somasse o limite de injeção de potência reativa em cada barra do sistema (500 MVar). A conversão de Real para Dólar foi feita considerando uma taxa de câmbio de dólar equivalente a R\$ 3,20. Para o estudo com essa base de dados, foi escolhido o custo referente aos módulos *shunt* para reator e capacitor de 100 MVar.

## 6 RESULTADOS

Os resultados que serão apresentados nessa seção foram obtidos com a utilização dos parâmetros ilustrados na Tabela 2. Para o sistema estudado neste trabalho, cada iteração do processo iterativo, desencadeado pela interação entre *o script* em *Python* e o programa de otimização utilizado, durou em média 1.18 segundos, seguidos de um atraso de iniciação do processo de 4 segundos. Em outras palavras, uma rodada de 10 iterações por exemplo terminará em 15.8 (4 + 1.18 x 10) segundos, aproximadamente.

Tabela 2 - Parâmetros adotados para a execução do método.

| Parâmetro                      | Valor                |
|--------------------------------|----------------------|
| $Gap_{td}$                     | 5 %                  |
| $Gap_{medias}$                 | 0.5 MVA <sub>r</sub> |
| $Gap_{mediadif\_cenario}$      | 0.5 MVA <sub>r</sub> |
| $Gap_{dif\_em\_cada\_cenario}$ | 5 %                  |
| $Gap_{montante}$               | $\geq 0$ %           |
| p                              | 50 %                 |

### 6.1 Análise de variação da penalização

Primeiramente foi feita uma análise dos resultados quanto a forma de atualização da penalização a ser utilizada. Sem permitir a fixação de decisões, liberando a continuação do processo iterativo com o aumento ou repetição do montante total investido e limitando o processo iterativo em 50 iterações, foram obtidos os resultados referentes às 6 diferentes formas de penalização apresentadas na seção 5.2.1, como apresentado na Figura 16.

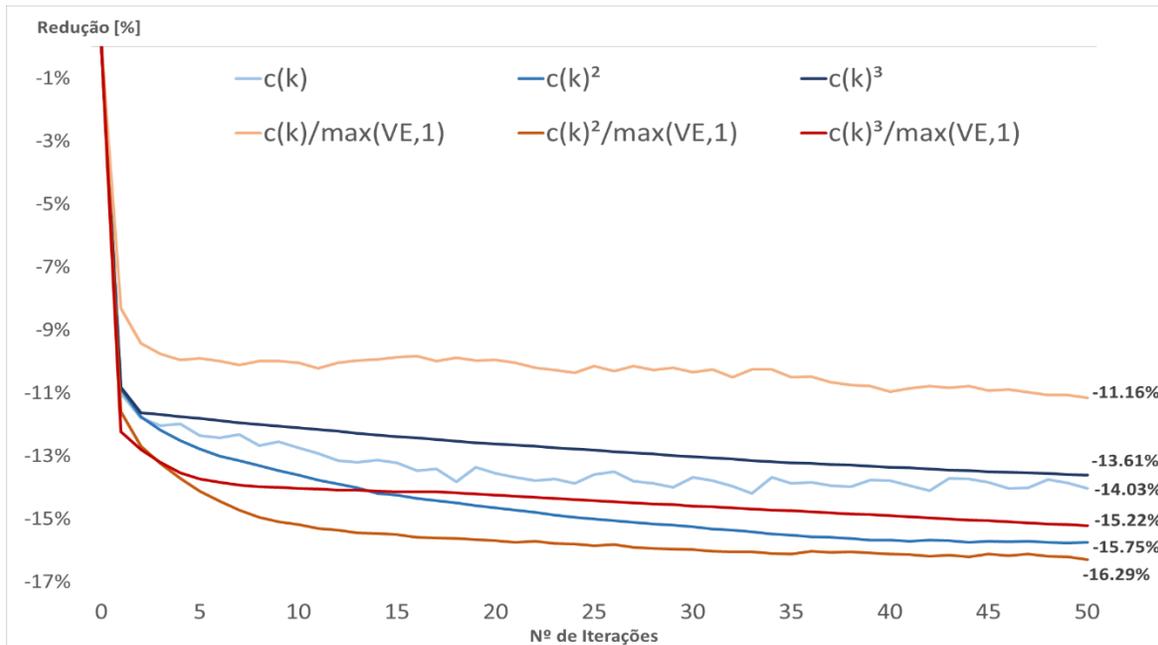


Figura 16 - Reduções de montante para as 6 diferentes métricas propostas de atualização da penalização.

Observando a Figura 16, nota-se que, para as fórmulas de penalização variável, o denominador é composto pelo termo “max(VE,1)”. A sigla VE trata-se do Valor Esperado após calculado o somatório em (53), como visto nas equações em (44), (45) e (46).

$$\sum_{s \in S} Pr(s) |x_i^s(k) - \bar{x}_{i-1}(k)| \quad (53)$$

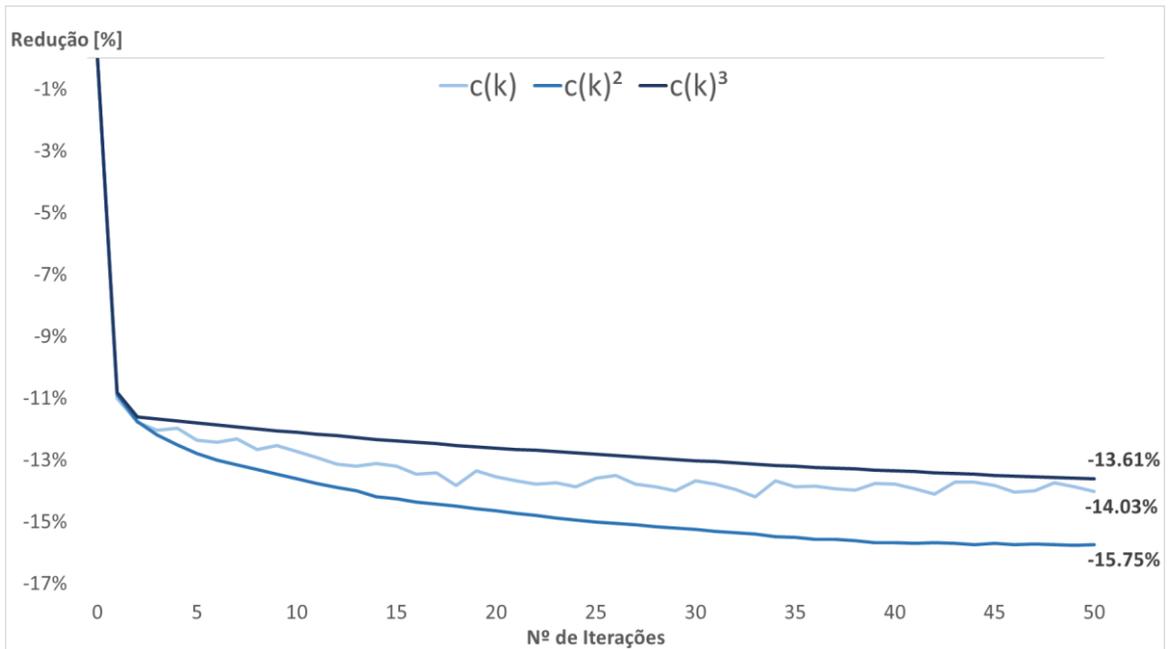


Figura 17 - Reduções de montante para métricas de penalização fixa.

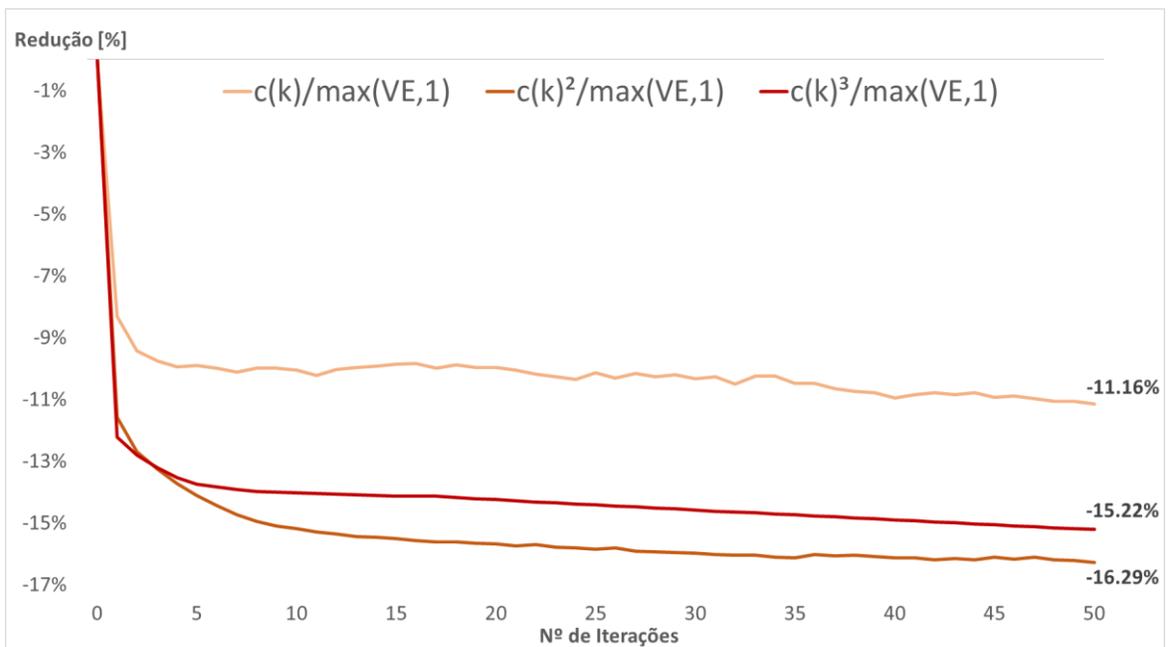


Figura 18 - Reduções de montante para métricas de penalização com atualização variável.

Ao analisar separadamente as métricas de penalização fixa (Figura 17) e de penalização com atualização variável (Figura 18), nota-se que, as métricas de penalização proporcional ao quadrado do custo do agente  $k$  apresentam, após 50 iterações, uma maior redução percentual no montante total investido (15.75% e 16.29%, respectivamente). Diante disso, foi adotada uma proporcionalidade ao quadrado do custo de investimento do equipamento de suporte reativo ao calcular o valor da penalização para as análises seguintes do presente trabalho. Como mencionado na seção 4.3, a escolha da penalização resulta de uma análise de custo-benefício entre tempo computacional gasto e qualidade da solução, que no caso, seria uma maior redução de montante total investido.

Tanto da Figura 17 quanto da Figura 18, nota-se que as métricas proporcionais ao custo, por não assumirem valores suficientemente grandes a ponto de exercer uma influência expressiva na decisão de investimento, se enquadram na situação de muito tempo computacional gasto para chegar na convergência do modelo, como visto na Seção 4.3. Por outro lado, também nota-se que as métricas proporcionais ao custo ao cubo se enquadram na situação de ultrapassagem em relação ao valor final esperado com a convergência do algoritmo, gerando uma solução com uma qualidade inferior às demais.

As 3 figuras a seguir ilustram a separação das métricas de penalização quanto à sua proporcionalidade ao custo do agente  $k$  para que seja feita a análise de qual forma seria melhor de aplicar a penalização, sendo ela fixa ou variável.

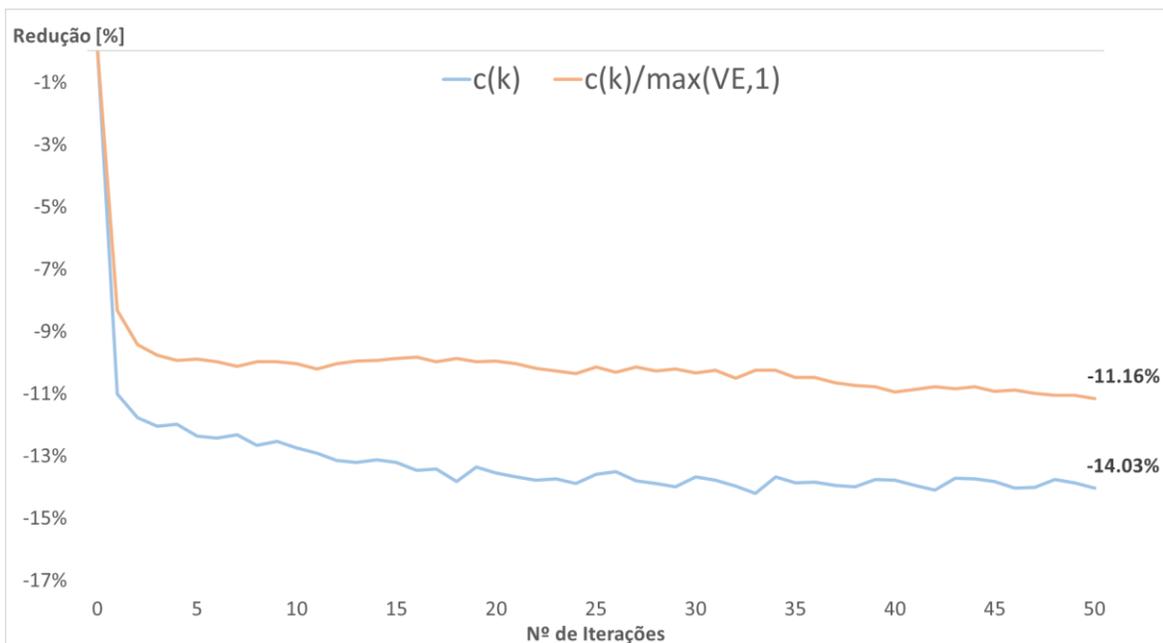


Figura 19 - Métricas proporcionais ao custo do agente  $k$ .

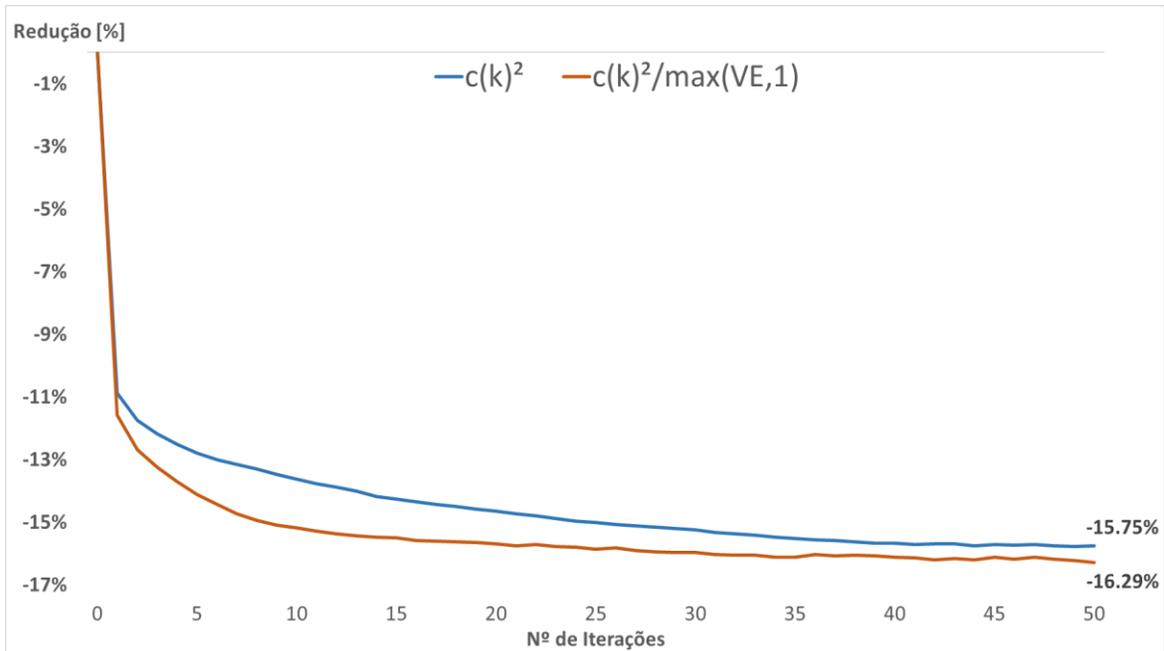


Figura 20 - Métricas proporcionais ao quadrado do custo do agente k.

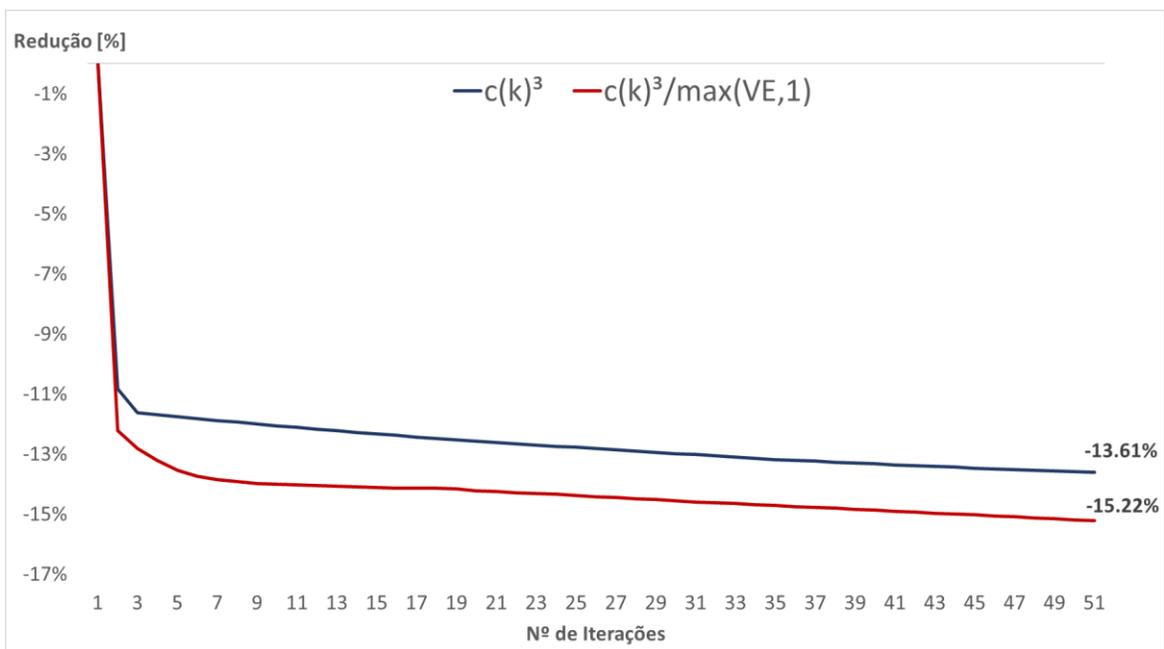


Figura 21 - Métricas proporcionais ao cubo do custo do agente k.

Diante da Figura 19, observa-se que, após 50 iterações, a penalização variável apresentou resultados piores que aqueles obtidos pela penalização fixa. Isso deve-se ao fato de que, como a forma variável tem valor máximo igual ao próprio custo e a penalização é linear com relação a ele, os valores iniciais que essa forma de penalização variável assumem são relativamente pequenos, quando comparados com a parcela de minimização de custos do problema de otimização. Dessa forma, por serem pequenos, tais valores não exercem uma influência

expressiva na tomada de decisão de investimento ao longo do processo iterativo, demandando um maior tempo computacional para que as decisões se aproximem do valor de referência imposto.

Nas Figuras 20 e 21, a penalização variável resultou em maiores reduções percentuais de montante total investido do que a penalização fixa. Este resultado era esperado, uma vez que, ao longo do processo iterativo do PH, as diferenças entre as decisões para cada cenário e o valor de referência (média das  $S$  decisões) vão se reduzindo, ou seja, as decisões vão se aproximando da referência a elas imposta. Como podemos ver pelas fórmulas de penalização variável apresentadas na Seção 5.2, o valor da penalização é inversamente proporcional às diferenças em questão, resultando em uma situação em que, quanto mais próxima a decisão estiver de seu valor de referência, maior será a penalização e, portanto, maior será a influência para que tal decisão se aproxime do seu valor de referência.

Portanto, fazendo uma análise de qual seria a melhor forma de atualizar a penalização, foi escolhida a forma 5 (penalização variável proporcional ao quadrado do custo), que de acordo com a Figura 16, foi a métrica que apresentou uma maior redução de montante total investido em um processo iterativo de 50 iterações.

## 6.2 Análise de heurística de fixação de decisões

Definida a melhor forma de penalizar a decisão de investimento por desvio médio quadrático, foi feita uma análise da redução do montante total investido ao variar o parâmetro de atraso ( $\mu$ ) e também sem ativar a heurística de fixação de variáveis de decisão. Nos gráficos a seguir, serão apresentadas as reduções percentuais de montante total investido para a execução do modelo sem fixação de decisões e para as execuções com fixação para um  $\mu$  variando de 0 a 2. O primeiro gráfico (Figura 22) ilustra as execuções supracitadas com a fixação das decisões na média dentre as decisões para os  $S$  cenários.

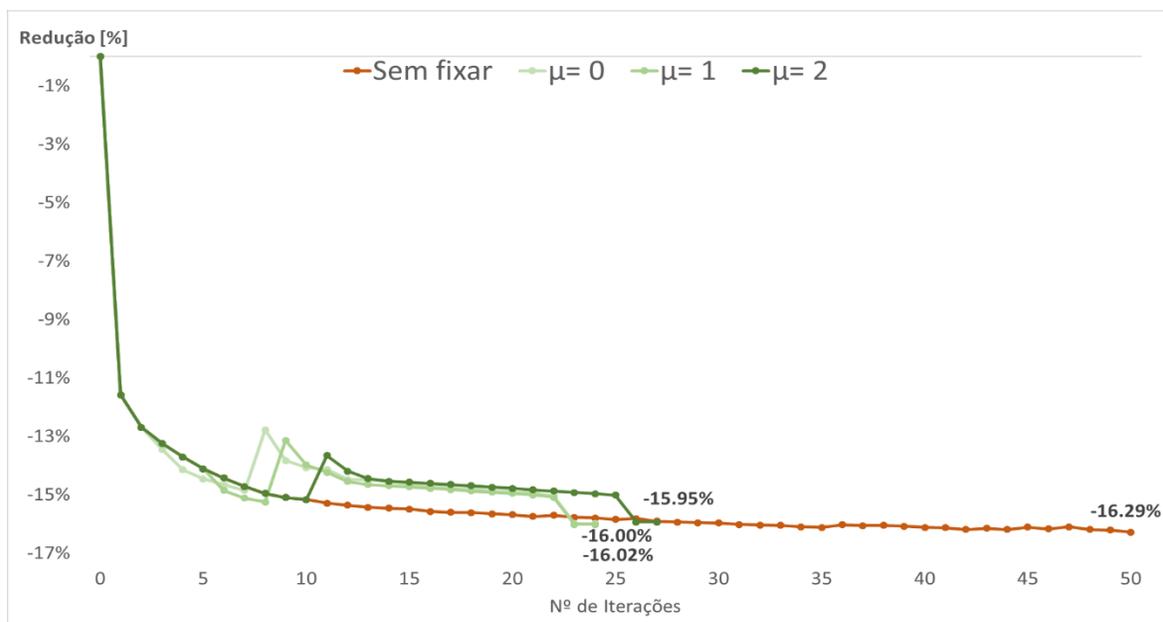


Figura 22 - Redução percentual de montante fixando decisões na média.

As reduções percentuais finais para  $\mu = 0$  e  $\mu = 1$  estavam praticamente sobrepostas, cuja pequena diferença (0.02) pode ser visualizada com o zoom do gráfico acima pela Figura 23.

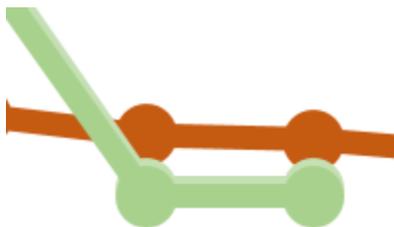


Figura 23 – Zoom nas decisões finais para  $\mu = 0$  e  $\mu = 1$ .

A ideia inicial de fixação de decisões seria fixar na média encontrada dos investimentos referentes ao agente  $k$  para os diversos cenários considerados. Entretanto, há o risco do *solver*, durante alguma execução do modelo, não conseguir encontrar uma solução viável para algum cenário em alguma iteração após a fixação, diante das restrições operativas impostas à função objetivo do modelo. E como foi definido um critério de parada para caso algum cenário não convirja, o processo iterativo é interrompido sem chegar na convergência do método de PH aplicado. Essa interrupção aconteceu para as 3 execuções do modelo com fixação de decisões ilustrada na Figura 22.

Para evitar que o processo iterativo seja interrompido por algum cenário que apresentou certa inviabilidade durante a execução do modelo, foi feita uma execução fixando as decisões no investimento máximo encontrado dentre os investimentos referentes ao agente  $k$  para os diversos cenários considerados. Os resultados dessa forma alternativa de fixação de decisões estão apresentados na Figura 24.

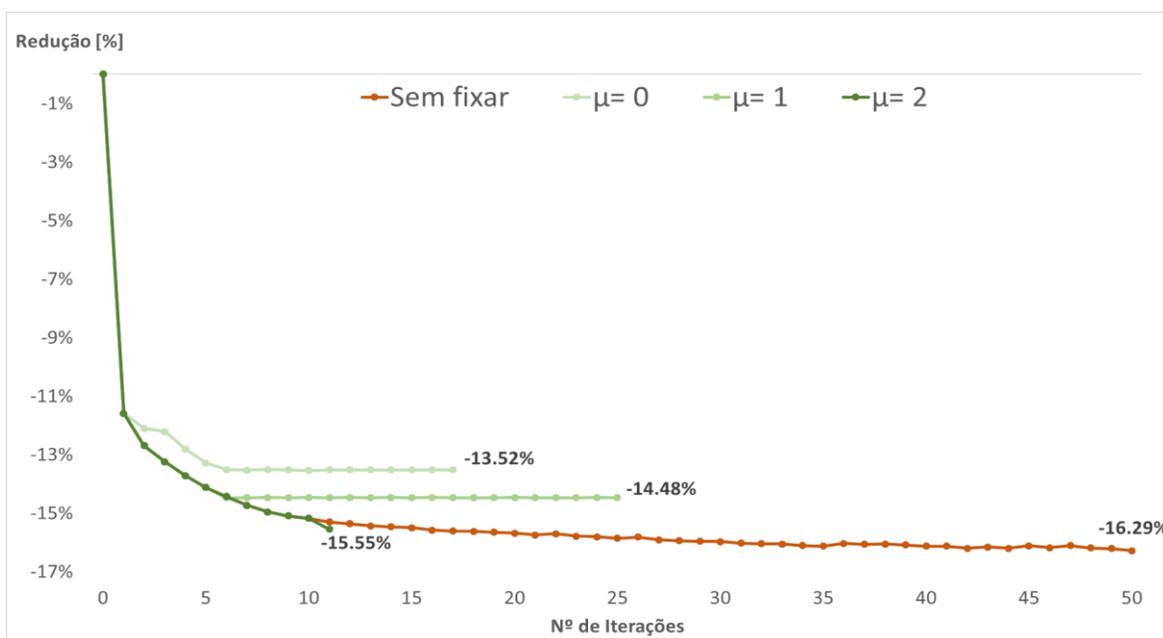


Figura 24 - Redução percentual de montante fixando decisões no máximo encontrado.

Dessa vez, o processo iterativo das execuções com fixação de decisões parou por convergência do *td*, no caso em que  $\mu = 2$ , e por identificação de comportamento cíclico,

para  $\mu = 0$  e  $\mu = 1$ . Porém, ao comparar o gráfico da Figura 22 com o da Figura 24, nota-se que soluções melhores foram encontradas pela vertente de fixação de decisões na média, ao comparar o valor final do processo iterativo de cada curva contemplando a fixação de decisões para um certo  $\mu$ .

Ativando o segundo critério de parada apresentado na Seção 5.1, ou seja, o processo iterativo será interrompido caso o montante total investido sofra algum aumento ou se repita em relação à iteração anterior. Com este critério de parada ativo, as execuções, quando comparadas às anteriores (Figuras 22 e 24) são finalizadas com menos iterações, como ilustrado na Figura 25 (fixando na média) e na Figura 26 (fixando no máximo).

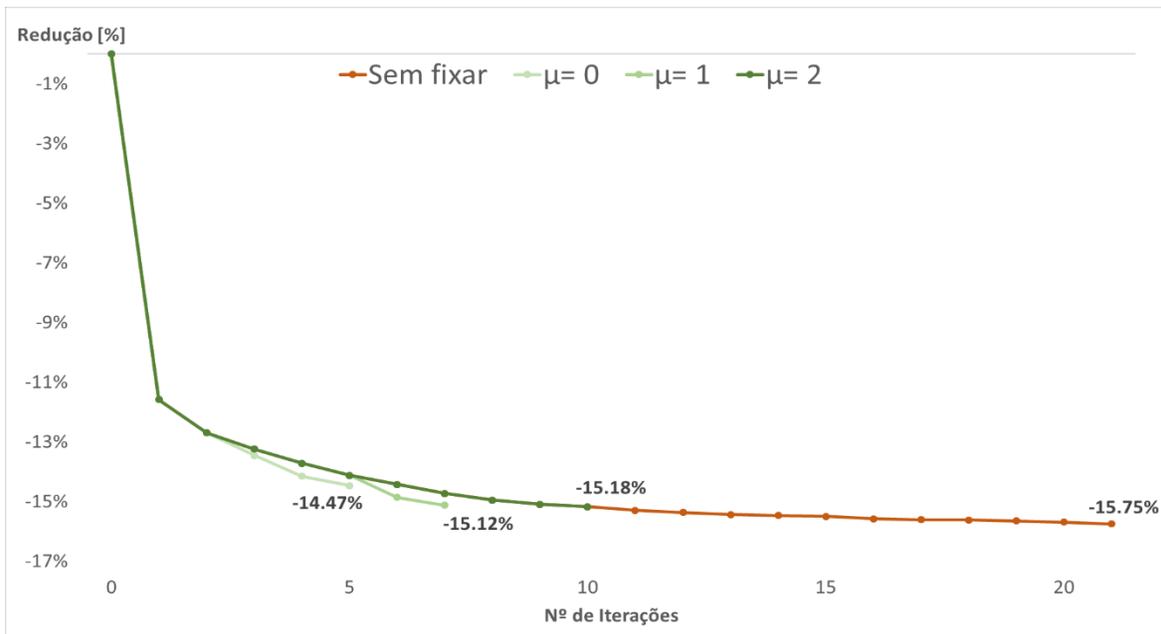


Figura 25 - Redução percentual de montante fixando decisões na média sem aumento de montante.

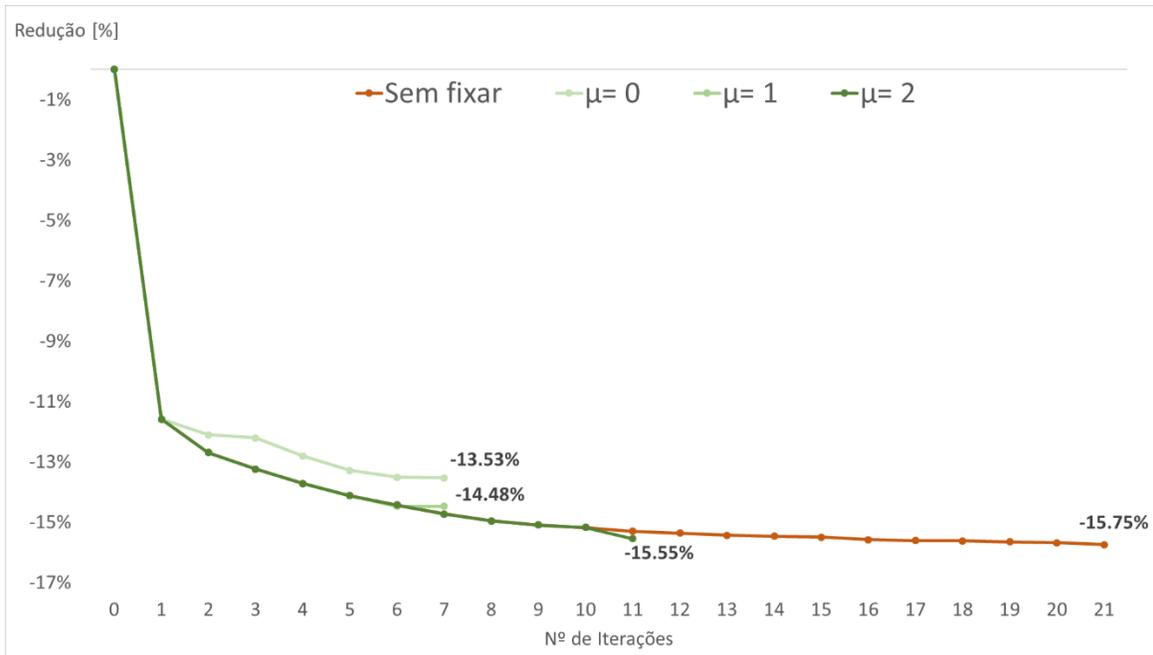


Figura 26 - Redução percentual de montante fixando decisões no máximo encontrado sem aumento de montante.

### 6.3 Tempo computacional vs. qualidade de solução

Para facilitar uma análise de custo-benefício entre esforço computacional e qualidade da solução, os resultados finais de redução de investimento de tempo de CPU gasto foram resumidos na Tabela 3 (fixando na média) e na Tabela 4 (fixando no máximo). O computador usado para os testes e execuções deste trabalho dispunha de um processador Intel® Core™ i7-4500U CPU com 8 GB de memória instalada (RAM).

Tabela 3 - Resumo de resultados referentes à análise de fixação de decisões na média.

|           | Aumento de Montante Permitido |             | Aumento de Montante não Permitido |              |
|-----------|-------------------------------|-------------|-----------------------------------|--------------|
|           | Redução                       | Tempo CPU   | Redução                           | Tempo CPU    |
| Sem fixar | 16.29%                        | 63 segundos | 15.75%                            | 29 segundos  |
| μ= 0      | 16.00%                        | 32 segundos | 13.60%                            | 7.5 segundos |
| μ= 1      | 16.02%                        | 32 segundos | 15.15%                            | 12 segundos  |
| μ= 2      | 15.95%                        | 36 segundos | 15.18%                            | 16 segundos  |

Tabela 4 - Resumo de resultados referentes à análise de fixação de decisões no máximo.

|           | Aumento de Montante Permitido |               | Aumento de Montante não Permitido |             |
|-----------|-------------------------------|---------------|-----------------------------------|-------------|
|           | Redução                       | Tempo CPU     | Redução                           | Tempo CPU   |
| Sem fixar | 16.29%                        | 63 segundos   | 15.75%                            | 29 segundos |
| μ= 0      | 13.52%                        | 24 segundos   | 13.53%                            | 12 segundos |
| μ= 1      | 14.48%                        | 33.5 segundos | 14.48%                            | 12 segundos |
| μ= 2      | 15.55%                        | 17 segundos   | 15.55%                            | 17 segundos |

Ao analisar as tabelas acima, verifica-se que tanto a diferença de tempo computacional, quanto a diferença entre as reduções percentuais são pequenas, e portanto, conclui-se que desativar o critério de parada referente ao aumento de montante total investido é uma métrica válida.

## 6.4 O plano de expansão

A Tabela 5 ilustra, de forma comparativa, os planos de expansão para a solução pré-PH (iteração 0) e para as soluções inicial e final do PH. Essa execução do método utilizou uma atualização da penalização variável e proporcional ao quadrado do custo de investimento do equipamento *shunt*, sem fixar variáveis e sem parar o processo iterativo por aumento de montante, como ilustrado pela curva de maior redução percentual na 50ª iteração na Figura 16.

Tabela 5 - Investimentos em injeção de potência ativa [MVar] oriunda de bancos de capacitores para cada barra do sistema.

|              | Iteração 0  | Iteração 1  | Iteração 50 |
|--------------|-------------|-------------|-------------|
| Barra 01     | 0           | 0           | 0           |
| Barra 02     | 0           | 0           | 0           |
| Barra 03     | 368.98      | 363.40      | 341.45      |
| Barra 04     | 0           | 0           | 1.28        |
| Barra 05     | 0           | 0           | 0.86        |
| Barra 06     | 0           | 0.38        | 2.91        |
| Barra 07     | 9.66        | 10.29       | 3.65        |
| Barra 08     | 0.00        | 0.59        | 2.78        |
| Barra 09     | 430.84      | 423.04      | 397.65      |
| Barra 10     | 170.51      | 111.39      | 91.60       |
| Barra 11     | 345.59      | 220.40      | 168.43      |
| Barra 12     | 0           | 0.21        | 2.14        |
| Barra 13     | 0           | 0.60        | 2.15        |
| Barra 14     | 68.92       | 78.15       | 116.01      |
| Barra 15     | 0           | 1.64        | 3.15        |
| Barra 16     | 0           | 1.72        | 2.65        |
| Barra 17     | 0           | 1.59        | 2.86        |
| Barra 18     | 0           | 1.58        | 2.94        |
| Barra 19     | 0           | 0.79        | 1.51        |
| Barra 20     | 0           | 0           | 0           |
| Barra 21     | 0           | 1.48        | 2.86        |
| Barra 22     | 0           | 0           | 0           |
| Barra 23     | 0           | 0           | 0           |
| Barra 24     | 235.48      | 223.80      | 217.62      |
| <b>TOTAL</b> | <b>1630</b> | <b>1441</b> | <b>1365</b> |

As decisões finais de investimento foram tomadas de acordo com as necessidades de injeção de potência reativa (em MVAR) oriunda de bancos de capacitores.

Como observado na Tabela 5, o plano de expansão ainda sem a aplicação de PH (iteração 0), se resume ao investimento de bancos de capacitores em apenas 6 barras do sistema (25%). Já na primeira iteração do modelo com PH, o investimento total se reduz em 11.59% e se espalha por 17 barras (70.83%). Para a melhor solução encontrada, iteração 50 da execução sem fixação de decisões, a redução do investimento foi de 16.29% e se espalhou por 19 barras (79.17%).

Vale ressaltar que, além da redução percentual supracitada, também há o benefício de melhor distribuição do montante total investido pelo sistema, o que proporciona uma melhor flexibilidade operativa para o operador frente a imprevistos relacionados a falhas no sistema de geração ou a aumentos súbitos de carga. O resumo dos resultados estão agrupados na Tabela 6.

**Tabela 6 - Resumo comparativo dos planos de expansão.**

|                              | <b>Iteração 0</b> | <b>Iteração 1</b> | <b>Iteração 50</b> |
|------------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| <b>Montante [MVAR]</b>       | 1,629.98          | 1,441.05          | 1,364.48           |
| <b>Redução [%]</b>           | -                 | 11.59%            | 16.29%             |
| <b>Barras Investidas</b>     | 6                 | 17                | 19                 |
| <b>Barras Investidas [%]</b> | 25.00%            | 70.83%            | 79.17%             |

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente, devido à alta complexidade e não convexidade do problema de fluxo de potência ótimo não linear, a análise do planejamento da expansão de potência reativa é feita, individualmente, para cada cenário. Dessa forma, a decisão final de investimento fica sujeita a uma superposição das soluções individuais resultantes desses cenários, acarretando em altos custos de expansão para o sistema.

Apesar de não garantir otimalidade global, a metodologia proposta neste trabalho encontra uma solução que acopla as decisões de investimento, referente a cada problema determinístico, ao impor um valor de referência para a tomada de decisão final. Como pode ser visto através dos resultados, o acoplamento das decisões e a metodologia proposta resultaram em resultados positivos para o planejamento da expansão de equipamentos de suporte de potência reativa por reduzir o montante total de investimentos necessários na rede, atendendo todos requisitos operativos demandados.

Diante dos resultados apresentados quanto à métrica de escolha da penalização, conclui-se que a penalização variável resulta em soluções de melhor qualidade quando comparada ao uso de uma penalização com valor fixo. A variável ganha nessa disputa por, ao longo do processo iterativo, o valor assumido pela penalização aumentar de acordo com a aproximação dos investimentos da média calculada, ou seja, as decisões tomadas ao longo do processo iterativo para resolver o problema de otimização deverão cada vez menos desviar da média, uma vez que os investimentos vão se aproximando da média a cada iteração que se passa.

Com a aplicação do *Progressive Hedging* neste trabalho, obtiveram-se reduções significativas (aprox. 16%) no montante total investido para o planejamento da expansão de reativo em um sistema acadêmico de 24 barras, ao comparar com o montante obtido por meio das soluções tidas até então como convencionais. Como ilustrado na Tabela 5, a redução foi de um plano final com um total de 1631 MVAR investidos para um total de 1364 MVAR investidos, ou seja, uma redução de, aproximadamente 265 MVAR, para um sistema que é considerado pequeno.

Dados os resultados expressivos, sugere-se como trabalho futuro a aplicação do método em um sistema de grande porte para averiguação do montante total de redução obtido através do método e heurísticas propostas neste trabalho. No entanto, é preciso ter em mente, que os resultados para um sistema de grande porte, não serão, necessariamente, mais expressivos, dado que o problema em análise é de natureza não linear e depende muito das características do sistema. Também vale ressaltar que ao analisar um sistema de maior porte, o tempo computacional pode aumentar consideravelmente, o que poderia justificar mais ainda o uso das heurísticas de fixação de variáveis de decisão.

Ademais, como pode ser observado na Tabela 5, apesar do montante total investido sofrer uma redução expressiva, a solução proposta acaba por distribuir os investimentos na rede, proporcionando uma maior flexibilidade operativa e, por consequência, ser possível encontrar uma operação viável em diferentes cenários de despacho para um mesmo montante investido. Em contrapartida, em algumas barras houveram investimentos muito pequenos, inferiores a capacidade instalada do menor módulo disponível no banco de dados da ANEEL. Portanto, sugere-se como trabalho futuro, investigações e pesquisas com objetivo de tornar as decisões de investimento realizadas pelo método proposto neste trabalho aderentes à

realidade de planejamento e à disponibilidade dos equipamentos modulares disponíveis no mercado. Para tal, sugere-se por exemplo, a introdução de mais um critério de fixação de variáveis, forçando que o investimento seja nulo em barras cujo investimento médio seja demasiadamente pequeno, após N iterações consecutivas. Neste caso, vale ressaltar que a aplicação deste novo critério pode levar a dificuldades de se encontrar uma solução operativa viável em todos os cenários de despacho.

Uma outra proposta de trabalho futuro é aplicar o método em uma análise multi-estágio, especialmente em um horizonte de planejamento de longo prazo, com o objetivo de valorar a redução do montante total investido em todo o horizonte.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] PSR, OPTFLOW – Manual de Metodologia, versão 2.7, 2014.
- [2] CEPEL, Programa de Fluxo de Potência Ótimo/FLUPOT – Manual do usuário, Versão 07.03.00, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2009.
- [3] MUNOZ, Francisco D.; WATSON, Jean-Paul. A scalable solution framework for stochastic transmission and generation planning problems. *Computational Management Science*, v. 12, n. 4, p. 491-518, 2015.
- [4] GUO, Ge et al. Integration of progressive hedging and dual decomposition in stochastic integer programs. *Operations Research Letters*, v. 43, n. 3, p. 311-316, 2015.
- [5] GADE, Dinakar et al. Obtaining lower bounds from the progressive hedging algorithm for stochastic mixed-integer programs. *Mathematical Programming*, v. 157, n. 1, p. 47-67, 2016.
- [6] MULVEY, John M.; VLADIMIROU, Hercules. Applying the progressive hedging algorithm to stochastic generalized networks. *Annals of Operations Research*, v. 31, n. 1, p. 399-424, 1991.
- [7] ROCKAFELLAR, R. Tyrrell; WETS, Roger J.-B. Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Mathematics of Operations Research*, v. 16, n. 1, p. 119-147, 1991.
- [8] WETS, Roger JB. The aggregation principle in scenario analysis and stochastic optimization. In: *Algorithms and model formulations in mathematical programming*. Springer Berlin Heidelberg, 1989. p. 91-113.
- [9] LISTES, Ovidiu; DEKKER, Rommert. A scenario aggregation based approach for determining a robust airline fleet composition. 2002.
- [10] LISTES, Ovidiu; DEKKER, Rommert. A scenario aggregation-based approach for determining a robust airline fleet composition for dynamic capacity allocation. *Transportation Science*, v. 39, n. 3, p. 367-382, 2005.
- [11] GRAINGER, John J.; STEVENSON, William D. *Power system analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [12] STEVENSON, William D. *Elements of power system analysis*. 1975.
- [13] OLIVEIRA, Sebastião Ércules Melo de. *Estabilidade em Sistemas de Potência*. 2016. Notas de Aula.
- [14] BORGES, Carmen Lucia Tancredo. *Análise de sistemas de potência*. Apostila. Departamento de Engenharia Elétrica - UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.
- [15] FALCAO, Djalma M. *Análise de Redes Elétricas*. COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 2003
- [16] ACERVO TÉCNICO, Prédio de Itaipu tremeu com o desligamento dos 18 geradores. Disponível em: <http://www.acervotecnico.com.br/2010/08/predio-de-itaipu-tremeu-com-o-desligamento-dos-18-geradores.html>.
- [17] WEG, *Catálogo de Compensadores Síncronos Rotativos*, 2016.

- [18] ALEX MATHEUS, JOÃO MANOEL. Reatores em derivação. Disponível em: <https://www.emaze.com/@ALILIZZT/SEP---1>.
- [19] INEPAR S.A., IESA fornecerá Bancos de Capacitores e Capacitores Avulsos para a AES ELETROPAULO. Disponível em: [http://www.inepar.com.br/not\\_capacitores\\_eletropaulo.html](http://www.inepar.com.br/not_capacitores_eletropaulo.html).
- [20] BENTO, José Antônio Chiabai et al. Requisitos de suporte de potência reativa para operação de usinas eólicas. 2013.
- [21] WANLIDA, Estructura del compensador estático síncrono. Disponível em: <http://elecequipment.es/product-2-1-4-statcom-strcuture-es/131212>.
- [22] FERREIRA, Carlos Aparecido. Novo Modelo de Transformador com Tap Variável em Regime Permanente. 2011. Tese de Doutorado. PUC-Rio.
- [23] SILVA, Warney Araújo. Utilização de Recursos de Compensação Reativa de Indústrias no Controle de Tensão de Sistemas Elétricos. 2007. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais.
- [24] BYRD, Richard H.; NOCEDAL, Jorge; WALTZ, Richard A. KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization. In: Large-scale nonlinear optimization. Springer US, 2006. p. 35-59.
- [25] FOURER, Robert; GAY, David; KERNIGHAN, Brian. Ampl. Danvers, MA: Boyd & Fraser, 1993.
- [26] WATSON, Jean-Paul; WOODRUFF, David L.; STRIP, David R. Progressive hedging innovations for a class of stochastic resource allocation problems. UC Davis Graduate School of Management Research Paper, n. 05-08, 2008.
- [27] RAHMANIANI, Ragheb et al. The Benders Decomposition Algorithm: A Literature Review. European Journal of Operational Research, 2016.
- [28] BIRGE, John R.; LOUVEAUX, Francois. Introduction to stochastic programming. Springer Science & Business Media, 2011.
- [29] BAZARAA, Mokhtar S.; SHERALI, Hanif D.; SHETTY, Chitharanjan M. Nonlinear programming: theory and algorithms. John Wiley & Sons, 2013.
- [30] LUENBERGER, David G.; YE, Yinyu. Linear and nonlinear programming. Springer, 2015.
- [31] GRIGG, Cliff et al. The IEEE reliability test system-1996. A report prepared by the reliability test system task force of the application of probability methods subcommittee. IEEE Transactions on Power Systems, v. 14, n. 3, p. 1010-1020, 1999.
- [32] ANEEL, "Banco de Preços de Referência ANEEL - Ref. 06/2013", Brasília, Brasil, 2013, disponível em: <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/atreh2009758.pdf>.