

INCORPORAÇÃO DE RESTRIÇÕES DE CONFIABILIDADE AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ÓTIMO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS
ELÉTRICOS

Luiz Carlos da Costa Júnior

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO
DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

Prof. Márcia Helena Costa Fampa, D.Sc.

Dr. Mario Veiga Ferraz Pereira, D.Sc.

Prof. Nelson Maculan Filho, D.Sc.

Prof. Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MAIO DE 2008

COSTA JÚNIOR, LUIZ CARLOS DA

Incorporação de Restrições de Confiabilidade ao Problema de Planejamento Ótimo da Expansão de Sistemas Elétricos [Rio de Janeiro] 2008

XI, 139 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 2008)

Dissertação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Planejamento Ótimo da Expansão de Sistemas Elétricos
2. Confiabilidade de Sistemas Elétricos
3. Decomposição de Benders
4. Otimização Discreta

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais Luiz e Sônia e aos meus irmãos Ana Carolina e Carlos Eduardo, por todo o apoio, carinho, amor e incentivo incontestáveis que formaram a base para que este trabalho pudesse ser desenvolvido.

À minha querida namorada e companheira Fernanda Souza Thomé, por toda sua ajuda no desenvolvimento deste trabalho, apoio e incentivo indispensáveis à conquista deste objetivo.

Às minha querida família: avós, tios, tias, primos, primas e à minha afilhada. Pelo carinho e apoio incondicionais.

Ao amigo Mario Veiga pelo incentivo e valiosas orientações durante o desenvolvimento deste trabalho. Ao amigo Silvio Binato pela dedicação, paciência e incentivo dispensados. Aos amigos Gerson Couto de Oliveira, Nora Campodónico, Sérgio Granville, Luiz Maurício Thomé, Raphael Chabar e Rafael Kelman por suas contribuições. Ao amigo Gustavo Ayala pelos momentos de discussão e contribuições e aos demais colegas da PSR.

A professora Marcia Fampa pela orientação acadêmica e confiança e aos demais professores da COPPE pela excelente contribuição em minha formação acadêmica.

Ao departamento de Engenharia de Sistemas e Computação pelo suporte, em especial para Solange e Cláudia Prata, pela disposição e prontidão para ajudar sempre que foi necessário.

A CAPES pelo auxílio a mim concedido na forma de bolsa de estudos.

Aos amigos conquistados na família Souza e Thomé, obrigado pelo carinho, incentivo e confiança.

Aos meus queridos amigos Bruno Romanelli, Diogo Gonçalves, Gustavo Almeida, João Luis Lobo, Marcos Vinícius Spiguel, Rafael Diniz, André Dias e Fernando Giffoni pelo companheirismo e amizade, fundamentais para obter o ânimo necessário e alcançar mais esta etapa.

E finalmente, à todos aqueles que souberam compreender e perdoar minhas ausências durante o desenvolvimento deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

INCORPORAÇÃO DE RESTRIÇÕES DE CONFIABILIDADE AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ÓTIMO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS
ELÉTRICOS

Luiz Carlos da Costa Júnior

Maio de 2008

Orientador: Márcia Helena Costa Fampa

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Esta dissertação descreve uma metodologia para incorporar restrições de confiabilidade no problema de planejamento ótimo da expansão de sistemas elétricos. Além dos índices de confiabilidade LOLP e EPNS, tradicionalmente utilizados para medir a confiabilidade de sistemas elétricos, é proposta a utilização dos índices de risco VaR e CVaR, vastamente utilizados em mercados financeiros. O cálculo de índices de confiabilidade requer a análise dos estados de falha do sistema e o número de estados cresce combinatorialmente com o número de elementos do sistema. Por esta razão, a inclusão explícita de restrições de confiabilidade no problema de planejamento pode ser extremamente onerosa. Para minimizar o custo computacional, neste trabalho, utiliza-se a técnica de decomposição de Benders para solucionar o problema de planejamento da expansão, decompondo-o em um problema de investimento e subproblemas para a avaliação da operação e confiabilidade. Os cortes de Benders obtidos da solução dos subproblemas aproximam a função custo operativo e a região viável associada ao critério de confiabilidade do problema de expansão original. Para calcular os índices de confiabilidade EPNS e CVaR, utilizou-se o método de simulação Monte Carlo. A metodologia proposta é aplicada a um problema real de planejamento ótimo da expansão do sistema elétrico da Bolívia.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

RELIABILITY CONSTRAINTS CONSIDERATION IN THE OPTIMAL
POWER SYSTEMS EXPANSION PLANNING PROBLEM

Luiz Carlos da Costa Júnior

May 2008

Advisor: Márcia Helena Costa Fampa
Department: Computer and System Engineering

This dissertation presents a methodology to incorporate reliability constraints in the optimal power systems expansion planning problem. Besides the reliability indexes LOLP and EPNS, traditionally used to measure the reliability of power systems, this work proposes the utilization of the risk measures VaR and CVaR, widely used in financial markets. The calculation of the reliability indexes requires the analysis of the system failures states and the number of states grows combinatorially as the number of elements in the system grows. For this reason, the explicit consideration of reliability constraints in the expansion planning problem can be an extremely hard task. In order to minimize computational effort, this work applies the Benders' decomposition technique to solve the expansion planning problem, decomposing it in a investment problem and operation and reliability subproblems. The Benders' cuts obtained from the subproblems solution approximate the operation cost function and the feasibility region associated to the reliability criteria of the original expansion problem. In order to calculate the reliability indexes EPNS and CVaR, the Monte Carlo method is used. The proposed methodology is applied to the real problem of optimal expansion planning of the Bolivian power system.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Visão Geral	1
1.2	Objetivo	3
1.3	Organização	6
2	Planejamento de Sistemas Elétricos	8
2.1	Introdução	8
2.2	Processo de Planejamento	13
2.3	Planejamento Econômico	15
2.3.1	Exemplo	19
3	Análise de Confiabilidade de Sistemas Elétricos	22
3.1	Introdução	22
3.2	Confiabilidade de Sistemas Elétricos de Potência	23
3.2.1	Modelagem Matemática para Estudos de Confiabilidade	24
3.3	Confiabilidade da Geração	26
3.3.1	Representação dos Elementos do Sistema Elétrico	27
3.3.2	Avaliação do Sistema	34
3.3.3	LOLP	36
3.3.4	EPNS	38
3.3.5	Relação entre a LOLP e EPNS	40
3.3.6	Método de Convolução	41
3.3.7	Simulação Monte Carlo	43
3.3.8	Exemplo	47
4	Incorporação de Controle de Risco no Problema do Planejamento	51
4.1	Introdução	51
4.2	Critério Econômico	52
4.3	Critério de Segurança	54
4.3.1	Formulação	55
4.3.2	LOLP	56
4.3.3	EPNS	58

4.4	Exemplo	59
4.4.1	LOLP	59
4.4.2	EPNS	60
5	Novas Medidas de Risco aplicadas à Confiabilidade	61
5.1	Introdução	61
5.2	Value-at-Risk (VaR)	62
5.2.1	Definição	62
5.2.2	Formulação no Problema de Planejamento	65
5.2.3	Relação entre a LOLP e VaR	66
5.3	Coerência das Medidas de Risco	67
5.4	Conditional Value-at-Risk (CVaR)	70
5.4.1	Definição	70
5.4.2	Formulação no Problema de Planejamento	73
5.4.3	Relação entre a EPNS e o CVaR	74
5.4.4	Relação entre o VaR e o CVaR	75
5.5	Exemplo	77
5.5.1	VaR	78
5.5.2	CVaR	79
6	Incorporação de Restrições de Risco em Esquemas de Decom- posição	80
6.1	Introdução	80
6.2	Decomposição do Problema de Planejamento	81
6.3	Subproblema de Investimento	83
6.4	Subproblema de Operação	85
6.5	Subproblema de Confiabilidade	85
6.5.1	Critério de EPNS	87
6.5.2	Critério de CVaR	88
7	Estudo de Caso	93
7.1	Introdução	93
7.2	Implementação Computacional	94
7.3	Descrição do Sistema	94
7.4	Sem Expansão	97
7.5	Planejamento Hierárquico	99
7.6	Planejamento Integrado	104
7.7	Análise Comparativa	105
7.8	Comparação dos Critérios de Confiabilidade EPNS e CVaR	108
7.9	Estratégias de Solução	111

8 Conclusões	114
8.1 Trabalhos Futuros	117
Bibliografia	121
A Decomposição de Benders	126
B Dados do Sistema da Bolívia	134

Lista de Figuras

2.1	Planejamento da Geração e Transmissão	12
2.2	Processo de Planejamento	13
3.1	Redundância: Stand-by e Paralelo	24
3.2	Fluxograma Simplificado das Etapas de um Estudo de Confiabilidade	25
3.3	Curvas de suprimento realizado x demanda	26
3.4	Modelo para Avaliação da Confiabilidade da Geração	27
3.5	Modelo de uma unidade geradora	28
3.6	Função densidade de probabilidade do estado de disponibilidade de uma usina com uma unidade	30
3.7	Exemplo de função densidade de probabilidade do estado de disponi- bilidade de uma usina com seis unidades	31
3.8	Demanda Típica Horária	31
3.9	Curva de Duração da Demanda	32
3.10	Função de Probabilidade Acumulada da Demanda	33
3.11	Função de Distribuição de Probabilidade da Demanda	33
3.12	Representação da demanda com 4 patamares para o período de 1 ano	34
3.13	Função de distribuição de probabilidade da capacidade total do sis- tema e do corte de carga	35
3.14	LOLP: probabilidade de perda de carga	36
3.15	Função Indicadora	37
3.16	EPNS: valor esperado da potência não suprida	39
3.17	Função Truncamento	40
3.18	Distribuição da potência total disponível de um sistema	42
3.19	Exemplo - distribuição da capacidade total do sistema com gerador 1	48
3.20	Exemplo - distribuição da capacidade total do sistema com gerado- res 1 e 3	49
3.21	Exemplo - distribuição do corte de carga do sistema com geradores 1 e 3	50
4.1	Curva de Custo da Confiabilidade	53
5.1	VaR_α : <i>Value-at-Risk</i> associado ao corte de carga	63

5.2	Função indicadora transladada	67
5.3	CVaR $_{\alpha}$: <i>Conditional Value-at-Risk</i> associado ao corte de carga . . .	71
5.4	Função truncamento transladada	72
5.5	Aproximação convexa da função indicadora	76
6.1	Decomposição do Processo de Planejamento	83
7.1	Evolução da demanda de ponta x capacidade instalada	95
7.2	SE - déficit operativo	97
7.3	SE - EPNS	98
7.4	PE - capacidade instalada adicional	100
7.5	PE - EPNS	101
7.6	PHE - capacidade instalada adicional	102
7.7	PHE - EPNS	103
7.8	PIE - capacidade instalada adicional	104
7.9	PIE - EPNS	105
7.10	Capacidade adicional total para as diferentes metodologias de plane- jamento	106
7.11	PIE - CVaR $_{5\%}$	109
7.12	PIC - capacidade instalada adicional	109
7.13	PIC - CVaR $_{5\%}$	110
7.14	PIC - EPNS	111
7.15	Estratégias de solução	112
A.1	Esquema do Método de Decomposição de Benders	128
A.2	Função $O(x)$ para x escalar	129
A.3	Esquema do Método de Decomposição de Benders com Corte de Viabilidade	133

Lista de Tabelas

2.1	Exemplo - Dados de Investimento	19
2.2	Exemplo - Dados Operativos	20
2.3	Exemplo - Alternativas de investimento	21
3.1	Exemplo - Distribuição de capacidade total do sistema (geradores 1 e 3)	49
4.1	Exemplo - LOLP e EPNS para as possíveis alternativas de investimento	59
5.1	Exemplo - LOLP, EPNS VaR e CVaR para as possíveis alternativas de investimento	78
7.1	SE - Resultados	98
7.2	PE - Resultados	101
7.3	PHE - Resultados	103
7.4	PIE - Resultados	105
7.5	Metodologias de planejamento - Comparação	107
7.6	PIC - Resultados	110
B.1	Demanda de Energia (GWh)	134
B.2	Demanda de Potência/Ponta (MW)	135
B.3	Dados de Geração Hidroelétrica Existente	135
B.3	Continuação	136
B.4	Dados de Geração Térmica Existente	137
B.5	Dados de Geração Térmica Candidata	138
B.5	Continuação	139

Capítulo 1

Introdução

1.1 Visão Geral

O objetivo do planejamento de longo prazo de sistemas elétricos é estabelecer *quando* e *onde* deverão ser instalados os equipamentos necessários para um atendimento econômico e confiável da demanda prevista. Estes requisitos são conflitantes, uma vez que um melhor desempenho (maior confiabilidade) somente pode ser obtido através de investimentos em novos equipamentos, o que implica em custos mais elevados. O planejador deve, portanto, tentar encontrar o melhor compromisso entre as diversas opções de custo/desempenho, levando em consideração os recursos disponíveis.

Adicionalmente, o horizonte do estudo de planejamento da expansão deve ser suficientemente longo de modo a considerar os tempos de construção assim como a vida útil dos projetos em questão e, por esta razão, as decisões tomadas estão sujeitas a hipóteses sobre as condições futuras. Diversas fontes de incerteza estão envolvidas neste processo como, por exemplo, incertezas macro-econômicas que afetam o crescimento do país e, com isso, a demanda energética, disponibilidade dos recursos, custo de combustíveis, afluências hidrológicas, entre outras.

Um exemplo da influência destas incertezas é a influência sobre o custo de produção de energia, que está diretamente associado à disponibilidade dos recursos. Em sistemas hidrotérmicos, como é o caso do Brasil, as incertezas estão associadas principalmente aos recursos representados pelas afluências futuras das usinas hidroelétricas e à disponibilidade de gás natural para geração termoelétrica. Estas incertezas são consideradas em estudos do planejamento da operação, onde são realizadas simulações operativas do sistema para diversos cenários de afluências futuras. Com base neste estudo, é possível determinar uma política operativa para os reservatórios e usinas de modo a garantir a otimização da utilização dos recursos disponíveis.

Além do custo de produção, que tem impacto direto na tarifa de energia, existe o custo associado às interrupções no suprimento de energia aos consumidores. Os déficits no suprimento podem ser causados devido à indisponibilidade energética (secas, escassez de combustíveis, etc) e, em geral, seu impacto é considerado no problema de planejamento da operação como um custo pela potência não suprida cujo valor tem como objetivo refletir as perdas financeiras causadas à sociedade.

Embora usinas, linhas de transmissão e transformadores estejam constantemente em manutenção, os equipamentos estão sujeitos à falhas inesperadas em seu funcionamento, que podem causar distúrbios no suprimento como elevação do nível de tensão, sobrecargas, entre outros. Porém, deve-se observar que estes distúrbios são apenas medidas indiretas do desempenho do sistema, pois o efeito real para o consumidor é, em última análise, o corte de carga (interrupção do suprimento).

Neste sentido, devem ser realizadas avaliações que considerem o comportamento aleatório do estado operativo dos equipamentos e o respectivo impacto em termos do suprimento da demanda do sistema. Estas avaliações são denominadas estudos de confiabilidade que consistem na análise probabilística do sistema e têm como objetivo mensurar estes riscos, através de índices estatísticos denominados *índices de confiabilidade*. Com base neste índices e critérios pré-estabelecidos de planeja-

mento, é possível definir uma política de novos investimentos para o planejamento da expansão.

Todos estes aspectos devem ser considerados na etapa de escolha dos projetos, de modo a avaliar os benefícios em termos de melhoria na operação e segurança do sistema. Desta forma, o problema de planejamento ótimo da expansão de sistemas elétricos é caracterizado como um problema de grande porte e, tipicamente, são realizadas simplificações onde o problema é fragmentado em problemas menores e a solução é obtida por um processo constituído por diversas etapas. A cada etapa, busca-se obter a melhor alternativa e é necessário desenvolver estratégias e técnicas que assegurem que as decisões tomadas no processo de planejamento são decisões ótimas ou estão, economicamente, próximas da decisão ótima.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho consiste em apresentar uma metodologia para a incorporação de restrições de confiabilidade no problema do planejamento ótimo da expansão de sistemas elétricos, considerando conjuntamente a análise da operativa e análise da confiabilidade. De um modo geral, a incorporação de restrições de confiabilidade ao problema do planejamento da expansão tem como objetivo restringir o conjunto de possíveis planos de investimento aos planos que atendem o critério de confiabilidade desejado. Neste trabalho, este critério está baseado na consideração de um limite para algum índice de confiabilidade.

Serão apresentados os principais conceitos da análise de confiabilidade de sistemas elétricos para o contexto do planejamento da expansão de sistemas de geração. Além disto, serão apresentados os índices LOLP e EPNS, tradicionalmente utilizados no setor elétrico como critério de planejamento. Com o objetivo de introduzir restrições de confiabilidade no problema de planejamento da expansão, será

apresentada a formulação para o cálculo destes índices através de um problema de otimização.

Adicionalmente, serão introduzidas as medidas de risco VaR e CVaR, vastamente utilizadas em mercados financeiros como alternativas para índices de confiabilidade usados como critério de planejamento. Serão apresentadas as características destas medidas, introduzidos alguns conceitos sobre a definição de medidas de risco coerentes e será estabelecida a relação entre os problemas de planejamento da expansão com critérios de LOLP, EENS e as medidas VaR e CVaR. Além disto, será discutida a importância da utilização de medidas de confiabilidade adequadas para o correto apoio às decisões tomadas no processo de planejamento.

Primeiramente, será apresentada a formulação do problema de planejamento considerando explicitamente as restrições de confiabilidade, que são restrições probabilísticas com base nos possíveis estados do plano de expansão, para os quatro índices de confiabilidade apresentados.

Entretanto, a representação destas restrições é extremamente custosa pois necessita da representação de um conjunto de restrições para cada estado de falha do sistema. Em particular, estas restrições adicionais serão incorporadas no esquema de decomposição de Benders [8] aplicado à solução do problema de planejamento da expansão.

Será visto que a técnica de decomposição de Benders permite que o problema original seja dividido em três problemas: investimento (mestre), operação (escravo) e confiabilidade (escravo), solucionados de modo independente. O princípio desta técnica consiste em um processo iterativo onde, dada uma proposta de plano de investimentos, soluciona-se os subproblemas de operação e confiabilidade. A partir dos multiplicadores de Lagrange dos subproblemas, são construídos cortes de Benders e são adicionados ao problema de investimento para a obtenção de uma nova proposta de expansão. Além de permitir a redução da complexidade

do problema, esta técnica permite que os subproblemas sejam solucionados por algoritmos especializados.

O uso de técnicas de decomposição de Benders para a solução do problema de expansão da geração de sistemas térmicos surgiu com [24], que utilizaram uma aproximação determinística para modelar o subproblema e resolvê-lo por programação linear. Uma restrição de confiabilidade foi incluída no subproblema mestre, através de uma aproximação não-linear gaussiana da LOLP. Anteriormente, [34] já haviam introduzido técnicas de decomposição na solução do problema, utilizando entretanto heurísticas ao invés de cortes de Benders, não havendo portanto garantia de convergência.

Em 1979, [15] apresentou uma metodologia baseada em Benders, mas ajustada a priori a partir de uma formulação não linear. Em seguida [12] apresentou um modelo similar, mas capaz de gerar cortes de Benders a partir de um modelo de simulação probabilística, porém sua modelagem era não convexa o que levava a problemas na convergência.

Em 1985, [29] explorou a utilização da análise de sensibilidade no planejamento da expansão da geração e transmissão para a determinação de medidas que auxiliassem na escolha entre diferentes alternativas de investimento. Em 1987, [25] apresentou a solução do problema de planejamento para expansão da capacidade de ponta para sistemas interligados, considerado restrições no índice EPNS, através do método de decomposição de Benders. Entretanto, o problema apresentado partia de um plano de investimentos inicial obtido em uma etapa anterior onde era considerada expansão sob o ponto de vista econômico do sistema (custos de investimento e operação) e a metodologia proposta era aplicada para a obtenção de reforços de confiabilidade de modo a atender o critério de risco estabelecido.

Em 2005, [14] considerou critérios de LOLE em um problema de planejamento solucionado por *Branch and Bound* e uma aproximação dos fluxos da rede de transmissão. Outras propostas podem ser encontradas na literatura.

Neste trabalho será apresentado como extrair indicadores de sensibilidade da confiabilidade decorrente do efeito de reforços marginais no sistema e construir a região viável dos planos de investimento que atendem o critério de confiabilidade através de cortes de Benders para os critérios de EPNS e CVaR.

Deste modo, é modelado o problema de planejamento integrado, ou seja, com a consideração conjunta dos problemas operativos e de confiabilidade, levando em consideração, para cada equipamento, o *benefício conjunto* em termos econômicos na operação do sistema, assim como os benefícios em termos do atendimento do critério de confiabilidade.

Os conceitos propostos neste trabalho podem ser estendidos e também aplicados ao planejamento da expansão de sistemas de geração e transmissão.

1.3 Organização

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

O capítulo 2 apresenta uma visão geral sobre o processo de planejamento de um sistema elétrico. Além disto, é apresentada a formulação do problema de planejamento da expansão da geração levando em consideração apenas a minimização dos custos de investimento e operação, desconsiderando os critérios de risco.

O capítulo 3 descreve as metodologias e os modelos matemáticos utilizados para a avaliação da confiabilidade de um sistema elétrico que são relevantes para o processo de planejamento e apresenta dois critérios clássicos para a mensuração da adequação de um sistema elétrico, assim como dois métodos para a avaliação do sistema bastante utilizados.

O capítulo 4 apresenta a formulação matemática para a incorporação dos critérios de risco apresentados no capítulo 3 no problema de otimização do planejamento da expansão descrito no capítulo 2.

No capítulo 5 são apresentados dois critérios vastamente utilizados em mercados financeiros e, em seguida, são introduzidos no contexto da avaliação de confiabilidade de sistemas elétricos. Além disto, é demonstrada a relação destes critérios com os critérios utilizados no setor elétrico e são formulados os problemas de planejamento correspondentes.

No capítulo 6 é apresentada a incorporação das restrições de risco no processo de decomposição e é apresentada uma estratégia baseada no esquema de decomposição de Benders, onde o problema de planejamento da expansão é decomposto em três subproblemas.

O capítulo 7 apresenta a aplicação da metodologia proposta a um estudo de caso de planejamento ótimo da expansão de um sistema real.

Finalmente, o capítulo 8 apresenta as considerações finais sobre o trabalho e algumas propostas para desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Planejamento de Sistemas Elétricos

2.1 Introdução

Um dos objetivos do planejamento da expansão de sistemas elétricos é determinar um cronograma de investimentos para a construção de usinas, linhas de transmissão, transformadores, etc. para garantir o suprimento *econômico* e *confiável* da demanda futura (prevista) durante o horizonte de análise. Este problema pode ser formulado como um problema de otimização, da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar } I(x) + O(x) \tag{2.1a}$$

$$\text{sujeito a } x \in \Psi \tag{2.1b}$$

onde x é uma matriz que representa as decisões de investimento (variáveis binárias) e, para cada elemento $x_{t,j}$, tem-se que $x_{t,j} = 1$ se o projeto j será construído na etapa t e $x_{t,j} = 0$ caso contrário. O conjunto Ψ representa todo o universo de decisões de investimento viáveis, ou seja, as decisões que cumprem com os critérios de suprimento do sistema (confiabilidade, qualidade e segurança).

Como pode ser observado na formulação 2.1, o objetivo almejado é a minimização do custo total do sistema, que é dado pela soma dos custos de investimento $I(x)$ e operação $O(x)$, levando em consideração que a decisão x deve pertencer ao conjunto Ψ , ou seja, cumprir os critérios estabelecidos de confiabilidade, segurança e qualidade.

A solução deste problema em um único modelo é extremamente complexa, devido principalmente a três aspectos:

- Complexidade das equações matemáticas que representam o comportamento do sistema. A representação mais realista/detalhada requer a utilização de modelos matemáticos complexos, equações não-lineares, e de difícil solução;
- A natureza dos problemas de expansão, em que se deve decidir pela construção (ou não) de novos equipamentos, necessita a utilização de variáveis inteiras (ou binárias) e de técnicas de otimização combinatória. O grande número de candidatos à expansão (variáveis binárias) conduz a um elevado número de combinações de soluções, o que dificulta a solução deste tipo de problema;
- Em geral, o horizonte dos estudos de planejamento compreende vários anos (tipicamente 10 anos) e é necessária a representação das incertezas do processo (crescimento da demanda, vazões afluentes, etc.).

O que se encontra na literatura para solução deste problema são métodos e metodologias que se aplicam a partes do problema, ou seja, o problema de planejamento de sistemas elétricos é decomposto - reduzindo sua complexidade - e se utiliza uma metodologia para avaliar a solução do problema original.

Desta maneira, são obtidos:

- Estudos de expansão do sistema de geração;

- Estudos de expansão da rede de transmissão.

Os estudos da expansão de sistemas de geração, especificamente no caso de sistemas hidrotérmicos, são caracterizados por um horizonte de longo prazo (de 10 a 30 anos), por utilizarem um modelo estocástico para representar as incertezas das vazões das usinas hidroelétricas [30] e por requererem uma análise cuidadosa com respeito às incertezas inerentes ao processo de planejamento de longo prazo (taxa de crescimento da demanda, custos dos combustíveis, etc).

Além disto, em estudos da expansão sistemas de geração, normalmente se utiliza o modelo agregado da demanda e geração, ou seja, simplificando a representação da rede de transmissão e reduzindo, em conseqüência, a complexidade do problema.

Por sua vez, estudos de expansão da rede de transmissão já são bastante complexos para uma análise integrada. Por esta razão, também são decompostos em dois tipos de estudo:

- Estudos de expansão de circuitos; e
- Estudos de expansão de fontes de potência reativa.

Como dito anteriormente, as equações matemáticas que regem os fenômenos ligados à transmissão de energia elétrica são complexas e sua modelagem requer a utilização de equações não-lineares. Este modelo da rede de transmissão é denominado *fluxo de potência CA*¹ e sua formulação detalhada pode ser encontrada em [23].

Em geral, o objetivo corresponde a minimização dos custos de investimento e operação, assegurando o cumprimento dos critérios de confiabilidade estabelecidos

¹Fluxo de carga em CA (corrente alternada), refletindo a natureza da transmissão de energia elétrica

e o horizonte de análise está compreendido desde o curto prazo (próximos 2-3 anos) até o longo prazo (10 anos), de maneira a manter a coerência com os estudos de expansão do sistema de geração.

Para estes tipos de estudo, o conjunto de projetos considerados é formado por novas linhas de transmissão e transformadores e se simplifica o modelo utilizado para representar a geração, de maneira que é considerada conhecida a expansão do sistema de geração e se considera um conjunto representativo de despachos econômicos determinados no passo anterior, ou seja, nos estudos de expansão do sistema de geração. Outra simplificação comumente encontrada nos métodos que analisam a expansão de sistemas de transmissão é o relaxamento da natureza temporal do problema: os métodos propostos para a expansão da rede de transmissão são, em geral, estáticos e não levam em consideração as economias de escala entre as etapas do horizonte de análise.

Devido à sua dificuldade, historicamente o problema do planejamento da expansão é solucionado de maneira hierárquica. Em outras palavras, em uma primeira etapa são analisados, de maneira independente, os investimentos em novos equipamentos de geração e, em seguida, é realizada a análise do reforços na rede de transmissão, conforme ilustrado na figura 2.1.

Nesta metodologia, estão implícitas as considerações de que (i) as usinas se situam próximas dos centros de carga e conseqüentemente os custos de investimento em transmissão são pequenos comparados com os custos de investimento em geração e (ii) não existem mudanças significativas no perfil de geração ao longo do horizonte, de modo que não ocorrem mudanças nos fluxos que levem a restrições estruturais de transmissão, o que levaria a utilização de usinas mais caras ou custos elevados de corte de carga.

A metodologia hierárquica geração-transmissão possui algumas simplificações e a análise conjunta dos projetos pode, de fato, trazer benefícios na escolha adequada do plano de investimentos, conforme discutido em [36].

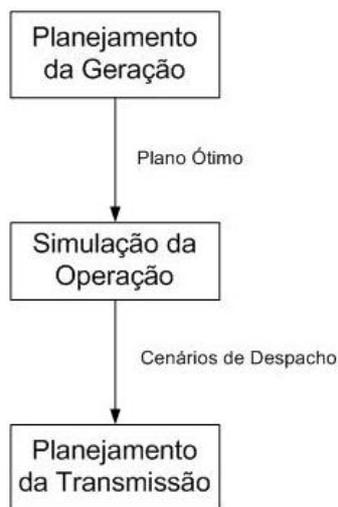


Figura 2.1: Planejamento da Geração e Transmissão

Na maioria dos casos, são relaxados os critérios de confiabilidade e são modelados somente as condições operativas de caso base ². Os critérios de confiabilidade de atendimento da rede de transmissão são considerados em uma etapa posterior, em estudos complementares da expansão do sistema de transmissão onde se analisam os reforços necessários para manter os níveis de confiabilidade do sistema dentro dos critérios estabelecidos [27].

Como o objetivo deste trabalho não é discutir a abrangência dos tipos de projeto considerados no problema, mas os benefícios da análise conjunta dos problema de operação e confiabilidade, será apresentado o problema para o planejamento da expansão da geração. Contudo, esta metodologia pode ser estendida para considerar a rede de transmissão.

Para todos os casos descritos anteriormente, são necessários métodos e ferramentas que permitam que se simule a operação do sistema com a finalidade de garantir os níveis de confiabilidade e qualidade que permitam o cumprimento dos critérios de desempenho mínimo.

²com todos os equipamentos em operação

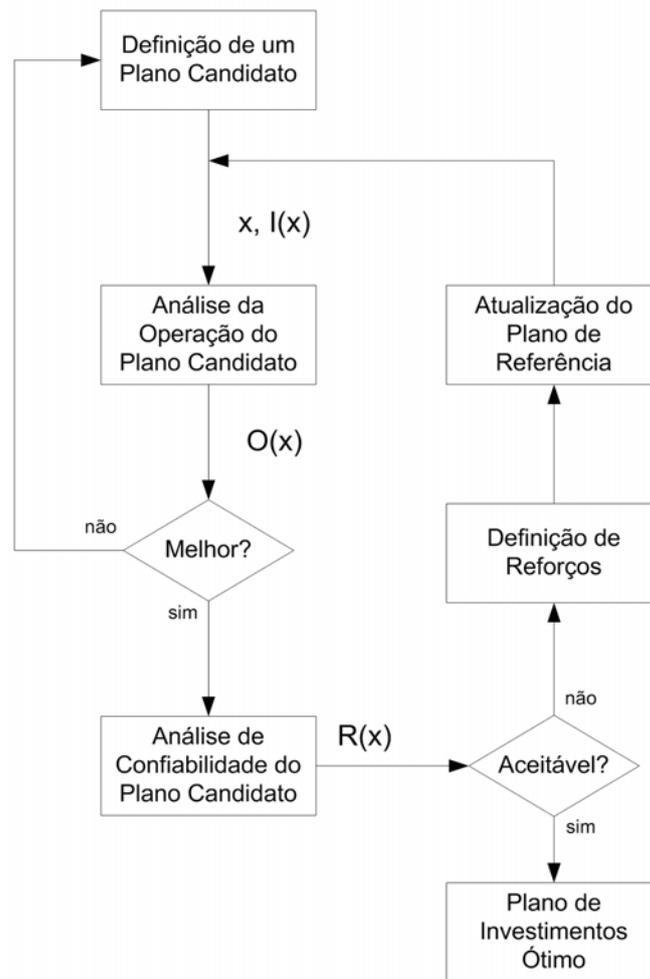


Figura 2.2: Processo de Planejamento

2.2 Processo de Planejamento

É possível representar o processo de elaboração de um plano de expansão pelo processo a seguir.

- a) *Escolha de um Plano Candidato* - Um plano candidato consiste em um conjunto de datas de investimento e de entrada em operação de equipamentos de geração e transmissão. O plano, além disto, deve cumprir restrições de investimento, tais como datas mínimas e máximas de entrada em operação,

etc. Na figura 2.2, o plano de expansão (ou de investimento) é representado pelo vetor x e o custo total de investimento por $I(x)$.

- b) *Análise de Confiabilidade de Suprimento* - Neste passo, são calculados os índices de confiabilidade de suprimento de energia que resultariam da implementação do plano candidato x , como por exemplo o valor esperado da demanda não suprida devido às condições hidrológicas de seca severa e/ou falha dos equipamentos de geração e transmissão. Estes índices são representados pela função $R(x)$.
- c) *CrITÉrios de Confiabilidade* - Em seguida, se verifica se os índices de confiabilidade $R(x)$ são aceitáveis de acordo com os *crITÉrios de planejamento*. Alguns crITÉrios utilizados são, por exemplo, probabilidade de corte de carga (LOLP) inferior a 0.1% ou uma reserva superior à maior máquina do sistema.
- d) *Análise Operativa do Plano Candidato* - Se o plano candidato x é aceitável de acordo com os crITÉrios do passo anterior, simula-se a operação do sistema para vários cenários hidrológicos, falhas de equipamentos, etc. e calculam-se os índices operativos, como por exemplo, o valor esperado do custo operativo das usinas térmicas. Estes índices são representados pela função $O(x)$.
- e) *Comparação com o Plano de Referência* - Neste passo, se compara os atributos do plano candidato com os do *plano de referência*, que é o melhor plano obtido até o momento. Por exemplo, um possível atributo a ser considerado pode ser o valor presente dos custos totais, dado pela soma atualizada dos custos de investimento $I(x)$ e o valor esperado do custo operativo $O(x)$; outro atributo pode ser a variância do custo total com relação às incertezas das condições hidrológicas ou taxas de crescimento da demanda. Se, de acordo com os crITÉrios de comparação, o plano candidato é melhor que o plano de referência, o plano de referência é atualizado.

De maneira similar ao problema 2.1, porém representando explicitamente a restrição que representa o critério de risco, o planejamento da expansão de um sistema elétrico pode ser modelado pelo seguinte problema de programação matemática:

$$\text{Minimizar } I(x) + O(x) \quad (2.2a)$$

$$\text{sujeito a } R(x) \leq \bar{R} \quad (2.2b)$$

$$x \in X \quad (2.2c)$$

onde $R(x)$ é a função que avalia o nível de qualidade associado a um plano $x \in X$ e \bar{R} é um nível de confiabilidade aceitável conforme um critério pré-estabelecido pelo planejador do sistema. Além disto, X é o espaço de planos de investimento viáveis que respeitam as restrições de investimento, como por exemplo, datas mínimas e máximas para investimento, projetos obrigatórios ou mutuamente exclusivos, restrições de capacidade instalada total mínima, etc.

2.3 Planejamento Econômico

Como visto anteriormente, a escolha do plano de investimentos mais adequado deve considerar diferentes critérios, sendo um deles o critério econômico. Além do custo de investimento, deve-se considerar os custos de operação de cada projeto e seu impacto em termos da relação benefício/custo na operação do sistema.

Do ponto de vista do sistema de geração, é preciso avaliar a relação de compromisso (*trade-off*) entre a escolha de alternativas de maior custo e/ou tempo de construção, porém com custos de operação menores (hidroelétricas) e alternativas de menor custo e/ou tempo de construção, porém mais caras do ponto de vista operativo (termoelétricas).

Tipicamente, a análise da confiabilidade não é realizada de maneira integrada à análise da operação de um determinado plano de investimentos candidato, sendo consideradas apenas as condições de caso base. Em outras palavras, não é consi-

derada a gerência do risco associado à contingências dos equipamentos do sistema, que é analisada em uma etapa anterior (seleção dos planos de investimento viáveis) ou posterior (avaliação do atendimento do critério estabelecido).

A seguir, será apresentada a formulação básica de um problema de planejamento da expansão da geração onde são modeladas apenas as variáveis e restrições de investimento e operação do sistema. Note que este problema é uma relaxação do problema 2.2 onde não se consideram as restrições que representam os critérios de confiabilidade dados pela equação 2.2b, ou seja

$$\text{Minimizar } I(x) + O(x) \quad (2.3a)$$

$$\text{sujeito a } x \in X \quad (2.3b)$$

Seja o vetor de decisões de investimento x correspondentes às variáveis de decisão em geração, o horizonte de planejamento composto por T etapas (e.g. meses) e o conjunto de etapas $\mathcal{T} = 1, \dots, T$. O modelo de programação linear inteira mista que representa este problema é dado por 2.4.

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{j,t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{G}} d_j g_{j,t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} d_r r_t \quad (2.4a)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j \in \mathcal{G}} g_{j,t} + r_t = D_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.4b)$$

$$g_{j,t} \leq \tilde{g}_j \quad j \in \mathcal{G}^E, t \in \mathcal{T} \quad (2.4c)$$

$$g_{j,t} - \tilde{g}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau} \leq 0 \quad j \in \mathcal{G}^C, t \in \mathcal{T} \quad (2.4d)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} x_{j,t} \leq 1 \quad j \in \mathcal{G}^C \quad (2.4e)$$

$$x \in X \quad (2.4f)$$

onde \mathcal{G}^E e \mathcal{G}^C são os conjuntos de geradores existentes e candidatos, respectivamente.

Para cada etapa t e gerador candidato j está associada uma variável de decisão $x_{j,t} \in \{0, 1\}$. Esta variável binária assume valor 1 se é decidida a construção do

gerador j na etapa t e 0 caso contrário. Além disto, g_j é a variável que indica a quantidade de energia gerada (despachada) para cada gerador j , em cada etapa t . Finalmente, r_t é a variável que indica o déficit (ou corte de carga) do sistema associada à insuficiência de geração em cada etapa.

A função objetivo 2.4a representa a minimização da soma dos custos de investimento em geração e dos custos de geração de energia ao longo do horizonte \mathcal{T} , onde c_j é o custo de investimento associado à decisão de construção do gerador candidato j , d_j é o custo de operação (custo de geração) de cada gerador j e d_r é o custo associado ao corte de carga. Este custo está relacionado com os impactos do déficit de suprimento energético para a sociedade.

A equação 2.4b representa a equação de atendimento à demanda do sistema, ou seja, para cada período do horizonte a geração total mais o déficit deve ser igual à demanda. Observe que é possível que a capacidade total de geração não seja suficiente para atender a demanda do sistema e a variável déficit tem importância para o atendimento desta restrição. O déficit, que pode ser interpretado como um gerador existente fictício, torna o problema *sempre* viável pois, na pior das hipóteses, pode-se “acionar este gerador” (cortar a carga) e obter um sistema viável.

As restrições 2.4c e 2.4d representam os limites de geração nos equipamentos existentes e candidatos, onde \tilde{g}_j é a capacidade disponível média do gerador j . Embora nesta abordagem não sejam consideradas as falhas operativas dos geradores, tipicamente considera-se um fator de disponibilidade médio, que representa a fração do tempo em que o gerador esteve disponível para operação. A capacidade disponível média é calculada pela equação 2.5.

$$\tilde{g}_j = (1 - p_j) \times \bar{g}_j \quad (2.5)$$

onde $(1 - p_j)$ é o fator de disponibilidade média, p_j corresponde a taxa média de falha e \bar{g}_j é a capacidade máxima do gerador j .

Note que o limite de geração de um gerador candidato representado pelas restrições 2.4d, depende da variável de decisão de investimento (x_j), de forma que são nulos quando o gerador j não é construído ($x_j = 0$) e iguais à capacidade disponível média quando é construído ($x_j = 1$).

Finalmente, a restrição 2.4e garante que esta decisão de construção do gerador ocorrerá no máximo em uma etapa do horizonte de planejamento.

Observe que o custo de operação em 2.4 pode ser definido como uma função $O(x)$ associada à decisão de investimento x , ou seja

$$O(x) = \text{Minimizar} \quad \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{G}} d_j g_{j,t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} d_r r_t \quad (2.6a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j \in \mathcal{G}} g_{j,t} + r_t = D_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (2.6b)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \quad j \in \mathcal{G}^E, t \in \mathcal{T} \quad (2.6c)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau} \quad j \in \mathcal{G}^C, t \in \mathcal{T} \quad (2.6d)$$

O modelo 2.6 consiste no problema de planejamento ótimo da operação de um sistema puramente térmico, também conhecido como problema de despacho ótimo.

Na realidade, o problema de planejamento da operação é bastante mais complexo em sistemas hidrotérmicos. Nestes sistemas, a política de operação das usinas hidroelétricas em um dado estágio é função do valor esperado do custo esperado de operação futura do sistema, visto que o único custo associado à geração hidráulica decorre do custo de geração do parque térmico, utilizado no atendimento da demanda. Por sua vez, a geração das usinas hidroelétricas é função do nível dos reservatórios, que depende das afluições ao longo do período de planejamento. As afluições futuras de cada reservatório não podem ser previstas com precisão para intervalos longos e devem ser tratadas como variáveis aleatórias, caracterizando a estocasticidade do problema.

Tabela 2.1: Exemplo - Dados de Investimento

Gerador	Custo de Investimento (M\$)
1	13
2	9
3	5

Portanto, é necessário considerar o acoplamento temporal associado à decisão de utilizar a água dos reservatórios para geração de energia ou armazená-la para utilização futura. Maiores detalhes sobre a modelagem deste problema, assim como técnicas de solução podem ser encontradas em [32].

2.3.1 Exemplo

De maneira a ilustrar o processo de planejamento econômico, considere o seguinte exemplo onde deseja-se planejar os investimentos necessários suprir um sistema com demanda de 10MW. Este sistema não possui nenhum gerador existente, de forma que o atendimento da demanda depende dos novos investimentos e o custo do não atendimento à demanda (i.e., o custo de déficit) é de 20M\$/MW. Para fins ilustrativos, considere também que o horizonte de planejamento é composto por uma única etapa de 1 ano.

São considerados três geradores térmicos candidatos para expansão e suas características são apresentadas nas tabelas de dados de investimento 2.1 e dados operativos 2.2. Para o planejamento econômico da expansão, deve ser avaliada a relação de compromisso entre o custo de investimento do projeto e o benefício em termos de economia na operação do sistema.

Tabela 2.2: Exemplo - Dados Operativos

Gerador	Custo de Ope. (M\$/MW)	Cap. Max. (MW)	Taxa de Falha (p.u.)	Cap. Disp. (MW)
1	2	7	0.05	6.65
2	3	8.5	0.1	7.65
3	4	10	0.2	8

É possível notar diferentes características entre as alternativas de investimento. Embora o gerador 1 possua maior custo de construção e menor capacidade máxima de geração, possui baixo custo de operação e taxa média de falha (o que reflete em maior disponibilidade relativa), se comparado aos outros candidatos.

É possível analisar diferentes planos de investimento e avaliar seu custo total. Seja x o vetor de decisão de investimento, considere o plano onde opta-se pela construção de nenhum gerador, ou seja, $x = [0 \ 0 \ 0]$. Neste plano, o custo de investimento é igual a zero, porém o custo de operação associado corresponde ao custo do déficit associado a toda demanda, resultando em um custo total de $0 + 10\text{MW} \times 20\text{M}\$/\text{MW} = 200\text{M}\$$.

Se for considerado o plano onde decide-se pela construção dos três geradores, $x = [1 \ 1 \ 1]$, tem-se um custo de investimento igual a $27\text{M}\$$. O custo de operação é calculado através da despacho ótimo dos geradores que, neste caso, consiste em despachar os geradores por ordem de custo em sua capacidade disponível até que a demanda seja atendida. Desta forma, os custo de operação é dado por $6.65\text{MW} \times 2\text{M}\$/\text{MW} + 3.35\text{MW} \times 3\text{M}\$/\text{MW} = 23.35\text{M}\$$, resultando em um custo total de $50.35\text{M}\$$.

Tabela 2.3: Exemplo - Alternativas de investimento

x	Déficit (MW)	Custo (M\$)		
		Inv.	Ope.	Total
[0 0 0]	10	0	200	200
[1 0 0]	3.35	13	80.3	93.3
[0 1 0]	2.35	9	69.95	78.95
[0 0 1]	2	5	72	77
[1 1 0]	0	22	23.35	45.35
[1 0 1]	0	18	26.7	44.7
[0 1 1]	0	14	32.35	46.35
[1 1 1]	0	27	23.35	50.35

A avaliação dos 8 possíveis planos de investimento é apresentada na tabela 2.3 e é possível observar que a solução mais econômica consiste na construção dos geradores 1 e 3, com custo total de 44.7M\$.

Capítulo 3

Análise de Confiabilidade de Sistemas Elétricos

3.1 Introdução

Como mencionado anteriormente, o objetivo básico do planejamento da operação de sistemas elétricos é atender a demanda dentro do horizonte pré-estabelecido, a um custo mínimo. Este custo de operação é composto pela soma atualizada dos custos incorridos pelo uso de combustíveis para geração térmica mais penalizações devido à falhas no atendimento da demanda (custo de déficit).

Entretanto, existe outro aspecto associado à escolha de um plano de investimentos que está diretamente relacionado ao risco do sistema não cumprir com suas funções determinadas. Desta maneira, deve-se garantir que o plano escolhido atenda a algum critério de risco pré-estabelecido.

Para o processo de planejamento, é fundamental dispor de ferramentas e metodologias capazes de avaliar o comportamento de um plano de investimentos e

calcular índices quantitativos que auxiliem na decisão entre diferentes alternativas.

Neste capítulo serão apresentados os principais conceitos referentes à avaliação de confiabilidade de sistemas elétricos, com um enfoque especial nos aspectos relevantes para o planejamento da expansão.

3.2 Confiabilidade de Sistemas Elétricos de Potência

Confiabilidade em engenharia pode ser definida como a probabilidade de um componente, sistema ou equipamento cumprir suas funções pré-fixadas, dentro de um período de tempo desejado e debaixo de certas condições operativas.

A medição da confiabilidade pode ser dar de modo qualitativo (subjetivo) ou quantitativo (objetivo). A medição quantitativa da confiabilidade utiliza Teoria da Probabilidade e tem como objetivo medir o grau de confiabilidade do equipamento ou sistema em questão.

A Teoria da Confiabilidade estuda métodos que devem ser adotados nas fases de planejamento, projeto, fabricação, instalação e operação de componentes e sistemas de modo a assegurar a máxima eficiência, segurança e economia. É baseada nas leis de falhas dos componentes e sistemas, representadas através de suas distribuições de probabilidade de falha, e estabelece índices quantitativos de desempenho, chamados *índices de confiabilidade*.

A maneira direta de se aumentar a confiabilidade de um sistema é através do uso de redundância. Isso pode ser realizado através da adoção de sistemas *stand-by* ou recursos em paralelo (reserva de geração e circuitos duplos, por exemplo), conforme representado esquematicamente na figura 3.1

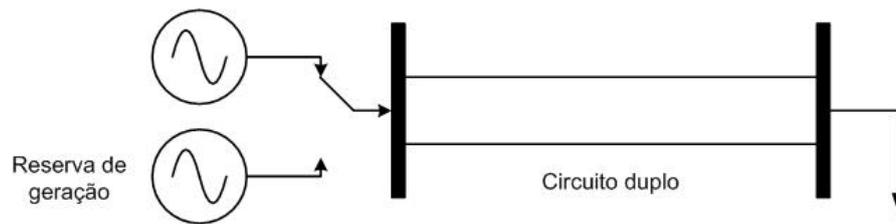


Figura 3.1: Redundância: Stand-by e Paralelo

3.2.1 Modelagem Matemática para Estudos de Confiabilidade

O objetivo da modelagem matemática para estudos de confiabilidade é representar o comportamento do sistema elétrico e seus componentes, de modo a permitir o cálculo dos índices de confiabilidade requeridos pelos objetivos do estudo.

Devido às fontes de incerteza associadas ao estado operativo dos equipamentos e incerteza na previsão da demanda é necessário a utilização de técnicas probabilísticas.

Os requisitos mínimos para se realizar a análise de confiabilidade são:

- dados estatísticos de falha e operação dos componentes para possibilitar a estimação da confiabilidade preditiva;
- modelo matemático apropriado para o problema em questão;
- índices de risco que meçam de forma apropriada a adequação.

A figura 3.2 ilustra o fluxograma geral do modelo matemático de um estudo de confiabilidade. Nas próximas seções será descrita a representação dos componentes, o modelo utilizado para avaliação do desempenho do sistema, assim como os principais índices de confiabilidade utilizados em sistemas elétricos no contexto de planejamento.

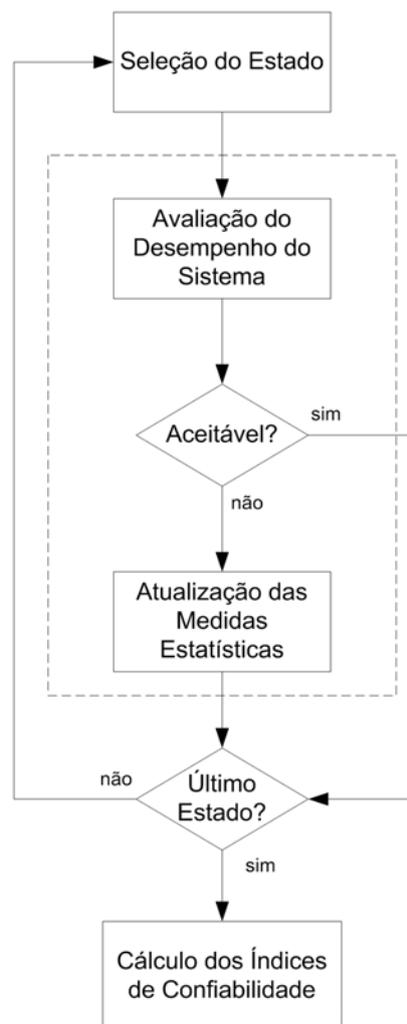


Figura 3.2: Fluxograma Simplificado das Etapas de um Estudo de Confiabilidade

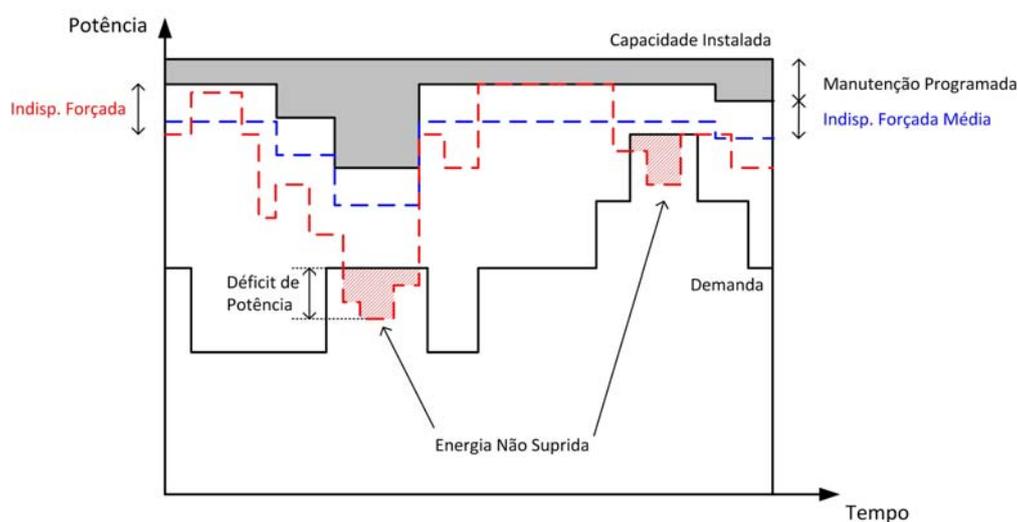


Figura 3.3: Curvas de suprimento realizado x demanda

A figura 3.3 ilustra os conceitos envolvidos na avaliação da confiabilidade de um sistema de potência. Além da variação da demanda ao longo do tempo, é possível observar também a variação da capacidade instalada total do sistema. Basicamente, a capacidade instalada total é afetada por manutenções programadas e pelo efeito das falhas forçadas nos geradores. Nota-se que, a utilização de um fator médio para a representação do efeito das falhas pode não ser suficiente para capturar os eventos de déficit no suprimento da demanda e, por esta razão, fica evidente a necessidade dos estudos probabilísticos de confiabilidade.

3.3 Confiabilidade da Geração

O objetivo da avaliação da confiabilidade do sistema de geração para o planejamento é garantir o suprimento adequado considerando a disponibilidade de capacidade de geração para o suprimento da demanda a longo prazo. Esta capacidade é denominada capacidade estática.

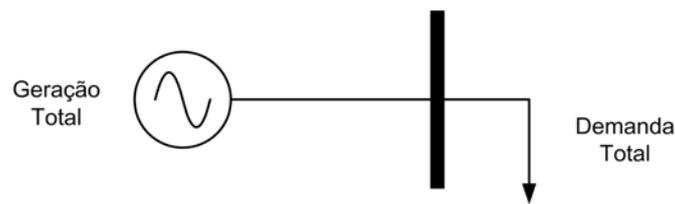


Figura 3.4: Modelo para Avaliação da Confiabilidade da Geração

A capacidade estática da geração é aquela que deve ser planejada antes da necessidade e deve ser suficiente para permitir manutenções nas unidades, saídas programadas e não programadas (falhas), assim como o crescimento da demanda. Diversos critérios determinísticos são comumente utilizados na especificação desta capacidade, tais como: margem de 10% acima demanda (reserva), maior máquina fora de operação, etc.

A adoção deste critério está diretamente relacionada às hipóteses de que o sistema de transmissão de energia elétrica é 100% confiável e que os estados que caracterizam “falha” são aqueles onde a geração total disponível é inferior à demanda. Esta metodologia de avaliação também é conhecida como confiabilidade barra única, uma vez que o modelo do sistema representado assume que toda a geração e demanda estão concentrados em uma única barra, conforme mostrado na figura 3.4.

3.3.1 Representação dos Elementos do Sistema Elétrico

O estado do sistema depende diretamente dos estados de todos os seus componentes e o estado de cada componente é modelado por uma variável aleatória (v.a.) e sua respectiva função de distribuição de probabilidade que representa seu comportamento.

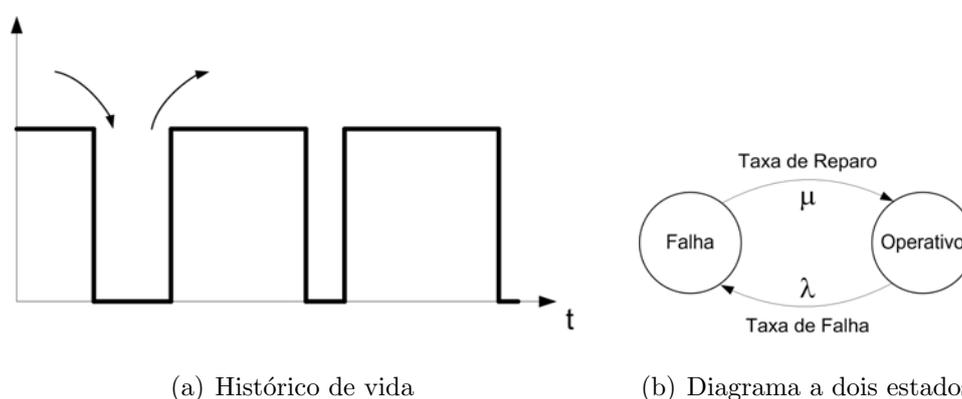


Figura 3.5: Modelo de uma unidade geradora

O principal objetivo dos estudos de confiabilidade para o planejamento da expansão de longo prazo é avaliar a exposição/risco do sistema a eventos ou estados de insuficiência de geração. Neste sentido, ocorrência dos eventos de falha torna-se mais relevante do que a duração e a seqüência dos eventos e, por esta razão, é comum a utilização de uma representação não cronológica (ou não-seqüencial) para os estudos de confiabilidade, também utilizada neste trabalho.

Nas próximas seções serão definidos os modelos adotados para representar o estado dos geradores e da demanda, que são os elementos de um estudo de confiabilidade da geração no contexto do planejamento.

3.3.1.1 Usinas

Para o estudo de confiabilidade em questão, uma usina pode ser caracterizada basicamente por sua capacidade máxima de geração e, em geral, cada unidade geradora da usina possui dois estados (operativo e falha). O histórico de vida de uma unidade geradora é ilustrado na figura 3.5(a).

Adicionalmente, é possível representar o estado operativo da unidade geradora com base no seu tempo de operação. Tipicamente são utilizadas funções de distribuição exponenciais para representar o tempo de operação e o tempo de reparo

(duração da falha) e, em simulações seqüenciais são reproduzidos os cenários para o estado operativo de cada unidade geradora.

Como mencionado anteriormente, para o planejamento da expansão é utilizada uma representação não cronológica, pois há o interesse no comportamento de longo prazo dos geradores. A partir das funções de distribuição do tempo de falha e tempo de reparo, é possível obter a taxa média de falha (λ) e taxa média de reparo (μ) correspondentes às probabilidades de transição estacionárias entre os estados do modelo de Markov, ilustrado na figura 3.5(b).

Desta forma, a *probabilidade média de falha* utilizada nos estudos de confiabilidade para o planejamento pode ser calculada como:

$$p_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j + \lambda_j} \quad (3.1)$$

Neste contexto, as características relevantes para o modelo das unidades geradores são a capacidade máxima de geração, \bar{g}_j , sua probabilidade de falha p_j , e seu estado operativo, representado pela variável aleatória ξ_j , de forma que, ξ_j é igual a 1 quando a unidade geradora está operando e 0 caso contrário.

Para um modelo de gerador a dois estados, o estado operativo é, em geral, representado uma distribuição de Bernoulli, ou seja:

$$\xi_j = \begin{cases} 0 & \text{com probabilidade } p_j \\ 1 & \text{com probabilidade } 1 - p_j \end{cases} \quad (3.2)$$

onde p_j é a probabilidade de falha da unidade geradora j . A representação dos dois possíveis estados do gerador é ilustrada na figura 3.6

Entretanto, as usinas são compostas, em geral, por mais de uma unidade geradora. Neste caso, o número de possíveis estados da usina passa a ser $n_j + 1$, onde n_j corresponde ao número de unidades geradoras da usina. Portanto, a v.a. ξ_j representa então o número de unidades que estão em operação e que é dado pela

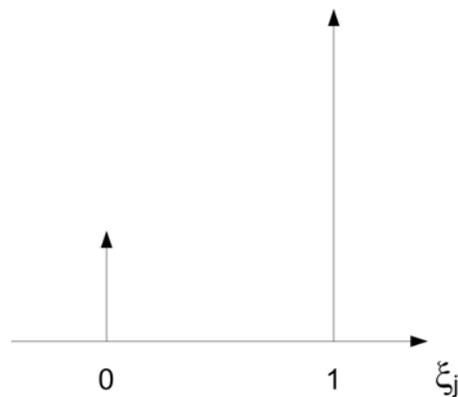


Figura 3.6: Função densidade de probabilidade do estado de disponibilidade de uma usina com uma unidade

soma dos estados de cada unidade. Desta maneira, ξ_j tem distribuição Binomial, ou seja:

$$\xi_j = k, \text{ com probabilidade } \binom{n_j}{k} (p_j)^{n_j-k} (1-p_j)^k, \quad k = 1, \dots, n_j \quad (3.3)$$

Um exemplo da função de distribuição de probabilidade do número de unidades em operação para uma usina com seis unidades é ilustrado na figura 3.7.

Por simplicidade de notação assume-se que as usinas têm apenas uma unidade, isto é, possuem apenas dois estados, apesar de a metodologia aplicada neste trabalho permitir a representação de usinas com mais estados e outras distribuições de probabilidade. Maiores detalhes a respeito do modelo dos componentes de um sistema elétrico podem ser encontrados em [10].

3.3.1.2 Demanda

A demanda total do sistema varia constantemente ao longo do dia. A figura 3.8 ilustra os dados cronológicos de demanda para um dia típico.

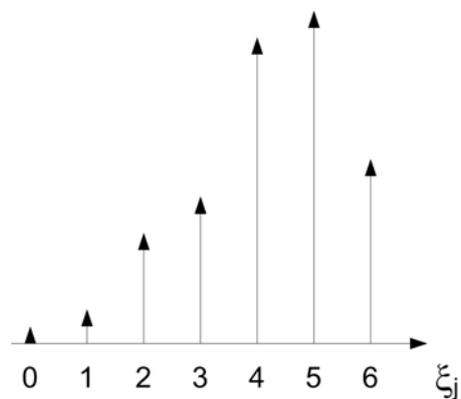


Figura 3.7: Exemplo de função densidade de probabilidade do estado de disponibilidade de uma usina com seis unidades

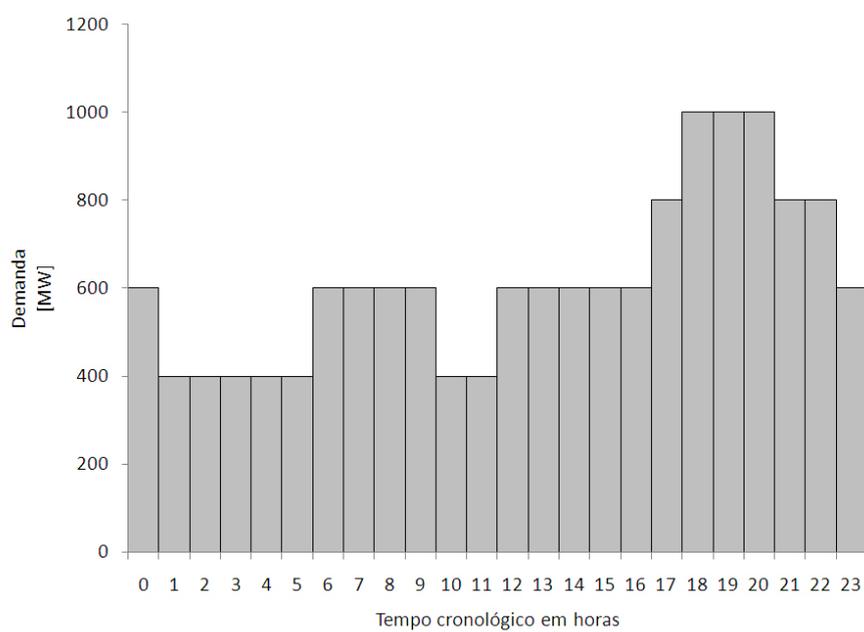


Figura 3.8: Demanda Típica Horária

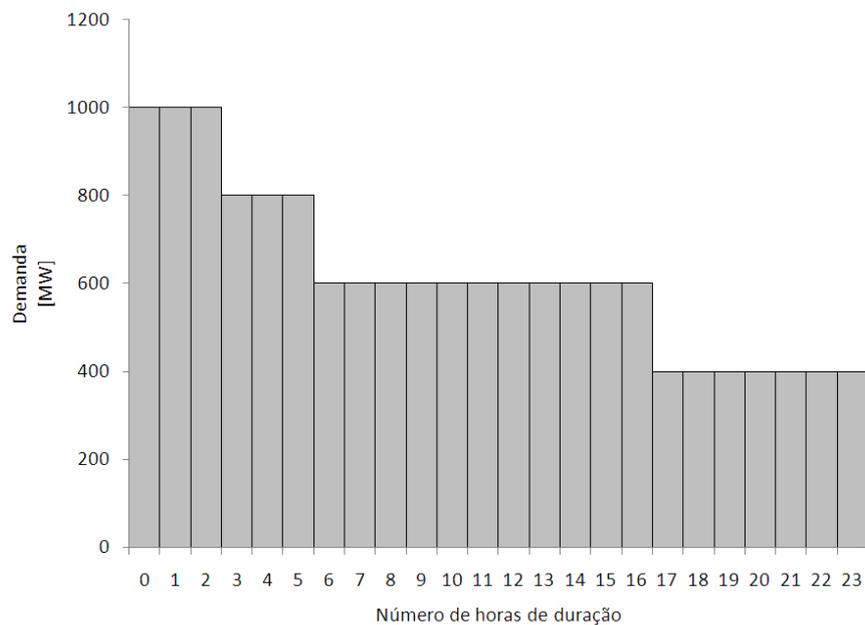


Figura 3.9: Curva de Duração da Demanda

Neste trabalho utilizou-se uma representação não cronológica. Para a análise de confiabilidade do sistema, comumente é utilizada uma representação não cronológica e a demanda é definida em termos de uma curva de carga, agregada em J patamares representativos. Isto é realizado através da reordenação da demanda por ordem decrescente de valor, conforme ilustrado na figura 3.9.

Com base nesta curva, é possível obter a função de probabilidade acumulada da demanda através da inversão dos eixos e da normalização do eixo de horas, ou seja, obtém-se $f(x) = P(X \leq x)$, conforme ilustrado na figura 3.10. A função de distribuição de probabilidade é ilustrada na figura 3.11.

Apesar de a demanda D ser uma variável aleatória, neste trabalho optou-se pela representação de cada estado da demanda independentemente. Em outras palavras, para cada discretização de etapa (mensal) é utilizada a representação da demanda por J patamares representativos, conforme ilustrado na figura 3.12.

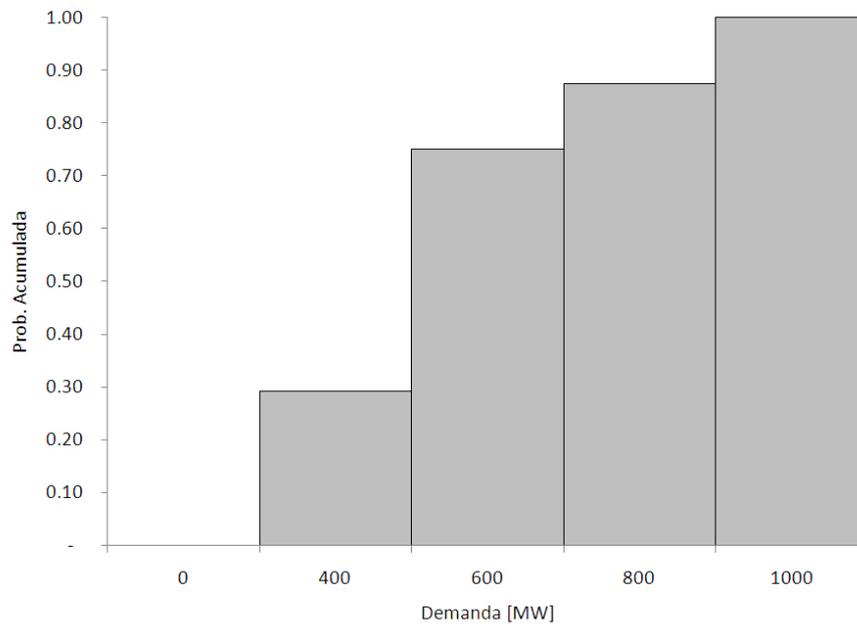


Figura 3.10: Função de Probabilidade Acumulada da Demanda

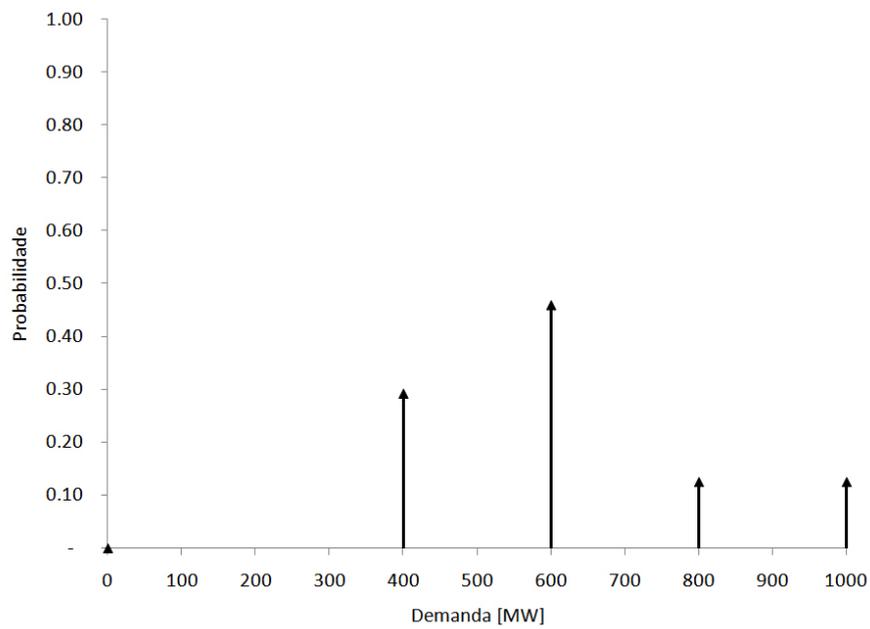


Figura 3.11: Função de Distribuição de Probabilidade da Demanda

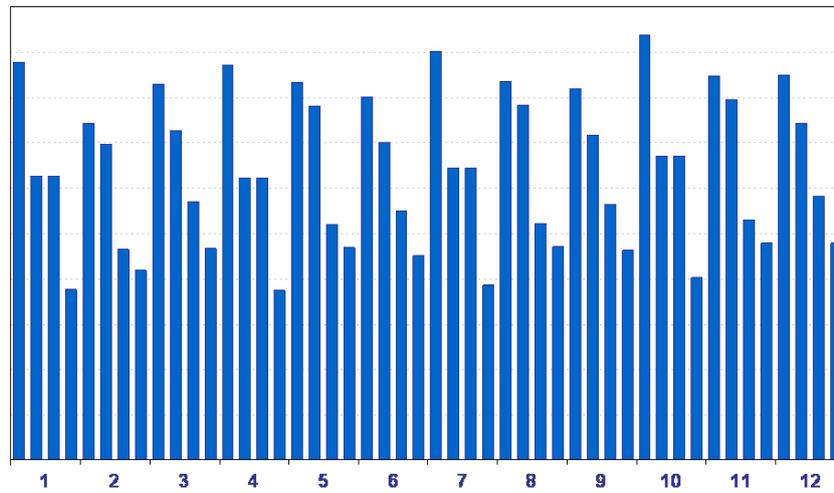


Figura 3.12: Representação da demanda com 4 patamares para o período de 1 ano

Conseqüentemente, o cálculo dos índices de confiabilidade é estabelecido por estado de demanda (patamar), ou seja, são realizadas J análises de confiabilidade para cada etapa do horizonte de estudo.

3.3.2 Avaliação do Sistema

A avaliação da adequação do sistema para confiabilidade da geração consiste na comparação da capacidade total com a demanda do sistema e o corte de carga, representado pela variável aleatória R , é medido por:

$$R = \max(D - \bar{G}, 0) \quad (3.4)$$

onde \bar{G} é a v.a. que representa a capacidade total de geração do sistema. Por sua vez, a capacidade total \bar{G} é uma variável aleatória que corresponde à soma das capacidade dos geradores, ou seja:

$$\bar{G} = \sum_{j \in \mathcal{G}} \xi_j \bar{g}_j \quad (3.5)$$

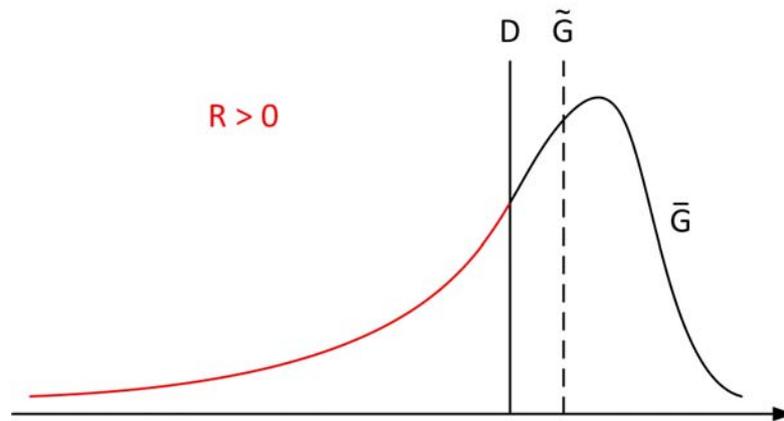


Figura 3.13: Função de distribuição de probabilidade da capacidade total do sistema e do corte de carga

Portanto, para avaliação do sistema e cálculo de medidas de risco (dadas a partir de estatísticas provenientes da análise do comportamento da v.a. R) é necessário conhecer a distribuição de probabilidade da capacidade total de geração do sistema. A figura 3.13 ilustra a função de distribuição de probabilidade da capacidade total do sistema e do corte de carga. Observe novamente que a capacidade total média \bar{G} pode ser superior a demanda, apesar de existirem estados do sistema insuficientes ($R > 0$).

À variável aleatória \bar{G} está associado o vetor de variáveis aleatórias $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_j]$, onde ξ_j é o estado do j -ésimo componente do sistema e Ξ é denominado *espaço de estados*, ou seja, é o conjunto de todos os possíveis estados do sistema, dado pela combinação dos estados de cada componente.

Além disto, \bar{G} é uma variável aleatória com distribuição discreta de suporte finito, ou seja, que pode assumir um número finito de estados representados pelos cenários $s = 1, \dots, |S|$ e, para cada estado s , está associado o vetor de estados ξ_s . Para cada estado $s \in S$ existe uma probabilidade de ocorrência associada, $p_s = P(\xi_s)$, onde $P(A)$ denota a probabilidade de ocorrência do evento A . Se as

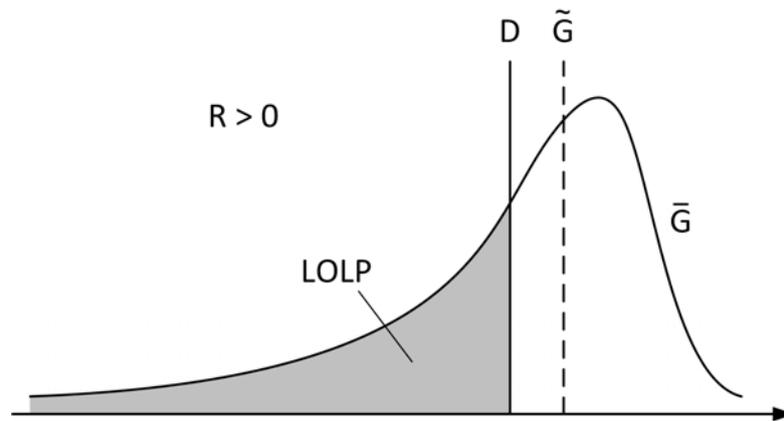


Figura 3.14: LOLP: probabilidade de perda de carga

falhas dos componentes são estatisticamente independentes, p_s é dada pelo produto das probabilidades associadas ao estado de cada componente.

Nas próximas seções serão apresentadas duas medidas de confiabilidade tradicionalmente utilizadas no setor elétrico e, em seguida, dois métodos utilizados para a avaliação do sistema que são os métodos de convolução e simulação Monte Carlo.

3.3.3 LOLP

Ao analisar a confiabilidade de um sistema elétrico, a abordagem mais direta é identificar, dentro do conjunto de possíveis estados, o número de estados que levam a algum problema. A função de adequação de um estado utilizada no contexto do planejamento é o corte de carga, resultado da equação 3.4.

A LOLP (*Loss Of Load Probability*) corresponde à probabilidade de perda de carga, ou seja, $LOLP = P(R > 0)$, conforma ilustrado na figura 3.14.

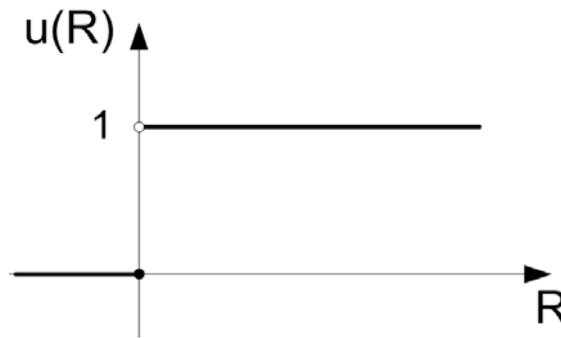


Figura 3.15: Função Indicadora

Para cada estado ξ_s está associada uma realização da v.a. corte de carga r_s e, desta forma, a LOLP pode ser calculada como

$$\text{LOLP} = \sum_{s \in \Omega} p_s \quad (3.6)$$

onde $\Omega = \{s \in S | r_s > 0\}$ é o conjunto dos estados insuficientes.

Seja $u(R)$ a função indicadora (ou degrau), definida a seguir e ilustrada na figura 3.15.

$$u(R) = \begin{cases} 1, & \text{se } R > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.7)$$

Alternativamente, a LOLP pode ser calculada como o valor esperado da função indicadora

$$\text{LOLP} = \sum_{s \in S} p_s u(r_s) \quad (3.8)$$

Apesar de a LOLP ser uma estatística associada a um quantil da função de distribuição de probabilidade da variável aleatória corte de carga, seu cálculo será definido por um problema de otimização linear inteira mista. O objetivo desta abordagem é obter um modelo que possa ser inserido no problema do planejamento

ótimo da expansão.

$$\text{LOLP} = \text{Minimizar} \quad \sum_{s \in S} p_s \phi_s \quad (3.9a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \phi_s \geq \frac{1}{D} r_s \quad \forall s \in S \quad (3.9b)$$

$$\phi_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S \quad (3.9c)$$

onde ϕ_s é uma variável binária que desempenha o mesmo papel da função indicadora.

Observe que a restrição 3.9b assegura que, para os cenários com corte de carga, ϕ_s deverá ser maior que 0 e como trata-se de uma variável binária, assumirá o valor 1. Adicionalmente, o corte de carga r_s não pode ser maior que a demanda D , o que garante que o lado direito da restrição 3.9b estará sempre no intervalo $[0, 1]$.

O problema 3.9 representa o cálculo de um quantil da distribuição de R que é, neste caso, a probabilidade de a variável aleatória R ser maior que zero. Apesar de sua simplicidade, o interessante de se formular a LOLP como um problema de otimização é notar que seu cálculo envolve a utilização de uma variável inteira para cada cenário.

Além disto, é possível notar que esta medida não é capaz de diferenciar os cenários com corte de carga, sendo indiferente para sistemas onde há um corte de carga pequeno e um corte de carga mais severo (em termos de potência/energia) e esta pode ser considerada uma das maiores críticas na utilização da LOLP como critério de confiabilidade para o planejamento.

3.3.4 EPNS

A EPNS (*Expected Power Not Supplied*) corresponde ao valor esperado da potência não suprida e consiste em avaliar a média do mínimo corte de carga, para

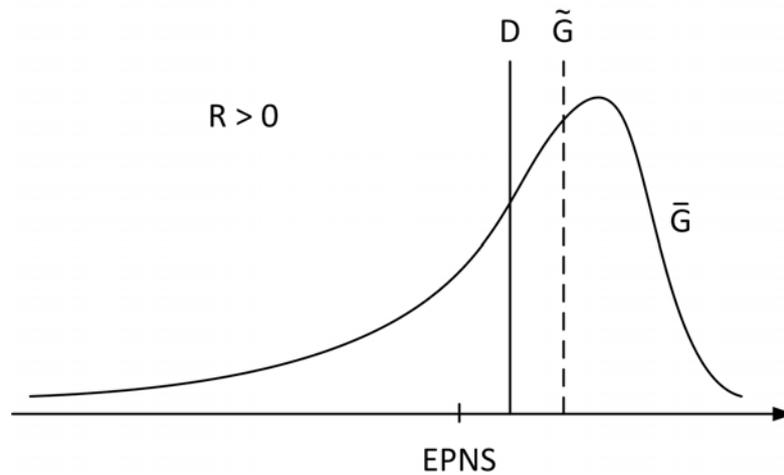


Figura 3.16: EPNS: valor esperado da potência não suprida

todos os possíveis estados do sistema, conforme ilustrada na figura 3.16. A EPNS é calculada como:

$$\text{EPNS} = E[R] = \sum_{s \in S} p_s r_s \quad (3.10)$$

Analogamente à LOLP, a EPNS também pode ser modelada como um problema de otimização. Neste caso, assume-se como variável de decisão o corte de carga por estado r_s e uma maneira alternativa de representar a função $\max()$ utilizada na equação 3.4 é através de uma variável não negativa, como no problema 3.11

$$\text{EPNS} = \text{Minimizar} \quad \sum_{s \in S} p_s r_s \quad (3.11a)$$

$$\text{sujeito a} \quad r_s \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}} \xi_{js} \bar{g}_j \quad \forall s \in S \quad (3.11b)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (3.11c)$$

Observe que, como o corte de carga é uma variável não negativa, sua representação é dada implicitamente pela função truncamento

$$[R]^+ = \begin{cases} R, & \text{se } R > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.12)$$

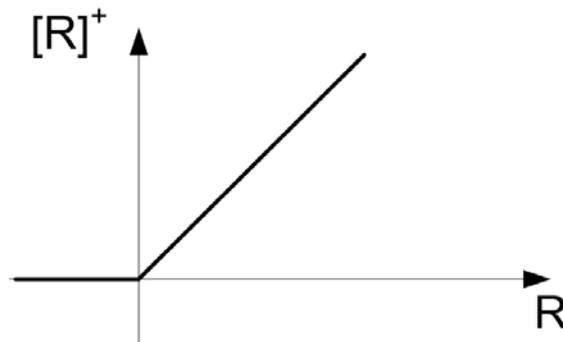


Figura 3.17: Função Truncamento

que é ilustrada na figura 3.17.

3.3.5 Relação entre a LOLP e EPNS

Seja $f(\bar{G})$ a função de distribuição de probabilidade da v.a. capacidade total do sistema \bar{G} . Dada a demanda total do sistema D , uma maneira similar de calcular a EPNS é

$$\text{EPNS}(D, \bar{G}) = E[\max(D - \bar{G}, 0)] = \int_0^\infty \max(D - \bar{G}, 0) f(\bar{G}) d\bar{G} \quad (3.13)$$

Como a $\text{EPNS}(D, \bar{G})$ é igual a zero para $\bar{G} \geq D$, é possível reduzir a equação 3.13 a

$$\text{EPNS}(D, \bar{G}) = \int_0^D D - \bar{G} f(\bar{G}) d\bar{G} \quad (3.14)$$

Expandindo a expressão 3.14, tem-se:

$$\text{EPNS}(D, \bar{G}) = D \int_0^D f(\bar{G}) d\bar{G} - \int_0^D \bar{G} f(\bar{G}) d\bar{G} \quad (3.15)$$

Derivando 3.15 com relação à demanda D e lembrando que se

$$h(D) = \int_0^D f(\bar{G}) d\bar{G} \quad (3.16)$$

então $h'(D) = f(D)$, tem-se que:

$$\frac{\partial \text{EPNS}(D, \bar{G})}{\partial D} = Df(D) + \int_0^D f(D)dD - Df(D) = \int_0^D f(D)dD \quad (3.17)$$

Sendo a geração total \bar{G} uma variável discreta, é possível perceber a partir de 3.17 que

$$\frac{\partial \text{EPNS}(D, \bar{G})}{\partial D} = \int_0^D f(D)dD = \sum_{s \in S | D > \bar{G}_s} p_s \quad (3.18)$$

A expressão 3.18 indica que a derivada da EPNS com relação à demanda corresponde à soma das probabilidades dos estados onde a geração total \bar{G} é inferior à D , que é exatamente a definição da LOLP, ou seja

$$\frac{\partial \text{EPNS}}{\partial D} = \text{LOLP} \quad (3.19)$$

3.3.6 Método de Convolução

Sejam X_1 e X_2 duas variáveis aleatórias independentes com distribuições de probabilidade discretas. A distribuição de probabilidade da soma, representada por $X = X_1 + X_2$, é obtida convoluindo as distribuições destas variáveis. Suponha que X_1 possa assumir os valores $x_1(i)$ com probabilidade $p_1(i)$ para $i = 1, \dots, n_1$ e X_2 os valores $x_2(j)$ com probabilidade $p_2(j)$ para $j = 1, \dots, n_2$. Portanto, a variável aleatória X pode assumir os valores $x(i, j) = x_1(i) + x_2(j)$ com probabilidade $p_1(i) \times p_2(j)$, para $i = 1, \dots, n_1$ e $j = 1, \dots, n_2$.

Estendendo o número de parcelas, o número máximo de possíveis valores da variável $X = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ é $\prod_{i=1}^N n_i$.

Desta forma, o problema do cálculo da confiabilidade pode ser resolvido por convolução das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias ξ_j , de forma que S é o conjunto de estados de capacidade de geração, obtidos por combinação dos cenários de falha e funcionamento de cada um dos geradores, e p_s a probabili-

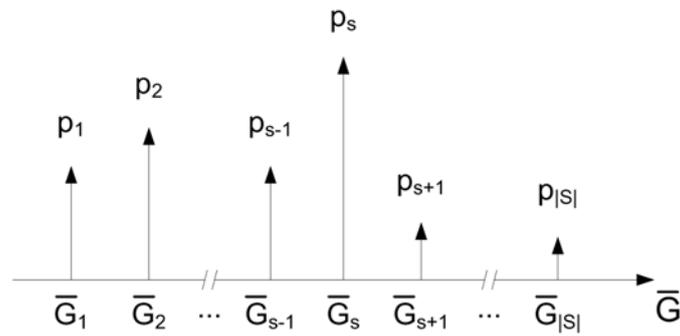


Figura 3.18: Distribuição da potência total disponível de um sistema

dade associada ao cenário s , obtida por multiplicação das probabilidades de falha ou funcionamento de cada gerador.

Ou seja, cada estado s do sistema é composto por uma realização das variáveis aleatórias ξ_j , denotada por ξ_{js} . O suporte da distribuição da capacidade total do sistema é dado por:

$$\bar{G}_s = \sum_{j \in \mathcal{G}} \xi_{js} \bar{g}_j \quad (3.20)$$

e a probabilidade associada ao estado s é calculada como

$$p_s = \prod_{j \in \mathcal{G}} P(\xi_{js}) \quad (3.21)$$

A distribuição da potência total disponível em um sistema é ilustrada na figura 3.18.

É possível notar que o número de estados cresce combinatorialmente com o número de geradores. Se considerarmos um sistema pequeno com 30 geradores, sendo a capacidade de geração de cada um deles uma v.a. com distribuição de Bernoulli, então o número total de estados será de 2^{30} , que é da ordem de um bilhão.

Portanto, o processo de convolução apresentado torna-se computacionalmente ineficiente se o número de geradores é elevado, devido ao caráter combinatório

da construção da distribuição de probabilidade da potência total disponível, tornando necessária a utilização de métodos aproximados que sejam mais eficientes computacionalmente [17]. Estes métodos procuram basicamente estabelecer um compromisso entre precisão e eficiência/viabilidade computacional. Uma descrição detalhada sobre métodos de convolução eficientes pode ser encontrada em [13]. Neste trabalho optou-se pela implementação do método de Monte Carlo, descrito na seção a seguir.

3.3.7 Simulação Monte Carlo

Uma alternativa para resolver este problema é observar que o problema pode ser decomposto em $|S| \times J$ problemas menores, para cada cenário de capacidade e patamar de demanda. O método de simulação Monte Carlo consiste na análise sucessiva destes problemas, onde os estados (cenários de capacidade) são sorteados aleatoriamente a partir do espaço de estados S e é realizada a análise de confiabilidade do sistema para o estado sorteado.

Seja o estado do sistema representado pelo vetor de variáveis aleatórias $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_j]$, onde ξ_j é o estado do j -ésimo componente e, como visto anteriormente, S é o conjunto que representa todos os possíveis estados, denominado espaço de estados.

Além disto, seja $F(\xi)$ a função que representa o teste aplicado a um dado estado ξ . O objetivo do teste é verificar se este estado específico do sistema é capaz de atender a demanda. Como ξ é um vetor de variáveis aleatórias, a função teste resultante também é uma variável aleatória. Mais adiante, serão descritas outras funções teste que definem diferentes critérios de confiabilidade. Por exemplo, considere a função teste que define o valor esperado do corte de carga, definida como

$$E(F) = \sum_{\xi \in \Xi} F(\xi)P(\xi) \quad (3.22)$$

Observe que é possível utilizar outros resultados de interesse, como a variância da função teste ou até mesmo sua distribuição.

No método de simulação Monte Carlo, os estados ξ são amostrados de sua distribuição de probabilidade conjunta, representados por ξ_s . Deste modo, o valor esperado de F , $E(F)$, é *estimado* como

$$\tilde{E}(F) = \frac{1}{NA} \sum_{s=1}^{NA} F(\xi_s) \quad (3.23)$$

onde

$\tilde{E}(F)$ estimador do valor esperado

NA número de amostras

ξ_s s -ésimo estado amostrado

$F(\xi_s)$ resultado da função teste para o s -ésimo estado amostrado

É importante observar que $\tilde{E}(F)$ não é o verdadeiro valor esperado $E(F)$ (que é em geral desconhecido), mas um *estimador* deste valor. Como ξ e $F(\xi)$ são variáveis aleatórias, o estimador $\tilde{E}(F)$, que é a média das NA amostras de $F(\xi)$, também é uma variável aleatória. A *incerteza* sobre o estimador é dada por sua variância:

$$V(\tilde{E}(F)) = \frac{V(F)}{NA} \quad (3.24)$$

onde $V(F)$ é a variância da função teste, estimada como

$$\tilde{V}(F) = \frac{1}{NA - 1} \sum_{s=1}^{NA} \left(F(\xi_s) - \tilde{E}(F) \right)^2 \quad (3.25)$$

A expressão 3.25 mostra que a incerteza do estimador depende da variância da função teste, $V(F)$, e é inversamente proporcional ao número de amostras. Desta forma, a avaliação de confiabilidade baseada em simulação Monte Carlo pode ser descrita pelos seguintes passos:

- a) inicialize o número de amostras $NA = 0$;

- b) selecione um estado ξ_s sorteado a partir da distribuição de probabilidade $P(\xi)$ e atualize NA;
- c) avalie a função teste $F(\xi_s)$ para o estado amostrado ξ_s ;
- d) estime o valor esperado da função teste a partir a expressão 3.23;
- e) calcule a incerteza do estimador a partir da expressão 3.25;
- f) se a incerteza do estimador é aceitável (dentro de uma tolerância pré-estabelecida), pare; caso contrário, retorne para o passo (b).

Como visto na equação 3.24, o critério de convergência do algoritmo de Monte Carlo pode ser baseado na incerteza do estimador de $E(F)$. Esta incerteza é geralmente representada como uma incerteza relativa [31], também conhecida como *coeficiente de variação*, definido como

$$\beta = \frac{S(\tilde{E}(F))}{\tilde{E}(F)} \quad (3.26)$$

onde $S(\cdot)$ representa o desvio padrão. Substituindo 3.24 em 3.26, tem-se que

$$\beta = \frac{S(F)/NA^{0.5}}{\tilde{E}(F)} \quad (3.27)$$

Reescrevendo a equação 3.27 em termos de NA, tem-se que

$$NA = \frac{V(F)}{\beta \tilde{E}(F)^2} \quad (3.28)$$

Suponha, por exemplo, que a LOLP de um sistema é estimada como \tilde{p} . A variância estimada é dada por

$$\tilde{V}(F) = \tilde{p}(1 - \tilde{p}) \quad (3.29)$$

Então, a incerteza relativa do estimador \tilde{p} é dada por

$$\beta^2 = \frac{\tilde{p}(1 - \tilde{p})/NA}{\tilde{p}^2} \quad (3.30)$$

Rearrmando a equação acima em termos do número de amostras NA, obtém-se que

$$NA = \frac{1 - \tilde{p}}{\beta^2 \tilde{p}} \quad (3.31)$$

Pode-se concluir então que

$$NA \approx \frac{1}{\beta^2 \tilde{p}} \quad \text{para } \tilde{p} \ll 1 \quad (3.32)$$

A expressão 3.32 ilustra algumas características do método de Monte Carlo:

- O esforço computacional não é afetado pelo tamanho do sistema ou sua complexidade e, por esta razão, os métodos de Monte Carlo são bastante adequados para aplicação em sistemas de modelagem complexa;
- O esforço computacional é afetado pelo valor que está sendo estimado, i.e. o número de amostras necessário para estimar uma LOLP pequena é maior do que o necessário para uma LOLP maior;
- O esforço computacional é bastante afetado pela precisão desejada β . Por exemplo, para estimar uma LOLP de 0.001 com relativa incerteza β de 30% são necessárias dez mil de amostras. Contudo, para a mesma estimativa seriam necessárias um milhão de amostras se a incerteza desejada fosse de 3%.

Como visto na expressão 3.28, uma alternativa para reduzir o número de amostras necessário e ainda assim manter a precisão desejada é encontrar maneiras de reduzir a variância $V(F)$. Para isto, podem ser aplicadas técnicas de redução de variância como por exemplo:

- Regressão generalizada: consiste em substituir a função F por outra de mesmo valor esperado, mas com uma variância menor;

- Amostragem por importância: consiste em distorcer a função de distribuição de ξ_s - e conseqüentemente de $F(\xi_s)$ - novamente preservando o valor esperado e reduzindo a variância;
- Variáveis antitéticas: consiste tirar proveito de uma possível correlação negativa entre amostras complementares de ξ_s (com todos os geradores operando e todos falhados, por exemplo) e seu impacto em $F(\cdot)$ ao invés de simplesmente utilizar amostras sorteadas aleatoriamente.

É possível encontrar a descrição destas técnicas assim como sua aplicação no problema do cálculo de confiabilidade em [31, 28, 21, 20].

3.3.8 Exemplo

3.3.8.1 Distribuição da Capacidade Total do Sistema

Para exemplificar o cálculo dos índices de confiabilidade LOLP e EPNS, considere o mesmo sistema utilizado como exemplo na seção 2.3.1 para o plano de investimentos escolhido no critério de planejamento econômico $x = [1 \ 0 \ 1]$.

Primeiramente, é necessário conhecer a distribuição de probabilidade da capacidade disponível e neste exemplo será utilizado o processo de convolução descrito na seção 3.3.6.

Inicia-se o processo de convolução com um “sistema” de capacidade total nula e adicionam-se os geradores sucessivamente até que se construa a distribuição de probabilidade da capacidade total do sistema. A figura 3.19 apresenta a distribuição da capacidade total após o primeiro passo do processo, considerando apenas o gerador 1. O primeiro ponto representa o estado do sistema em que nenhuma usina está operando (capacidade total igual a zero) com probabilidade associada

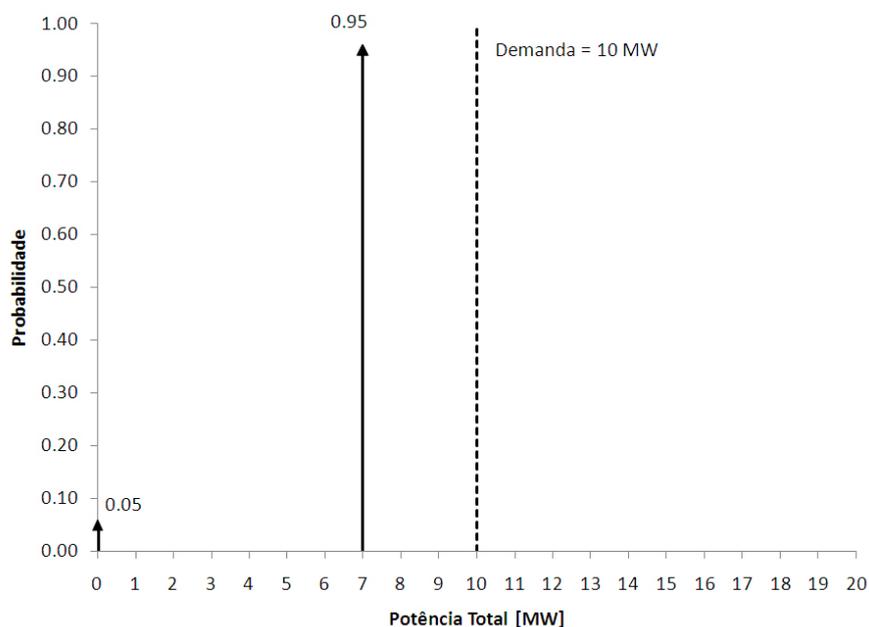


Figura 3.19: Exemplo - distribuição da capacidade total do sistema com gerador 1

de 0.05 e o segundo ponto representa o estado de geração total igual a 10MW, com probabilidade igual a 0.95.

Em seguida, é realizada a convolução da distribuição de capacidade do sistema com a distribuição de capacidade do gerador 3. Isto é realizado combinando cada estado do sistema com cada estado do gerador que está sendo adicionado. A distribuição da capacidade total considerando os geradores 1 e 3 é ilustrada na figura 3.20.

3.3.8.2 LOLP

Uma vez calculada a distribuição de probabilidade da capacidade total do sistema, é possível calcular a distribuição do corte de carga conforme apresentado na equação 3.4 e ilustrado na figura 3.21.

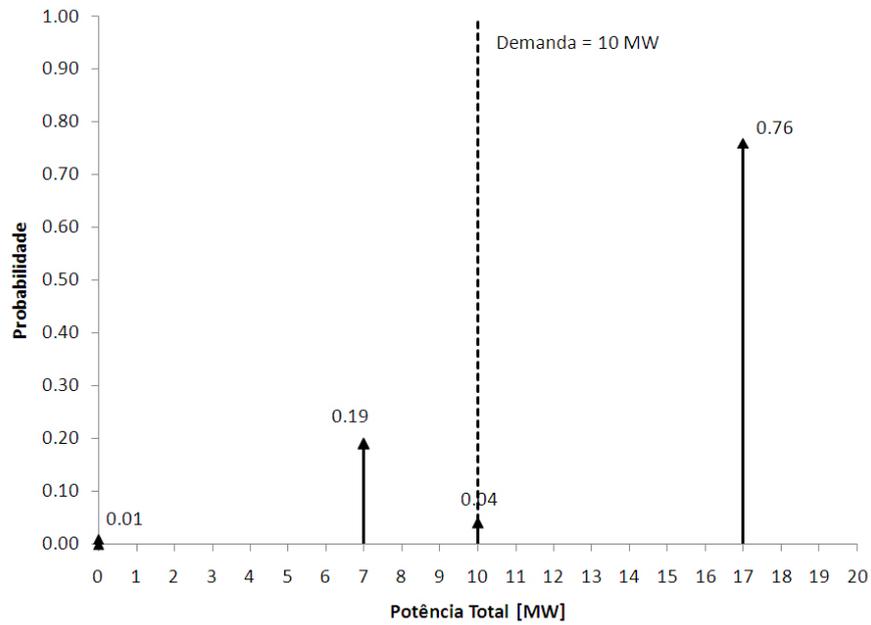


Figura 3.20: Exemplo - distribuição da capacidade total do sistema com geradores 1 e 3

Tabela 3.1: Exemplo - Distribuição de capacidade total do sistema (geradores 1 e 3)

Estado	$\xi_{1s}\bar{g}_1$	$\xi_{3s}\bar{g}_3$	Pot. Total	Probabilidade
	MW	MW	MW	p.u.
1	0	0	0	$0.05 \times 0.20 = 0.01$
2	7	0	7	$0.95 \times 0.20 = 0.19$
3	0	10	10	$0.05 \times 0.80 = 0.04$
4	7	10	17	$0.95 \times 0.80 = 0.76$

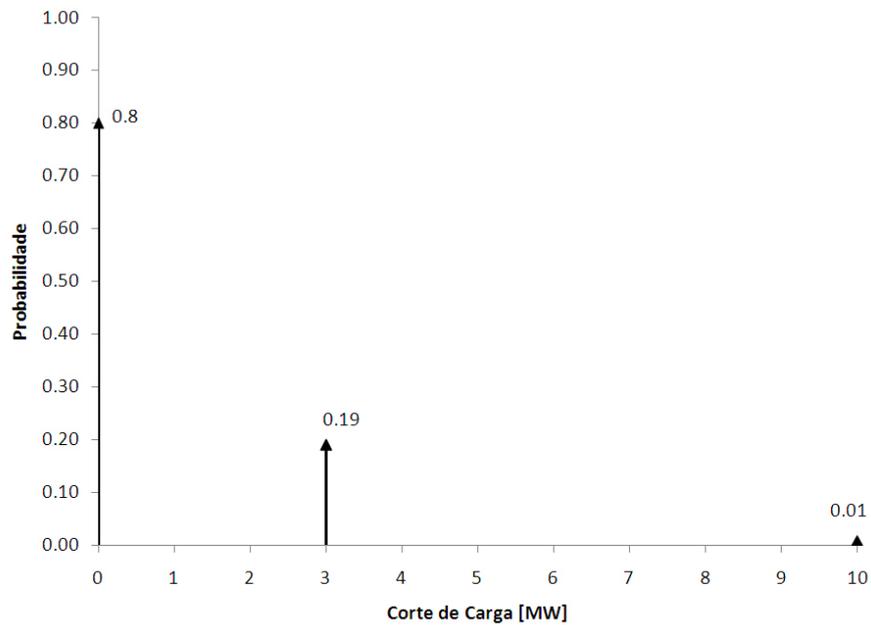


Figura 3.21: Exemplo - distribuição do corte de carga do sistema com geradores 1 e 3

Na média, este plano de investimentos atende a demanda integralmente pois, conforme ilustrado na tabela 2.3, o déficit médio é igual a zero. Contudo a probabilidade de perda de carga é $LOLP = 0.19 + 0.01 = 0.2$.

3.3.8.3 EPNS

Com base na distribuição do corte de carga, é possível calcular a EPNS como

$$EPNS = 0.8 \times 0 + 3 \times 0.19 + 10 \times 0.01 = 0.67 \text{ MW} \quad (3.33)$$

Capítulo 4

Incorporação de Controle de Risco no Problema do Planejamento

4.1 Introdução

A incorporação de controle de risco ao problema do planejamento da expansão tem como objetivo restringir o conjunto de possíveis planos de investimento aos planos que atendam o critério de confiabilidade desejado. Isto pode ser realizado através da consideração de restrições de confiabilidade, que são restrições probabilísticas com base nos possíveis estados do plano de expansão.

Deste modo, as etapas do planejamento que consistem na análise de confiabilidade e posterior análise operativa, descritas na seção 2.2, podem ser solucionadas de maneira integrada. Isto permite que a escolha do plano de investimentos mais adequado leve em consideração, para cada equipamento, o benefício conjunto em termos econômicos na operação do sistema, assim como os benefícios em termos de aumento da confiabilidade.

Neste capítulo será apresentada a formulação do problema de planejamento da expansão para o sistema de geração com a consideração de restrições de confiabilidade e serão apresentadas formulações referentes às duas medidas de risco apresentadas no capítulo 3, LOLP e EPNS.

4.2 Critério Econômico

A tradução das deficiências de atendimento em termos econômicos são comumente utilizadas em análises benefício/custo em estudos de confiabilidade. É possível encontrar na literatura trabalhos baseados em critérios econômicos [9, 26, 14], conhecidos como “*Valued-Based Reliability Worth*” que consistem em um ramo que estuda metodologias para a estimação do custo da confiabilidade, além de aplicações ao planejamento da expansão.

O modelo que ilustra este tipo de metodologia, definido similarmente ao modelo 2.2, é dado por

$$\text{Minimizar } I(x) + O(x) + \rho R(x) \quad (4.1a)$$

$$\text{sujeito a } x \in X \quad (4.1b)$$

onde ρ é o custo atribuído ao não atendimento do critério de confiabilidade como, por exemplo, o custo do valor esperado do déficit (EPNS) ou da probabilidade/risco de déficit (LOLP).

Para tanto, há a necessidade de apurar os dados relativos aos custos associados à intensidade, duração e frequência dos cortes de carga, tanto para o consumidor como para a concessionária de energia. Os principais custos envolvidos são:

- Custo de não faturamento: representam o prejuízo das concessionárias, associado às tarifas de energia;

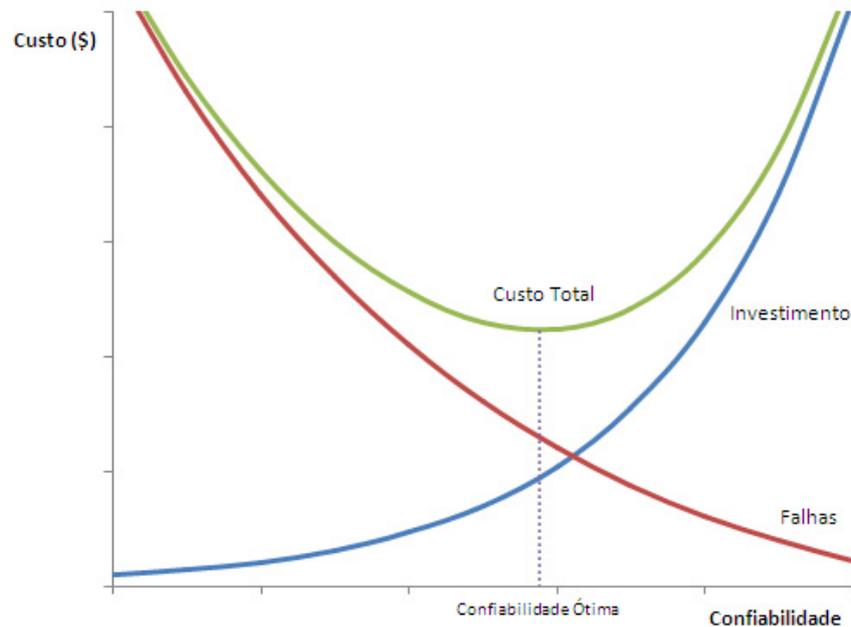


Figura 4.1: Curva de Custo da Confiabilidade

- Custo de déficit: relacionado a situações de racionamento energético, causados por falta d'água nos reservatórios decorrentes de longos períodos de estiagem e/ou limites de transferência de energia entre regiões;
- Custo de interrupção: relacionados à déficits de potência, associados à falhas nas unidades geradoras, refletindo o impacto nos consumidores e na sociedade como um todo. As interrupções resultantes destes efeitos são imprevisíveis, de curta duração e, em sua maioria, ocorrem durante as horas de maior demanda.

De maneira geral, a melhoria da confiabilidade de um sistema implica em maiores custos de investimento e, conseqüentemente, menores custos de confiabilidade, conforme ilustrado na figura 4.1. O grau de confiabilidade ótimo a ser perseguido é aquele que corresponde ao menor custo total para o sistema.

A estimação de custos de interrupção é, por muita vezes, difícil, uma vez que os impactos são diferenciados de acordo com o segmento de consumo, duração e frequência de interrupção, entre outros aspectos [22]. Por esta razão, alternativamente é utilizado como critério de planejamento limites máximos para os índices de confiabilidade, que procuram refletir o mínimo grau de adequação do sistema aceitável e servem de referência para a definição de uma política de novos investimentos para o sistema. Neste trabalho o critério de confiabilidade não baseia-se em custo, mas na representação direta de um limite para o índice de confiabilidade, conforme apresentado na próxima seção.

4.3 Critério de Segurança

Alternativamente ao critério econômico, é possível representar as restrições de confiabilidade explicitamente como um limite máximo pré-estabelecido para a medida que define o critério escolhido, como por exemplo a LOLP ou EPNS. Mais adiante será demonstrado que é possível calcular o custo da confiabilidade associado ao critério adotado sob o ponto de vista da expansão do sistema.

Em teoria de programação estocástica, quando a variável aleatória depende de alguma variável de decisão (neste caso o corte de carga R), a restrição que limita o conjunto de decisões é denominada uma restrição em probabilidade, ou *chance constraint* [35].

Nas próximas seções, será apresentado como incorporar os critérios de risco apresentados no capítulo 3, LOLP e EPNS, no problema de planejamento da expansão da geração.

4.3.1 Formulação

Como visto no capítulo 3, a análise da confiabilidade do sistema consiste no cálculo dos índices de confiabilidade e, conseqüentemente, depende da avaliação da distribuição de probabilidade da variável aleatória corte de carga. Para isto, é necessário levar em consideração os cenários compostos pelos possíveis estados do sistema. Desta forma, a incorporação das restrições probabilísticas de risco no problema do planejamento significa também contemplar a representação destes estados em sua formulação.

Deste modo, é necessário representar para cada um dos cenários as restrições que definem o cálculo do possível corte de carga associado ao estado, além de também considerar que os estados do sistema dependem diretamente das decisões de investimento. Para isto, as equações que representam os estados do sistema devem ser estendidas para também levarem em consideração as variáveis de decisão de investimento.

Para isto, considere abaixo uma extensão do problema 2.4 de planejamento da expansão da geração apresentado no capítulo 2.

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{j,t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{G}} d_j g_{j,t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} d_r r_t \quad (4.2a)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j \in \mathcal{G}} g_{j,t} + r_t = D_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.2b)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \quad j \in \mathcal{G}^E, t \in \mathcal{T} \quad (4.2c)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau} \quad j \in \mathcal{G}^C, t \in \mathcal{T} \quad (4.2d)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} x_{j,t} \leq 1 \quad j \in \mathcal{G}^C \quad (4.2e)$$

$$R_t(x) \leq \bar{R}_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.2f)$$

$$x \in X \quad (4.2g)$$

onde a restrição adicional 4.2f define o limite para o critério de confiabilidade escolhido.

O problema resultante, escrito em sua forma simplificada, representa o planejamento da expansão da geração considerando os custos de operação e as restrições de confiabilidade e é dado por

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{j,t} + O(x) \quad (4.3a)$$

$$\text{sujeito a } R_t(x) \leq \bar{R}_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.3b)$$

$$x \in X \quad (4.3c)$$

Nas próximas seções será definido como representar a LOLP e a EPNS no problema apresentado acima através da especificação da restrição 4.3b para cada critério. Por simplicidade de notação, o índice t que representa as etapas do horizonte \mathcal{T} será suprimido, entretanto a formulação apresentada a seguir é representada para cada etapa.

4.3.2 LOLP

Como visto na seção 3.3.3, a LOLP consiste no complemento do nível de confiança com que um determinado sistema é capaz de operar sem que ocorra qualquer corte de carga.

Para incorporação desta medida no problema de planejamento, é utilizada a formulação 3.9 e, portanto, $R(x) = \text{LOLP}(x)$ e é definido como

$$\text{LOLP}(x) = \text{Minimizar} \quad \sum_{s \in S} p_s \phi_s \quad (4.4a)$$

$$\text{sujeito a} \quad r_s \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \quad \forall s \in S \quad (4.4b)$$

$$\phi_s \geq \frac{1}{D} r_s \quad \forall s \in S \quad (4.4c)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (4.4d)$$

$$\phi_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S \quad (4.4e)$$

Incorporando explicitamente as equações acima no problema 4.3, tem-se o modelo de planejamento da expansão com restrição de LOLP:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + O(x) \quad (4.5a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{s \in S} p_s \phi_s \leq \overline{\text{LOLP}} \quad (4.5b)$$

$$r_s + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j \quad \forall s \in S \quad (4.5c)$$

$$\phi_s - \frac{1}{D} r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (4.5d)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (4.5e)$$

$$\phi_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S \quad (4.5f)$$

$$x \in X \quad (4.5g)$$

onde $\overline{\text{LOLP}} \in [0, 1]$ é um nível de confiabilidade aceitável, ou seja, um critério pré-estabelecido pelo planejador.

A restrição 4.5d pode ser interpretada como uma tolerância onde se permite que sejam “escolhidos” alguns cenários para a ocorrência de corte de carga, limitando a soma das probabilidades de ocorrência destes cenários. Portanto, o número de variáveis ϕ_s que pode assumir o valor 1 está limitado e, conseqüentemente, a probabilidade de corte de carga também esta limitada. Desta maneira, o conjunto

de planos de investimento viáveis que garantem um índice de confiabilidade dentro do critério estabelecido para LOLP é restringido de acordo com o limite $\overline{\text{LOLP}}$.

Como descrito anteriormente, a LOLP é uma medida não-sensível à quantidade de potência cortada, sendo somente de interesse o número de cenários com corte. Deste modo, não é possível distinguir a profundidade dos cenários que possuem corte de carga.

4.3.3 EPNS

De acordo com a seção 3.3.4, a EPNS é o índice que mede o valor esperado do corte de carga do sistema. Considerando as variáveis de investimento e fazendo $R(x) = \text{EPNS}(x)$ no problema 3.11, tem-se:

$$\text{EPNS}(x) = \text{Minimizar} \quad \sum_{s \in S} p_s r_s \quad (4.6a)$$

$$\text{sujeito a} \quad r_s \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \quad \forall s \in S \quad (4.6b)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (4.6c)$$

Incorporando explicitamente as equações acima no problema 4.3, tem-se o modelo de planejamento da expansão com restrição de EPNS:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + O(x) \quad (4.7a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{s \in S} p_s r_s \leq \overline{\text{EPNS}} \quad (4.7b)$$

$$r_s + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j \quad \forall s \in S \quad (4.7c)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (4.7d)$$

$$x \in X \quad (4.7e)$$

onde $\overline{\text{EPNS}}$ é o critério de risco para EPNS pré-estabelecido pelo planejador.

Tabela 4.1: Exemplo - LOLP e EPNS para as possíveis alternativas de investimento

x	Déficit	Custo (M\$)			LOLP	EPNS
	(MW)	Inv.	Ope.	Total	(p.u.)	(MW)
[0 0 0]	10	0	200	200	1	10
[1 0 0]	3.35	13	80.3	93.3	1	3.35
[0 1 0]	2.35	9	69.95	78.95	1	2.35
[0 0 1]	2	5	72	77	0.2	2
[1 1 0]	0	22	23.35	45.35	0.145	0.4025
[1 0 1]	0	18	26.7	44.7	0.2	0.67
[0 1 1]	0	14	32.35	46.35	0.2	0.47
[1 1 1]	0	27	23.35	50.35	0.029	0.0805

4.4 Exemplo

Para ilustrar a aplicação dos critérios de confiabilidade LOLP e EPNS, será utilizado novamente o exemplo de três geradores candidatos apresentado anteriormente.

Para selecionar o plano de investimentos mais adequado, é necessário conhecer dentre as 8 possíveis alternativas quais atendem ao critério estabelecido. Desta forma, a tabela 4.1 apresenta os índices de confiabilidade associados a cada plano de investimentos.

4.4.1 LOLP

Suponha que o planejador tenha estabelecido um critério de máxima probabilidade de perda de carga, $\overline{\text{LOLP}}$, igual a 0.15.

Como é possível notar, este critério impõe uma restrição ao conjunto de planos de investimento viáveis de modo que, dentre as possíveis alternativas, somente os planos $[1\ 1\ 0]$ e $[1\ 1\ 1]$ atendem ao critério estabelecido. Como o plano $[1\ 1\ 0]$ é o de menor custo entre as duas alternativas, seria escolhido como alternativa mais adequada para expansão.

Observe que a solução ótima do problema de planejamento econômico $[1\ 0\ 1]$ não é viável para este critério, sendo necessária a escolha de um plano de investimentos de maior custo. Neste caso, é possível calcular um custo associado ao critério de confiabilidade como a diferença do custo total entre a solução $[1\ 1\ 0]$ e $[1\ 0\ 1]$, que é igual a 0.65M\$.

4.4.2 EPNS

Suponha agora que seja utilizado o critério da EPNS ao invés do critério da LOLP e que o máximo valor permitido para a EPNS, \overline{EPNS} , seja igual a 0.5MW.

Similarmente, o conjunto de planos de investimentos viáveis é reduzido para três planos e a solução ótima deste problema consiste, coincidentemente, na decisão pela construção dos geradores 1 e 2. Neste caso, o custo do critério de EPNS também é de 0.65M\$.

Capítulo 5

Novas Medidas de Risco aplicadas à Confiabilidade

5.1 Introdução

As medidas de risco e suas propriedades também têm sido bastante exploradas no contexto de finanças nas últimas duas décadas. Classicamente, o modelo econômico utilizado para capturar o comportamento de aversão ao risco em problemas de decisão sob incerteza é o modelo de utilidade esperada. Porém, em função da dificuldade de se encontrar uma utilidade prática, que expresse a aversão ao risco do tomador de decisão com base em parâmetros práticos, de forma mais isenta a uma subjetividade pessoal e que simplesmente expressassem a “aversão ao risco da entidade” como, por exemplo banco ou, neste caso, o planejador do sistema, a busca por medidas de risco que fossem capazes de controlar o processo decisório foi bastante impulsionada.

Neste sentido, buscou-se atacar o problema “risco” de resultados indesejáveis de forma mais direta e pragmática, onde a distribuição de probabilidade dos resultados seria diretamente monitorada e “controlada” através destas medidas e de

valores limites previamente estipulados. Assim sendo, a atribuição subjetiva de um valor de utilidade ou satisfação para cada resultado, caracterizado pela função utilidade foi deixada de lado e o objetivo passou a ser, em mercados financeiros, a maximização do valor esperado dos resultados futuros controlados por restrições de risco [35].

Neste capítulo serão apresentadas duas medidas de risco utilizadas no contexto de finanças por instituições, reguladores e bancos, assim como na teoria de portfólio. De maneira análoga aos mercados financeiros, os planos de expansão candidatos podem ser interpretados como diferentes portfólios compostos por geradores que, além de um custo de investimento e operação do sistema, têm um risco associado de falhar no objetivo de suprir energia de maneira adequada. Neste caso, o papel do planejador do sistema elétrico é escolher o portfólio (plano de expansão) que atenda às necessidades da sociedade a custo mínimo, além de respeitar o critério de risco estabelecido.

Adicionalmente, serão estabelecidas as relações entre estas medidas e as medidas utilizadas no setor elétrico apresentadas no capítulo 3 e formulados os modelos de planejamento da expansão com a consideração destas medidas como critério de confiabilidade.

5.2 Value-at-Risk (VaR)

5.2.1 Definição

O *Value-at-Risk* é uma medida de risco de utilização bastante comum em mercados financeiros para a quantificação de riscos e desempenho associados à portfólios e passou a ser amplamente difundido após a ocorrência de desastres que levaram diversas instituições financeiras à falência [19]. Considerando sua apli-

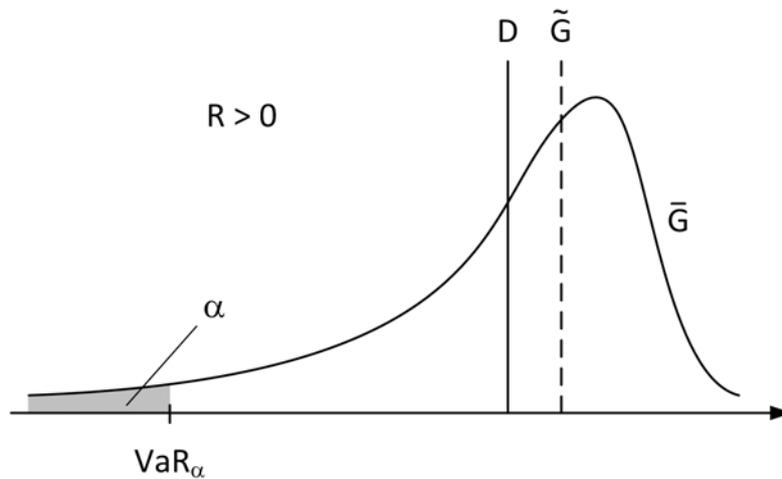


Figura 5.1: VaR_α : *Value-at-Risk* associado ao corte de carga

cação no contexto de cálculo de confiabilidade, esta medida procura responder à seguinte questão:

“Qual é o máximo corte de carga previsto dentro de um intervalo de confiança estabelecido?”

Considerando uma variável aleatória R qualquer, o valor de risco é definido como

$$VaR_\alpha(R) = \inf\{r : P(R > r) \leq \alpha\} \quad (5.1)$$

onde α é um determinado nível de confiança. Se R representa o corte de carga, $VaR_\alpha(R)$ é o máximo corte de carga a um nível de confiança de α , conforme ilustrado na figura 5.1.

Em outras palavras, $VaR_\alpha(R) = \overline{VaR}$ é o quantil mínimo associado a $P(R > \overline{VaR}) \leq \alpha$, ou seja, a probabilidade de a variável aleatória R exceder o valor \overline{VaR} ser menor ou igual a α .

É possível definir um problema de otimização para o cálculo do VaR, conforme mostrado no problema 5.2.

$$\text{VaR}_\alpha = \text{Minimizar } y \quad (5.2a)$$

$$\text{sujeito a } y \geq r_s - D\phi_s \quad \forall s \in S \quad (5.2b)$$

$$\sum_{s \in S} p_s \phi_s \leq \alpha \quad (5.2c)$$

$$\phi_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S \quad (5.2d)$$

A equivalência entre o problema 5.2 e a definição 5.1 pode ser demonstrada. No problema 5.2, a variável binária ϕ_s tem o objetivo de “selecionar” alguns estados para que não influenciem no valor de y . Quando o estado é selecionado ($\phi_s = 1$) o lado direito da restrição 5.2b é relaxado, uma vez que o máximo corte de carga é igual à demanda total D . Entretanto, o número de estados selecionados está limitado, pois a restrição 5.2c restringe a soma das probabilidades dos estados selecionados ao nível de confiança definido α .

Como a função objetivo do problema é a minimização da variável y e y deve ser maior que o lado direito da restrição 5.2b para todos os estados, y assumirá o valor do maior lado direito entre os estados não selecionados ($\phi_s = 0$).

Portanto, o VaR_α define o maior valor do corte de carga dentro de um intervalo de confiança, entretanto, assim como a LOLP, não é sensível aos estados que excedem este valor, ou seja, que compõe a cauda da distribuição. Considere o exemplo de duas alternativas de investimento, A e B, com mesmo VaR_α porém A, com menor profundidade (estados extremos menos severos) e B, com possibilidades de eventos de corte de carga elevados. Dentro do contexto da escolha de um plano de investimentos adequado, ambas as alternativas seriam semelhantes sob o ponto de vista desta medida de confiabilidade. Caso a alternativa B possuísse um custo total (investimento + operação) inferior ao da alternativa A, a alternativa B seria apontada como solução. Entretanto, pode-se argumentar que os eventos extremos

da distribuição B poderiam trazer impactos catastróficos ao sistema e logo, não deveria ser considerada.

Considerando um plano de investimentos x e a formulação apresentada 5.2 tem-se o modelo para o cálculo do $\text{VaR}_\alpha(x)$

$$\text{VaR}_\alpha(x) = \text{Minimizar } y \quad (5.3a)$$

$$\text{sujeito a } y \geq r_s - D\phi_s \quad \forall s \in S \quad (5.3b)$$

$$\sum_{s \in S} p_s \phi_s \leq \alpha \quad (5.3c)$$

$$r_s \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \quad \forall s \in S \quad (5.3d)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (5.3e)$$

$$\phi_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S \quad (5.3f)$$

5.2.1.1 Exemplo

Considere o sistema exemplo para o plano de expansão com geradores 1 e 3, e suponha que deseja-se calcular o VaR_α associado aos 10% piores casos, ou seja, para um $\alpha = 0.1$.

Como, por definição, o $\text{VaR}_{0.1}$ é o menor valor do corte de carga tal que a probabilidade de o corte de carga exceder $\text{VaR}_{0.1}$ é menor ou igual a 0.1, com base na função de distribuição do corte de carga apresentada na figura 3.21, tem-se que $\text{VaR}_{0.1}(x) = 3\text{MW}$, para $x = [1 \ 0 \ 1]$.

5.2.2 Formulação no Problema de Planejamento

Assim como definido para LOLP e EPNS, é possível definir o problema de planejamento quando se utiliza $R(x) = \text{VaR}_\alpha(x)$ como critério de confiabilidade. Para isto, incorpora-se explicitamente a modelagem 5.3 no problema 4.3, como

apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + O(x) \quad (5.4a)$$

$$\text{sujeito a } r_s - D\phi_s \leq \overline{\text{VaR}} \quad \forall s \in S \quad (5.4b)$$

$$\sum_{s \in S} p_s \phi_s \leq \alpha \quad (5.4c)$$

$$r_s + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j \quad \forall s \in S \quad (5.4d)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (5.4e)$$

$$\phi_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S \quad (5.4f)$$

$$x \in X \quad (5.4g)$$

onde $\overline{\text{VaR}}$ é o limite pré-estabelecido pelo planejador.

Rearranjando a restrição 5.4b, tem-se

$$\phi_s \geq \frac{1}{D} (r_s - \overline{\text{VaR}}) \quad (5.5)$$

A equação 5.5 indica que, quando o corte de carga r_s exceder o limite $\overline{\text{VaR}}$ a variável ϕ_s deverá assumir valor 1. Como a restrição 5.4c impõe que soma das probabilidades destes estados não deve exceder α , o conjunto de planos de investimento viáveis está restrito àqueles que atendem o critério do $\overline{\text{VaR}}$. Ou seja, este critério obrigará que novos investimentos sejam realizados de modo a limitar o conjunto de estados que excedem $\overline{\text{VaR}}$.

5.2.3 Relação entre a LOLP e VaR

De modo similar à LOLP, é possível notar através da restrição 5.5 que a representação do VaR_α também é realizada implicitamente pela função indicadora, porém transladada de $\overline{\text{VaR}}$, como ilustrado na figura 5.2

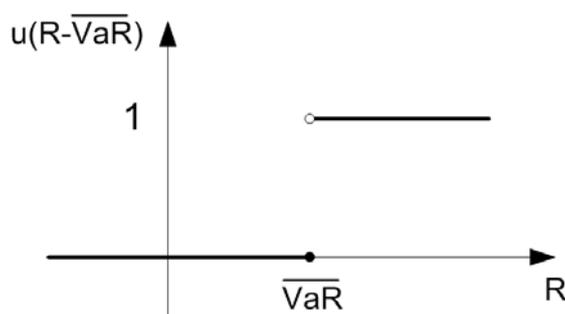


Figura 5.2: Função indicadora transladada

Este fato sugere uma relação entre o critério VaR_α e a LOLP. Na realidade, se for definido $\overline{\text{VaR}} = 0$ e $\alpha = \overline{\text{LOLP}}$, tem-se que o problema 5.4 torna-se equivalente ao problema de planejamento com a LOLP como critério de confiabilidade, ou seja

$$P(R > 0) \leq \alpha \Leftrightarrow \text{LOLP} \leq \alpha \quad (5.6)$$

Isto demonstra que o critério de planejamento utilizando a medida VaR_α é, na verdade, uma generalização do critério da LOLP.

5.3 Coerência das Medidas de Risco

Durante anos, tornaram-se claras as diferenças entre as práticas do mercado financeiro e os poucos avanços teóricos obtidos na área de gestão de risco. Desde então, diversos trabalhos [3] surgiram com o intuito de definir, de maneira clara e objetiva, quais características um índice estatístico deveria ter para ser considerado uma medida de risco razoável.

Em 1997, [6] introduziram o conceito de *Medida de Risco Coerente* (MRC) impondo, via formulação axiomática, condições matemáticas específicas que forcem alguns princípios básicos que uma medida de risco razoável deve sempre satisfazer. Além deste trabalho, muitos outros esforços [7] foram realizados no sentido de

estabelecer tais propriedades. Este novo “pilar” da matemática financeira é considerado por muitos especialistas como a primeira tentativa de uma definição precisa do próprio risco (financeiro) através de uma abordagem teórica.

Segundo Artzner et al., se χ é um espaço linear de funções mensuráveis que definem as variáveis aleatórias do espaço de probabilidade definido por (Ω, Ψ, P) , então $\rho : \chi \mapsto \mathfrak{R}$ é uma medida de risco coerente se satisfaz as propriedades 1-4, definidas a seguir:

1. Sub-aditividade: $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y), \forall X, Y \in \chi$
2. Monotonicidade: $X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y), \forall X, Y \in \chi$
3. Homogeneidade Positiva: $\rho(\lambda X) = \lambda\rho(X), \forall X \in \chi$ e $\lambda > 0$
4. Invariância por translação: $\rho(X + a) = \rho(X) + a, \forall X \in \chi$ e $a \in \mathfrak{R}$

Note que, em conjunto, as propriedades 1 e 3 implicam em:

5. Convexidade: $\rho(\lambda X + (1-\lambda)Y) \leq \lambda\rho(X) + (1-\lambda)\rho(Y), \forall X, Y \in \chi, \forall \lambda \in [0, 1]$

onde $\rho(\cdot)$ representa uma medida de risco aplicada a um portfólio e X, Y duas variáveis aleatórias.

Alguns autores como [3] consideram o adjetivo “coerente” redundante e classificam como medida de risco qualquer medida $\rho(\cdot)$ que satisfaça as propriedades 1-4. A importância destas propriedades são discutidas a seguir:

A propriedade 1 da sub-aditividade implica que a medida de risco leva em consideração o efeito “portfólio”, ou seja, incentiva a diversificação. A medida de risco de dois portfólios em conjunto não pode ser maior que a soma das medidas de risco dos portfólios em separado. Em outras palavras, sistemas com mais geradores não podem possuir uma medida de risco maior (pior) que a de sistemas com menos geradores.

A propriedade 2 da monotonicidade implica que, dados dois planos de expansão x_A e x_B , se o corte de carga associado a x_A é menor que o corte de carga associado a x_B , para todos os estados, então a medida de risco para o plano x_A deve ser menor que para x_B .

A propriedade 3 que define que a medida deve ser homogênea positiva implica que um aumento na variável aleatória deve aumentar linearmente sua medida de risco.

Finalmente, a propriedade 4 da equivariância por translação implica que, adicionando ou subtraindo uma certa quantidade a à variável aleatória X , a medida de risco aumenta ou diminui do mesmo valor a . Em finanças, isto pode ser visto como a adição de uma renda certa ao portfólio, ou seja, livre de risco. A medida de risco do portfólio é transladada exatamente deste valor, o que significa que o risco do portfólio não se altera.

Dentre os axiomas de coerência, é possível destacar o axioma da subaditividade. A razão pela qual este axioma vem sendo amplamente discutido [1] é provavelmente pelo fato de o VaR - a medida de risco mais popular em termos de adequação de capital e que sempre fora uma medida de risco adotada como uma “boa prática” pela maioria dos bancos e reguladores - não garantir esta característica e consequentemente ser não coerente [4].

Desde esta “descoberta” o desenvolvimento da teoria de MRCs deu-se em paralelo à discussão de *quando* e *como* o VaR deve ser abandonado pelos gestores de risco. Aliado a isto, o fato de muitas medidas não apresentarem tais características e ainda assim terem sido utilizadas durante anos e o fato de o VaR ainda possuir diversas vantagens (simplicidade, grande aplicabilidade, universalidade, etc.) levou muitos a julgar este conjunto de propriedades como opcional, dando-se pouca atenção à não coerência do VaR [3].

Entretanto, o não cumprimento dos axiomas pode conduzir a paradoxos e conclusões erradas, como é o caso do VaR [2]. Para medidas como esta é possível encontrar exemplos onde um portfólio mais diversificado é caracterizado como mais arriscado. Do ponto de vista do planejamento da expansão, uma medida com tal característica classificaria, por exemplo, um determinado plano de investimentos com *mais* usinas como *menos* confiável do que um outro plano com *menos* opções (usinas) para o atendimento à demanda. Portanto, a utilização de uma medida como esta pode levar a distorções no processo de seleção do plano de investimentos mais adequado, prejudicando o planejamento da expansão.

5.4 Conditional Value-at-Risk (CVaR)

5.4.1 Definição

Dentro deste contexto de incoerência do VaR, diversas medidas de risco alternativas foram estudadas e propostas para substituí-lo. Em [3], os autores introduzem o CVaR como a alternativa natural para o VaR em problemas de portfólio, evidenciando suas propriedades de coerência e convexidade, como será visto adiante.

O *Conditional Value-at-Risk* de uma variável aleatória R qualquer é definido como

$$\text{CVaR}_\alpha(R) = E[R : R \geq \text{VaR}_\alpha(R)] \quad (5.7)$$

que representa o valor esperado condicionado aos eventos maiores que o VaR_α e pode ser visto como um quantil de R , conforme ilustrado na figura 5.3.

Se R representa o corte de carga, o $\text{CVaR}_\alpha(R)$ procura responder à seguinte questão:

“Qual é o valor esperado do corte de carga condicionado aos $\alpha\%$ piores cenários?”

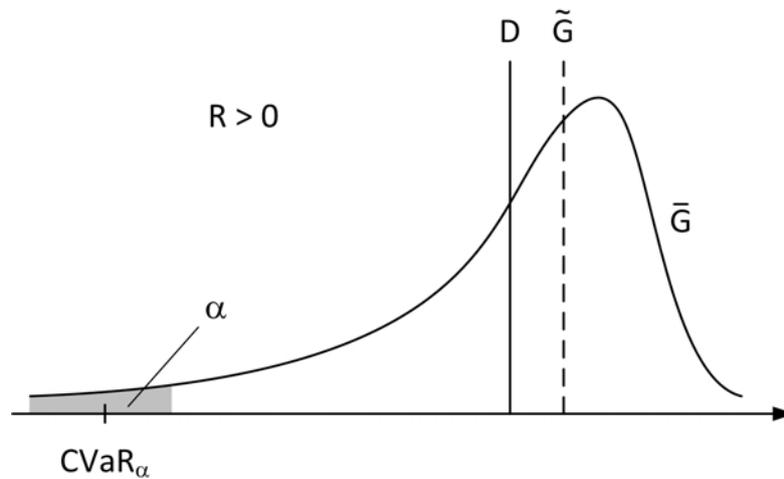


Figura 5.3: CVaR_α : *Conditional Value-at-Risk* associado ao corte de carga

Embora a definição 5.7 seja bastante intuitiva, à primeira vista o cálculo do CVaR_α está condicionado ao cálculo do VaR_α , herdando assim as dificuldades de sua representação.

Entretanto, após o trabalho publicado por [33], o CVaR foi impulsionado frente às demais medidas de risco devido às características de sua formulação matemática. Essencialmente, o CVaR_α que anteriormente era calculado como um valor esperado condicionado ao valor do VaR_α , conseqüentemente tornado-se dependente da implementação deste último, passou a ser formulado como

$$\text{CVaR}_\alpha(R) = \inf_{\sigma \in \mathbb{R}} \{ \sigma + \alpha^{-1} E[[R - \sigma]^+] \} \quad (5.8)$$

onde $[\cdot]^+$ é a função truncamento apresentada na seção 3.3.4, neste caso transladada em σ , conforme ilustrado na figura 5.4.

A formulação 5.8 possibilitou a utilização do CVaR_α em problemas de otimização linear de forma direta, com a simples adição de um conjunto de restrições lineares ao problema original.

No contexto da confiabilidade, o CVaR_α da variável aleatória corte de carga, que tem distribuição discreta de suporte finito, pode ser representado pelo pro-

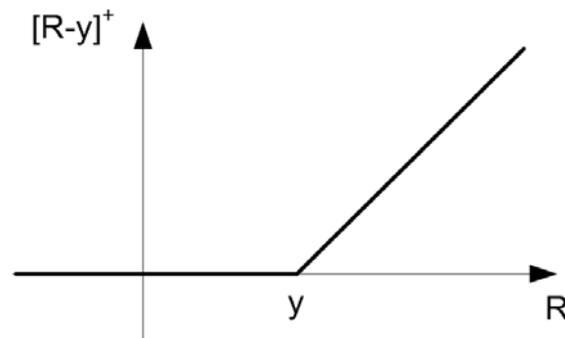


Figura 5.4: Função truncamento transladada

blema de programação linear 5.9.

$$\text{CVaR}_\alpha(R) = \text{Minimizar } y + \alpha^{-1} \sum_{s \in S} p_s z_s \quad (5.9a)$$

$$\text{sujeito a } z_s \geq r_s - y \quad \forall s \in S \quad (5.9b)$$

Como z_s é uma variável não negativa, a restrição 5.9b representa a função truncamento deslocada em y , ou seja, z_s representa a diferença positiva entre o corte de carga r_s e y . Portanto, o CVaR_α define a soma ponderada pela probabilidade dos cortes de carga superiores a y .

A métrica de risco CVaR tem sido vastamente utilizada em problemas de decisão de portfólios em função da sua capacidade de capturar a presença de eventos de alta profundidade (catastróficos) na função de distribuição. Esta tem sido uma crítica recorrente feita ao VaR que, como visto anteriormente, não diferencia distribuições com diferentes profundidades.

Para um dado plano de investimentos x , é possível calcular o $\text{CVaR}_\alpha(x)$ a partir da formulação 5.9, conforme apresentado em 5.10.

$$\text{CVaR}_\alpha(x) = \text{Minimizar } y + \alpha^{-1} \sum_{s \in S} p_s z_s \quad (5.10a)$$

$$\text{sujeito a } r_s \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \quad \forall s \in S \quad (5.10b)$$

$$z_s \geq r_s - y \quad \forall s \in S \quad (5.10c)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (5.10d)$$

$$z_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (5.10e)$$

5.4.1.1 Exemplo

Para o mesmo sistema exemplo com plano de expansão $x = [1 \ 0 \ 1]$, considere que deseja-se calcular o CVaR_α associado também aos 10% cenários mais severos. Com base na figura 3.21 e na definição apresentada anteriormente, tem-se que

$$\text{CVaR}_{0.1} = \frac{1}{0.1} (0.01 \times 10 + 0.09 \times 3) = 3.7\text{MW} \quad (5.11)$$

Observe que a probabilidade que multiplica a parcela correspondente ao segundo estado de corte mais severo (3MW) não corresponde a sua probabilidade (0.19), mas sim à diferença para atingir o nível de confiança 0.1.

5.4.2 Formulação no Problema de Planejamento

Assim como definido para as medidas apresentadas anteriormente, é apresentado abaixo o problema de planejamento quando se utiliza $R(x) = \text{CVaR}_\alpha(x)$ como critério de confiabilidade. Para isto, incorpora-se explicitamente a modelagem 5.10

no problema 4.3, como apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + O(x) \quad (5.12a)$$

$$\text{sujeito a } y + \alpha^{-1} \sum_{s \in S} p_s z_s \leq \overline{\text{CVaR}} \quad \forall s \in S \quad (5.12b)$$

$$r_s + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j \quad \forall s \in S \quad (5.12c)$$

$$z_s \geq r_s - y \quad \forall s \in S \quad (5.12d)$$

$$r_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (5.12e)$$

$$z_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (5.12f)$$

$$x \in X \quad (5.12g)$$

onde $\overline{\text{CVaR}}$ é um dado limite pré-estabelecido pelo planejador.

Na realidade, é possível definir diversas restrições de CVaR simultaneamente com diferentes intervalos de confiança (e desta maneira “modelar” a função de distribuição do corte de carga), sendo esta uma alternativa para inclusão do controle de variância com relação a alguma incerteza.

5.4.3 Relação entre a EPNS e o CVaR

Assim como a EPNS, o CVaR_α também utiliza implicitamente a função truncamento em sua definição, porém transladada, sugerindo alguma relação entre estas medidas. É possível notar que o CVaR_α é uma generalização do conceito de EPNS, uma vez que, por definição

$$\text{CVaR}_\alpha = \text{EPNS}, \quad \text{para } \alpha = 1 \quad (5.13)$$

ou seja, o valor esperado do corte de carga é igual ao valor esperado corte de carga condicionado aos 100% estados mais severos.

Além disto, quando $\alpha \geq \text{LOLP}$ tem-se que todos os estados com corte de carga irão contribuir para o cálculo do CVaR_α . Neste caso é possível estabelecer outra

relação entre o CVaR_α e a EPNS:

$$\text{CVaR}_\alpha = \frac{1}{\alpha} \sum_{s \in S} p_s r_s = \frac{1}{\alpha} \text{EPNS} \quad (5.14)$$

o que ilustra o fato de o CVaR_α ser uma medida mais geral que EPNS, lembrando que $0 \leq \alpha \leq 1$.

5.4.4 Relação entre o VaR e o CVaR

Como visto anteriormente, tanto a LOLP como o VaR são representados implicitamente pela função indicadora e, no modelo de planejamento, deseja-se que a solução satisfaça à seguinte restrição:

$$\text{VaR}_\alpha(R) \leq \overline{\text{VaR}} \quad (5.15)$$

onde R é o corte de carga que depende diretamente da decisão de investimento x .

Como $P(R > \overline{\text{VaR}}) = E[u(R - \overline{\text{VaR}})]$, é possível reescrever a equação 5.15 como a seguinte restrição em valor esperado:

$$E[u(R - \overline{\text{VaR}})] \leq \alpha \quad (5.16)$$

A fonte de dificuldades da utilização de restrições em probabilidade como a 5.16 é que a função indicadora $u(\cdot)$ é não convexa e, pior ainda, descontínua em 0. Como resultado, este tipo de restrição é em geral não-convexa mesmo no caso em que a função $x \mapsto R$ é convexa ¹. Uma alternativa para contornar esta dificuldade é construir uma aproximação convexa para o valor esperado apresentado no lado esquerdo de 5.16.

Seja $\psi : \Re \mapsto \Re$ uma função não-negativa, não-decrescente e convexa de tal forma que $\psi(y) \geq u(y)$ para todo $y \in \Re$. Observando que $u(\sigma y) = u(y)$ para

¹além disto, a utilização de variáveis inteiras na sua formulação para modelar a descontinuidade introduz dificuldades para solução

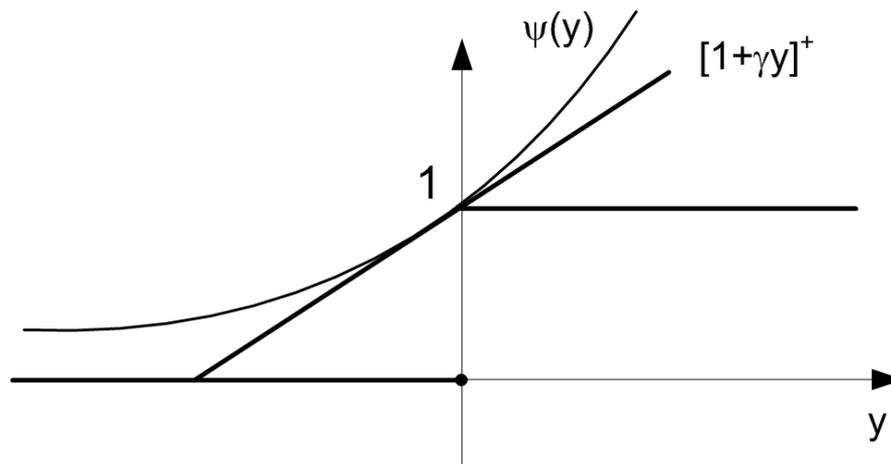


Figura 5.5: Aproximação convexa da função indicadora

qualquer $\sigma > 0$ e $y \in \mathfrak{R}$, tem-se que $\psi(\sigma y) \geq u(y)$ e então a seguinte inequação é válida

$$\inf_{\sigma > 0} E[\psi(\sigma y)] \geq E[u(y)] \quad (5.17)$$

Conseqüentemente, a restrição

$$\inf_{\sigma > 0} E[\psi(\sigma R)] \leq \alpha \quad (5.18)$$

é uma aproximação *conservadora* da restrição em probabilidade 5.15 no sentido de que a região viável definida por 5.18 está contida na região viável definida por 5.15.

Obviamente, quanto menor for a função $\psi(\cdot)$ melhor será a aproximação da restrição 5.15. Por esta razão, a melhor escolha para $\psi(\cdot)$ é a função linear por partes $\psi(y) = [1 + \gamma y]^+$, para algum $\gamma > 0$. Como foi visto que a restrição 5.18 é invariante com respeito à escala, tem-se que $\psi(y) = [1 + y]^+$ é a melhor escolha para esta função, conforme ilustrado na figura 5.5. Note que esta é exatamente a função truncamento (transladada) apresentada na seção 3.3.4.

Dada esta escolha para função $\psi(\cdot)$, tem-se que a restrição 5.18 é equivalente a

$$\inf_{\sigma>0} \{ \sigma E[\sigma^{-1} + R]^+ - \alpha \} \leq 0 \quad (5.19)$$

ou equivalentemente

$$\inf_{\sigma>0} \{ \alpha^{-1} E[R + \sigma^{-1}]^+ - \sigma^{-1} \} \leq 0 \quad (5.20)$$

Substituindo $\sigma := -\sigma^{-1}$, encontra-se a forma

$$\inf_{\sigma<0} \{ \sigma + \alpha^{-1} E[R - \sigma]^+ \} \leq 0 \quad (5.21)$$

que corresponde à expressão do CVaR para um nível de confiança α , conforme pode ser observado abaixo

$$\text{CVaR}_\alpha(R) = \inf_{\sigma \in \mathfrak{R}} \{ \sigma + \alpha^{-1} E[R - \sigma]^+ \} \quad (5.22)$$

Desta forma, é possível aproximar a restrição em probabilidade do VaR por

$$\text{CVaR}_\alpha(R) \leq \overline{\text{VaR}} \quad (5.23)$$

demonstrando que a medida de risco CVaR_α é uma aproximação convexa conservadora de 5.15. Mais precisamente, 5.23 é a *melhor* aproximação convexa conservadora de 5.15.

É possível encontrar diversos trabalhos na literatura [2, 35] que estudam as características do CVaR e que demonstram que esta medida de risco satisfaz as propriedades 1-4 que definem uma medida de risco (coerente).

5.5 Exemplo

De modo similar à LOLP e EPNS, a aplicação dos critérios de confiabilidade VaR_α e CVaR_α no problema de planejamento será ilustrada através do exemplo apresentado na seção 2.3.1. A tabela 5.1 apresenta os índices de confiabilidade para todas as 8 alternativas de investimento.

Tabela 5.1: Exemplo - LOLP, EPNS VaR e CVaR para as possíveis alternativas de investimento

x	Custo Total (M\$)	LOLP (p.u.)	EPNS (MW)	VaR _{0.1} (MW)	CVaR _{0.1} (MW)
[0 0 0]	200	1	10	10	10
[1 0 0]	93.3	1	3.35	3	6.5
[0 1 0]	78.95	1	2.35	1.5	10
[0 0 1]	77	0.2	2	10	10
[1 1 0]	45.35	0.145	0.4025	1.5	3.35
[1 0 1]	44.7	0.2	0.67	3	3.7
[0 1 1]	46.35	0.2	0.47	1.5	3.2
[1 1 1]	50.35	0.029	0.0805	0	0.805

5.5.1 VaR

Suponha que o critério estabelecido pelo planejador é que a probabilidade de o corte de carga exceder o nível de 3.3MW não pode ser maior do que 0.1. Para este critério, apenas duas soluções são inviáveis e a solução ótima é a mesma solução do critério de planejamento econômico, com custo do critério de confiabilidade nulo.

Note que, se o critério da LOLP fosse alterado para $\overline{\text{LOLP}} = \alpha = 0.1$ e o limite do VaR_{0.1} para $\overline{\text{VaR}}_{0.1} = 0$, a única solução viável para ambos os critérios seria $x = [1 1 1]$, ilustrando a equivalência estabelecida entre os critérios de planejamento com a LOLP e com o VaR.

5.5.2 CVaR

De mesmo modo, suponha que o critério para o CVaR estabeleça que o valor esperado para o corte de carga condicionado aos 10% estados mais severos também seja inferior a 3.3MW. Para este critério, apenas dois planos de investimentos são viáveis e a solução ótima consiste no plano de menor custo [0 1 1]. Neste caso, o custo associado ao critério de confiabilidade é de 1.65M\$.

Observe que entre a EPNS, VaR e CVaR, que são grandezas diretamente comparáveis pois são medidas do corte de carga, o CVaR possui maior valor para todos os planos de investimentos mostrando que é uma medida mais restritiva pois considera a média dos cortes de carga para a cauda da distribuição.

Adicionalmente, é possível observar a relação 5.14 para o plano de investimentos [1 1 1], que possui LOLP inferior a α :

$$\text{CVaR}_\alpha(x) = \frac{1}{\alpha} \text{EPNS}(x) = \frac{1}{0.1} 0.0805 = 0.805 \text{MW} \quad (5.24)$$

É importante ressaltar que os parâmetros que definem os critérios de confiabilidade escolhidos para os exemplos são meramente ilustrativos e que devem ser determinados com base na avaliação dos impactos e riscos para o sistema.

Capítulo 6

Incorporação de Restrições de Risco em Esquemas de Decomposição

6.1 Introdução

Como observado nos capítulos anteriores, o problema de planejamento da geração com restrições de risco é um problema de otimização inteira mista de grande escala. O número de variáveis inteiras depende do número de projetos considerados e do horizonte de estudo. O número de variáveis contínuas e restrições dependem das dimensões do sistema e dos possíveis estados do sistema. O problema se torna mais complexo à medida que considera uma representação mais detalhada para a demanda (por patamares). Além disto, a análise de risco (confiabilidade) faz com que cada possível estado do sistema tenha que ser representado aumentando consideravelmente a dimensão do problema.

O principal objetivo da concepção de técnicas de decomposição matemática é conseguir solucionar problemas muito complexos, ou muito grandes, através da

solução repetida de uma série de problemas mais fáceis, ou menores. Em geral é possível tirar proveito da estrutura do problema, que é simplificada quando se fixam determinadas variáveis ou se relaxam algumas restrições. Os subproblemas resultantes podem então ser resolvidos por algoritmos específicos, tornando a obtenção da solução mais eficiente.

6.2 Decomposição do Problema de Planejamento

Como visto anteriormente, o problema de planejamento pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar } I(x) + O(x) \quad (6.1a)$$

$$\text{sujeito a } R(x) \leq \bar{R} \quad (6.1b)$$

$$x \in X \quad (6.1c)$$

É possível notar que o problema 6.1 tem uma estrutura em blocos e que o acoplamento entre os problemas se encontra no vetor de variáveis de decisão de investimento x , sendo a estrutura oportuna para aplicação de técnicas de decomposição.

Observe que o problema original é composto pelas funções custo de investimento, custo de operação e confiabilidade. Entretanto, para problemas de grande porte, pode ser demasiadamente custosa a representação explícita destas variáveis e restrições em um único problema. A estratégia da técnica de decomposição consiste em iniciar o processo de solução a partir de um problema mais simples, onde a região viável é inicialmente relaxada e é explorada e representada sucessivamente, buscando-se uma solução viável para o problema original. Adicionalmente, a função objetivo também é aproximada e refinada sucessivamente até que

se obtenha uma aproximação da função objetivo original com um grau precisão desejado (ou mesmo a função exata).

Neste trabalho será utilizada a técnica de decomposição de Benders [8], descrita em detalhe no anexo A. Em particular, será utilizado um esquema no qual o problema original é dividido em três subproblemas, reproduzindo de maneira intuitiva o processo de um estudo de planejamento da expansão, que consiste nos seguintes passos:

1. Primeiramente, soluciona-se o *subproblema de investimento* (denominado subproblema Mestre), que têm como objetivo obter uma proposta de plano de investimentos \tilde{x} , com base nas informações obtidas até o momento: uma aproximação da região viável e da função objetivo;
2. Dado o plano de investimentos \tilde{x} , soluciona-se o *subproblema de confiabilidade* (denominado subproblema Escravo) de modo a verificar se a solução proposta é viável. Caso a solução não seja viável, é realizada a análise de sensibilidade do problema de modo a melhorar a representação da região viável no problema de investimento;
3. A partir do mesmo plano proposto \tilde{x} , soluciona-se o *subproblema de operação* (também denominado subproblema Escravo) e verifica-se se a aproximação da função custo representada no subproblema de investimento é adequada. Caso esta função ainda não tenha a precisão adequada, também é realizada uma análise de sensibilidade de modo a melhorar a aproximação da função custo.

Em outras palavras, a cada iteração, é obtida a solução do subproblema Mestre e enviada aos dois subproblemas Escravos, que avaliam a decisão \tilde{x} e retornam cortes de Benders que melhoram a representação do problema. Este procedimento é repetido iterativamente até que o critério de convergência seja atendido, conforme ilustrado na figura 6.1.

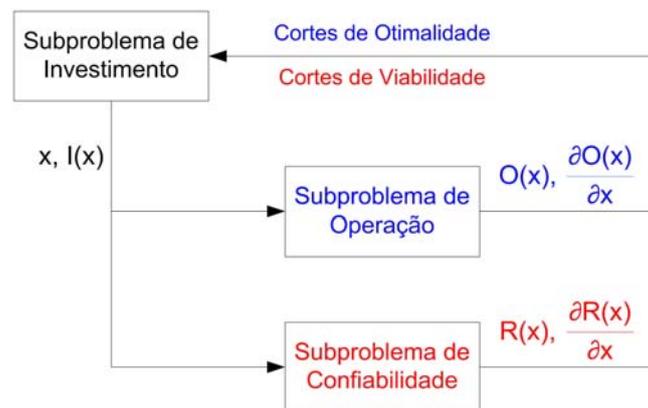


Figura 6.1: Decomposição do Processo de Planejamento

Nas próximas seções será apresentada a formulação de cada subproblema, assim como a derivação dos cortes de Benders para o subproblema de operação (cortes de otimalidade) e para o subproblema de confiabilidade (cortes de viabilidade).

6.3 Subproblema de Investimento

O subproblema mestre de investimento consiste em uma relaxação do problema original 6.1. A cada iteração, o objetivo deste problema é obter a solução de mínimo custo viável considerando a informação disponível até o momento.

Para este problema, embora a função custo de investimento seja conhecida, a função custo de operação é construída iterativamente e a cada iteração sua aproximação é melhorada. Analogamente, a região viável não é totalmente conhecida devido às restrições de confiabilidade e, a cada iteração, são adicionados cortes de viabilidade que eliminam parte do conjunto de soluções que não atende ao critério de confiabilidade especificado.

Uma vez conhecida a função custo de operação com a precisão desejada e encontrada uma solução viável sob o ponto de vista da confiabilidade, a solução ótima do problema original é obtida.

Com base no princípio da decomposição de Benders, o subproblema de investimento pode ser escrito como

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + \alpha \quad (6.2a)$$

$$\text{sujeito a } \alpha \geq O(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial O(x^i)}{\partial x_j^i} (x_j - x_j^i) \quad i \in \mathcal{A} \quad (6.2b)$$

$$R(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial R(x^i)}{\partial x_j^i} (x_j - x_j^i) \leq \bar{R} \quad i \in \mathcal{R} \quad (6.2c)$$

$$x \in X \quad (6.2d)$$

onde \mathcal{A} e \mathcal{R} são os conjuntos de iterações onde foram adicionados um corte de otimalidade e um corte de viabilidade, respectivamente. Além disto, x^i é o vetor de soluções obtido na iteração i .

Colocando as variáveis de decisão do lado esquerdo das equações no problema 6.2, resulta em

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + \alpha \quad (6.3a)$$

$$\text{sujeito a } \alpha - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial O(x^i)}{\partial x_j^i} x_j \geq O(x^i) - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial O(x^i)}{\partial x_j^i} x_j^i \quad i \in \mathcal{A} \quad (6.3b)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial R(x^i)}{\partial x_j^i} x_j \leq \bar{R} - R(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial R(x^i)}{\partial x_j^i} x_j^i \quad i \in \mathcal{R} \quad (6.3c)$$

$$x \in X \quad (6.3d)$$

que é a forma geral do subproblema de investimento.

Nas próximas seções serão obtidas as expressões para as derivadas do custo operativo e do critério de confiabilidade com relação à uma dada decisão de investimento x^μ .

6.4 Subproblema de Operação

Conforme apresentado na seção 2.3, dado um plano de investimentos é possível solucionar o subproblema de operação. Contudo, ainda é necessário obter as derivadas do problema operativo com relação às variáveis de investimento x . Para isto, considere o problema 2.6, apresentado novamente abaixo

$$O(x^\mu) = \text{Minimizar} \quad \sum_{j \in \mathcal{G}} d_j g_j + d_r r \quad (6.4a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j \in \mathcal{G}} g_j + r = D \quad (6.4b)$$

$$g_j \leq \bar{g}_j \quad \pi_j^{\bar{g}} \quad j \in \mathcal{G}^E \quad (6.4c)$$

$$g_j \leq \bar{g}_j x_j^\mu \quad \pi_j^{\bar{g}} \quad j \in \mathcal{G}^C \quad (6.4d)$$

onde $\pi_j^{\bar{g}}$ corresponde a variável dual da restrição de capacidade máxima do gerador j .

A partir da teoria de programação linear, sabe-se que $\pi_j^{\bar{g}}$ é a derivada da função objetivo $O(x^\mu)$ com relação ao lado direito das restrições 6.4c e 6.4d. Aplicando a regra da cadeia, tem-se que

$$\frac{\partial O(x^\mu)}{\partial x_j^\mu} = \frac{\partial O(x^\mu)}{\partial (\bar{g}_j x_j^\mu)} \times \frac{\partial (\bar{g}_j x_j^\mu)}{\partial x_j^\mu} = \pi_j^{\bar{g}} \bar{g}_j \quad (6.5)$$

que é a derivada da função objetivo com relação às variáveis de investimento utilizada na construção dos cortes de Benders de otimalidade.

6.5 Subproblema de Confiabilidade

Como apresentado nos capítulos anteriores, dada uma solução de investimento, é possível calcular o valor da medida de risco associada a este plano. Além disto, é necessário obter as derivadas da função confiabilidade $R(x)$ com relação à decisão de investimento x para a construção dos cortes de Benders no problema mestre.

Os cortes de Benders consistem em aproximações lineares tangentes à região de viabilidade segundo o critério de confiabilidade.

Desta forma, um dos requisitos para que o método de decomposição de Benders seja aplicado com sucesso é que os cortes gerados não eliminem soluções viáveis, o que não é possível garantir caso o subproblema seja não convexo. Porém, foi visto anteriormente que os modelos de planejamento com critério de confiabilidade LOLP e VaR exigem a utilização de variáveis inteiras em sua formulação, caracterizando problemas não convexos, o que impossibilita a aplicação de decomposição utilizando o esquema ilustrado na figura 6.1.

Ainda assim, seria possível aplicar outra formulação para o modelo de decomposição para o critério da LOLP e VaR como, por exemplo, representar as variáveis binárias indicadoras ϕ_s no problema mestre de investimento e representar uma relaxação contínua destas variáveis no subproblema de confiabilidade. Entretanto, tal modelo de decomposição requer que os modelos de investimento e confiabilidade compartilhem os mesmos estados de capacidade total do sistema S .

Esta imposição torna-se crítica, uma vez que o número de estados seria fixado no problema de investimento. Nos métodos de convolução e simulação Monte Carlo é interessante ter a flexibilidade com relação ao número de estados do sistema de forma a ajustar o modelo para obter a precisão desejada e, portanto, esta formulação parece ser pouco atrativa do ponto de vista computacional.

Além disto, foi demonstrado na seção 5.4.4 que o CVaR é a melhor aproximação convexa do VaR e, na seção 5.2.3, que o critério da LOLP pode ser formulado a partir do modelo do VaR. Sendo assim, é possível controlar estes índices no problema de planejamento, ainda que de maneira conservadora, utilizando o critério do CVaR.

Por esta razão, neste trabalho é considerada apenas a decomposição de Benders dos problemas de planejamento da expansão utilizando os critérios de confiabili-

dade de EPNS e CVaR. Na próxima seção será derivada a expressão geral para o corte de Benders de viabilidade para o critério de EPNS e em seguida o corte será generalizado para o critério do CVaR.

6.5.1 Critério de EPNS

A formulação do problema de investimento com EPNS como critério de confiabilidade consiste em

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + \alpha \quad (6.6a)$$

$$\text{sujeito a } \alpha \geq O(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial O(x^i)}{\partial x_j^i} (x_j - x_j^i) \quad i \in \mathcal{A} \quad (6.6b)$$

$$\text{EPNS}(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial \text{EPNS}(x^i)}{\partial x_j^i} (x_j - x_j^i) \leq \overline{\text{EPNS}} \quad i \in \mathcal{R} \quad (6.6c)$$

$$x \in X \quad (6.6d)$$

O problema de cálculo de EPNS foi apresentado na formulação 4.6. Entretanto, não é necessário representar explicitamente a variável corte de carga r_s e dada a solução do problema de investimento x^μ , obtida na iteração μ , é possível calcular a EPNS de maneira equivalente como

$$\text{EPNS}(x^\mu) = \sum_{s \in S} p_s \max \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu, 0 \right) \quad (6.7)$$

Além disto, considere o conjunto dos cenários em que ocorreu corte de carga, definido como

$$\Omega = \left\{ s \in S \mid D > \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right\} \quad (6.8)$$

Desta forma, é possível reescrever o problema 6.7 simplesmente como

$$\text{EPNS}(x^\mu) = \sum_{s \in \Omega} p_s \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right) \quad (6.9)$$

Derivando a equação 6.9 com relação à x_i^μ , tem-se:

$$\frac{\partial \text{EPNS}(x^\mu)}{\partial x_i^\mu} = - \sum_{s \in \Omega} p_s \xi_{is} \bar{g}_i \quad (6.10)$$

De acordo com a expressão 6.10, é possível notar que a derivada da EPNS(x^μ) com relação à x_i^μ corresponde ao valor negativo da capacidade do gerador i ponderada pela probabilidade dos cenários em que ocorreu corte de carga e o gerador estava disponível ($\xi_{is} = 1$).

6.5.2 Critério de CVaR

Considere o problema de investimento similar ao problema 6.6, alterando o critério de confiabilidade para o CVaR.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j \in \mathcal{G}^C} c_j x_j + \alpha \quad (6.11a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \alpha \geq O(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial O(x^i)}{\partial x_j^i} (x_j - x_j^i) \quad i \in \mathcal{A} \quad (6.11b)$$

$$\text{CVaR}(x^i) + \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \frac{\partial \text{CVaR}(x^i)}{\partial x_j^i} (x - x_j^i) \leq \overline{\text{CVaR}} \quad i \in \mathcal{R} \quad (6.11c)$$

$$x \in X \quad (6.11d)$$

Considere o problema do cálculo do CVaR_α apresentado em 5.10, novamente apresentado abaixo para uma dada solução x^μ obtida na iteração μ .

$$\text{CVaR}_\alpha(x^\mu) = \text{Minimizar} \quad y + \alpha^{-1} \sum_{s \in S} p_s z_s \quad (6.12a)$$

$$\text{sujeito a} \quad z_s \geq r_s - y \quad w_s \quad \forall s \in S \quad (6.12b)$$

$$r_s \geq D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \quad v_s \quad \forall s \in S \quad (6.12c)$$

onde as variáveis de decisão y , r_s e z_s são não negativas e v_s e w_s são as variáveis duais das restrições 6.12b e 6.12c, respectivamente.

O cálculo do $\text{CVaR}_\alpha(x)$ é resultado do problema apresentado acima, onde todos os cenários são representados no mesmo problema. Entretanto, em um processo de convolução ou Monte Carlo são solucionados cenários de corte de carga independentes e após encontrada a distribuição de probabilidade, é calculado o $\text{CVaR}_\alpha(x)$. A seguir, será demonstrado que é possível calcular não só o $\text{CVaR}_\alpha(x)$ a partir deste processo, assim como a derivada do $\text{CVaR}_\alpha(x)$ com relação a x .

Para isto, considere o problema dual de 6.12.

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{s \in S} \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right) v_s \quad (6.13a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{s \in S} w_s \leq 1 \quad y \quad (6.13b)$$

$$v_s \leq w_s \quad r_s \quad \forall s \in S \quad (6.13c)$$

$$w_s \leq \frac{1}{\alpha} p_s \quad z_s \quad \forall s \in S \quad (6.13d)$$

Separando o conjunto S nos subconjuntos de cenários com corte de carga (Ω) e sem corte de carga ($\bar{\Omega}$) e aplicando o teorema de probabilidades totais, tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \sum_{s \in \Omega} \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right) v_s + \\ & + \sum_{s \in \bar{\Omega}} \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right) v_s \end{aligned} \quad (6.14a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{s \in S} w_s \leq 1 \quad y \quad (6.14b)$$

$$v_s \leq w_s \quad r_s \quad \forall s \in S \quad (6.14c)$$

$$w_s \leq \frac{1}{\alpha} p_s \quad z_s \quad \forall s \in S \quad (6.14d)$$

Como o problema dual 6.14 é um problema de maximização, as variáveis v_s correspondentes ao conjunto $\bar{\Omega}$ serão iguais a zero na solução ótima pois o coeficiente

associado a estes cenários na função objetivo é não positivo, ou seja:

$$v_s^* = w_s^* = 0, \quad \forall s \in \bar{\Omega} \quad (6.15)$$

Desta forma, podemos reescrever o problema 6.14 como:

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{s \in \Omega} \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right) v_s \quad (6.16a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{s \in \Omega} w_s \leq 1 \quad y \quad (6.16b)$$

$$v_s \leq w_s \quad r_s \quad \forall s \in \Omega \quad (6.16c)$$

$$v_s = 0 \quad r_s \quad \forall s \in \bar{\Omega} \quad (6.16d)$$

$$w_s \leq \frac{1}{\alpha} p_s \quad z_s \quad \forall s \in \Omega \quad (6.16e)$$

$$w_s = 0 \quad z_s \quad \forall s \in \bar{\Omega} \quad (6.16f)$$

Observe que os coeficientes da função objetivo correspondem exatamente aos mínimos cortes de carga por cenário. Como o problema dual é de maximização, o objetivo é atribuir o maior “peso” (variável v_s) possível, sucessivamente, iniciando pelo cenário com maior corte, até que a restrição 6.16b seja atendida. Em outras palavras, a distribuição de probabilidade é percorrida a partir de sua cauda (estados de maior corte de carga) e são atribuídas probabilidades para cada estado, respeitando o limite de probabilidade de cada estado e da soma das probabilidades, que deve ser igual ou inferior a α .

Deste modo, é possível encontrar uma solução para o problema 6.16 através de uma simples ordenação. Seja o conjunto dos cenários com corte de carga, ordenado no sentido decrescente dos coeficientes da função objetivo definido como

$$\Phi_s = \{s \in \Omega | r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_s\} \quad (6.17)$$

A solução ótima de 6.16 é

$$v_s^* = w_s^* = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} p_s & \text{se } \sum_{s \in \Phi_s} v_s \leq 1 \\ 1 - \sum_{p \in \Phi_{s-1}} v_p & \text{se } \sum_{s \in \Phi_s} \frac{1}{\alpha} p_s > 1 \end{cases} \quad (6.18)$$

Observe que esta é uma maneira alternativa para a obtenção da solução ótima do problema 6.12 (função objetivo $\text{CVaR}_\alpha(x^\mu)$, e multiplicadores de Lagrange das restrições 6.12b e 6.12c). Este procedimento é análogo à definição do cálculo do CVaR_α , que corresponde ao valor esperado condicionado aos piores casos com probabilidade α , e as variáveis v_s correspondem exatamente à probabilidade de cada cenário (p_s) dividido pelo fator α , considerando o detalhe de que o último cenário contido em α deve ter seu peso ajustado para que a soma dos pesos não exceda α .

Além disto, este procedimento não depende da variável y (VaR_α), o que significa que é possível calcular os coeficientes da função objetivo 6.13 a priori e então aplicar o procedimento descrito acima. Neste caso, torna-se evidente que os coeficientes negativos da função objetivo serão substituídos por coeficientes nulos.

Neste caso, podem ocorrer duas situações:

1. A soma das probabilidades dos cenários com corte de carga é *maior* que α ($\text{LOLP} > \alpha$) e, neste caso, a restrição 6.13b está *ativa* na solução ótima;
2. A soma das probabilidades dos cenários com corte de carga é *menor ou igual* que α ($\text{LOLP} \leq \alpha$) e, neste caso, a restrição 6.13b está *relaxada* na solução ótima.

Para a situação 2 é possível concluir a partir da teoria da Dualidade que, como a restrição 6.13b está inativa, $y = \text{VaR}_\alpha = 0$. Adicionalmente, como existem variáveis v_s com coeficiente nulo na função objetivo, o problema 6.13 admite múltiplas soluções.

Além disto, neste caso é possível observar a relação 5.14 existente entre o $\text{CVaR}_\alpha(x)$ e a $\text{EPNS}(x)$:

$$\text{CVaR}_\alpha(x^\mu) = \frac{1}{\alpha} \sum_{s \in \Omega} \left(D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j^\mu \right) v_s^* = \frac{1}{\alpha} \text{EPNS}(x^\mu) \quad (6.19)$$

Uma vez calculados os multiplicadores de Lagrange do problema 6.13, é possível obter a derivada do $\text{CVaR}_\alpha(x)$ com relação à variável de investimento x_i . Para isto, considere a função:

$$H_s(x) = D - \sum_{j \in \mathcal{G}^E} \xi_{js} \bar{g}_j - \sum_{j \in \mathcal{G}^C} \xi_{js} \bar{g}_j x_j \quad (6.20)$$

que define o lado direito das restrições 6.12c. Se v_s^* é a variável dual associada a esta restrição, com base na teoria de programação linear sabe-se que, na solução ótima:

$$\frac{\partial \text{CVaR}_\alpha(x)}{\partial H_s(x)} = v_s^* \quad (6.21)$$

Utilizando a regra da cadeia é possível deduzir a derivada de $\text{CVaR}_\alpha(x)$ com relação a x_i :

$$\frac{\partial \text{CVaR}_\alpha(x)}{\partial x_i} = \sum_{s \in S} \frac{\partial \text{CVaR}_\alpha(x)}{\partial H_s(x)} \times \frac{\partial H_s(x)}{\partial x_i} = - \sum_{s \in S} v_s^* \xi_{is} \bar{g}_i \quad (6.22)$$

Observe que, similarmente a derivada com relação à EPNS, a derivada do CVaR_α com relação à variável de investimento x_j corresponde ao valor negativo da capacidade ponderada pelos cenários em que o gerador está disponível e por uma probabilidade. Contudo, neste caso, estas probabilidades correspondem às probabilidades dos α cenários mais severos uma vez que, de acordo com a definição 6.18, $v_s^* = 0$ para os demais cenários.

Capítulo 7

Estudo de Caso

7.1 Introdução

Neste capítulo será ilustrada a utilização dos conceitos propostos neste trabalho através da aplicação do método de decomposição de Benders ao problema de planejamento de um sistema real.

Inicialmente, será apresentado o sistema utilizado e, em seguida, será realizada uma análise comparativa dos planos de expansão obtidos quando da utilização de uma metodologia de planejamento hierárquico, onde os critérios econômico e de confiabilidade são considerados em etapas independentes.

Adicionalmente, será aplicada uma metodologia de planejamento integrado, considerando conjuntamente as análises econômica e de confiabilidade no problema de planejamento. Em seguida, será realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos com as diferentes metodologias de planejamento.

Além disto, é realizada uma comparação entre os resultados obtidos a partir do critério de confiabilidade de EPNS e CVaR e, finalmente, são discutidas possíveis estratégias de solução para o problema.

7.2 Implementação Computacional

Neste trabalho foram utilizados três modelos independentes para a solução dos problemas de investimento, operação e confiabilidade. Foi implementada a integração entre estes modelos para a composição do modelo de planejamento ótimo da expansão, solucionado a partir do método de decomposição de Benders, apresentado no capítulo 6.

Os modelos possuem as seguintes características:

- o subproblema de investimento foi implementado em FORTRAN e a solução dos problemas de programação inteira foi obtida por um algoritmo de “Branch and Bound”, utilizando o pacote de otimização XPRESS 2007a [16, 18];
- o subproblema de operação é codificado em FORTRAN e a solução dos problemas lineares também é obtida com o pacote de otimização XPRESS;
- o subproblema de confiabilidade foi implementado em FORTRAN, solucionado pelo método de simulação Monte Carlo descrito na seção 3.3.7.

Os casos foram executados em um computador com processador Intel® Core™ 2, 1.86 GHz e 1 GB de memória RAM.

7.3 Descrição do Sistema

A metodologia proposta neste trabalho será aplicada a um estudo de planejamento da expansão da geração do sistema elétrico da Bolívia.

O sistema da Bolívia é composto por um parque gerador existente de 28 usinas hidroelétricas e 25 usinas térmicas. A demanda do sistema é representada crono-

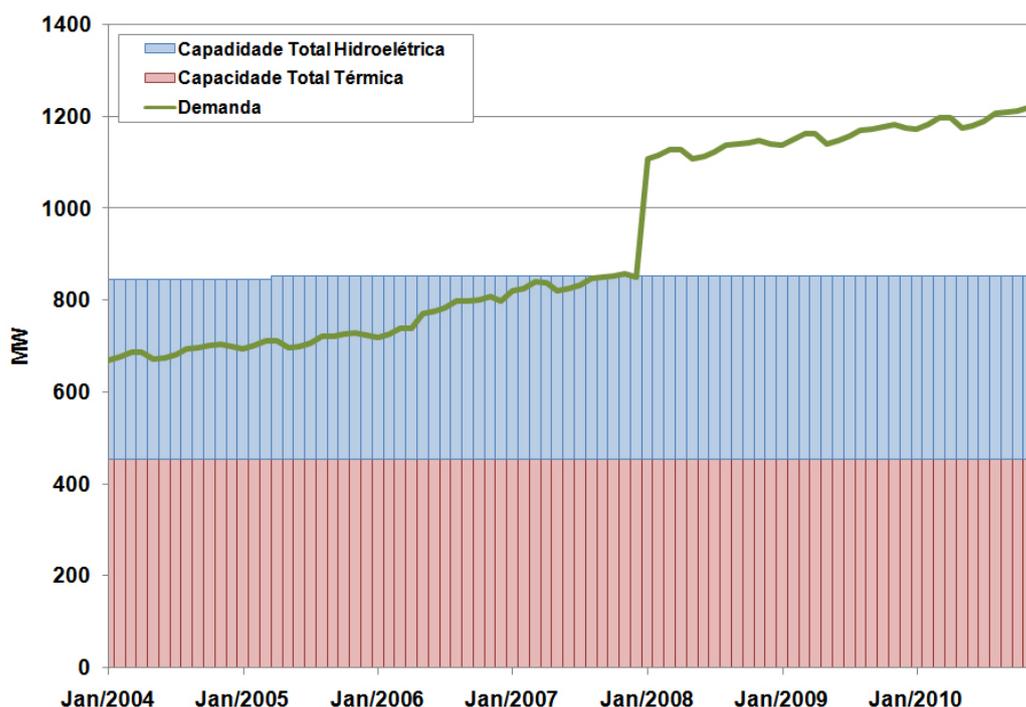


Figura 7.1: Evolução da demanda de ponta x capacidade instalada

logicamente com etapas de discretização mensais e, em cada etapa, por quatro patamares de carga representativos (potência e duração), sendo um deles o patamar de ponta do sistema. A figura 7.1 apresenta a evolução da demanda de ponta do sistema para o horizonte 2004-2010 e a capacidade instalada existente no ano de 2004.

O estudo de planejamento tem data inicial no ano de 2004 e deseja-se obter o plano de investimentos para um horizonte de expansão de 7 anos (2004-2010). Além disto, 30 projetos de usinas térmicas compõem a lista de alternativas de investimento para o plano de expansão.

Para o problema de investimento, considerou-se que as decisões de construção de novos equipamentos tem periodicidade anual e ocorrem no início de cada ano.

O problema operativo tem representação mensal (84 etapas) e foi considerado um cenário de vazões afluentes determinístico, composto pelo cenário médio histórico.

O problema de confiabilidade tem etapas de análise mensais por patamar e foi adotado um critério de confiabilidade de máxima EPNS igual a 1% da demanda para cada etapa/patamar ao longo do horizonte de estudo.

Observe que o número máximo de usinas que podem estar em operação no sistema é de 83 (28 hidroelétricas, 25 térmicas e 30 usinas térmicas candidatas) e se cada uma delas for composta por uma unidade geradora tem-se que o número máximo de estados de potência disponível para o estudo de confiabilidade é de 2^{83} , que é da ordem de 10^{25} estados.

Como dito anteriormente optou-se pela utilização do método de simulação Monte Carlo para solução do problema de confiabilidade da geração e foi utilizado como critério de convergência um máximo coeficiente de variação para o estimador da EPNS igual a 5% (um problema por etapa e patamar).

Em particular, como neste trabalho é abordada apenas a confiabilidade do sistema de geração e uma vez que a demanda de ponta é a maior em cada etapa, se o critério de confiabilidade for atendido para o patamar de ponta, também será atendido para os demais patamares, pois a restrição para o patamar de ponta domina as restrições para os demais patamares. Por esta razão, foi possível reduzir o esforço computacional realizando a análise da confiabilidade apenas para o patamar de ponta.

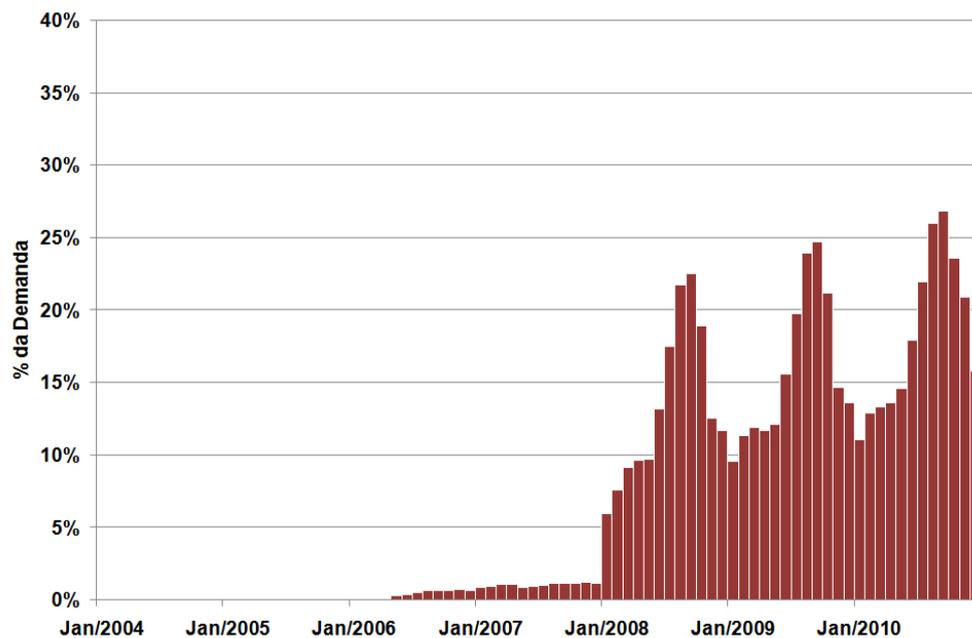


Figura 7.2: SE - déficit operativo

7.4 Sem Expansão

Inicialmente, é realizada a análise do sistema caso não seja implantado um plano com novos investimentos para o suprimento da demanda futura, aqui denominada de metodologia SE (Sem Expansão).

Como é possível observar na figura 7.1, a previsão indica que a demanda do sistema supere a capacidade total a partir do ano de 2008. Deste modo, caso não sejam construídos novos geradores a demanda não será totalmente atendida caracterizando a ocorrência de déficits. Os custos de déficit para o sistema considerados no problema operativo são de 1500\$/MWh.

A figura 7.2 apresenta o déficits de energia resultantes da operação ótima e figura 7.3 apresenta a EPNS (patamar de ponta) do sistema boliviano sem expansão, para o horizonte em questão.

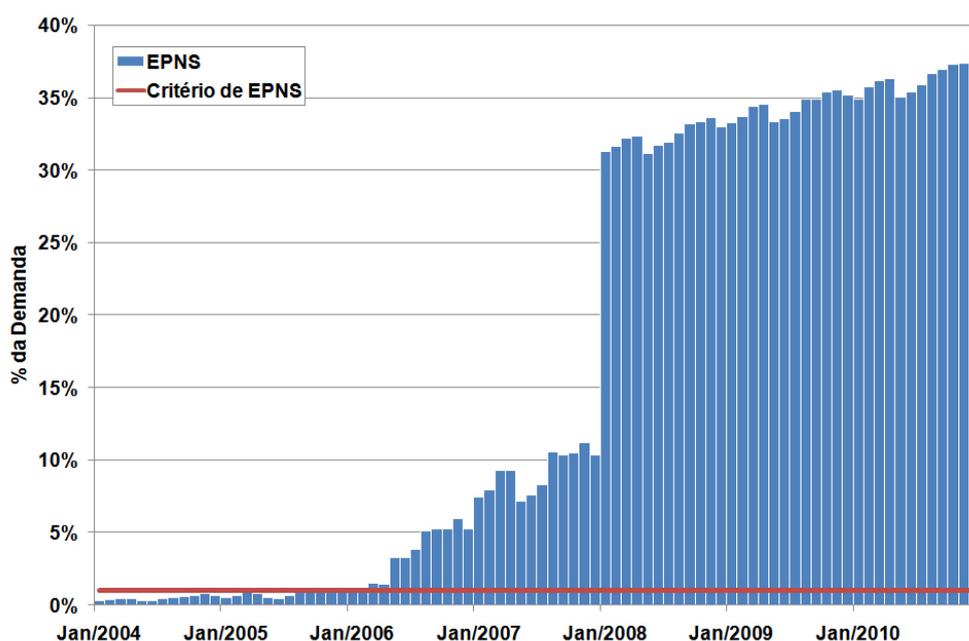


Figura 7.3: SE - EPNS

Tabela 7.1: SE - Resultados

Custo de Investimento	Custo de Operação	Custo Total	# de etapas violadas
0. M\$	2748.00 M\$	2748.00 M\$	60

É possível observar déficits significativos da ordem de 25% da demanda, o que contribui para o elevado custo de operação e, além disto, a EPNS também excede bastante o critério de confiabilidade estabelecido. A tabela 7.1 apresenta os resultados obtidos para este caso em termos de custo e do número de etapas que não atenderam o critério.

Note que esta solução corresponde à solução obtida na primeira iteração do algoritmo de Benders, onde o subproblema de investimento encontra-se relaxado. Neste problema, a região viável de confiabilidade não encontra-se definida e o

custo de operação é aproximado por uma função nula. Portanto, a aproximação do problema de investimento indica que o plano de investimentos adequado é não investir em nenhum projeto (custo de investimento igual a zero). Entretanto, a avaliação do plano de investimentos obtido indica elevado custo de operação e inviabilidade do ponto de vista do critério de confiabilidade estabelecido.

7.5 Planejamento Hierárquico

Como visto na seção 2.1, tipicamente são adotadas medidas para reduzir a complexidade do problema de planejamento. Uma abordagem, é considerar na primeira etapa a análise dos investimentos que contemplam a minimização dos custos operativos e, em seguida, a análise dos investimentos para garantir a adequação dos índices de confiabilidade conforme os critérios estabelecidos, denominados reforços de confiabilidade.

De modo a ilustrar este procedimento, será ilustrada nesta seção a elaboração dos planos de investimentos ótimos sob esta metodologia de avaliação integrada, denominada planejamento hierárquico com critério de EPNS (PHE).

A primeira etapa considerada no planejamento hierárquico é o planejamento da expansão onde se determina o plano de investimentos de menor custo total, denominado PE (Planejamento Econômico). Obtida a solução, o plano de investimentos é fixado e aplica-se novamente a metodologia de planejamento, porém considerando apenas o subproblema de confiabilidade, de modo a obter investimentos adicionais (reforços de confiabilidade) necessários para garantir que os índices de confiabilidade respeitem o critério estabelecido, obtendo assim o plano de investimentos para a metodologia PHE.

A figura 7.4 apresenta a capacidade instalada resultante do plano de investimentos para a metodologia PE. Em cada ano, são representados a capacidade

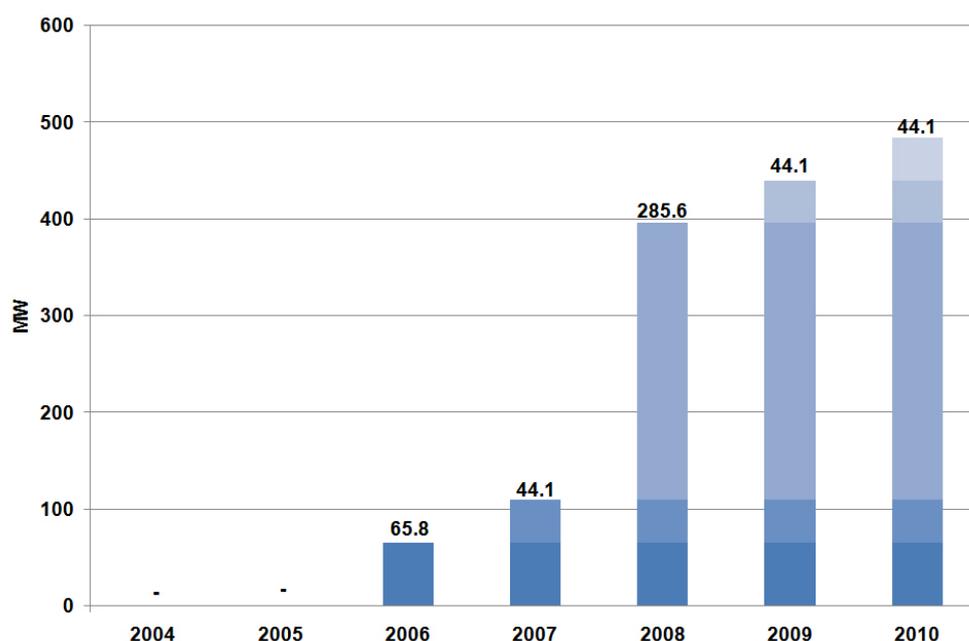


Figura 7.4: PE - capacidade instalada adicional

instalada adicional acumulada desde os anos anteriores e a capacidade adicional incluída no ano, cujo montante, em MW, corresponde ao valor especificado no gráfico para o ano correspondente.

É possível observar na figura 7.5 que os investimentos do planejamento econômico contribuíram para uma redução significativa da EPNS, se comparada a alternativa sem expansão. Isto ocorre pois, como visto anteriormente, o efeito das falhas operativas são considerados em termos médios através do probabilidade média de falha dos equipamentos. Entretanto, esta metodologia de planejamento não é suficiente para garantir que os critérios de confiabilidade estabelecidos serão atendidos e, conseqüentemente, para a obtenção de um plano de investimentos viável. Observa-se que a primeira inviabilidade ocorre na etapa de novembro de 2005.

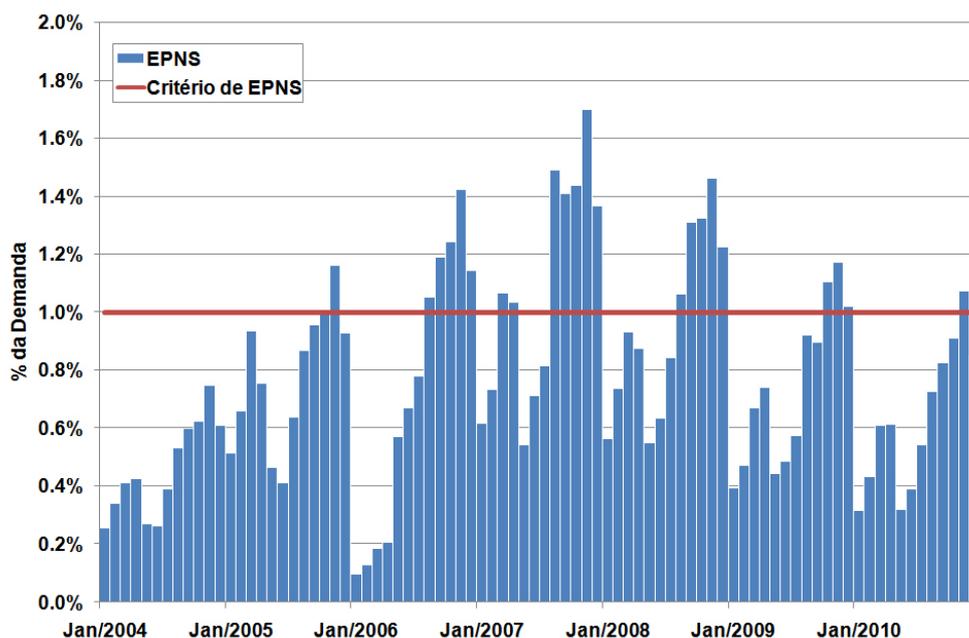


Figura 7.5: PE - EPNS

Tabela 7.2: PE - Resultados

Custo de Investimento	Custo de Operação	Custo Total	# de etapas violadas
98.42 M\$	146.66 M\$	245.08 M\$	22

A tabela 7.2 apresenta os custos de investimento e operação para esta alternativa. Como foi apresentado, ainda são observadas violações do critério de máxima EPNS em 22 das 84 etapas do estudo.

De modo a obter um plano de investimentos viável, as decisões obtidas no problema anterior (PE) foram fixadas e solucionou-se o problema novamente para a obtenção de reforços. A figura 7.6 apresenta, em verde, a capacidade instalada adicional necessária para garantir o atendimento do critério de confiabilidade.

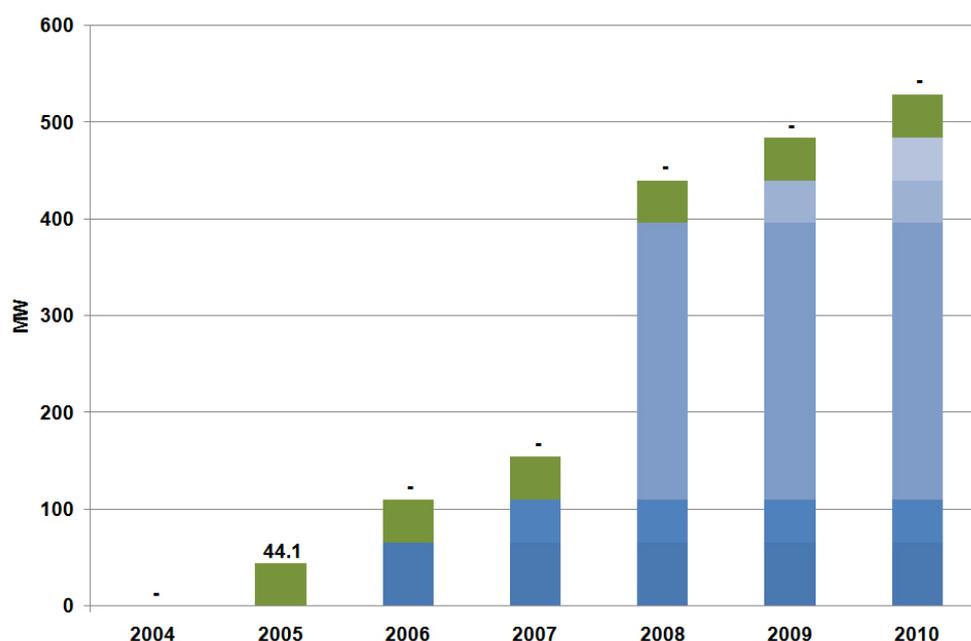


Figura 7.6: PHE - capacidade instalada adicional

Como é possível observar, foi adicionada apenas uma usina com capacidade de 44.1MW em 2005, que é explicada devido à presença da primeira etapa inviável neste ano (novembro de 2005). A nova EPNS é apresentada na figura 7.7 e, como esperado, respeita o critério de EPNS máxima igual 1% da demanda para todas as etapas. É interessante ressaltar que a adição desta usina foi suficiente para eliminar todas as 22 violações do plano obtido no passo anterior (metodologia PE).

Vale a pena ressaltar que, devido a esta estratégia de decompor o problema, a capacidade total do sistema talvez esteja sobredimensionada, fazendo com que a EPNS talvez esteja bem abaixo do critério estabelecido, desnecessariamente.

A tabela 7.3 apresenta o quadro de resultados para esta metodologia de expansão. Como existem mais usinas e, portanto, mais recursos disponíveis, é possível obter um custo menor para a operação do sistema.

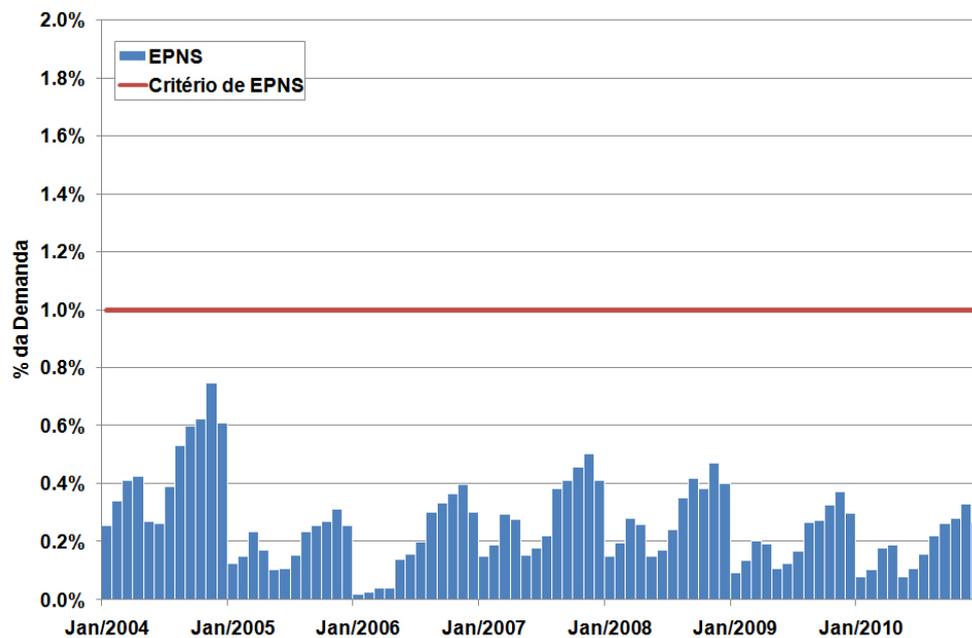


Figura 7.7: PHE - EPNS

Tabela 7.3: PHE - Resultados

Custo de Investimento	Custo de Operação	Custo Total	# de etapas violadas
117.80 M\$	145.02 M\$	262.82 M\$	0

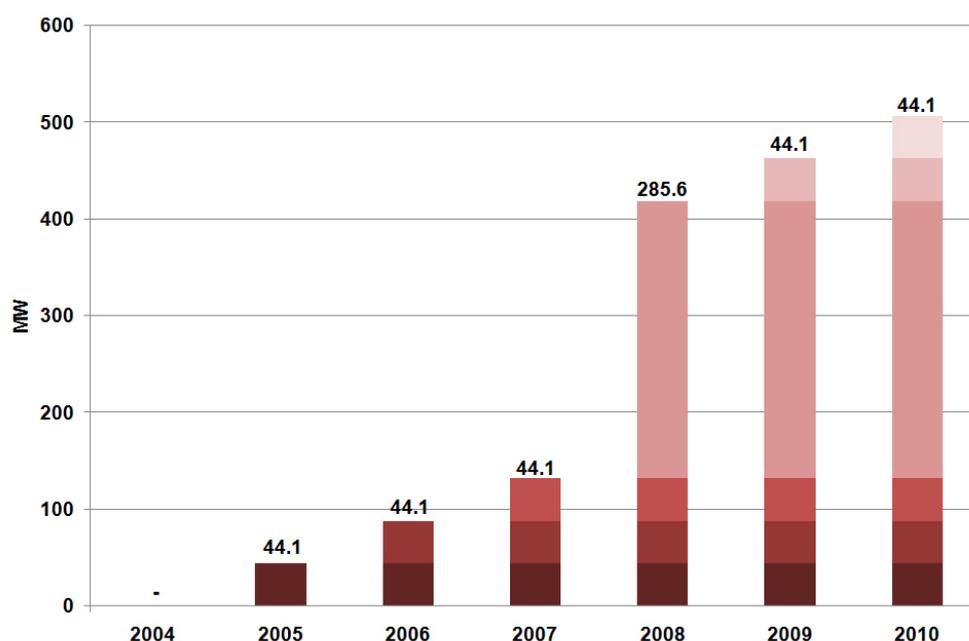


Figura 7.8: PIE - capacidade instalada adicional

7.6 Planejamento Integrado

Como mencionado anteriormente, o estudo de planejamento integrado consiste na consideração dos problemas de operação e confiabilidade em um único problema de investimento. Esta metodologia, denominada PIE (Planejamento Integrado com critério de EPNS), possibilita a identificação dos projetos capazes de trazer benefícios em termos de minimização do custo operativo e, ao mesmo tempo, benefícios para o atendimento do critério de confiabilidade.

As figuras 7.8 e 7.9 apresentam a capacidade adicional e a EPNS referentes ao plano de investimentos obtido na metodologia PIE.

A tabela 7.4 contém os resultados obtidos por esta metodologia. Note que, comparado à metodologia PHE, é obtido um plano de investimentos de custo menor e maior custo de operação. Isto ocorre pois na metodologia integrada as decisões operativas são reavaliadas e existe um benefício em investir em uma usina

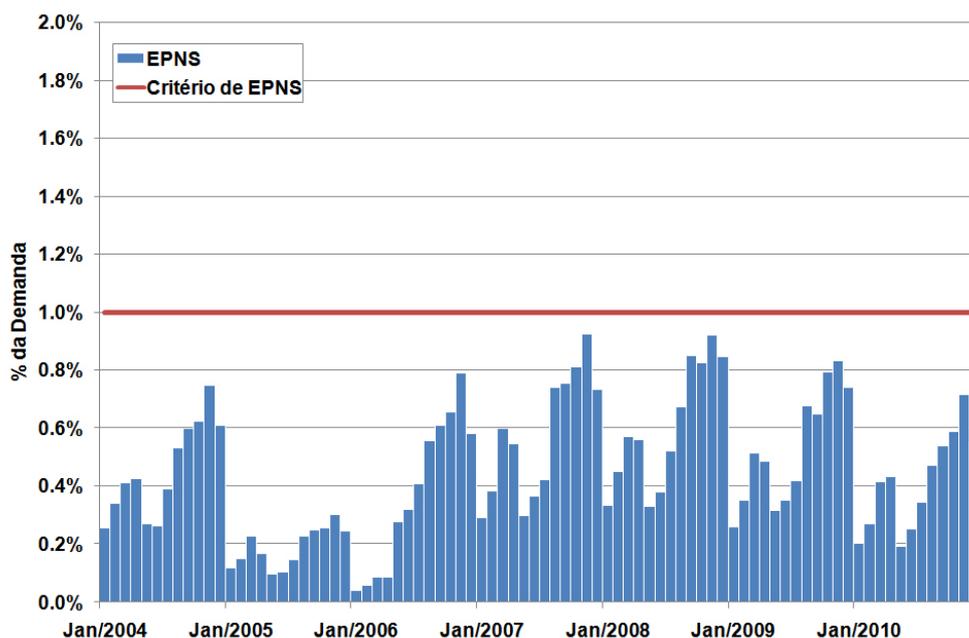


Figura 7.9: PIE - EPNS

Tabela 7.4: PIE - Resultados

Custo de Investimento	Custo de Operação	Custo Total	# de etapas violadas
100.06 M\$	152.17 M\$	252.23 M\$	0

de custo de construção inferior e maior custo operativo garantindo ao mesmo tempo o atendimento do critério de confiabilidade estabelecido.

7.7 Análise Comparativa

Nesta seção será realizada uma análise comparativa entre os planos de investimento obtidos pelas metodologias apresentadas anteriormente.

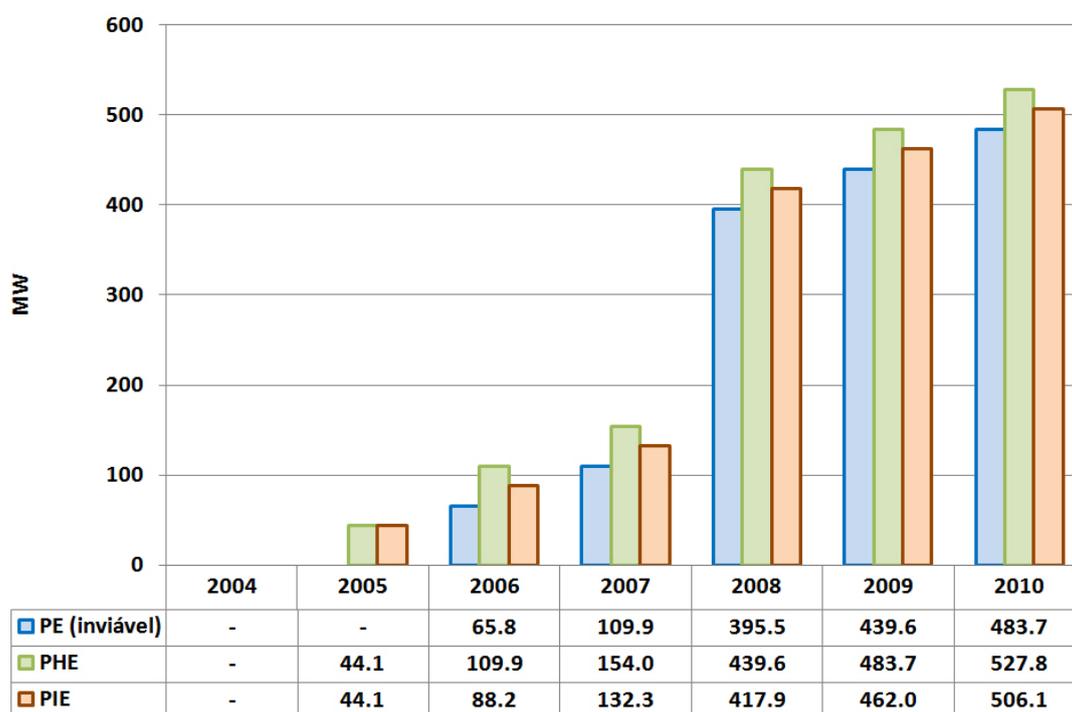


Figura 7.10: Capacidade adicional total para as diferentes metodologias de planejamento

A figura 7.10 apresenta a capacidade adicional e a tabela 7.5 os resultados referentes a cada plano de investimentos.

Intuitivamente, é mais econômico adotar qualquer metodologia de planejamento do que não planejar novos investimentos para o sistema. Mesmo a metodologia PE, que é inviável do ponto de vista da confiabilidade, apresenta custo operativo e número de etapas violadas bastante inferiores a alternativa sem expansão (SE).

Na metodologia de planejamento econômico (PE), optou-se pela construção de uma usina térmica ciclo combinado no ano de 2006. Esta usina tem maior custo de investimento, porém é mais eficiente e conseqüentemente mais econômica em termos operativos se comparada a alternativa de ciclo simples. Entretanto, é possível notar que a desconsideração explícita das restrições de confiabilidade na

Tabela 7.5: Metodologias de planejamento - Comparação

Metodologia	Custo de Investimento	Custo de Operação	Custo Total	# de etapas violadas
SE	0. M\$	2748.00 M\$	2748.00 M\$	60
PE	98.42 M\$	146.66 M\$	245.08 M\$	22
PHE	117.80 M\$	145.02 M\$	262.82 M\$	0
PIE	100.06 M\$	152.17 M\$	252.23 M\$	0

etapa de planejamento faz com que não seja possível garantir a obtenção de um plano de investimentos viável segundo o critério de confiabilidade adotado.

Aplicando a segunda etapa do planejamento hierárquico (PHE) para a obtenção de reforços de confiabilidade, é adicionado ao plano de investimentos uma usina térmica de ciclo simples no ano de 2005, que é o primeiro ano onde ocorre violação do critério de confiabilidade (EPNS inferior a 1% da demanda). Desta forma foi obtido um plano de investimentos viável, porém de custo mais elevado.

Por outro lado, a metodologia de planejamento integrado (PIE) indica que é o plano de investimentos ótimo consiste na decisão pelo investimento em duas usinas de ciclo simples, uma entrando no ano de 2005 e outra em 2006. Esta decisão reflete o fato de que uma capacidade adicional de 44.1MW (uma usina ciclo simples) em 2005 e 88.2MW (duas usinas ciclo simples) são suficientes para garantir o critério de confiabilidade. Desta forma, embora capaz de obter um plano de investimentos viável, observa-se que a metodologia PHE é menos econômica quando comparada a metodologia PIE pois pode levar a um sobredimensionamento da capacidade instalada de geração. Os investimentos adicionais para os anos de 2007 até 2010 são iguais para as metodologias PHE e PIE.

Desta forma, a metodologia de planejamento integrado produz a alternativa mais econômica capaz de atender os critérios de confiabilidade estabelecidos. Com isto, é ilustrada a importância da análise conjunta dos benefícios de um projeto para a operação e para a confiabilidade do sistema.

7.8 Comparação dos Critérios de Confiabilidade EPNS e CVaR

Nas seções anteriores, foram apresentadas as diferenças entre as metodologias de planejamento hierárquica e integrada com base no critério da EPNS e tornaram-se claros os benefícios da metodologia de planejamento integrada. Nesta seção, será abordada a diferença entre os critérios de confiabilidade de EPNS e CVaR, aplicando a planejamento integrado com critério de confiabilidade de $CVaR_{5\%}$, denominada PIC.

O objetivo desta análise é comparar apenas a diferença entre as medidas de risco EPNS e CVaR, ou seja, o efeito de estabelecer um critério de limite para a média de todos os cenários ou para apenas os 5% cenários mais severos. Neste sentido, buscou-se um limite “equivalente” para o $CVaR_{5\%}$ e foi utilizado como critério o máximo $CVaR_{5\%}$, entre todas as etapas, associado ao plano de investimentos ótimo obtido com a metodologia PIE, que corresponde aproximadamente a $\overline{CVaR_{5\%}} = 10\%$ da demanda. A figura 7.11 esta medida para o horizonte de planejamento.

As figuras 7.12 e 7.13 apresentam a capacidade adicional e o $CVaR_{5\%}$ associados ao plano de investimento obtido, respectivamente. Como esperado, este plano atende o critério estabelecido, porém ao custo de investimentos adicionais.

É possível observar que o plano de investimentos obtido com a metodologia PIC difere do plano obtido pela metodologia PIE apenas no ano de 2010, embora ainda assim respeite o critério de $CVaR_{5\%}$ máximo estabelecido. A tabela 7.6 apresenta

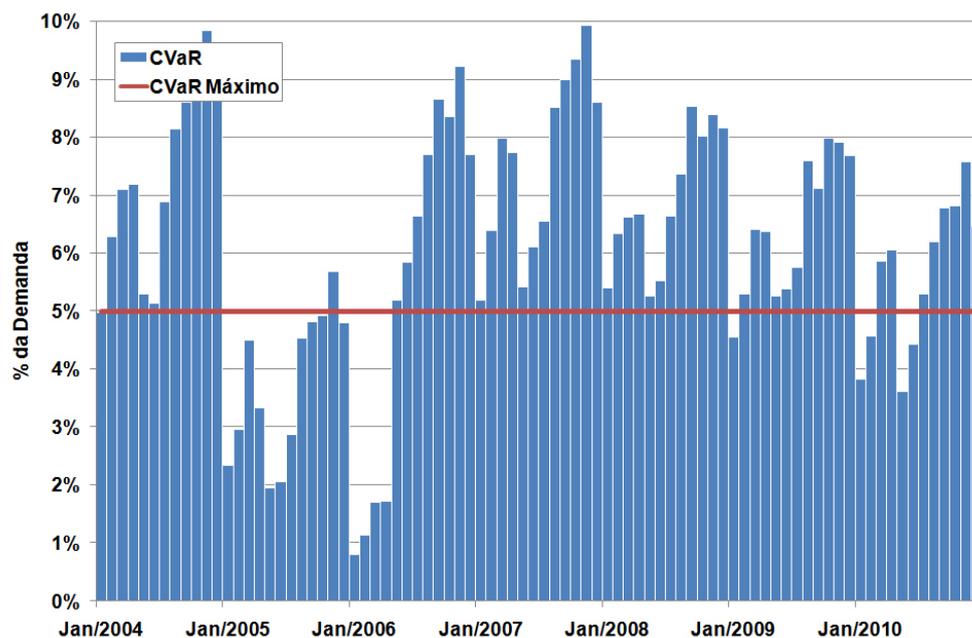
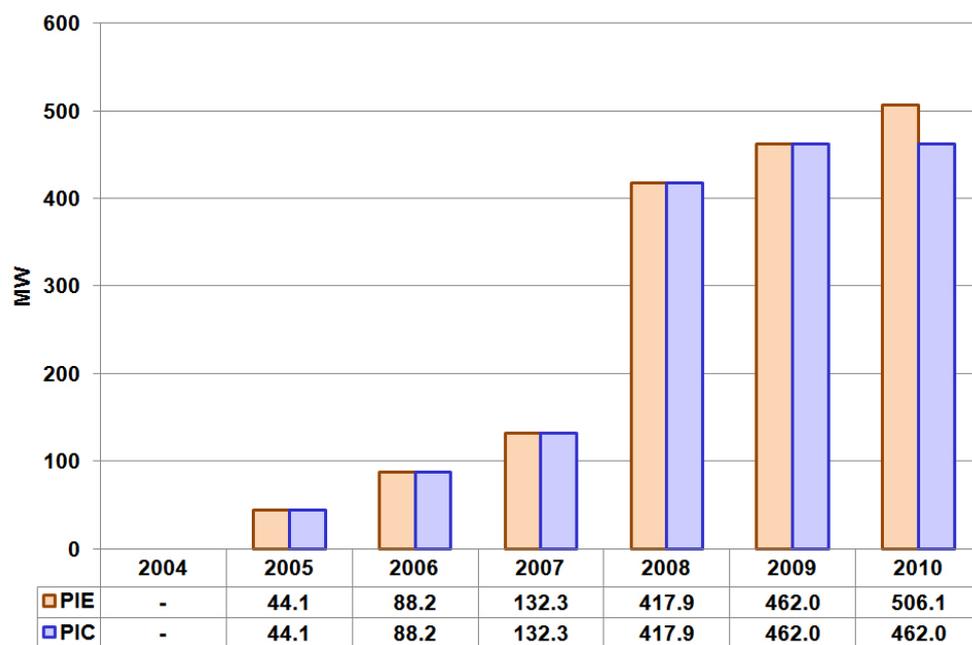
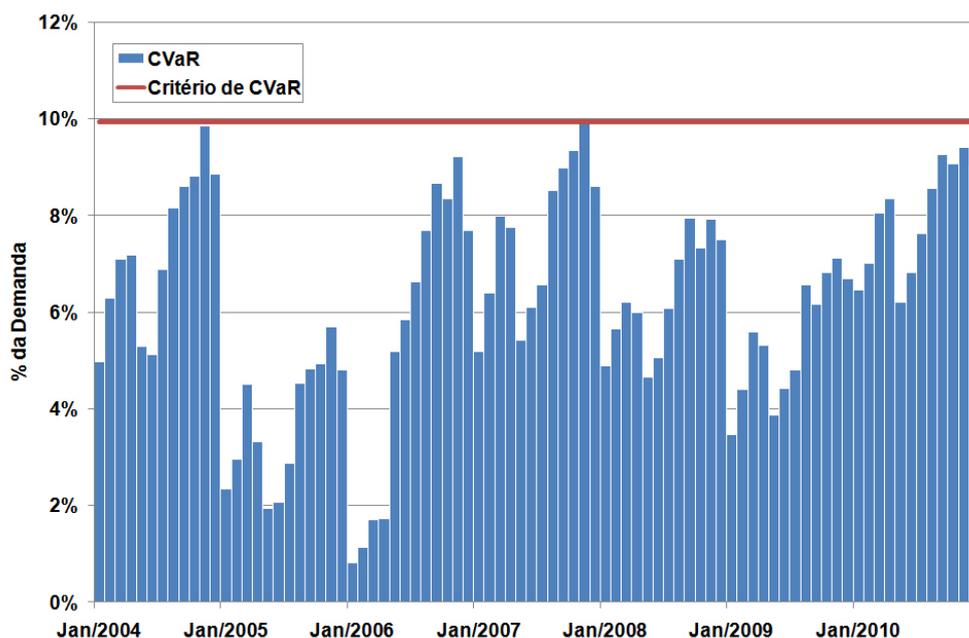
Figura 7.11: PIE - CVaR_{5%}

Figura 7.12: PIC - capacidade instalada adicional

Figura 7.13: PIC - $CVaR_{5\%}$

os resultados para este critério de planejamento. Como pode ser observado, o custo de investimento é ligeiramente inferior ao do plano de investimentos obtido com a metodologia PIE decorrente do fato de não adicionar capacidade no último ano.

A figura 7.14 apresenta a EPNS resultante do plano obtido por PIC é possível observar a razão pela qual foi possível obter um plano de investimentos mais econômico. Com o critério confiabilidade de $CVaR_{5\%} \leq 10\%$ da demanda, foi

Tabela 7.6: PIC - Resultados

Metodologia	Custo de Investimento	Custo de Operação	Custo Total	# de etapas violadas
PIC	98.05 M\$	153.66 M\$	251.71 M\$	0
PIE	100.06 M\$	152.17 M\$	252.23 M\$	0

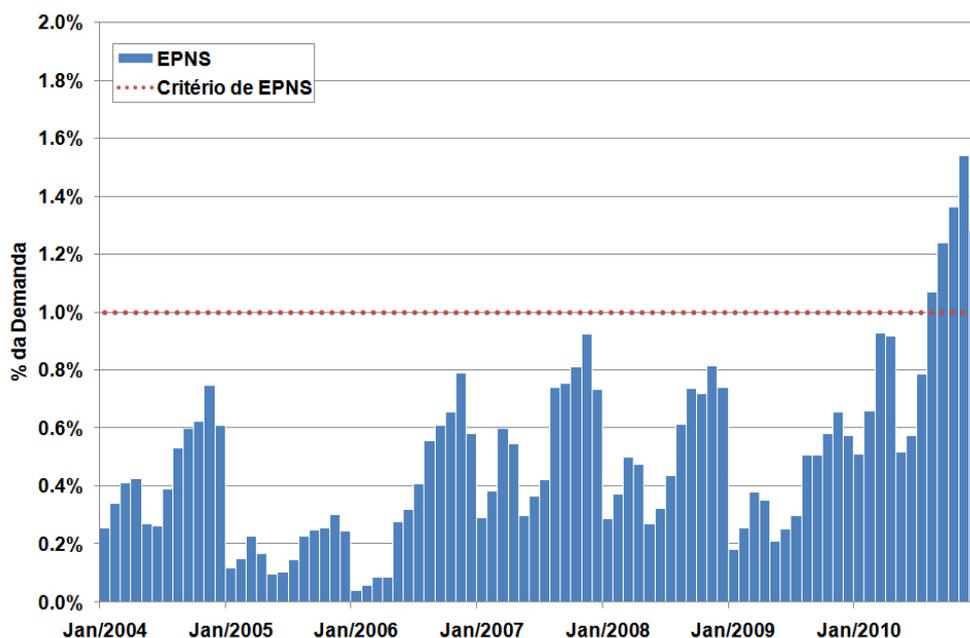


Figura 7.14: PIC - EPNS

possível obter uma EPNS inferior a 1% em quase todas as etapas porém, para as últimas 5 etapas a EPNS excedeu um pouco este limite.

Desta forma, ilustra-se o fato de que o CVaR é mais sofisticado e é possível sua utilização para o planejamento ótimo da expansão com a prevenção na média dos cenários mais severos, que poderiam levar o sistema a situações desastrosas, por exemplo.

7.9 Estratégias de Solução

Como visto no capítulo 6, os subproblemas de operação e confiabilidade podem ser solucionados de modo independente. Isto é possível pois os cortes de Benders de otimalidade e de viabilidade gerados para qualquer tentativa de plano de investimentos são cortes válidos para o subproblema de investimento aproximado.

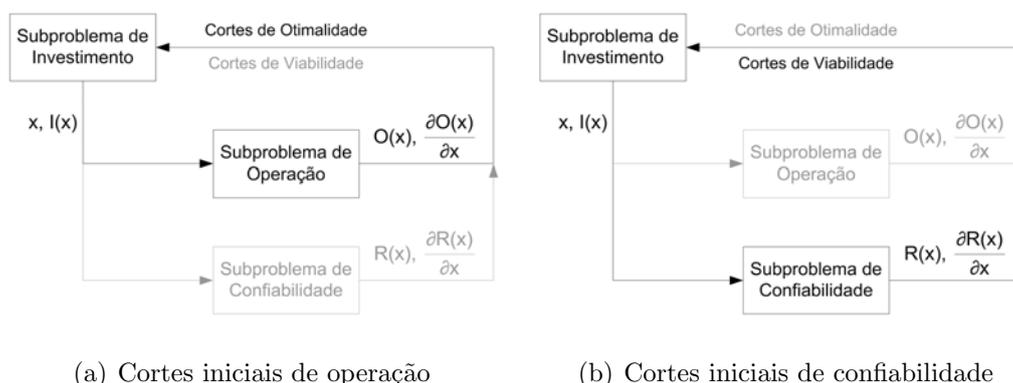


Figura 7.15: Estratégias de solução

Esta característica permite que sejam exploradas diferentes estratégias para a geração dos cortes e obtenção da solução ótima. Em particular, a metodologia de planejamento integrado aplicada na seção anterior utilizou a estratégia de, para cada iteração μ do algoritmo e plano de investimentos candidato x^μ , solucionar o subproblema de operação e de confiabilidade, obtendo os cortes de Benders associados a este plano, ilustrada pela figura 6.1. A partir desta estratégia foi possível obter a solução ótima do problema em 7 iterações, o que corresponde a um tempo total de 11 minutos. Em seguida, foram analisadas outras duas estratégias de solução.

Na segunda estratégia, soluciona-se o problema de investimento com subproblema de operação e, em seguida, utiliza-se a solução obtida como ponto de partida para o problema integrado, conforme ilustrado na figura 7.15(a). Nesta alternativa, a primeira etapa do algoritmo de decomposição de Benders convergiu em 31 iterações, em um tempo de 2 minutos. Como mencionado anteriormente, o plano de investimentos encontrado nesta metodologia foi inviável e foram necessárias mais 3 iterações e um tempo adicional de 7 minutos até a obtenção da solução ótima. Desta forma, foram necessárias 34 iterações e um tempo total de 9 minutos.

Na terceira estratégia, soluciona-se o problema de investimento com subproblema de confiabilidade e, em seguida, a solução é utilizada como ponto de partida

para o problema integrado, conforme ilustrado na figura 7.15(b). A primeira etapa desta estratégia encontrou a solução em 6 iterações, em um tempo de aproximadamente 8 minutos. Em seguida, foram necessárias mais 3 iterações e um tempo adicional de 7 minutos, totalizando um total de 9 iterações e 15 minutos para a obtenção da solução ótima.

É importante destacar que no caso de estudo considerado, o problema de operação não considerava a estocasticidade associada às incertezas hidrológicas e, por esta razão, o tempo de solução do subproblema de operação é muito baixo (aproximadamente 3 segundos). A dimensão de problemas que consideram incerteza nas afluências aumenta significativamente o tempo de solução do subproblema de operação.

Entretanto, fica evidenciado que a convergência do algoritmo pode ser muito lenta quando se consideram somente os cortes de otimalidade. Portanto, pode ser interessante encontrar primeiramente um plano de investimentos viável, solucionando apenas o subproblema de confiabilidade e, a partir deste ponto incluir o subproblema de operação no algoritmo. Desta forma, seria “economizado” o tempo de simulação operativa para planos de investimento inviáveis.

Embora a melhor estratégia dependa do sistema em questão, é interessante ressaltar que a metodologia proposta permite esta flexibilidade. Além disto, é possível utilizar técnicas de processamento paralelo para solução dos subproblemas e geração dos cortes de Benders.

Capítulo 8

Conclusões

Neste capítulo serão apresentadas as principais conclusões sobre os resultados obtidos nesta dissertação de mestrado, assim como sugestões para trabalhos futuros.

Foi visto que, devido a sua complexidade, o problema de planejamento é decomposto em problemas menores e é estabelecida uma metodologia para a avaliação do problema original. Uma das etapas desta metodologia, consiste na avaliação probabilística e conseqüente filtragem dos planos de investimento segundo um critério de risco pré-estabelecido. Neste trabalho, foi considerado o risco associado ao corte de carga devido a incertezas com relação ao estado operativo de disponibilidade dos geradores.

Foi apresentado o problema de confiabilidade para sistemas de geração e métodos de solução tipicamente adotados. Além disto buscou-se apresentar a importância da análise de confiabilidade no processo de planejamento de sistemas elétricos ao invés de uma representação simplificada onde aplica-se um fator de redução à capacidade das usinas para considerar sua disponibilidade média, tradicionalmente utilizada nas simulações operativas.

Os principais conceitos que envolvem a análise de confiabilidade de sistemas elétricos de geração e os índices de confiabilidade LOLP e EPNS, tradicionalmente utilizados no setor elétrico foram apresentados, assim com os métodos de solução de convolução e simulação Monte Carlo.

Foi visto que a consideração de uma metodologia de planejamento hierárquica, ou seja, quando considera-se a escolha do plano de investimentos segundo análise de operação e confiabilidade em processos distintos, não é suficiente para garantir a otimalidade da solução obtida para o problema original.

Também foi visto que é possível incorporar o problema de confiabilidade como restrições adicionais do problema de planejamento ótimo da expansão. Foram formulados os problemas de planejamento da expansão de sistemas elétricos com a incorporação explícita das restrições de máxima LOLP e EPNS, medidas usualmente utilizadas no setor elétrico como critério de planejamento. Entretanto, foi visto que a incorporação explícita destas restrições requer a representação de todos os estados do sistema, o que se torna inviável na prática devido à natureza combinatória do problema.

Adicionalmente, foram introduzidas as medidas de risco VaR e CVaR utilizadas em finanças e foi visto que o problema de planejamento com restrições de confiabilidade com as medidas utilizadas no setor elétrico são, na verdade, casos particulares dos modelos que utilizam o VaR e CVaR. A formulação para o problema de planejamento foi estendida para a incorporação das medidas VaR e CVaR.

Com o objetivo de permitir a incorporação de restrições de confiabilidade no problema de planejamento ótimo, o cálculo dos índices de confiabilidade foi formulado como um problema de otimização.

Além disto, a aplicação da técnica de decomposição de Benders ao problema de planejamento ótimo da expansão em módulos de investimento, operação e confiabilidade permite que sejam utilizados algoritmos especializados para a sua solução.

Desta forma, foi visto que é possível obter mais informações a partir da análise de sensibilidade do subproblema de confiabilidade e com isto construir iterativamente, através de cortes de Benders, a região viável que contém os planos de investimento que atendem ao critério de confiabilidade para o planejamento.

Com relação às medidas de risco apresentadas como critério de planejamento, foi visto que:

- A LOLP reflete a quantidade de cenários que deficientes, entretanto não é sensível à severidade dos cenários com corte de carga. Além disto, sua representação necessita a utilização de variáveis inteiras, o que dificulta sua utilização pois torna o problema não convexo impedindo a utilização do método de decomposição de Benders;
- A EPNS reflete o valor esperado do corte de carga, capturando em média o risco do sistema. Por outro lado, como trata-se da média de todos os cenários, esta medida acaba ficando “diluída”, podendo não revelar a presença de eventos desastrosos;
- O VaR é uma medida do máximo corte de carga refletindo um limite para os cenários adversos, porém dentro de um nível de confiança estabelecido. Ou seja, o VaR também não é sensível aos cenários que compõem a cauda da distribuição (fora do nível de confiança) e, assim como a LOLP, também necessita de variáveis inteiras em sua representação;
- Por outro lado, o CVaR mostrou-se uma medida de risco interessante, pois permite o controle da profundidade da função de distribuição de probabilidade da variável aleatória corte de carga e, com isto, a prevenção contra eventos desastrosos com o nível de confiança desejado. Além disto, assim como a EENS, o CVaR pode ser representado com um conjunto de variáveis e restrições lineares, o que permite sua utilização e incorporação no esquema de decomposição de Benders.

A metodologia proposta foi aplicada ao problema real de planejamento ótimo da expansão do sistema elétrico Boliviano e foi ilustrada a importância de se considerar conjuntamente os benefícios operativos e de confiabilidade de cada projeto, de maneira a obter o plano de investimentos mais econômico e viável segundo o critério de confiabilidade estabelecido.

8.1 **Trabalhos Futuros**

Com relação a trabalhos futuros, sugere-se os seguintes temas, naturalmente relacionados à continuidade deste trabalho de dissertação:

Custo Implícito de Confiabilidade

A adição de restrições de confiabilidade ao problema de planejamento obriga a construção de investimentos adicionais para o atendimento dos critérios de risco. Esta segurança tem um custo adicional, que pode ser estimado como a diferença entre o plano de expansão sem e com as restrições de confiabilidade.

Adicionalmente, é possível extrair diretamente do problema de investimento do modelo de decomposição de Benders os multiplicadores de Lagrange associados aos cortes de viabilidade das restrições de confiabilidade. Estes multiplicadores representam consistem em uma sensibilidade no custo total do problema com relação à uma variação marginal no limite adotado como critério de confiabilidade. Deste modo é possível calcular, implicitamente, o custo do critério de confiabilidade.

Rede de transmissão

De modo geral, o principal objetivo da incorporação de restrições de confiabilidade no problema de planejamento da expansão é “ter controle” sobre a função de distribuição de probabilidade de alguma variável aleatória, neste caso o corte de carga. Foi visto que o cálculo dos índices de confiabilidade dependem apenas da variável (r_s), de modo que são independentes do seu cálculo.

Neste trabalho, considerou-se a incorporação das restrições de confiabilidade no problema de planejamento da expansão da geração. Entretanto, sugere-se a extensão do modelo para consideração do problema de planejamento integrado geração e transmissão. Para isto, seria necessário alterar os modelos de análise operativa e de confiabilidade de modo que seja considerado o modelo de fluxo de potência para a representação da rede de transmissão, assim como a obtenção dos cortes de Benders associados aos elementos da rede (circuitos e transformadores).

Diversos trabalhos foram publicados na literatura a respeito da modelagem do problema de planejamento da expansão da rede de transmissão, como por exemplo [29] e é possível encontrar a formulação do problema e uma revisão bibliográfica mais extensa a respeito deste tema em [11]. Recentemente, [36] apresentou uma formulação para o cálculo dos cortes de Benders que permite uma representação mais eficiente da rede de transmissão no subproblema de operação hidrotérmico estocástico.

Esta mesma modelagem proposta para a solução do fluxo de potência no problema operativo pode ser aplicada para a solução do subproblema de confiabilidade.

Técnicas de redução de variância

Como visto anteriormente, o número de amostras necessárias para estimar, com precisão adequada, um determinado índice pode ser extremamente elevado. Além disto, foi visto na seção 3.3.7 que o número de amostras deve ser maior quanto menor for o índice a ser estimado e este fato é especialmente relevante em problemas de planejamento, uma vez que, a cada iteração procura-se por soluções com índices de confiabilidade cada vez menores.

Caso o índice de confiabilidade e/ou os coeficientes do corte de viabilidade não estejam bem estimados, é possível que soluções viáveis sejam excluídas ou até mesmo ocorra inviabilidade no subproblema de investimento por problemas de amostragem. Sugere-se então a utilização de técnicas de redução de variância que viabilizem a aplicação da metodologia proposta para sistemas de maior porte (com

rede de transmissão, por exemplo) e/ou mais “confiáveis”, mantendo a precisão adequada para os propósitos do planejamento.

Sistemas hidrotérmicos

Neste trabalho foi considerado no problema de confiabilidade que cada gerador possui uma capacidade de geração determinada por sua potência disponível. Entretanto, sabe-se que a potência disponível das usinas hidroelétricas depende diretamente da altura de queda líquida do reservatório, associada ao seu volume armazenado. Basicamente, quando um reservatório opera em um nível de baixo armazenamento, a altura de queda é menor e, conseqüentemente, sua potência disponível. Em [5] é apresentado um estudo preliminar para as regiões Sul/Sudeste do sistema brasileiro onde ocorrem variações na capacidade total de cerca de 12% devido aos fenômenos de falta d’água ou perda de queda líquida, o que pode ser importante para a análise de confiabilidade em sistema com predominância hidroelétrica.

Esta dependência do volume armazenado nos reservatórios estabelece uma relação entre os subproblemas de operação e confiabilidade, uma vez que o nível dos reservatórios é determinado no subproblema operativo, onde determina-se a política de operação ótima dos reservatórios. Desta forma, sugere-se a consideração desta potência disponível (função do nível do reservatório) no subproblema de confiabilidade.

Na verdade, esta relação entre os problemas operativos e de confiabilidade é ainda maior. Foi visto que as restrições de confiabilidade induzem a investimentos adicionais para garantir o atendimento dos critérios estabelecidos. Entretanto, também seria possível alterar a política de operação aumentando o armazenamento nos reservatórios (maior altura de queda) de modo a manter a potência disponível em um nível suficiente para o atendimento do critério de confiabilidade. Neste caso, seria evitada a construção de novos projetos em troca de um menor incremento no custo de operação (utilização de recursos mais caros como usinas térmicas, por

exemplo). Portanto, sugere-se também estender a modelagem de modo a considerar este acoplamento entre os problemas de operação e confiabilidade para sistemas hidrotérmicos.

Bibliografia

- [1] ACERBI, C., “Coherent measures of risk in everyday market practice”, *Quantitative Finance*, v. 7, n. 4, pp. 359–364, 2007.
- [2] ACERBI, C., NORDIO, C., SIRTORI, C., “Expected shortfall as a tool for financial risk management”. Working paper, 2001.
- [3] ACERBI, C., TASCHE, D., “Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk”, *Economic Notes*, v. 31, n. 2, pp. 379–388, 2001.
- [4] ACERBI, C., TASCHE, D., “On the coherence of expected shortfall”, *Journal of Banking & Finance*, v. 26, n. 7, pp. 1487–1503, 2002.
- [5] ALENCAR, T., PEREIRA, M. V. F., ALBUQUERQUE, J. C. R., *Introdução ao planejamento da expansão e operação de sistemas de produção de energia elétrica*. Editora UFF, 1990.
- [6] ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J.-M., *et al.*, “Thinking coherently”, *The Journal of Risk*, v. 10, n. 11, pp. 68–71, 1997.
- [7] ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J.-M., *et al.*, “Coherent Measures of Risk”, *Mathematical Finance*, v. 9, n. 3, pp. 203–228, 1999.
- [8] BENDERS, J. F., “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems”, *Numerische Mathematik*, v. 4, pp. 238–252, 1962.

- [9] BERTOLDI, O., SALVADERI, L., SCALCINO, S., “Monte Carlo approach in planning studies: an application to IEEE RTS”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, pp. 1146–1154, Aug 1988.
- [10] BILLINTON, R., LI, W., *Reliability Assessment of Electrical Power Systems Using Monte Carlo Methods*. New York, Plenum Publishing Corporation, 1994.
- [11] BINATO, S., *Expansão Ótima de Sistemas de Transmissão Através de Decomposição de Benders e Técnicas de Planos Cortantes*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Apr 2000.
- [12] BLOOM, J., “Solving an electricity generating capacity expansion planning problem by generalized Benders’ decomposition.”, *Operations Research, JSTOR*, v. 31, n. 1, pp. 84–100, 1983.
- [13] CAMPODÓNICO, N. M., *Representação analítica de falhas dos equipamentos e variação da demanda no despacho hidrotérmico multi-estágio*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Jun 1997.
- [14] CHOI, J., TRAN, T., EL-KEIB, A., *et al.*, “A basic method for composite power system expansion planning considering probabilistic reliability criteria”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 3, pp. 1606–1615, 2005.
- [15] COTE, G., *Reliability Aspects of Optimal Generation Planning Models for Power Systems*. Tese de Doutorado, University of London, 1975.
- [16] Dash Associates, *Xpress-MP User Guide and Reference Manual*, Feb 2006.
- [17] EVANS, D. L., LEEMIS, L. M., “Algorithms for Computing the Distributions of Sums of Discrete Random Variable”, *Mathematical and Computer Modelling*, v. 40, n. 13, pp. 1429–1452, 2004.
- [18] GUÉRET, C., PRINS, C., SEVAUX, M., *Applications of optimization with Xpress-MP*. Dash Optimization Ltd., Sep 2002.

- [19] JORION, P., “Value at Risk: A Nova Fonte de Referência para o Controle do Risco de Mercado”, *Bolsa de Mercadorias e Futuros-São Paulo*, 1998.
- [20] KLEIJNEN, J. P. C., *Statistical Techniques in Simulation (in two parts)*. Statistics: Textbooks and monographs v. 9. New York, Marcel Dekker, 1974.
- [21] MAZUMDAR, M., “Importance sampling in reliability estimation”, *Reliability and Fault Tree Analysis: Theoretical and Applied Aspects of System Reliability and Safety Assessment*, pp. 153–163, 1975.
- [22] MELO, J. C. O., *Determinação do Valor da Confiabilidade em Sistemas Compostos de Geração e Transmissão*. Tese de Doutorado, PUC/RJ, Rio de Janeiro, 1994.
- [23] MONTICELLI, A., *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher Ltda., 1983.
- [24] NOONAN, F., J., G. R., “Planning electric power generation: a nonlinear mixed integer model employing Benders decomposition”, *Management Science*, v. 24, n. 9, pp. 946–956, 1977.
- [25] OLIVEIRA, G. C., *Metodologia de Expansão da Capacidade de Ponta em Sistemas Interligados de Geração Hidrotermoelétrica*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1987.
- [26] OLIVEIRA, G. C., BINATO, S., PEREIRA, M. V. F., “Value Based Transmission Expansion Planning of Hydrothermal Systems under Uncertainty”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, pp. 1429–1435, Nov 2007.
- [27] OLIVEIRA, G. C., BINATO, S., PEREIRA, M. V. F., *et al.*, “Multi-Stage Transmission Expansion Planning Considering Multiple Dispatches and Contingency Criterion”, *Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, pp. 21–24, 2004.

- [28] PEREIRA, M. V. F., MACEIRA, M. E. P., OLIVEIRA, G. C., *et al.*, “Combining analytical models and Monte-Carlo techniques in probabilistic power system analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, pp. 265–272, Feb 1992.
- [29] PEREIRA, M. V. F., *Aplicação de Análise de Sensibilidade no Planejamento da Expansão de Geração/Transmissão*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Jun 1985.
- [30] PEREIRA, M. V. F., CAMPODÓNICO, N. M., KELMAN, R., “Application of stochastic dual DP and extensions to hydrothermal scheduling”, relatório técnico, PSR Consultoria Ltda., Apr 1999. Disponível em: <http://www.psr-inc.com.br/reports.asp>.
- [31] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., CUNHA, S. H. F., *et al.*, “Monte Carlo Based Composite Reliability Evaluation”, *Reliability Assessment of Composite Generation and Transmission Systems. IEEE Tutorial Course 90EH0311-1-PWR.*, 1989.
- [32] PORTO, T. O., *Representação de Problemas Estocásticos Multi-Estágios em Decomposição: Uma Aplicação ao Planejamento da Expansão de Sistemas Elétricos*. Dissertação de Mestrado, PUC/RJ, Rio de Janeiro, 1994.
- [33] ROCKAFELLAR, R. T., URYASEV, S., “Optimization of conditional value at risk”, *The Journal of Risk*, v. 2, n. 3, pp. 21–41, 2000.
- [34] SCHWEPPE, F. C., MARKS, D. H., FARRAR, D. L., *et al.*, “Economic-environmental system planning”, *IEEE Summer Power Meeting*, 1984.
- [35] SHAPIRO, A., RUSZCZYŃSKI, A., “Lectures on Stochastic Programming”, Feb. 2008. Disponível em: <http://www2.isye.gatech.edu/~ashapiro/publications.html>.
- [36] THOMÉ, F. S., *Aplicação de Técnica de Decomposição com Cálculo de Multiplicadores Implícitos no Planejamento da Expansão da Geração e Rede de*

Transmissão de Sistemas Elétricos. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Mar 2008.

Apêndice A

Decomposição de Benders

A técnica de decomposição de Benders [8] consiste em uma metodologia para a solução de um problema complexo através da sua decomposição em uma série de subproblemas menores. Problemas de programação linear inteira mista é decomposto em uma série de subproblemas menores, um denominado de *Mestre* (um problema de programação linear inteira mista, por exemplo), e outro chamado de *Escravo* (um problema de programação linear).

Para ilustrar a decomposição de Benders considere o seguinte problema de programação linear (0 – 1) mista:

$$\text{Minimizar } cx + dy \tag{A.1a}$$

$$\text{sujeito a } Ax \geq b \tag{A.1b}$$

$$Ex + Fy \geq h \tag{A.1c}$$

$$x \in \{0, 1\}^n \tag{A.1d}$$

$$y \geq 0 \tag{A.1e}$$

Definindo o conjunto X como sendo

$$X = \{x | Ax \geq b; x \in \{0, 1\}^n\}, \tag{A.2}$$

é possível reescrever o problema A.1 como

$$\text{Minimizar } cx + dy \quad (\text{A.3a})$$

$$\text{sujeito a } Ex + Fy \geq h \quad (\text{A.3b})$$

$$x \in X \quad (\text{A.3c})$$

$$y \geq 0 \quad (\text{A.3d})$$

que é a forma utilizada na grande maioria dos trabalhos da literatura onde o método de decomposição de Benders é descrito.

A idéia do princípio de decomposição de Benders consiste em tentar resolver o problema A.1 em um processo de decisão em dois estágios:

- i) no primeiro estágio, escolhe-se uma decisão de investimento x^* viável, isto é, tal que $x^* \in X$
- ii) no segundo estágio, dada a decisão x^* , obtém-se a melhor solução y^* , isto é, resolve-se o subproblema linear resultante

$$\text{Minimizar } dy \quad (\text{A.4a})$$

$$\text{sujeito a } Fy \geq h - Ex^* \quad (\text{A.4b})$$

No contexto do planejamento da expansão, pode-se associar às variáveis x as decisões do tipo investimento, sendo cx o custo de investimento e as restrições A.1b aquelas que só envolvem variáveis de investimento tais como restrições financeiras, período de construção, etc. As variáveis y se referem a decisões de operação, com custo dy , sendo que A.1c representa as restrições nas variáveis x e y .

A decomposição baseia-se no fato de que o custo de operação dy^* , onde y^* é a solução de A.4, pode ser visto como uma função $O(x)$ da decisão de investimento

Figura A.1: Esquema do Método de Decomposição de Benders

x , isto é

$$O(x) = \text{Minimizar } dy \quad (\text{A.5a})$$

$$\text{sujeito a } Fy \geq h - Ex \quad \pi \quad (\text{A.5b})$$

Desta forma, o problema A.1 pode ser então reescrito em função das variáveis de investimento

$$\text{Minimizar } cx + O(x) \quad (\text{A.6a})$$

$$\text{sujeito a } x \in X \quad (\text{A.6b})$$

onde $O(x)$ é a solução de A.5 para qualquer x .

A função $O(x)$ informa as conseqüências da decisão x em termos de custo de operação. Se for disponível, o problema original pode ser resolvido sem representar explicitamente o subproblema de segundo estágio.

A decomposição de Benders é uma técnica para construir a função $O(x)$ com a precisão desejada a partir da solução do subproblema do segundo estágio conforme o esquema da figura A.1

A aproximação $\tilde{O}(x)$ pode ser construída da seguinte forma. Reescreve-se o problema dual de A.5 como

$$\text{Maximizar } \pi(h - Ex) \quad (\text{A.7a})$$

$$\text{sujeito a } \pi F = d \quad (\text{A.7b})$$

onde π é um vetor de multiplicadores de Lagrange associados à restrição A.5b. Sem perda de generalidade, pode-se supor que A.7 sempre tem solução. Note que a região viável de A.7b independe da variável de decisão do primeiro estágio x .

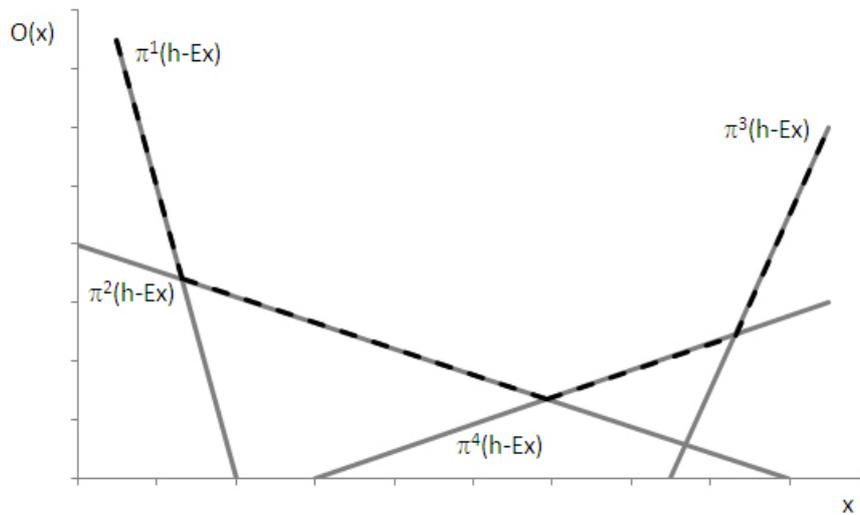


Figura A.2: Função $O(x)$ para x escalar

Esta região é um poliedro convexo, podendo ser caracterizada pelos seus vértices, ou seja, pelo conjunto $\Pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^p\}$. O problema A.7 poderia então ser resolvido por enumeração

$$\text{Minimizar } \alpha \quad (\text{A.8a})$$

$$\text{sujeito a } \alpha \geq \pi^i(h - Ex) \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{A.8b})$$

onde α é uma variável escalar. Sendo α maior que cada valor de $\pi^i(h - Ex)$, será então maior que o seu máximo. Como a função objetivo é a minimização, a restrição será atendida na igualdade. Pelo teorema da dualidade, as soluções de A.5 e A.7 são iguais na solução ótima e pode-se concluir que as restrições A.8b definem a função $O(x)$, que será uma função convexa definida por restrições lineares. No caso de que x é um escalar, $O(x)$ teria a forma apresentada na figura A.2.

Pode-se agora reescrever o problema A.1 como

$$\text{Minimizar } cx + \alpha \quad (\text{A.9a})$$

$$\text{sujeito a } x \in X \quad (\text{A.9b})$$

$$\alpha \geq \pi^i(h - Ex) \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{A.9c})$$

O problema acima é escrito em termos das variáveis x e α , e embora possa ter um número muito grande de restrições, somente poucas estarão ativas na solução ótima. Isto sugere o uso de relaxação, onde as restrições do tipo A.9c são sucessivamente incluídas no problema à medida que novos vértices são obtidos.

O algoritmo de decomposição de Benders é apresentado a seguir.

Passo 0

Inicialize: número de iterações $\mu = 0$, defina conjunto de cortes de Benders $\Lambda = \emptyset$, limite superior $\bar{z} = +\infty$ e tolerância para convergência ϵ

Passo 1

Atualize o número de iterações $\mu \leftarrow \mu + 1$ e resolva o problema relaxado (problema do 1º estágio)

$$\text{Minimizar } cx + \alpha \quad (\text{A.10a})$$

$$\text{sujeito a } x \in X \quad (\text{A.10b})$$

$$\alpha \in \Lambda \quad (\text{A.10c})$$

Passo 2

Seja (x^μ, α^μ) a solução ótima do problema A.10. Dado que este problema é uma relaxação do problema original A.1, o valor ótimo é um limite inferior da solução ótima do problema original. Calcule o limite inferior \underline{z} :

$$\underline{z} = cx^\mu + \alpha^\mu \quad (\text{A.11})$$

Passo 3

Dada a solução x^μ , resolva o problema do 2º estágio.

$$O(x^\mu) = \text{Minimizar } dy \quad (\text{A.12a})$$

$$\text{sujeito a } Fy \geq h - Ex^\mu \quad (\text{A.12b})$$

Passo 4

Seja y^μ a solução ótima de A.12. O par (x^μ, y^μ) é uma solução viável do problema original A.1, embora não necessariamente ótima. Dado que o custo de uma solução viável é, por definição, superior ao custo da solução ótima, o valor

$$\bar{z} = \min(\bar{z}, cx^\mu + dy^\mu) \quad (\text{A.13})$$

é um limite superior da solução ótima do problema original.

Passo 5

Se $|\bar{z} - \underline{z}| < \epsilon$ o problema está solucionado e a solução ótima é o par (x, y) associado ao limite superior \bar{z} .

Caso contrário, atualize a estimativa de $O(x)$, adicionando ao conjunto Λ a seguinte restrição:

$$\alpha \geq \pi^\mu(h - Ex) \quad (\text{A.14})$$

onde π^μ é o vetor de multiplicadores de Lagrange associado a restrição A.12b na solução ótima de A.12. Regresse ao passo 1.

O algoritmo converge em um número finito de iterações já que o limite inferior entre duas iterações sucessivas deve aumentar (o problema A.10 é cada vez mais restrito), e o limite superior não aumenta por construção.

A restrição A.14 é chamada de corte de Benders (de otimalidade).

Uma maneira alternativa de se escrever os cortes de Benders pode ser obtida a partir da igualdade entre as soluções ótimas primal e dual de A.12. Deste modo, tem-se que

$$O(x^\mu) = \pi^\mu(h - Ex^\mu) \quad (\text{A.15})$$

De onde é possível obter uma expressão para $\pi^\mu h$

$$\pi^\mu h = O(x^\mu) + \pi^\mu Ex^\mu \quad (\text{A.16})$$

Substituindo A.16 na expressão do corte de Benders $\alpha \geq \pi^\mu(h - Ex)$, obtém-se

$$\alpha \geq O(x^\mu) - \pi^\mu E(x - x^\mu) \quad (\text{A.17})$$

É possível chegar a esta expressão alternativa do corte de Benders a partir de outra dedução. Considere a função

$$H(x) = h - Ex \quad (\text{A.18})$$

que define o lado direito das restrições do problema operativo A.5. Se π^μ é o vetor de variáveis duais associado a solução ótima deste problema, então sabe-se que

$$\left. \frac{\partial O(x)}{\partial H(x)} \right|_{x=x^\mu} = \pi^\mu \quad (\text{A.19})$$

Utilizando a regra da cadeia, é possível deduzir a derivada de $O(x)$ com respeito a x

$$\left. \frac{\partial O(x)}{\partial x} \right|_{x=x^\mu} = \frac{\partial O(x)}{\partial H(x)} \times \left. \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right|_{x=x^\mu} = \pi^\mu \times (-E) = -\pi^\mu E \quad (\text{A.20})$$

Dado que $O(x)$ é uma função linear por partes, a expressão A.20 corresponde a um subgradiente de $O(x)$ no ponto $x = x^\mu$. Portanto, é possível afirmar que

$$O(x) \geq O(x^\mu) + \left. \frac{\partial O(x)}{\partial x} \right|_{x=x^\mu} (x - x^\mu) \quad (\text{A.21})$$

Denotando $\alpha = O(x)$, obtém-se a expressão A.17.

De A.21, observa-se que o corte de Benders se interpreta como uma aproximação linear da função de custo operativo $O(x)$ ao redor do vetor de decisões produzido pelo problema de investimento A.9.

Suponha agora que uma restrição do tipo

$$ry \leq h \quad (\text{A.22})$$

foi incluída no problema A.1 onde r é um vetor linha e h um escalar e que, dada uma decisão x^* do problema do 1º estágio, a restrição acima torna o problema

Figura A.3: Esquema do Método de Decomposição de Benders com Corte de Viabilidade

do 2º estágio inviável. Neste caso o custo dy não interessa e pode-se definir como função objetivo do problema do 2º estágio a minimização da violação da restrição A.22, resultando o novo subproblema

$$R(x^\mu) = \text{Minimizar } ry \quad (\text{A.23a})$$

$$\text{sujeito a } Fy \geq h - Ex^\mu \quad (\text{A.23b})$$

Pode-se ver que

- se $R(x^\mu) \leq h$ o subproblema do segundo estágio com a restrição A.22 é *viável*
- se $R(x^\mu) > h$ o subproblema do segundo estágio com a restrição A.22 é *inviável*

No último caso, pode-se traduzir a inviabilidade para o problema do primeiro estágio em termos de um corte de viabilidade, qual seja

$$R(x^\mu) + \pi' E(x^* - x) \leq h \quad (\text{A.24})$$

onde π' é o vetor de multiplicadores ótimos associados à restrição A.23b. Note que neste caso h é uma constante e não uma variável.

O esquema de decomposição de Benders para o caso de inviabilidades é apresentado na figura A.3.

Note-se que neste caso a primeira solução viável encontrada será ótima, já que o objetivo é minimizar cx garantindo que o problema do segundo estágio é viável. É possível combinar os dois esquemas apresentados, gerando-se um corte de otimalidade A.21 no caso do subproblema do segundo estágio ser viável ou um corte de viabilidade A.24 caso contrário.

Apêndice B

Dados do Sistema da Bolívia

A listagem dos dados utilizados nas simulações do estudo de caso com o sistema elétrico da Bolívia encontra-se a seguir.

Tabela B.1: Demanda de Energia (GWh)

Mês/Ano	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Jan	311.0	322.4	333.9	390.9	538.6	553.9	569.7
Fev	287.8	298.1	309.0	360.9	494.7	509.0	523.4
Mar	324.3	335.9	348.2	406.2	554.5	570.4	586.9
Abr	308.1	319.2	330.8	386.4	529.7	544.9	560.5
Mai	305.8	317.0	362.3	384.9	532.3	547.3	562.8
Jun	304.6	315.5	359.8	382.3	525.4	540.3	555.7
Jul	314.4	325.7	371.5	394.6	542.5	558.0	573.9
Ago	315.9	327.4	373.3	396.7	544.6	560.1	576.0
Set	318.6	330.1	375.0	398.4	542.4	557.9	574.2
Out	331.4	343.5	389.7	414.2	563.1	579.4	596.1
Nov	317.2	328.7	373.6	397.0	540.8	556.4	572.5
Dez	331.2	343.2	389.5	414.0	562.9	579.1	595.9
Total	3,770.3	3,906.7	4,316.6	4,726.4	6,471.5	6,656.7	6,847.6

Tabela B.2: Demanda de Potência/Ponta (MW)

Mês/Ano	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Jan	669.8	694.4	719.1	820.4	1,108.0	1,139.3	1,173.0
Fev	677.1	701.9	726.7	827.1	1,115.6	1,150.3	1,182.5
Mar	687.7	712.4	739.2	840.4	1,128.2	1,161.7	1,197.6
Abr	687.5	713.0	738.4	838.5	1,127.3	1,162.0	1,196.7
Mai	672.0	696.7	770.6	820.4	1,108.0	1,141.6	1,175.2
Jun	675.9	699.1	775.5	824.7	1,113.4	1,148.1	1,180.6
Jul	683.2	707.9	784.1	833.7	1,123.7	1,157.3	1,190.9
Ago	694.4	721.3	797.5	849.2	1,137.1	1,170.7	1,206.5
Set	696.8	722.2	798.6	850.0	1,141.2	1,173.6	1,210.6
Out	701.2	725.8	802.0	853.7	1,143.8	1,177.4	1,213.3
Nov	703.7	729.2	807.9	859.1	1,148.1	1,182.9	1,219.9
Dez	698.9	723.6	799.7	851.5	1,141.6	1,175.2	1,211.0
Média	687.4	712.3	771.6	839.1	1,128.0	1,161.7	1,196.5

Tabela B.3: Dados de Geração Hidroelétrica Existente

Nome	Fator de Prod. (MW/m ³ /s)	Turb. Maximo (m ³ /s)	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)
SIS	5.78	10.45	78.63	6.84
COR	4.43	10.69	47.36	6.84
KAN	8.35	0.80	6.68	6.84
MIG	2.90	0.76	2.20	6.84
ANGLG	-	2.00	-	6.84
ANG	3.45	0.92	3.18	6.84
CHO	3.05	1.81	5.51	6.84
CRBLG	-	0.40	-	6.84
CRB	2.19	2.41	5.28	6.84

Tabela B.3: Continuação

Nome	Fator de Prod. (MW/m ³ /s)	Turb. Maximo (m ³ /s)	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)
ZON	2.75	3.36	9.25	6.84
TIQLG	-	0.95	-	6.84
TIQ	3.81	2.20	8.38	6.84
BOT	2.48	2.48	6.15	6.84
CUT	4.97	3.79	18.84	6.84
SRO1	0.00	3.78	-	6.84
SRO2	0.00	1.19	-	6.84
SAI	1.77	5.06	8.95	6.84
CHU	2.34	9.44	22.07	6.84
HAR	2.16	10.61	22.96	6.84
CAH	1.77	13.41	23.77	6.84
HUA	1.84	14.32	26.40	6.84
CHJ2	4.40	7.42	32.65	6.84
YAN	3.90	11.45	44.68	6.84
CHJ1	1.00	0.75	0.75	6.84
KIL	1.79	5.58	9.99	6.84
LAN	0.91	5.00	4.54	6.84
PUN	0.56	3.72	2.09	6.84
SJO	5.60	15.00	84.00	6.84
LPZMI	7.27	22.00	160.00	6.84
MIS	5.00	16.00	80.00	6.84
CHJO	3.18	0.44	1.40	6.84

Tabela B.4: Dados de Geração Térmica Existente

Nome	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)	Custo Ope. (\$/MWh)
GCH1	17.10	1.18	15.31
GCH2	14.98	2.96	16.76
GCH4	15.28	2.71	17.02
GCH6	15.97	7.80	16.82
GCH7	16.47	0.71	15.14
GCH8	17.19	3.99	14.94
GCH9	45.91	24.40	12.85
GCH10	46.12	8.10	12.85
BUL1	35.25	13.69	10.80
BUL2	35.25	9.65	10.80
CAR1	42.88	25.44	12.11
CAR2	42.88	7.62	12.11
VHE1	14.14	20.64	15.87
VHE2	14.22	4.97	15.87
VHE3	14.22	82.82	15.87
VHE4	14.22	1.65	15.87
KEN1	7.08	25.91	16.54
KEN2	7.08	14.99	16.54
KAR	10.74	25.91	13.66
ARJ8	14.42	1.06	13.93
ARJ1	2.24	5.24	34.41
ARJ2	2.24	1.05	34.41
ARJ3	2.24	11.96	34.41
ARJ5	2.24	4.51	35.75
ARJ6	2.24	16.30	35.75

Tabela B.5: Dados de Geração Térmica Candidata

Nome	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)	Custo Ope. (\$/MWh)	Custo Inv. (M\$)
ARJ 1Fut8	44.10	1.05	12.18	25.20
ARJ Fut8	44.10	1.05	12.18	25.20
BUL Fut1	44.10	9.65	12.52	25.20
CAR Fut1	44.10	7.62	12.68	25.20
GCH 1Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
GCH 2Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
GCH 3Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
GCH Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
KAR Fut1	44.10	8.10	12.18	25.20
KEN Fut1	35.30	14.99	13.20	25.20
TAR 1Fut1	44.10	0.71	14.09	25.20
TAR Fut1	44.10	0.71	14.09	25.20
VHE 1Fut1	44.10	1.65	12.85	25.20
VHE 2Fut1	44.10	1.65	12.85	25.20
VHE 3Fut1	44.10	1.65	12.85	25.20
VHE 4Fut1	44.10	1.65	12.85	25.20
VHE 5Fut1	44.10	1.65	12.85	25.20
VHE 6Fut2	44.10	1.65	12.85	25.20
ARJ Fut CC	65.80	1.05	8.47	56.20
BUL Fut CC	65.80	9.65	8.70	56.20
CAR Fut CC	65.80	7.62	8.80	56.20
GCH Fut CC	65.80	0.71	8.95	56.20
KAR Fut CC	65.80	8.10	8.47	56.20
KEN Fut CC	52.60	14.99	9.15	56.20
VHE 1Fut CC	65.80	1.65	8.92	56.20

Tabela B.5: Continuação

Nome	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)	Custo Ope. (\$/MWh)	Custo Inv. (M\$)
GCH 4Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
GCH 5Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
GCH 6Fut1	44.10	0.71	12.90	25.20
GCH CC 1Fut	65.80	0.71	6.74	56.20
GCH CC 2Fut	65.80	0.71	6.74	56.20