



**Paula Andrea Valenzuela da Silva**

**Construção de um Mecanismo de  
Realocação de Energia para Renováveis  
com repartição de suas cotas baseada no  
Método do Benefício Marginal Considerando  
a Volatilidade da Produção de seus  
Participantes.**

### **Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Delberis Araujo Lima

Co-Orientador: Luiz Augusto Nóbrega Barroso

Rio de Janeiro  
Março de 2014



**Paula Andrea Valenzuela da Silva**

**Construção de um Mecanismo de Realocação de Energia para Renováveis com Repartição de suas Cotas Baseada no Método do Benefício Marginal Considerando a Volatilidade da produção de seus Participantes**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Delberis Araujo Lima**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. Luiz Augusto Nóbrega Barroso**

Co-Orientador

PSR Consultoria

**Prof. Alexandre Street de Aguiar**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Sr. Pedro Américo Moretz-Sohn David**

Empresa de Pesquisa Energética

**Sr. Sérgio Granville**

PSR Soluções e Consultoria em Energia Ltda

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico

Rio de Janeiro, 24 de março de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da autora, do orientador e da universidade.

### **Paula Andrea Valenzuela da Silva**

Graduou-se em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Potência na Universidade Federal Fluminense em 2009. Nesse ano ingressou na PSR onde atua em estudos regulatórios, tarifários e de precificação de energia nos ambientes regulado e livre, além de avaliações econômico-financeiras de empresas de geração, distribuição e transmissão. Anteriormente foi estagiária em uma indústria petroquímica, atuando no suporte às áreas administrativa e de operação da central de utilidades.

#### Ficha Catalográfica

Silva, Paula Andrea Valenzuela da

Construção de um mecanismo de realocação de energia para renováveis com repartição de suas cotas baseada no método do benefício marginal considerando a volatilidade da produção de seus participantes / Paula Andrea Valenzuela da Silva ; orientador: Delberis Araujo Lima, co-orientador: Luiz Augusto Nóbrega Barroso. – 2014.

124 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Jogos cooperativos. 3. Medidas de risco. 4. Mecanismo de realocação de energia. 5. Garantia física. 6. Fontes de energia renováveis. I. Lima, Delberis Araujo. II. Barroso, Luiz Augusto Nóbrega. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

À minha família e aos meus amigos, por  
todo o apoio e compreensão.

## Agradecimentos

A toda a minha família, mas em especial a minha mãe, que jamais deixou de me acompanhar, sempre me dando apoio e orientação quando eu mais precisei e vibrando com as minhas conquistas.

A PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos meus amigos que me acompanham no dia a dia da PSR e que contribuem para o meu crescimento pessoal e profissional.

Ao Mario Veiga Ferraz Pereira, pelas contribuições sempre fundamentais ao desenvolvimento, não apenas deste trabalho, mas de todo aquele conduzido dentro da PSR.

Ao co-orientador Luiz Augusto Barroso, pela amizade e por todo o suporte oferecido no dia a dia da PSR e em todas as etapas da confecção deste trabalho, sempre mantendo o bom humor e as altas doses de paciência.

Ao Sérgio Granville, por estar sempre disposto a tirar minhas dúvidas e a entrar em discussões fundamentais ao desenvolvimento desta dissertação.

A Priscila Lino, pela amizade, pelos anos de conhecimentos compartilhados e pela compreensão nos momentos de sufoco do mestrado que acabaram respingando na rotina de trabalho.

A Martha Carvalho, pela amizade de longa data que se estendeu ao ambiente de trabalho e pelo apoio em todos os momentos.

A todos os amigos que, ainda que não compartilhem comigo o ambiente profissional ou acadêmico, acabaram nesses longos anos de amizade vivenciando meus surtos e celebrando minhas conquistas nessas áreas. Agradeço especialmente a Camila Santana, Giselle Mansur e Marina Carvalho.

Ao professor e orientador Delberis, por toda a paciência, dedicação, contribuições e apoio ao longo de todo o mestrado e, em especial, durante o desenvolvimento dessa dissertação.

A Deus, por me acompanhar em todos os momentos, me dando forças para seguir em frente mesmo quando o caminho parece difícil.

## Resumo

Da Silva, Paula Andrea Valenzuela; Lima, Delberis Araujo. **Construção de um Mecanismo de Realocação de Energia para Renováveis com repartição de suas cotas baseada no Método do Benefício Marginal Considerando a Volatilidade da Produção de seus Participantes**. Rio de Janeiro, 2014. 124p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O conceito de que a construção de um portfólio formado por ativos diversificados e descorrelacionados permite reduzir sua variância – e com isso seus riscos – é a base da teoria de portfólios clássica e norteia a criação do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) no Brasil. O MRE foi criado visando mitigar o risco de quantidade ao qual as hidrelétricas estão frequentemente expostas, ao permitir que estas usem para contabilização na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) os créditos de energia obtidos dentro do mecanismo ao invés de geração física. Esses créditos de energia atualmente são calculados como o produto entre a cota de cada usina do MRE e a geração total dentro do mecanismo. Por sua vez, essa cota é calculada como a razão entre a Garantia Física (GF) da usina e o somatório das GF de todas as usinas participantes. No entanto, a metodologia vigente para o cálculo da GF não leva em consideração que diferentes usinas contribuem para o sistema de maneiras distintas dados os diferentes aportes em termos de valor esperado e de volatilidade da produção da usina e seus impactos na produção total do sistema. Este fato aponta para um potencial subsídio cruzado entre usinas no MRE. O objetivo deste trabalho é propor uma metodologia, que pode ser aplicada na repartição do benefício decorrente da formação de um *pool* de qualquer conjunto de geradores, mas que neste trabalho será focada no MRE, para definir a cota de cada participante do mecanismo baseada no método de benefícios marginais considerando, não apenas o efeito que a produção média das usinas tem sobre o portfólio, mas também a volatilidade dessa produção. Neste critério, usinas que possuem correlação negativa com a produção total do sistema agregarão um benefício maior ao MRE, já que contribuirão para a redução da volatilidade dos

créditos deste mecanismo. Para avaliar se o objetivo foi alcançado, a metodologia proposta será comparada à metodologia de rateio vigente no Brasil e aplicada a um conjunto de agentes do Sistema Elétrico Brasileiro, envolvidos em um MRE formado por hidros, eólicas e biomassas.

## **Palavras-chave**

Mecanismo de Realocação de Energia; Garantia Física; Jogos Cooperativos; Medidas de Risco; Fontes de Energia Renováveis.

## Abstract

Da Silva, Paula Andrea Valenzuela; Lima, Delberis Araujo (Advisor). **Construction of a Energy Reallocation Mechanism for Renewable Sources With the Allocation of Its Shares Based on the Marginal Benefit Method Considering the Volatility of Production of Its Participants.** Rio de Janeiro, 2014. 124p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The Energy Reallocation Mechanism (ERM) was created to mitigate the “production risk” to which the hydroelectric power plants are often exposed. The ERM allows the hydro plants to use, for the purpose of the CCEE market clearing, the energy credits obtained within the ERM instead of their physical generation. These energy credits are currently calculated as the product of the share that each plant has in ERM and the total amount of energy produced by the plants that are part of the mechanism. In turn, this share is calculated as the ratio between the Physical Guarantee (PG) of the plant and the total PG of all the ERM participants. However, the current methodology for calculating PG does not take into account that each power plant has different contributions to the total generation of the system in terms of expected value and volatility of its generation. This indicates a potential cross-subsidy among power plants in ERM. In this sense, this work proposes a methodology, that can be applied in the allocation of the benefits resulting from the formation of a pool of any set of generators, but that in this work will be focused on ERM to set the shares of the mechanism based on the method of Marginal Benefits capturing at the same time the effect that the expected value and the volatility of production of each participant has on the portfolio. In this criterion, power plants with a negative correlation with the total production of the system will add greater benefits to ERM, as they would help to reduce the volatility of generation (energy credits) within the mechanism. In order to evaluate if the objective was achieved the proposed methodology will be not only compared to the current methodology in Brazil, but also applied to a set of

Brazilian generators engaged in an ERM formed by hydro, biomass and wind power plants.

## **Keywords**

Energy Reallocation Mechanism; Physical Guarantee; Cooperative Games; Risk Measures; Renewable Energy Sources.

## Sumário

1	Introdução	17
1.1	Motivação e Objetivos	19
1.2	Revisão Bibliográfica	21
1.3	Estrutura da Dissertação	22
2	O Setor Elétrico Brasileiro e o Mecanismo de Realocação de Energia	24
2.1	Visão geral do Setor Elétrico Brasileiro	24
2.2	A forte presença hidrelétrica na matriz de geração e a necessidade de um critério de suprimento “firme”	26
2.2.1	Energia Firme de sistemas hidrelétricos	28
2.3	O Mecanismo de Realocação de Energia	37
2.3.1	Exemplo de aplicação do MRE	39
2.3.2	Implicações do uso da GF como critério de rateio do MRE	42
3	Mecanismos de Realocação de Energia: uma abordagem sob o ponto de vista de Medidas de Risco e Teoria dos Jogos Cooperativos	44
3.1	Ferramentas necessárias à nova abordagem proposta para rateio dos créditos de energia do MRE	45
3.2	Medidas de Risco	47
3.2.1	Risco e Incerteza	47
3.2.2	Métricas para mensuração de risco	48
3.3	Teoria de Jogos Cooperativos	53
3.3.1	Conceitos Básicos	54
3.3.2	Métodos de alocação dos benefícios de jogos cooperativos	61
4	Nova proposta metodológica para o cálculo e repartição dos benefícios de um pool de geradores entre seus participantes	70
4.1	Uso da renda como base para a valoração do benefício	70

4.2	Métrica para cálculo do benefício do pool de geradores	72
4.3	Abordagem da função característica do jogo como um PPL	74
4.4	Cálculo do núcleo do jogo através da alocação a Benefícios Marginais	76
5	Resultados da aplicação da metodologia proposta	79
5.1	Geração dos cenários de renda dos geradores	79
5.2	Sistema de pequeno porte	81
5.3	Sistema de grande porte	89
6	Conclusões e trabalhos futuros	95
7	Referências	98
8	Anexo A – Metodologia de cálculo da Garantia Física	103
8.1	Determinação da oferta total de Garantia Física do SIN	103
8.2	Rateio da oferta total de Garantia Física (ou Carga Crítica)	104
9	Anexo B – Outros métodos de alocação dos benefícios de Jogos Cooperativos	109
9.1	Método de alocação pela Geração Média no Período Crítico (GMPC)	109
9.1.1	Características	110
9.2	Método de alocação por Última Adição	110
9.2.1	Características	111
9.3	Método de alocação pelo Nucleolus	111
9.3.1	Características	111
10	Anexo C – Superaditividade da métrica proposta	114
11	Anexo D – Relação entre a alocação de Aumann-Shapley e a alocação a Benefícios Marginais	116
12	Anexo E – Resultados por usina para o MRE formado por hidros, biomassas e eólicas	118

## Lista de Figuras

Figura 2-1– Sistema Interligado Nacional – horizonte 2014.	25
Figura 2-2 – Variabilidade mensal e anual das vazões da hidrelétrica de Furnas.	27
Figura 2-3 – Período Crítico para uma usina hidrelétrica hipotética.	29
Figura 2-4 – Representação esquemática das usinas hidrelétricas do Sistema Interligado Nacional.	30
Figura 2-5 – Exemplo 1: UHE 1 e suas afluições em um dado período.	30
Figura 2-6 – Exemplo 1: cascata formada pelas UHE 1 e 2 e afluição percebida pela UHE 1.	31
Figura 2-7 – Exemplo 2: cascata formada pelas UHE 1 e 2 e pelo reservatório puro, e afluição percebida pelas UHE 1 e 2.	32
Figura 2-8 – Integração eletroenergética no Sistema Interligado Nacional.	33
Figura 3-1 – Média mensal do PLD nos quatro submercados, de 2007 a 2012.	44
Figura 3-2 – Esquematização da metodologia a ser proposta e sua aplicação ao MRE.	46
Figura 3-3 – <i>Value at Risk</i> de uma dada distribuição de renda.	49
Figura 3-4 – <i>Value at Risk</i> e <i>Conditional Value at Risk</i> de uma dada distribuição de renda.	52
Figura 3-5 – Comparação entre o CVaR de duas distribuições de probabilidade.	52
Figura 3-6 – Interpretação gráfica do Benefício Marginal.	62
Figura 5-1 – Etapas para geração dos cenários de renda.	80
Figura 5-2 – Impacto nas alocações resultantes para os agentes com a mudança do parâmetro $\lambda$ .	83
Figura 5-3 – Perfis de geração dos 3 jogadores, para um determinado ano simulado.	84

Figura 5-4 – Perfil dos preços de curto prazo do Nordeste para um dado ano da simulação.	84
Figura 5-5 – Probabilidade acumulada das receitas dos jogadores e da grande coalizão no período simulado.	85
Figura 5-6 – Projeção do núcleo e do conjunto de alocações em plano bidimensional.	86
Figura 5-7 – Rotação da projeção do núcleo e do conjunto de alocações em plano bidimensional.	87

## Lista de Tabelas

Tabela 2-1: Potência dos geradores do sistema exemplo.	39
Tabela 2-2: Demanda das cargas a serem atendidas.	39
Tabela 2-3: Despacho ótimo.	39
Tabela 2-4: Balanço de receitas dos geradores no mercado de curto prazo – sem MRE.	40
Tabela 2-5: Balanço de pagamentos das cargas no mercado de curto prazo.	40
Tabela 2-6: Garantias Físicas e cotas dos geradores hidrelétricos.	41
Tabela 2-7: Créditos de geração das usinas hidrelétricas.	41
Tabela 2-8: Balanço de receitas dos geradores hidrelétricos no mercado de curto prazo – com MRE.	41
Tabela 5-1: Parâmetros das usinas do sistema de pequeno porte, com três agentes.	82
Tabela 5-2: Alocações obtidas para os três agentes pelos diferentes métodos.	86
Tabela 5-3: Comparação entre as alocações e os tempos computacionais fornecidos pelo método BM e de Shapley.	88
Tabela 5-4: Ganhos obtidos pelas usinas no MRE vs operando isoladamente.	90
Tabela 5-5: Variação nas cotas da usinas de acordo com o peso $\lambda$ .	92
Tabela 5-6: Ganhos obtidos pelas usinas no MRE vs operando isoladamente (com séries de eólica negativamente correlacionadas com preços de curto prazo).	93
Tabela 5-7: Simulação com séries de eólica com correlação negativa com o preço de curto prazo.	93
Tabela 12-1: Resultados das cotas por usina.	118
Tabela 12-2: Novos resultados das cotas por usina, após “deslocamento” dos resultados.	121

## Nomenclatura

### Lista de siglas e abreviaturas

<i>ANEEL</i>	Agência Nacional de Energia Elétrica
<i>AS</i>	Aumann-Shapley
<i>a.c.</i>	<i>alternating current</i>
<i>BI</i>	Benefício Indireto
<i>BIO</i>	Biomassa
<i>BM</i>	Benefício Marginal
<i>CCEE</i>	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
<i>CGH</i>	Central Geradora Hidrelétrica
<i>CME</i>	Custo Marginal de Expansão
<i>CMO</i>	Custo Marginal de Operação
<i>CNPE</i>	Conselho Nacional de Política Energética
<i>CVaR</i>	<i>Conditional Value at Risk</i>
<i>CVU</i>	Custo Variável Unitário
<i>d.c.</i>	<i>direct current</i>
<i>DF</i>	Demanda Firme
<i>EAT</i>	Extra Alta Tensão
<i>EF</i>	Energia Firme
<i>EOL</i>	Eólica
<i>GCPS</i>	Grupo Coordenador de Planejamento dos Sistemas Elétricos
<i>GCOI</i>	Grupo Coordenador da Operação Integrada
<i>GF</i>	Garantia Física

<i>km</i>	Quilômetro
<i>kV</i>	Quilovolt
<i>MRE</i>	Mecanismo de Realocação de Energia
<i>MSUI</i>	Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas
<i>MW</i>	Megawatt
<i>MWh</i>	Megawatt hora
<i>NEWAVE</i>	Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes
<i>ONS</i>	Operador Nacional do Sistema
<i>PCH</i>	Pequena Central Hidrelétrica
<i>PDE</i>	Plano Decenal da Expansão
<i>PLD</i>	Preço de Liquidação das Diferenças
<i>PPL</i>	Problema de Programação Linear
<i>RE-SEB</i>	Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro
<i>SDDP</i>	<i>Stochastic Dual Dynamic Programming</i>
<i>SEB</i>	Setor Elétrico Brasileiro
<i>SIN</i>	Sistema Interligado Nacional
<i>UHE</i>	Usina Hidrelétrica
<i>VaR</i>	<i>Value at Risk</i>

# 1 Introdução

O despacho hidrotérmico no Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) é realizado de maneira centralizada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), com o objetivo de minimizar a combinação convexa entre o valor esperado e o CVaR do custo de operação ao longo dos próximos cinco anos, levando em consideração a variabilidade das afluições durante o período [1]. Isto significa que o operador do sistema despacha todos os geradores como se eles pertencessem a uma única empresa (Brasil), não levando em consideração suas obrigações contratuais. Como no Brasil o nível de contratação de energia é elevado e as hidroelétricas não têm controle da sua própria produção, elas podem ter frequentes exposições financeiras ao mercado de curto prazo por decisões operativas: por exemplo, se o operador decidir reduzir a produção física de energia de uma usina hidroelétrica visando recuperar seu reservatório, como parte de uma estratégia de otimização global do sistema, a mesma produzirá menos que suas obrigações contratuais e terá uma exposição ao Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) [2]. Este risco, conhecido como risco de quantidade, é bastante estudado no setor e é motivo de forte preocupação das hidroelétricas [3]. De forma a reduzi-lo, foi criado o chamado Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) entre essas usinas.

O conceito de que a construção de um portfólio formado por ativos diversificados e descorrelacionados permite reduzir sua variância – e com isso seus riscos – é a base da teoria de portfólios clássica [4] e norteia a criação do Mecanismo de Realocação de Energia no Brasil. O MRE é um mecanismo compulsório, atualmente restrito entre as hidroelétricas, onde, de forma simplificada, cada usina recebe uma cota correspondente a uma fração da geração total de todas as hidrelétricas pertencentes a este conjunto. Na contabilização da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), o que importa para uma hidrelétrica pertencente ao MRE é a sua cota de energia (conhecida como “energia alocada pelo MRE” ou “crédito de energia”) e não a sua geração física. Como

essa cota é mais estável que sua produção física, os riscos comerciais são potencialmente reduzidos.

Em um mecanismo nos moldes do MRE, o cálculo da cota de cada participante é fundamental, pois caso a cota de cada usina seja proporcional ao valor esperado da sua remuneração no mercado de curto prazo, o MRE funciona como um *hedge* financeiro, onde o valor esperado do montante distribuído a cada participante é igual ao que estes receberiam isoladamente, somente a sua variabilidade é que é reduzida. De maneira simplificada, a cota de cada usina no MRE é calculada como a razão entre a Garantia Física (GF) da usina e o somatório das GF de todas as usinas (dessa forma, a soma dos fatores de participação é sempre igual a 1)<sup>1</sup>. A cada etapa, a hidroelétrica recebe um crédito de energia (MWh) que é dado pela sua cota na produção total do sistema nesta hora. Em outras palavras, se a produção total do sistema em uma hora for igual a 110% do somatório das Garantias Físicas, o crédito de energia de cada usina é igual 110% de sua Garantia Física, independentemente de sua efetiva produção física naquela hora.

A metodologia de cálculo da GF de usinas hidrelétricas e termelétricas no Brasil teve, desde o seu início, duas grandes etapas: a primeira envolve o cálculo da GF do sistema segundo um critério pré-estabelecido de segurança de suprimento; enquanto que a segunda trata da repartição do total encontrado na primeira etapa entre as usinas que compõem o sistema. As duas etapas asseguram que a soma dos respaldos físicos atribuídos às usinas seja sempre igual à energia total que o sistema pode suprir segundo o critério vigente de garantia de suprimento.

Na segunda etapa, uma vez calculada a GF do sistema, essa é repartida entre as usinas hidrelétricas e termelétricas em proporção ao valor esperado da renda que seria obtida em um mercado de curto prazo (renda *spot*) com a geração das

---

<sup>1</sup> Essa é uma maneira simplificada de descrever o rateio da energia entre usinas do MRE, pois não se está descrevendo a real alocação da chamada “Energia Secundária” às usinas do MRE. Por Energia Secundária, entende-se todo o excedente de energia, referente à geração acima da GF do conjunto de usinas do MRE. Nessa situação, a primeira etapa consiste na cessão de energia, dentro do mesmo submercado, por parte das usinas com superávit de geração em relação à Garantia Física para as usinas com déficit de geração, se possível até o preenchimento dos níveis de Garantia Física. A segunda etapa consiste na cessão de energia, entre submercados superavitários para os deficitários, também até o preenchimento dos níveis de GF das usinas deficitárias. Por fim, se ainda houver energia excedente, ela é repartida entre todas as usinas. Todas as repartições são feitas em proporção às GF.

usinas, sendo essa renda em cada mês e em cada série hidrológica obtida com base no Custo Marginal de Operação<sup>2</sup> (CMO) relevante.

## 1.1

### Motivação e Objetivos

De forma conceitual, o MRE é um mecanismo que deveria alocar aos seus participantes uma fração de um benefício – dado pela produção física (ou renda *spot*) total de seus participantes – reconhecendo a real contribuição de cada participante na construção desse benefício. Sob esse ponto de vista, não há, inclusive, impeditivos conceituais para a entrada de novos agentes no MRE, sejam eles hidrelétricos ou mesmo de outras tecnologias, como eólicas e biomassas, formando assim um mecanismo geral de realocação de riscos. Mas é essencial que a entrada de um novo participante ainda continue produzindo um benefício a ser repartido e que as cotas de todos os participantes do mecanismo sejam sempre calculadas de maneira a refletir corretamente sua contribuição para a produção do benefício e, por fim, que a repartição encontrada não incentive nenhum gerador a abandonar o mecanismo.

No entanto, como a GF – e portanto a cota do MRE – é calculada de forma proporcional ao valor esperado da renda *spot* coletada por cada gerador em um hipotético mercado de curto prazo, acaba-se por ignorar o fato que diferentes usinas contribuem de maneira diferente para o valor esperado e também para a volatilidade da produção total do sistema. Neste caso, usinas com produção mais estável – como as usinas com reservatório – que intuitivamente aportam menos risco ao portfólio de geração do que usinas com produções mais variáveis (para uma mesma produção média) – passam a “ceder” mais energia para compensar a falta de produção das usinas a fio d’água nas estações secas. Este fato resulta em um potencial subsidio cruzado entre usinas. Com a entrada de usinas com produção significativamente mais variável nos próximos anos, tal como as grandes usinas a fio d’água localizadas na Região Norte, este problema se tornará mais relevante [5]. Portanto, no MRE atual há uma potencial ineficiência alocativa dos benefícios do mecanismo quando da adição de novos participantes que apresentam muita variabilidade no aporte de recursos ao portfólio.

---

<sup>2</sup> Custo Marginal de Operação é o incremento no custo operativo necessário para o atendimento a uma unidade de demanda adicional, utilizando os recursos existentes no sistema.

O objetivo deste trabalho é propor uma metodologia para definir a cota de cada agente participante do MRE de forma a capturar a complementaridade da produção do agente em relação aos demais agentes considerando o efeito que a média e a volatilidade da produção da usina têm sobre o portfólio. Dada a natureza da questão e sabendo do efeito sinérgico entre as fontes, a teoria de jogos cooperativos parece adequada para tratar o problema abordado, onde há um grupo de jogadores que pode obter um determinado benefício ao formar coalizões. É importante salientar que, ainda que o foco deste trabalho esteja na apresentação de um novo método de repartição dos benefícios do MRE, a metodologia a ser proposta não tem sua aplicação restrita ao mecanismo vigente no atual marco regulatório brasileiro. Ao contrário, esta tem caráter genérico, podendo ser aplicada na formação de qualquer *pool* de geradores de qualquer fonte.

A abordagem sugerida é conceitualmente similar à adotada em [6] e [7] para a comercialização conjunta de renováveis: um enfoque média/risco, onde, para este estudo, a correlação entre a produção física, ou mais precisamente, entre a renda dos participantes do MRE é levada em consideração no critério de rateio. Neste critério usinas que possuem correlação negativa com a produção total do sistema possuem um fator de participação maior, pois contribuem para a redução da volatilidade dos créditos do MRE. A metodologia proposta é similar ao conceito de seleção de portfólio de ativos, que beneficia ativos com relação negativa com o portfólio.

Em outras palavras, a proposta deste trabalho será aplicada para redefinir a alocação dos créditos do MRE de maneira que a participação de cada usina não seja proporcional apenas a renda média da mesma, mas sim proporcional a uma combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional ( $CVaR_{\alpha\%}$ ) a um nível de confiança  $\alpha\%$  da renda dos geradores, onde a renda é composta pela soma da renda líquida no mercado de curto prazo e da renda de um contrato. Dessa maneira, dado que a medida de risco  $CVaR_{\alpha\%}$  diminui com a variabilidade da renda, estaríamos “punindo” com uma participação menor do que a baseada na renda média as usinas que aumentam a variabilidade do portfólio e vice-versa, “premiando” as usinas que contribuem para reduzir a variabilidade com uma participação maior do que aquela calculada baseada na renda média.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

O uso da Garantia Física, cuja metodologia de cálculo é estabelecida em [18], como parâmetro para repartição dos créditos do MRE leva a um rateio dos benefícios do mecanismo que não diferencia os agentes de acordo com a volatilidade que eles trazem para a geração do portfólio, o que acaba por gerar subsídios cruzados que impactam negativamente as usinas com perfil de geração mais estável (usinas com reservatório). Nos próximos anos essa situação deve se agravar com a entrada no MRE de grandes usinas a fio d'água como Jirau, Santo Antônio, Belo Monte e Teles Pires. Essa preocupação encontra fundamentos em simulações realizadas por [5], onde observou-se que o aumento da participação de usinas hidrelétricas a fio d'água de uma simulação para a outra levava a uma redução da razão “créditos de energia do MRE sobre Garantia Física”, o que indica que geradores hidrelétricos com elevado nível de contratação teriam maior probabilidade de ficarem expostos ao mercado de curto prazo.

A proposta desta dissertação para contornar esse problema parte da correta quantificação dos benefícios trazidos pelos geradores à “coalizão MRE” através do uso conjunto do critério já adotado no cálculo da Garantia Física com ferramentas que permitam capturar essa volatilidade. Nesse sentido, emprega-se o uso de uma medida de risco onde, dentre as várias existentes, optou-se pelo uso do CVaR uma vez que este tem sido largamente empregado em análises de risco e de composição de portfólio pois atende os critérios de coerência [25], possui uma interpretação relativamente intuitiva, e sua convexidade facilita sua implementação em problemas de otimização [27] e [28].

O segundo passo proposto, que abrange a efetiva repartição dos benefícios entre os agentes, faz o uso da Teoria dos Jogos Cooperativos. Trabalhos que também utilizam das soluções estudadas nessa Teoria são abundantes, em especial no setor elétrico, onde podem ser encontradas diversas situações onde o trabalho em conjunto dos agentes pode reduzir custos ou aumentar benefícios. Como exemplos, podemos mencionar as aplicações na alocação de custos de transmissão em [29- 33], na alocação de perdas da transmissão em [33 e 34], na remuneração de geradores que prestam serviços ancilares [35] e na repartição da Energia Firme de um Sistema Hidrelétrico em [21] e Térmico em [36].

O próprio estudo da alocação dos benefícios decorrentes da formação de um *pool* de geradores também já foi abordado por meio da Teoria de Jogos em [6 e 7] e [45]. Em [6], propõe-se um modelo que busca obter um nível ótimo de contratação para reduzir os riscos da comercialização conjunta de renováveis sob a ótica da aversão ao risco. Além disso, são testados diversos métodos de repartição de benefícios constantes da literatura de Teoria dos Jogos Cooperativos para alocar as cotas do *pool* de renováveis. No entanto, este trabalho explorou um único estudo de caso com apenas três fontes e não se dispôs a resolver a questão da explosão combinatorial na aplicação de determinados métodos de reparto, quando estes são aplicados a sistemas com maior número de agentes. Já em [7] e em [45], o problema da explosão combinatorial enfrentado em [6] devido ao critério de alocação aplicado (o Nucleolus) foi tratado através de uma técnica baseada na decomposição de Benders.

### 1.3 Estrutura da Dissertação

Os próximos capítulos desta dissertação estão organizados da seguinte maneira: o Capítulo 2 apresenta uma breve descrição das características do Setor Elétrico Brasileiro, o surgimento do Mecanismo de Realocação de Energia, seu funcionamento e a problemática da adoção da Garantia Física como critério de rateio dos créditos de energia do mecanismo.

O Capítulo 3 apresenta as ferramentas necessárias à implementação da proposta de aperfeiçoamento tratada neste estudo: medidas de risco (com ênfase especial no CVaR) e Teoria dos Jogos Cooperativos.

O Capítulo 4 detalha a metodologia proposta, iniciando com a construção da função característica para quantificação dos benefícios da coalizão através da combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional da renda dos geradores. São apresentadas as propriedades dessa métrica que facilitam sua repartição através da Teoria de Jogos Cooperativos e, mais especificamente, a repartição fornecida pelo método a Benefícios Marginais. Esse método, aliado ao fato da função característica poder ser modelada por um problema de programação linear, resulta em uma solução que pode ser obtida por meio de uma expressão analítica de fácil implementação.

O Capítulo 5 traz os resultados da aplicação da metodologia proposta em dois sistemas-exemplo de portes distintos: o primeiro é um sistema de pequeno porte, cujo intuito é avaliar, além dos resultados fornecidos, o desempenho computacional do método frente a outro método clássico: o método de Shapley. O segundo sistema é um sistema de grande porte, que consiste em 149 jogadores que compreendem geradores hidrelétricos, eólicos e biomassas do Sistema Elétrico Brasileiro.

O Capítulo 6 traz as conclusões do trabalho e algumas propostas para trabalhos futuros que partam das conclusões desta dissertação. Por fim, no final do documento, podem ser encontrados alguns anexos que trazem informações complementares ao texto principal.

## 2

# O Setor Elétrico Brasileiro e o Mecanismo de Realocação de Energia

Neste capítulo será apresentada uma breve descrição das características do Setor Elétrico Brasileiro e da evolução de seu marco regulatório com o intuito de contextualizar o surgimento do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), como instrumento de mitigação de risco dos geradores hidrelétricos. Em seguida apresenta-se uma descrição do mecanismo, incluindo um exemplo didático para facilitar a compreensão do seu funcionamento. Ao final, será mostrada a relação entre a Garantia Física e o critério de repartição da energia gerada no âmbito do MRE entre seus participantes e as implicações dessa relação.

### 2.1

#### Visão geral do Setor Elétrico Brasileiro

O Brasil tem uma superfície de 8,5 milhões de metros quadrados, o que equivale a área dos Estados Unidos mais a metade do Alasca [8]. Essa grande extensão territorial explica a grande diversidade regional encontrada no país. Na região Sudeste, que concentra a maior parte da população e das atividades industriais do país, o clima é tropical, enquanto que na região Sul, onde também se encontra parte importante das indústrias, o clima é mais temperado. Na região Nordeste as temperaturas são mais típicas do semiárido e há apenas uma grande bacia hidrográfica, a do Rio São Francisco. Essa é a segunda região mais populosa do Brasil, mas ainda apresenta níveis relativamente baixos de industrialização e de indicadores de qualidade de vida. A região Centro-Oeste inclui a capital, Brasília, mas é a menos populosa entre as cinco. Finalmente, a região Norte, que abrange quase metade da área do território nacional, é esparsamente povoada e abriga em grande parte de seu território a Floresta Amazônica [9].

O Sistema Interligado Nacional (SIN) interliga cerca de 99% da carga do país. O 1% restante é suprido por cerca de 251 sistemas isolados, em sua grande

maioria de pequeno porte (foge a essa regra, por exemplo, a capital do estado do Amapá, Macapá, com carga anual da ordem de 1.690 GWh) [10], atendidos por usinas térmicas movidas a óleo diesel e óleo combustível.

A rede de transmissão que interliga praticamente todo o país (vide Figura 2-1) é formada por cerca de 103.230 km de linhas em Extra Alta Tensão (EAT) [11] e [12] – usualmente referenciada como Rede Básica – com tensões que variam de 230 kV até 765 kV a.c., mais dois *links* de 600 kV d.c. que conectam a usina de Itaipu Binacional com a Rede Básica. Além de Itaipu, construída e operada em conjunto com o Paraguai, o país também possui outras interligações internacionais com a Argentina, através das estações conversoras de Garabi 1 e 2 (que possuem uma capacidade total de 2.200 MW), com a Venezuela e o Uruguai [13].

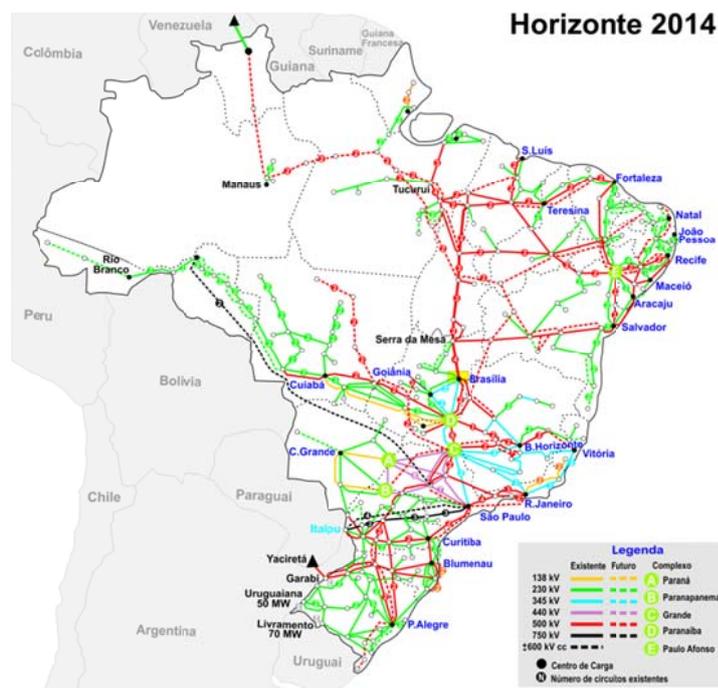


Figura 2-1– Sistema Interligado Nacional – horizonte 2014.

O parque gerador brasileiro tem uma capacidade em operação de 126.383 MW, com outros 19.816 MW em construção para atendimento ao crescimento futuro da carga [14]. Cerca de 68% da capacidade já construída corresponde a usinas de fonte hídrica (Usinas Hidrelétricas – UHE, Pequenas Centrais

Hidrelétricas – PCH e Centrais Geradoras Hidrelétricas – CGH)<sup>3</sup>. Algumas dessas usinas possuem reservatórios capazes de realizar uma regularização inter-anual das vazões. A geração térmica opera em regime complementar com o sistema hidrelétrico e é composta por usinas movidas à carvão mineral, gás natural, óleo combustível, óleo diesel, biomassa e energia nuclear. Recentemente também tem sido observado o aumento expressivo da participação da fonte eólica, com usinas localizadas principalmente nas regiões Sul e Nordeste.

Os consumidores de grande porte (como grandes indústrias) podem optar, seja por razões de ordem econômica ou de confiabilidade de suprimento, por receber a energia que consomem diretamente pela rede de transmissão. Já os consumidores de menor porte (dentre os quais os residenciais) recebem a energia a ser consumida pela rede de distribuição de uma das 63 empresas que operam no país. No geral, as áreas onde cada empresa está autorizada a operar (área de concessão) coincidem com a área de um Estado da Federação, mas também existem casos onde mais de uma empresa atende um mesmo estado, ainda que não haja uma interseção entre suas áreas de concessão (exemplos mais expressivos ocorrem nos estados de São Paulo, Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul).

## 2.2

### **A forte presença hidrelétrica na matriz de geração e a necessidade de um critério de suprimento “firme”**

Em sistemas elétricos semelhantes ao sistema brasileiro, caracterizados por uma alta participação hidrelétrica e por grandes reservatórios, esses são utilizados como uma poupança de energia, onde a estratégia é enchê-los na estação chuvosa e esvaziá-los na estação seca, aumentando assim a geração hidrelétrica total para atendimento da demanda. Em outras palavras, os reservatórios regularizam as aflúências intra-ano de maneira a ajustar a produção de energia ao padrão de consumo.

Se as aflúências dos reservatórios fossem as mesmas todos os anos, seria relativamente fácil dimensionar os reservatórios de usinas hidrelétricas e comandar o despacho da geração de maneira a atender o consumo de energia. No

---

<sup>3</sup> A diferença mais marcante entre Usinas Hidrelétricas, Pequenas Centrais Hidrelétricas e Centrais Geradoras Hidrelétricas está na potência instalada dos empreendimentos: respectivamente, acima de 30 MW, entre 1 MW e 30 MW e até 1 MW.

entanto, como mostra a Figura 2-2, há uma grande variabilidade nas vazões afluentes de ano para ano.

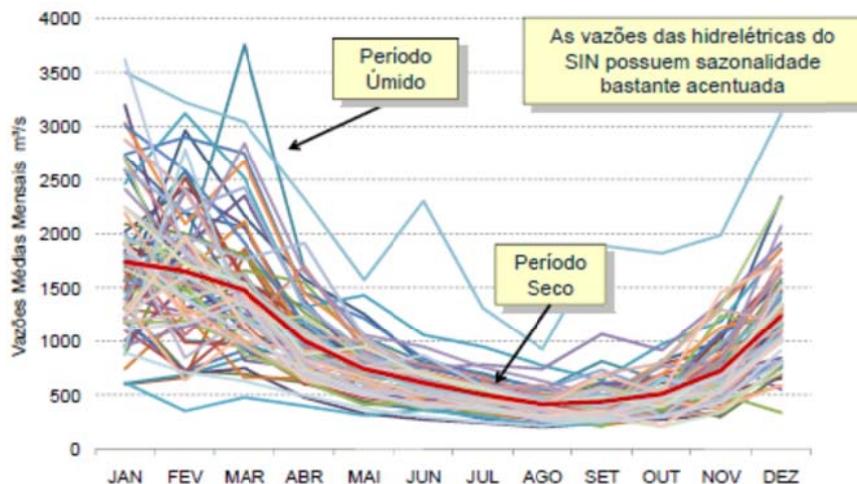


Figura 2-2 – Variabilidade mensal e anual das vazões da hidrelétrica de Furnas.

Em decorrência dessa variabilidade, surgiu a necessidade de se estabelecer algum critério que permitisse não só avaliar se a capacidade dos reservatórios existentes seria suficiente para atender a demanda mesmo na ocorrência de sequências de vazões muito secas, mas também avaliar (sob o ponto de vista do custo/benefício) as diferentes alternativas de capacidade de reservatórios de usinas cuja construção estava em estudo. Um conceito semelhante a esse já existia (sua origem data do final do século XIX), mas era aplicado apenas no âmbito dos estudos de dimensionamento de reservatórios para o abastecimento de água nas cidades [15]. O objetivo era determinar o volume de armazenamento<sup>4</sup> que asseguraria uma determinada vazão “firme”, mesmo na ocorrência da sequência mais seca registrada no período.

Dada a similaridade entre o conceito de vazão “firme” já existente e o critério de suprimento firme de energia necessário aos sistemas elétricos, o primeiro foi absorvido e adaptado às necessidades do setor. Além da nova roupagem, o conceito ganhou um novo nome: Energia Firme (EF).

<sup>4</sup> As metodologias para o cálculo desse volume são baseadas no diagrama de massas (diagrama de Rippl).

### 2.2.1 Energia Firme de sistemas hidrelétricos

A Energia Firme de uma usina corresponde à máxima produção contínua de energia (sem racionamento) que pode ser obtida, quando simula-se sua operação com os dados do registro histórico de vazões afluentes.

Uma das maneiras possíveis de se obter a Energia Firme de uma usina hidrelétrica é utilizar um procedimento iterativo como o descrito pelos passos (a) e (b):

- a) defina uma Demanda Firme (DF) inicial;
- b) simule a operação do sistema para atender a essa Demanda Firme; caso tenha ocorrido algum racionamento (déficit de energia para atender a demanda) durante o processo de simulação, reduza o valor de DF e volte ao passo b); se não ocorreu racionamento, aumente o valor de DF e volte ao passo b).

Esse procedimento continua até que um critério de convergência seja atingido. Esse critério pode ser, por exemplo, uma margem de tolerância sobre o déficit registrado.

Outra maneira de obter a Energia Firme é através de um modelo de otimização linear, que leva em conta as restrições operativas da usina que regem sua capacidade de produção de energia (balanço hídrico e limites de armazenamento e turbinamento). Quando se aplica esse modelo de otimização para cálculo da Energia Firme e a solução ótima é encontrada, sempre haverá um intervalo de tempo em que a usina começa com seu reservatório completamente cheio e termina com ele completamente vazio, sem a ocorrência de reenchimentos intermediários. Esse intervalo de tempo é denominado Período Crítico e é caracterizado pela ocorrência das piores afluições do histórico de vazões, o que justifica o adjetivo “crítico”. O Período Crítico representa o ponto de estrangulamento da capacidade de produção de energia contínua daquela usina e está ilustrado na Figura 2-3 para uma usina hidrelétrica hipotética.



Figura 2-3 – Período Crítico para uma usina hidrelétrica hipotética.

Olhando a figura anterior fica evidente que, fora do Período Crítico, a usina ainda seria capaz de atender a um incremento da Demanda Firme, sem problemas. No entanto, dentro do Período Crítico, qualquer incremento na Demanda Firme, para ser atendido, acabaria provocando um racionamento.

### 2.2.1.1

#### Reflexos da sinergia obtida com a operação integrada das usinas hidrelétricas na Energia Firme do sistema

Além da necessidade da implantação de um critério de suprimento firme de energia, outra característica de sistemas elétricos caracterizados por alta participação hidrelétrica e por grandes reservatórios distribuídos em uma topologia complexa de diversas bacias hidrográficas, é a construção de usinas em sequência no mesmo rio (a Figura 2-4 exemplifica essa situação para o SEB). Deste modo, a água defluente de uma usina é parte extremamente importante da afluência da usina localizada imediatamente a jusante no rio.

A construção de usinas em cascata beneficia a Energia Firme do sistema como um todo, como pode ser exemplificado através de três exemplos simples nos parágrafos seguintes.

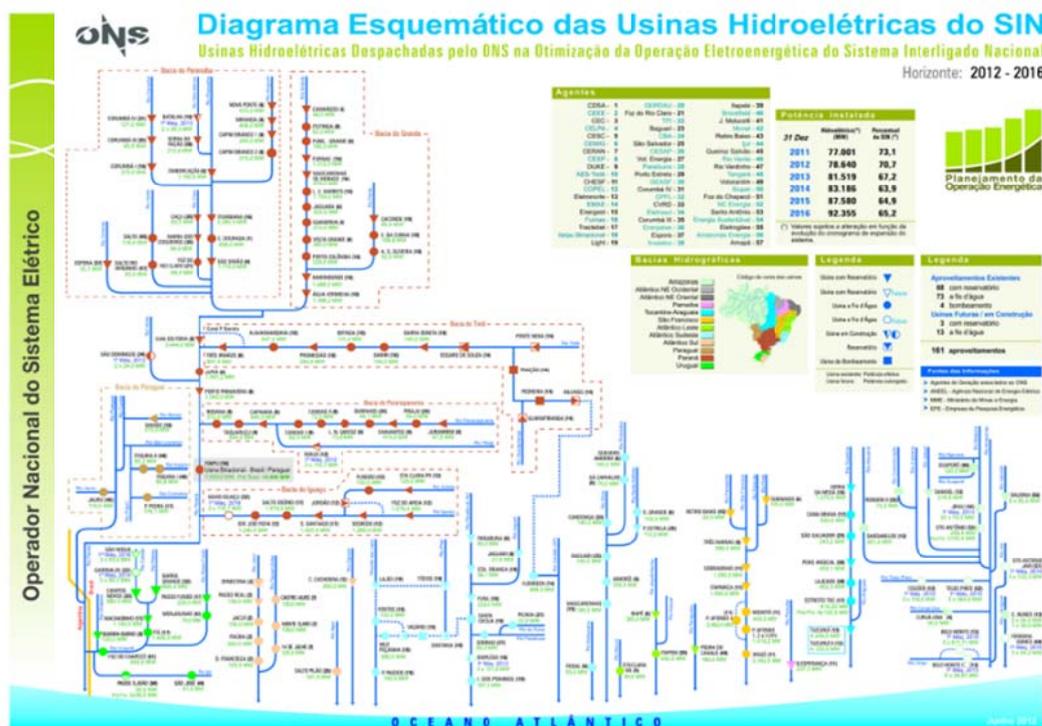


Figura 2-4 – Representação esquemática das usinas hidrelétricas do Sistema Interligado Nacional.

Primeiramente, suponha um rio onde um agente deseja construir uma usina hidrelétrica com reservatório (UHE 1) com 100 MW de potência (Figura 2-5). Como a usina possui reservatório, apesar da variabilidade das afluências ela consegue regularizar as variações de vazão do rio e garantir um suprimento de energia constante, representado pela linha tracejada.

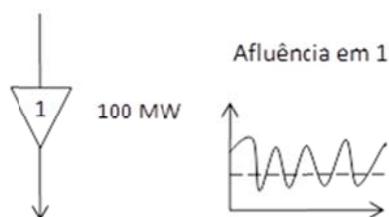


Figura 2-5 – Exemplo 1: UHE 1 e suas afluências em um dado período.

Suponha também que a UHE 1 tem uma limitação relativa ao volume de seu reservatório, o que a impossibilita de armazenar toda água trazida nos períodos de alta afluência de maneira a usá-la na próxima seca. Essa restrição limita a Energia Firme da usina em 55 MW médios.

Em um segundo momento outro agente resolve construir, rio acima, outra usina (UHE 2) também com reservatório e de mesma potência que a UHE 1, 100

MW. A presença dessa segunda usina leva a uma maior regularização da vazão desse rio, fazendo com que a afluência percebida pela UHE 1 tenha um perfil mais comportado. Como consequência disso a capacidade de garantir Energia Firme da UHE 1 aumenta. Agora, a UHE 2 produz os 55 MW médios, mas a UHE 1, fazendo uso das afluências mais constantes por conta do reservatório da UHE 2, pode agora produzir 65 MW médios.

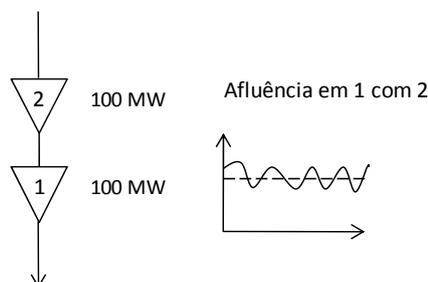


Figura 2-6 – Exemplo 1: cascata formada pelas UHE 1 e 2 e afluência percebida pela UHE 1.

Note que o ganho de Energia Firme da UHE 1 ocorreu sem o acréscimo de nenhuma nova turbina ou gerador, mas apenas pela presença do reservatório da UHE 2 a montante no rio, bem como pela própria capacidade dos equipamentos da UHE 1 de aproveitar essa “energia extra”. Assim, tanto a UHE 1 quanto a UHE 2 são as responsáveis pelo aumento na Energia Firme que pode ser suprida pelo sistema.

Suponha agora que em um terceiro momento outro agente tenha decidido construir um reservatório puro, para irrigação por exemplo, sem equipamentos para geração de energia, rio acima, como mostrado na Figura 2-7. Mesmo não tendo sido projetado para gerar energia, esse reservatório altera a capacidade da UHE 1 e da UHE 2 de produzirem-na. Agora a UHE 2 pode gerar 65 MW médios enquanto que a UHE 1 pode produzir 80 MW médios. Isso mostra que a sinergia entre agentes elevou a capacidade de produção de Energia Firme do sistema, além de suas capacidades individuais. Assim, em um sistema hidrelétrico com usinas em cascata, a geração de uma usina depende não apenas da sua estratégia de reservar a água, mas também da estratégia de geração das usinas a montante.

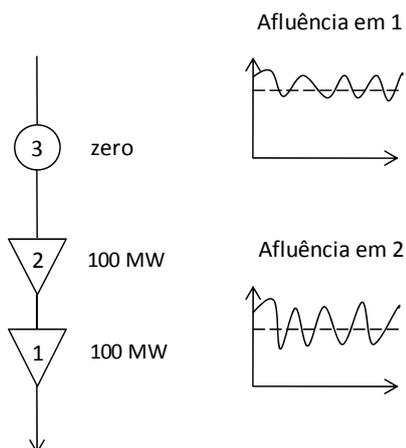


Figura 2-7 – Exemplo 2: cascata formada pelas UHE 1 e 2 e pelo reservatório puro, e afluência percebida pelas UHE 1 e 2.

A sinergia da operação conjunta de usinas em cascata também pode ser percebida quando são consideradas as usinas sem reservatório, também conhecidas como usinas a fio d'água, que tem sua produção de energia totalmente dependente das suas vazões naturais, que são sazonais e voláteis. A maior Demanda Firme que ela consegue atender tende a ser baixa, uma vez que não é possível armazenar e transferir água dos períodos úmidos para os períodos secos. Entretanto, na presença de uma usina com reservatório a montante, a usina a fio d'água é diretamente beneficiada pelo efeito da regularização das vazões, o que eleva sua capacidade de atender a uma Demanda Firme.

Além do efeito sinérgico causado pela regularização das vazões por conta da presença de reservatórios a montante no rio, existem outras duas fontes de sinergia que podem ser obtidas em sistemas com alta participação hidrelétrica, e que estão relacionadas a:

- Diversidade regional do regime hidrológico; e
- Complementariedade termelétrica.

No que diz respeito a diversidade regional do regime hidrológico, essa pode ser aproveitada através de um sistema de transmissão de energia que possibilite a transferência de energia entre as bacias úmidas e as bacias secas, de maneira a realocar as reservas de água entre as regiões e assim evitar vertimentos desnecessários ou o esvaziamento total de reservatórios. A Figura 2-8, mostra o caso brasileiro onde bacias hidrográficas com usinas hidrelétricas instaladas,

localizadas em áreas distintas do país (com regime hidrológicos diferenciados), estão conectadas por uma grande malha de transmissão.

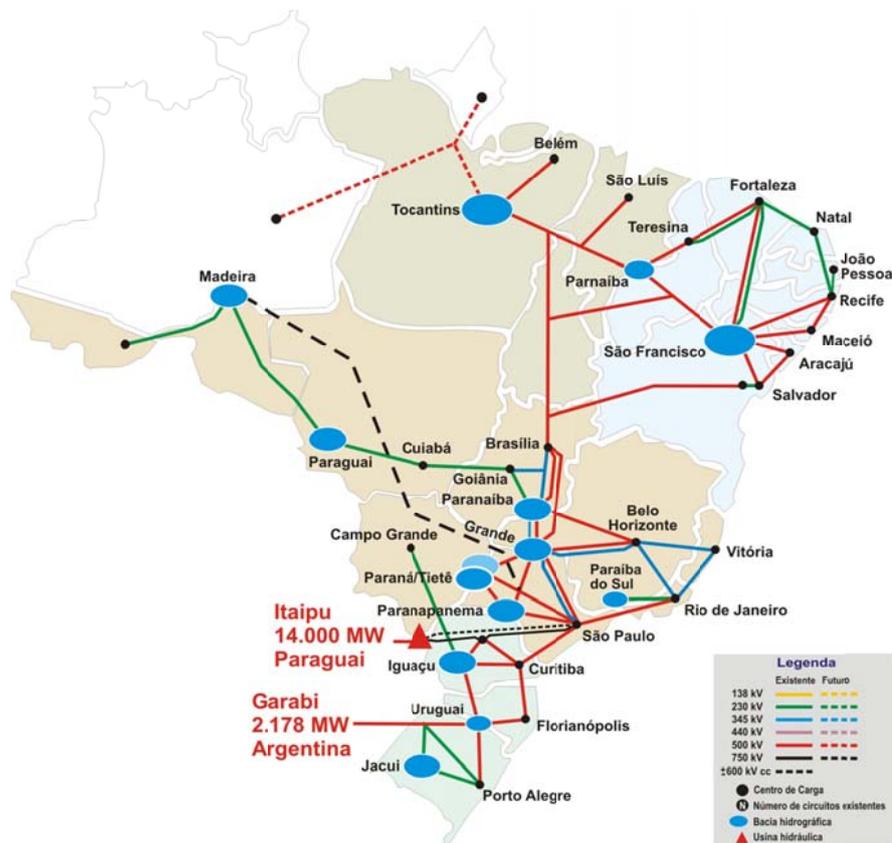


Figura 2-8 – Integração eletroenergética no Sistema Interligado Nacional.

A diversidade hidrológica possibilita que as usinas situadas em bacias que estão experimentando condições hidrológicas adversas tenham sua geração compensada por usinas localizadas em bacias com situação hidrológica mais favorável. Desta maneira a operação integrada das usinas traz benefícios para o sistema que não seriam obtidos caso cada usina operasse de maneira isolada. Em outras palavras, com a diversidade hidrológica e com um sistema interligado por uma malha de transmissão, a Energia Firme total resultante da operação integrada das usinas, ainda que estas estejam localizadas em rios distintos, é maior que a soma das Energias Firmes individuais de cada uma.

Já a complementaridade termelétrica fornece ao sistema uma espécie de seguro, uma vez que, mesmo desligadas, as usinas termelétricas podem aumentar a quantidade de Energia Firme que um sistema pode gerar apenas com água. A razão para isto é que a presença das usinas termelétricas permite um maior deplecionamento dos reservatórios, possibilitando um melhor aproveitamento de

hidrologias favoráveis. Por esse motivo diz-se que as usinas termelétricas funcionam como um “reservatório virtual”, pois proporcionam segurança de abastecimento nos momentos onde o esvaziamento dos reservatórios é necessário.

Por tudo o que foi exposto nesta seção, vê-se que o ganho sinérgico de Energia Firme que resulta da ação cooperativa de todos os agentes do sistema (hidrelétricas com reservatório, sistema de transmissão e usinas termelétricas) é significativo, o que justifica a operação coordenada de todos eles. A importância dessa sinergia é ilustrada, por exemplo, em [16], onde fica evidente uma diferença de quase 8.000 MW médios entre a soma das Energias Firmes individuais das usinas (calculadas assumindo que não existe coordenação na operação) e a Energia Firme integrada do sistema hidrelétrico brasileiro<sup>5</sup>.

No Brasil, o ganho sinérgico da operação coordenada é obtido através de um despacho centralizado, que tem como objetivo minimizar a combinação convexa do valor esperado e do valor em risco condicional do custo total de operação do sistema [1]. No entanto, existem outras formas de coordenação da operação, como por exemplo, um esquema onde cada agente oferta o preço e a quantidade a ser produzida, conforme descrito em [17].

Levando em consideração todos os ganhos sinérgicos mencionados, o conceito de Energia Firme foi então estendido para um conjunto de usinas operando de forma integrada, com o objetivo de garantir a máxima produção de energia, constante no tempo, admitindo-se flutuações na produção de cada usina. A sistemática de cálculo da Energia Firme de um conjunto de usinas é similar à descrita em 2.2.1 para uma usina. Além disso, também é possível calcular a Energia Firme de um conjunto de usinas operando de maneira integrada através de um modelo de programação linear. No entanto, o valor da Energia Firme resultante é para todo o sistema e uma etapa posterior desse processo é a repartição da EF entre as usinas através de algum critério. Esse critério é a alocação em proporção à geração média no Período Crítico (vide descrição no Anexo B).

---

<sup>5</sup> Estudo finalizado em Novembro de 2000, e realizado com dados da época.

### 2.2.1.2

#### O aperfeiçoamento do conceito de Energia Firme aplicado ao SEB: a Garantia Física

Na década de 80, as atividades de coordenação do planejamento dos sistemas elétricos do país estavam a cargo do Grupo Coordenador de Planejamento dos Sistemas Elétricos (GCPS) enquanto que o Grupo Coordenador da Operação Integrada (GCOI) tinha por atribuições coordenar, decidir ou encaminhar as providências necessárias ao uso racional das instalações geradoras e transmissoras dos sistemas elétricos interligados. Esses grupos utilizavam o conceito de Energia Firme em estudos de planejamento da expansão e na operação do setor. Entretanto, embora o conceito da Energia Firme tivesse uma base aparentemente sólida e de fácil compreensão, foram detectados alguns problemas<sup>6</sup> que levaram a adoção de uma versão mais sofisticada da Energia Firme, que abandonou a abordagem determinística e passou a levar em conta a aleatoriedade das vazões nos rios, o que é mais aderente à realidade brasileira.

Esse novo critério, derivado do aperfeiçoamento da Energia Firme, hoje é batizado pelo nome de Garantia Física (GF)<sup>7</sup> e consiste basicamente na máxima carga que o sistema pode atender dado o cumprimento a alguma condição de garantia de segurança de suprimento estabelecida pelo Conselho Nacional de Política Energética (CNPE)<sup>8</sup>. Em comparação com o método de cálculo da Energia Firme apresentado na seção 2.2.1, as diferenças conceituais se resumem a:

- Vazões simuladas: ao invés de realizar a simulação do sistema com as vazões ocorridas no passado, o cálculo agora usa centenas de

<sup>6</sup> Em particular, a principal premissa do conceito de Energia Firme é a “não ocorrência de racionamento” para as vazões do histórico, entretanto, isso não leva em consideração o fato de que racionamentos poderiam ocorrer, se vazões piores do que as do Período Crítico viessem a se concretizar. Nesse caso, caberia ao órgão planejador estimar a probabilidade de ocorrência desses racionamentos, além de valorizar empreendimentos que fossem capazes de mitiga-los.

<sup>7</sup> Antes da Garantia Física vieram a Energia Garantida (EG) e a Energia Assegurada (EA), sendo que esses últimos eram aplicáveis apenas a geradores hidrelétricos. A definição da EG e EA é similar a que será apresentada para a Garantia Física, mas o termo Energia Garantida era aplicado na época em que a contratação de energia entre geradores hidrelétricos e as empresas distribuidoras era tratada através de contratos de suprimento cujos montantes eram determinados anualmente pelo GCPS e pelo GCOI baseados no conjunto das Energias Garantidas. Já o termo Energia Assegurada passou a ser usado quando foram impostos limites máximos de venda de energia aos geradores hidrelétricos, ainda no princípio da implantação da livre negociação nas operações de compra e venda de energia entre os agentes. A Garantia Física nada mais é do que a extensão do conceito de Energia Assegurada, a todos os tipos de geradores.

<sup>8</sup> O Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) é o órgão de assessoramento da Presidência da República para formulação de políticas e diretrizes energéticas.

sequências de vazões sorteadas, que preservam as características estatísticas das vazões históricas, tais como médias, variâncias e correlações espaciais (ou seja, correlação entre as vazões de diferentes postos hidrológicos) e temporais (ou seja, entre as vazões de períodos distintos);

- Carga atendida: ao invés de buscar o valor da carga que esvazie os reservatórios por completo sem a ocorrência de déficits, agora busca-se o valor da carga tal que o critério de segurança de suprimento seja atendido. O critério vigente é aquele estabelecido pela Portaria #258/2008 [18], que determina que ao final da simulação a igualdade entre os Custos Marginais de Operação resultantes, o Custo Marginal de Expansão<sup>9</sup> (CME) deve ser atingida e o risco de déficit deve ser inferior a 5% ao ano nas séries simuladas. Quando da época da vigência da Portaria #303/2004 esse critério era o de somente um risco de déficit de no máximo 5% [19].

Assim como ocorre para a Energia Firme, a simulação descrita acima é apenas a primeira etapa do processo, que envolve o cálculo da GF do sistema como um todo. Ainda é necessária uma segunda etapa, que trata da repartição do total encontrado na primeira etapa entre as usinas que compõem o sistema. As duas etapas asseguram que a soma das Garantias Físicas atribuídas às usinas seja sempre igual à energia total que o sistema pode suprir segundo o critério vigente de garantia de suprimento.

A determinação da GF das termelétricas e das hidrelétricas do sistema é feita com o uso do software NEWAVE, que representa as primeiras de maneira individualizada e as segundas agregadas por sistemas equivalentes. Para alocar a cada usina um valor de GF, é preciso primeiro realizar a repartição da GF do sistema entre o chamado bloco hidráulico e o bloco térmico em proporção ao valor esperado da renda que seria obtida em um mercado de curto prazo (renda spot) com a geração das usinas de cada bloco, sendo essa renda em cada mês e em cada série hidrológica obtida com base no Custo Marginal de Operação (CMO) relevante. A GF de uma usina não é proporcional a sua geração física, pois o que se deseja é beneficiar com maior GF as usinas que geram mais nos períodos secos,

---

<sup>9</sup>O Custo Marginal de Expansão (ou de longo prazo) é o custo para o atendimento de uma unidade adicional de demanda, considerando a expansão do sistema no longo prazo.

quando o risco de racionamento é maior e o CMO tende a apresentar valores maiores.

Em seguida, especificamente para o bloco hidráulico, (onde estão as usinas que participam do MRE) o rateio da GF associada a esse bloco é feito em proporção à Energia Firme de cada usina, que por sua vez é obtida com o auxílio do modelo de simulação de usinas individualizadas (MSUI) e corresponde à geração média nos meses do Período Crítico (1949-1956) utilizando séries históricas de vazão. Como mostrado em [20], caso o modelo de despacho hidrotérmico NEWAVE representasse o parque gerador a usinas individualizadas (premissa deste trabalho), não seria necessária a etapa de divisão da Garantia Física entre os blocos térmico e hidráulico e posterior alocação da Garantia Física entre as usinas pertencentes a cada bloco: a Garantia Física já poderia ser rateada diretamente em proporção à renda *spot* de cada usina.

Como se vê, a GF reflete a contribuição econômica *média* de cada usina calculada através de uma amostra de cenários hidrológicos. O Anexo A mostra detalhadamente o procedimento de cálculo da Garantia Física, conforme descrito na Portaria #258/2008.

### 2.3 O Mecanismo de Realocação de Energia

O Mecanismo de Realocação de Energia surgiu no bojo da reforma setorial encabeçada pelo chamado projeto RE-SEB<sup>10</sup>, que tinha como um de seus princípios a introdução, na cadeia de valor do setor elétrico, de mecanismos de competição nos segmentos em que isso fosse possível: os segmentos de geração e de comercialização de energia a grandes consumidores. No escopo das mudanças trazidas pelo Projeto RE-SEB, os novos dispositivos legais implementados necessitavam de mecanismos que mitigassem o risco hidrológico para os geradores hidrelétricos, uma vez que para alcançar a competição nos segmentos de geração e comercialização, vislumbrava-se a migração para um ambiente de livre negociação nas operações de compra e venda de energia entre os agentes, com a extinção de antigos contratos de suprimento entre geradores e empresas de distribuição de energia tratados junto ao GCPS e GCOI e que permitiam a

---

<sup>10</sup> RE-SEB é o acrônimo para Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro. Esse projeto ocorreu entre 1996 e 1998.

compensação da energia contratada e não gerada junto a outra geradora, a uma tarifa fixa e previamente conhecida, a chamada Tarifa de Otimização.

Assim teve início um período de transição onde houve o surgimento da figura dos chamados Contratos Iniciais, que consistiam em contratos de longo prazo firmados entre geradores e distribuidores, com preços já fixados pela ANEEL, e que obrigava aos geradores a adquirir no mercado de curto prazo, pagando um preço altamente volátil – o preço *spot*, toda a energia que fosse vendida através de contrato e não fosse gerada. Esses contratos sofreram um processo de descontratação gradual, de tal forma que a competição se deu gradualmente através do montante descontratado anualmente. Essa descontratação, que teve início em 2003, se deu na proporção de 25% ao ano<sup>11</sup>.

A obrigação de aquisição da energia vendida e não gerada no mercado do curto prazo, em conjunto com o modelo de despacho otimizado e centralizado do sistema brasileiro, tornava os geradores hidrelétricos vulneráveis a exposições contratuais, mesmo no período de transição, que poderiam inviabilizá-los financeiramente.

Nesse contexto, foi criado o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) com o intuito de mitigar este problema e também para refletir a operação coordenada do sistema, ao tornar os agentes geradores hídricos neutros às decisões do operador. A solução proposta parte da constatação de que, enquanto a produção de energia de cada usina hidrelétrica é extremamente incerta e variável, estando atrelada às condições hidrológicas locais e às conveniências da otimização do sistema como um todo, a produção do conjunto das usinas hidrelétricas do sistema é razoavelmente constante. Assim, uma usina participante desse mecanismo usa para fins de contabilização na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), a parcela da energia gerada no MRE que é alocada a essa usina (crédito de energia) e não a sua geração física. Esse crédito de energia, por sua vez, é calculado como o produto entre a energia total gerada no mecanismo e o fator de participação de cada usina no MRE, sendo esse fator calculado como a razão entre a Garantia Física da usina e o somatório das GF de todas as usinas participantes (dessa forma, a soma dos fatores de participação é sempre igual a 1).

---

<sup>11</sup> O que levaria, ao final de 2006, a extinção dos Contratos Iniciais.

### 2.3.1 Exemplo de aplicação do MRE

Para esclarecer melhor a mecânica de funcionamento do MRE, os parágrafos seguintes trarão um exemplo de aplicação do mecanismo a um sistema de pequeno porte (sistema exemplo), conforme apresentado em [21].

Esse sistema exemplo é composto por cinco geradores, sendo 3 deles hidrelétricos, e duas cargas a serem supridas. As tabelas a seguir mostram as características de potência e de demanda dos agentes.

Tabela 2-1: Potência dos geradores do sistema exemplo.

GERADOR	POTÊNCIA (MW)
$H_1$	20
$H_2$	50
$H_3$	30
$T_1$	10
$T_2$	20

Tabela 2-2: Demanda das cargas a serem atendidas.

NOME	CARGA (MWh)
$D_1$	50
$D_2$	30

Assumindo que o despacho ótimo para uma determinada etapa (1 hora) seja o apresentado na tabela abaixo, as seções seguintes apresentarão os balanços de receitas e pagamento dos agentes no mercado de curto prazo supondo a inexistência do MRE e dada a existência desse mecanismo.

Tabela 2-3: Despacho ótimo.

GERADOR	PRODUÇÃO (MWh)
$H_1$	5
$H_2$	40
$H_3$	25
$T_1$	10
$T_2$	0

### 2.3.1.1

#### Balanço de receitas e pagamentos no mercado de curto prazo – sem o MRE

A receita dos geradores no mercado de curto prazo é dada pelo produto da sua geração física (MWh) pelo preço *spot* (ou preço de curto prazo). Já as demandas pagam o produto de seu consumo (MWh) pelo mesmo preço *spot*. Supondo um preço *spot* de \$10/MWh, a tabela abaixo consolida o balanço de receitas e pagamentos dos agentes.

Tabela 2-4: Balanço de receitas dos geradores no mercado de curto prazo – sem MRE.

AGENTE	PRODUÇÃO (MWh)	RECEITAS (\$)
$H_1$	5	50
$H_2$	40	400
$H_3$	25	250
$T_1$	10	100
$T_2$	0	0
Total H	70	700
Total T	10	100
Total geração	80	800

Tabela 2-5: Balanço de pagamentos das cargas no mercado de curto prazo.

DEMANDA	CONSUMO (MWh)	PAGAMENTOS (\$)
$D_1$	50	500
$D_2$	30	300
Total carga	80	800

### 2.3.1.2

#### Balanço de receitas e pagamentos no mercado de curto prazo – com o MRE

Para a execução do balanço de recebimentos dos geradores dada a existência do MRE é necessária a atribuição de valores de Garantia Física para as usinas hidrelétricas, a fim de calcular a cota que cada uma teria da geração hidrelétrica total. A Tabela 2-6 apresenta os valores de Garantia Física atribuídos a cada usina hidrelétrica e sua respectiva cota do MRE.

Tabela 2-6: Garantias Físicas e cotas dos geradores hidrelétricos.

GERADOR	GF (MW MÉDIOS)	COTA (%)
$H_1$	10	20%
$H_2$	25	50%
$H_3$	15	30%
Total	50	100%

Dadas as cotas calculadas na tabela acima, os créditos de geração alocados a cada usina serão dados pelo produto da geração hidrelétrica total (70 MWh) pelas suas respectivas cotas.

Tabela 2-7: Créditos de geração das usinas hidrelétricas.

GERADOR	CRÉDITO DE ENERGIA (MWh)
$H_1$	$20\% \times 70 = 14$
$H_2$	$50\% \times 70 = 35$
$H_3$	$30\% \times 70 = 21$
Total	70

Por fim, com a informação dos créditos de energia de cada usina, é possível calcular o balanço de receitas<sup>12</sup> de cada gerador hidrelétrico. Todos os demais elementos apresentados no exemplo sem o MRE permanecem idênticos. Em outras palavras, o MRE é um ajuste interno ao conjunto de geradores hidrelétricos, não tendo efeito nos demais agentes do sistema.

Tabela 2-8: Balanço de receitas dos geradores hidrelétricos no mercado de curto prazo – com MRE.

AGENTE	CRÉDITO DE ENERGIA (MWh)	RECEITAS (\$)
$H_1$	14	140
$H_2$	35	350
$H_3$	21	210
Total H	70	700

Cabe mencionar também que, como o crédito de energia das usinas é uma fração da produção total do MRE, os créditos podem estar localizados em submercados distintos do submercado de origem da usina, já que as usinas que compõem o MRE estão localizadas em diferentes regiões e bacias. Esse aspecto não foi tratado no exemplo apresentado, mas pode se constituir em uma fonte de

<sup>12</sup> Para o cálculo desse balanço, também foi assumido um preço *spot* de \$10/MWh.

despesas ou de receitas para as hidrelétricas, caso a diferença de preços entre o submercado onde está “localizado” o crédito de energia e o submercado de origem da usina seja, respectivamente, negativa ou positiva<sup>13</sup>.

### 2.3.2 Implicações do uso da GF como critério de rateio do MRE

O conceito de que a construção de um portfólio formado por ativos diversificados e descorrelacionados permite reduzir sua variância – e com isso seus riscos – é a base da teoria de portfólios clássica [4] e norteia a criação do Mecanismo de Realocação de Energia no Brasil.

Em um mecanismo nesses moldes, o cálculo da cota de cada participante é fundamental, pois caso a cota de cada usina seja proporcional ao valor esperado da sua remuneração no mercado de curto prazo, o MRE funciona como um *hedge* financeiro, onde o valor esperado do montante distribuído a cada participante é igual ao que estes receberiam isoladamente, somente a sua variabilidade é que é reduzida.

De forma conceitual, o MRE é um mecanismo que deveria alocar aos seus participantes uma fração de um benefício – dado pela produção física (ou renda *spot*) total de seus participantes – reconhecendo a real contribuição de cada participante na construção desse benefício. Sob esse ponto de vista, não há, inclusive, impeditivos conceituais para a entrada de novos agentes no MRE, sejam eles hidrelétricos ou mesmo de outras tecnologias, como eólicas e biomassas, formando assim um mecanismo geral de realocação de riscos. Mas é essencial que a entrada de um novo participante ainda continue produzindo um benefício a ser repartido e que as cotas de todos os participantes do mecanismo sejam sempre calculadas de maneira a refletir corretamente sua contribuição para a produção do benefício e, por fim, que a repartição encontrada não incentive nenhum gerador a abandonar o mecanismo.

No entanto, como a GF das hidrelétricas – e portanto a cota do MRE – é calculada de forma proporcional ao valor esperado da renda *spot* coletada por

---

<sup>13</sup> Este problema é mitigado pela alocação do chamado “Excedente Financeiro” (ou Surplus), que é uma consequência natural das operações de liquidação financeira na CCEE, dada a existência de preços diferentes entre submercados. Esse excedente não pertence a nenhum agente, pois todos pagam e recebem ao preço de seus submercados, por essa razão, o saldo positivo do Surplus é utilizado para aliviar a exposição dos geradores do MRE.

cada gerador em um hipotético mercado de curto prazo, acaba-se por ignorar o fato que diferentes usinas contribuem de maneira diferente para o valor esperado e também para a volatilidade da produção total do sistema. Isso implica em um potencial subsídio cruzado entre usinas no MRE: por exemplo, usinas hidrelétricas com reservatório passam a “ceder” mais energia para compensar a falta de produção das usinas a fio d’água nas estações secas. Este fato resulta em um potencial subsídio cruzado entre usinas. Com a entrada de usinas com produção significativamente mais variável nos próximos anos, tal como as grandes usinas a fio d’água localizadas na Região Norte, este problema se tornará mais relevante [5]. Portanto, mesmo no MRE atual, restrito a hidrelétricas, há uma potencial ineficiência alocativa dos benefícios do mecanismo quando da adição de novos participantes que apresentam muita variabilidade no aporte de recursos. De forma análoga, a entrada de novas fontes neste mecanismo não seria problemática caso suas cotas fossem calculadas refletindo suas contribuições para o mecanismo, tanto em termos médios, como em termos de variabilidade.

Novamente, de forma conceitual, o MRE pode ser interpretado como a construção de um portfólio de ativos onde o benefício físico ou financeiro da “estabilidade” da sua produção, ou renda *spot*, respectivamente, é alocado aos seus participantes reconhecendo a contribuição de cada agente em termos de média e a variabilidade na construção do benefício. Por essa razão, esse trabalho busca a construção de uma nova metodologia para definir a contribuição de cada agente participante de um *pool* adotando um procedimento que busque alocar a cada usina uma participação que seja definida levando em conta não apenas a sua renda média, mas também a volatilidade dessa renda (como representação da incerteza que a usina agrega ao portfólio de geração). Essa metodologia pode ser utilizada no MRE vigente no marco regulatório brasileiro para estabelecer as cotas de cada agente participante, em substituição a Garantia Física. O capítulo 3 traz uma revisão bibliográfica das ferramentas necessárias à implementação da metodologia a ser proposta no Capítulo 4.

## 3

### Mecanismos de Realocação de Energia: uma abordagem sob o ponto de vista de Medidas de Risco e Teoria dos Jogos Cooperativos

Como mencionado na seção 2.3, o MRE surgiu da necessidade de mitigar os riscos hidrológicos aos quais os geradores proprietários de usinas hidrelétricas estavam expostos, uma vez que estes assumem compromissos contratuais de entrega de um determinado volume de energia<sup>14</sup>, mas não possuem gerência sobre sua geração física. Essa exposição é mais crítica em cenários hidrológicos secos, onde os preços no mercado de curto prazo são mais elevados, mas a geração hidrelétrica é mais baixa e esses agentes necessitam comprar energia para honrar seus compromissos contratuais. Por outro lado, não assumir compromissos contratuais e vender toda sua energia no mercado de curto prazo também pode não ser uma opção interessante para o gerador, uma vez que o Brasil apresenta um histórico de preços *spot* baixos na maior parte do ano, conforme exemplificado no gráfico da Figura 3-1.

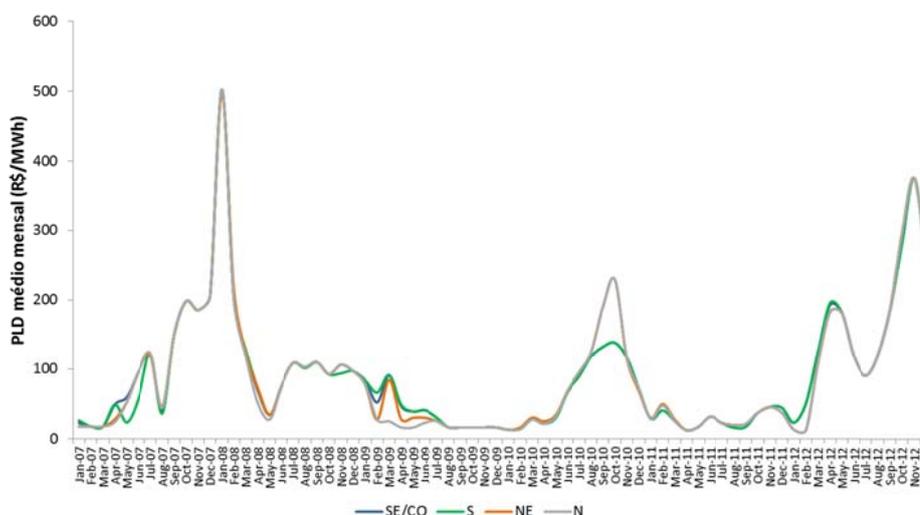


Figura 3-1 – Média mensal do PLD nos quatro submercados, de 2007 a 2012.

<sup>14</sup> Contratação por quantidade: modelo de contratação, aplicado majoritariamente às usinas hidrelétricas, em que o agente vendedor assume a responsabilidade de entregar um determinado volume de energia em troca de um preço fixo, a ser pago pelo agente comprador. O risco da entrega dessa quantidade de energia é totalmente do vendedor.

Logo, quando se olha para cada gerador individualmente, a inexistência de um mecanismo de mitigação de risco hidrológico acarretaria uma grande volatilidade no fluxo de caixa dessas empresas, fato que é indesejável para a viabilização de qualquer empreendimento desse porte.

Como a produção total de energia hidrelétrica (e portanto os créditos totais de energia) é muito mais constante que a produção individual das usinas hidrelétricas, conclui-se que o MRE é um esquema eficiente para o que se propõe: reduzir a volatilidade do fluxo de caixa e o risco hidrológico das usinas<sup>15</sup>. Entretanto, o critério de alocação hoje aplicado não reconhece as reais contribuições de cada participante na construção do benefício total do mecanismo. Nesse sentido, a proposta deste trabalho, que busca estabelecer uma metodologia de cálculo e repartição dos benefícios de um portfólio de geradores de maneira a fazer essa repartição beneficiar os agentes que contribuam para a redução da volatilidade da geração do grupo, pode ser aplicada no rateio da energia hidrelétrica total entre os participantes do MRE vigente uma vez que o critério de rateio atual (Garantia Física) não captura essa característica.

### 3.1

#### **Ferramentas necessárias à nova abordagem proposta para rateio dos créditos de energia do MRE**

Definido o objetivo deste estudo, pretende-se alcançá-lo através:

- i. Da criação de uma métrica que permita quantificar corretamente os benefícios trazidos pela formação de um pool de geradores, ou, no caso em foco neste estudo, do MRE e a contribuição ao portfólio de cada agente participante, dado o seu aporte em termos de valor esperado e volatilidade de sua geração; e
- ii. Da aplicação de um método de repartição da métrica criada em (i) de maneira que a repartição resultante não incentive nenhum dos geradores a abandonar o mecanismo.

Em outras palavras, busca-se repartir os créditos do *pool* de maneira que todos os agentes participantes tenham vantagens em aderir ao mecanismo, ainda

---

<sup>15</sup> É importante salientar, no entanto, que o MRE não mitiga o risco hidrológico global, ou seja, se a produção total de energia das hidrelétricas for inferior à soma das suas Garantias Físicas, os créditos do MRE distribuídos entre as usinas participantes serão também inferiores aos seus valores de Garantia Física.

que suas cotas de participação nele possam vir a ser penalizadas pelas características de alta volatilidade que sua geração possa vir a ter.

A nova métrica mencionada em (i) será criada utilizando um enfoque média/risco, similar ao empregado em [6], onde aqui busca-se quantificar o quanto cada usina aporta de média e de volatilidade ao portfólio. Note que no MRE vigente no marco regulatório brasileiro, o critério de repartição das cotas do MRE, a Garantia Física, já valora o quanto cada usina aporta de média ao portfólio, ao fazer a repartição dos créditos em proporção à renda *spot* média. No entanto, falta uma componente que avalie a volatilidade trazida pelos distintos cenários de geração. Por essa razão, propõe-se a adoção de uma métrica formada pela combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional (CVaR) da renda total dos geradores, onde essa renda total é a soma da renda líquida no mercado de curto prazo e da renda de contratos. O CVaR é uma medida utilizada em estudos de análise de risco e a seção 3.2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre Medidas de Risco e suas aplicações.

Já o tópico (ii) está relacionado a uma característica do problema que é muito explorada dentro da Teoria dos Jogos Cooperativos. O conjunto de todas as usinas  $U$  participantes de um *pool* pode ser visto como uma grande coalização que obtém um benefício decorrente dessa ação cooperativa. No que diz respeito à quantificação desse benefício, essa será feita através da métrica abordada em (i), no entanto, dada a existência desse benefício e a sua quantificação, a questão seguinte é como reparti-lo entre os agentes de tal forma que seja vantajoso para cada um participar da grande coalizão. A determinação dessa “fatia” que será alocada a cada agente participante da grande coalizão é um problema típico de jogos cooperativos, cuja revisão bibliográfica pode ser encontrada na seção 3.3.

A Figura 3-2 resume as etapas de construção da metodologia de rateio a ser proposta e sua aplicação focada ao MRE.



Figura 3-2 – Esquematização da metodologia a ser proposta e sua aplicação ao MRE.

Neste ponto é importante salientar que a metodologia a ser proposta não tem sua aplicação restrita ao MRE vigente no atual marco regulatório brasileiro, ainda que esta dissertação dê grande foco a ele. Ao contrário, esta tem caráter genérico, podendo ser aplicada na formação de qualquer *pool* de geradores de qualquer fonte.

## **3.2 Medidas de Risco**

### **3.2.1 Risco e Incerteza**

Antes de abordar efetivamente a discussão sobre as medidas de risco, cabe inicialmente explicitar a diferença entre dois conceitos que usualmente são confundidos: incerteza e risco.

Podemos caracterizar *incerteza* como uma situação de conhecimento limitado onde não é possível se determinar com segurança o valor de uma ou mais grandezas futuras. Alguns exemplos de grandezas cuja determinação está sujeita a fatores de incerteza, são: preços de combustíveis, afluências hidrológicas e preços de energia no mercado de curto prazo. Quando lidamos com grandezas assim (também conhecidas por variáveis aleatórias) e desejamos ter uma *medida* desse grau de incerteza, uma abordagem possível é utilizar ferramentas tais como as funções densidade de probabilidade (no caso de variáveis contínuas).

Por sua vez, *risco* é o efeito da combinação entre a incerteza presente em possíveis valores de grandezas específicas e o impacto resultante dessas grandezas na dimensão de interesse do agente (por exemplo, nas receitas), e que pode levar a resultados indesejados ou a perdas significativas. Como tipicamente os agentes tem aversão ao risco, eles buscam mapeá-lo e mensurá-lo através de algum instrumento que os permita obter alguma *medida* sobre o nível de exposição ao qual estes agentes estão sujeitos em cenários pessimistas. Existem na literatura diversas métricas (ou medidas) que buscam atingir esse objetivo através do agrupamento dos cenários de piores lucros, maiores prejuízos, maiores custos, etc. considerando a probabilidade dos eventos que definem a ocorrência desses cenários. A seção seguinte explora algumas dessas medidas, que são conhecidas como *Medidas de Risco*.

### 3.2.2 Métricas para mensuração de risco

Tipicamente riscos estão associados a possíveis perdas financeiras ou a possibilidade de não se atingir um nível de remuneração compatível com os investimentos. Tomando como referência o setor elétrico, os geradores são agentes econômicos que buscam uma renda pela venda de seu produto. Assumindo que a renda de um gerador é composta por uma parcela oriunda da venda de um contrato (produto entre montante contratado e preço do contrato) e por outra parcela decorrente da liquidação no mercado de curto prazo (produto do preço *spot* pela diferença entre energia gerada e contratada), a incerteza por traz de algumas das variáveis que compõem a renda (montante gerado e preço *spot*)<sup>16</sup> deixam o gerador exposto a cenários de renda que podem ser indesejados (incluindo cenários onde a renda poderia ser, inclusive, negativa, caracterizando assim um prejuízo). Logo, quando toma a decisão de vender um contrato, o gerador deve avaliar bem as fontes de incerteza e o risco envolvido nessa operação.

A eliminação total dos riscos de uma atividade, na grande maioria dos casos, não é uma opção, seja por razões de inviabilidade econômica ou mesmo pela franca impossibilidade. Por outro lado, situações de risco podem oferecer grandes oportunidades de ganho.

Na área financeira, decisões referentes a alocação de recursos (tipo de decisão semelhante a tomada pelo gerador ao vender um contrato) são encaradas em um contexto de risco-retorno, ou seja decisões que envolvem um maior nível de risco só são aceitáveis se proporcionarem maiores retornos.

Markowitz [22] e [23] desenvolveu a primeira abordagem a ser largamente utilizada relacionando risco e retorno através de um modelo que busca encontrar para uma carteira de ativos as combinações de risco e retorno nas quais quanto maior o risco, maior o retorno. Essas combinações risco x retorno formam uma curva, denominada fronteira eficiente de Markowitz, que pode ser utilizada para encontrar o menor risco para o retorno desejado.

Em um primeiro momento Markowitz utilizou a variância como medida de risco. No entanto, um problema da variância é que esta atribui pesos iguais tanto

---

<sup>16</sup> Montante contratado e preço do contrato são tratados aqui como variáveis determinísticas.

para os eventos de grande perda quanto para os eventos de grande ganho, não traduzindo assim o sentimento de aversão dos agentes que está mais relacionado a perdas, do que a ganhos.

Ainda assim, a abordagem de Markowitz foi o ponto de partida para que muitas instituições financeiras começassem a desenvolver suas próprias ferramentas para medir e gerenciar seu risco. O exemplo mais conhecido de uma dessas ferramentas que se tornou pública e teve seu uso amplamente disseminado em análise de riscos ocorreu em 1994, com a publicação pelo banco JP Morgan de um documento com a descrição do *Value at Risk* (VaR) [24].

### 3.2.2.1 Value at Risk (VaR)

O *Value at Risk* (ou Valor em Risco) é uma medida de risco que usa de técnicas estatísticas para fornecer o valor da maior perda esperada, dada a distribuição de uma variável aleatória, avaliada em um determinado espaço de tempo e um dado intervalo de confiança. Define-se o VaR como o quantil da distribuição que separa os  $(100-\alpha)\%$  piores cenários dos  $\alpha\%$  melhores cenários em uma dada distribuição ordenada de probabilidade.

Matematicamente, para uma distribuição de probabilidade da variável aleatória  $R$  (por exemplo, renda), o VaR dessa distribuição, dado um nível de confiança  $\alpha \in (0,1)$ , é o menor valor  $r$  tal que a probabilidade de que ocorra um cenário  $R$  de valor inferior a  $r$  é de no máximo  $(100-\alpha)\%$ . Ou:

$$VaR_{\alpha}(R) = \inf\{r \in \mathbb{R}: P(R < r) \leq (1 - \alpha)\} \quad (3-1)$$

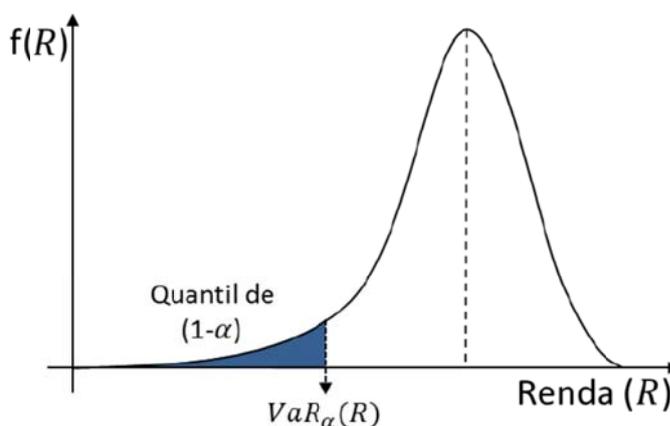


Figura 3-3 – *Value at Risk* de uma dada distribuição de renda.

A vantagem do VaR frente a outras medidas de risco adotadas, é que ele consegue resumir através de um número a exposição total aos riscos para um dado portfólio, além de ser uma medida universal podendo ser aplicado a qualquer tipo de ativo. Por outro lado, uma das grandes críticas a este parâmetro de risco é que, apesar de levar em conta a possibilidade da ocorrência de um cenário muito ruim, o VaR não quantifica a magnitude dos resultados gerados no caso da ocorrência desse cenário.

### 3.2.2.2 Medidas Coerentes de Risco

Dadas as diferentes medidas de risco adotadas por diversos agentes e suas diferentes limitações, em 1999 [25] definiram uma série de propriedades que as medidas de risco deveriam apresentar a fim de serem “aceitáveis”. As medidas de risco  $R[X]$  que atendem a essas propriedades passaram a ser chamadas de medidas coerentes de risco. Mais detalhadamente, as propriedades que tornam as medidas “coerentes” garantem que:

- a) para todo  $X$  e  $\alpha \in \mathfrak{R}$ ,  $R[X + \alpha r] = R[X] + \alpha$ , o que significa que se o investidor investir um montante  $\alpha$  em um ativo com retorno livre de risco  $r$ , ele elevará sua medida de risco inicial em  $\alpha$ , uma vez que o ativo livre de risco, como o próprio nome já indica, não agrega risco ao portfólio (Invariância à translação);
- b)  $R[X+Y] \geq R[X] + R[Y]$ , onde esta propriedade reflete o efeito de diversificação das carteiras de ativos, ou seja, a medida de risco de uma carteira é maior ou igual à soma das medidas individuais de risco (Superaditividade);
- c) para todo  $X$  e  $\lambda \geq 0$ ,  $R[\lambda X] = \lambda R[X]$ , ou seja, se uma variável aleatória  $X$  for multiplicada por um escalar não negativo  $\lambda$ , então o risco também é multiplicado (Homogeneidade positiva); e
- d) se um portfólio  $X$  tem sempre melhores resultados que  $Y$  ( $X \geq Y$ ), então a medida de risco de  $X$  deve ser maior que a de  $Y$  ( $R[X] \geq R[Y]$ ) (Monotonicidade).

No entanto, para o caso do VaR, [25] demonstraram que, apesar de satisfazer as propriedades da monotonicidade, homogeneidade positiva e

invariância à translação, esse falha no critério da superaditividade, o que implica que essa medida não favorece a diversificação de carteiras, sendo, portanto, incoerente com a teoria de portfólio. Outra implicância da falta de superaditividade é a não-convexidade do VaR, o que dificulta a implementação dessa medida em algoritmos de otimização que possam encontrar uma solução global em tempo computacional razoável. A relevância dessa falta de superaditividade do VaR vai depender das preferências do administrador de risco sob o ponto de vista da praticidade.

Neste contexto, surgiu como alternativa ao VaR uma outra medida de risco que atende aos axiomas de “coerência”: o *Conditional Value at Risk* (CVaR).

### 3.2.2.3 Conditional Value at Risk (CVaR)

O *Conditional Value at Risk* (ou Valor em Risco Condicional) tem sido uma métrica de risco bastante utilizada em função da sua capacidade de capturar a presença e a magnitude de cenários catastróficos, além de atender as propriedades necessárias a uma medida de risco coerente e, em especial, por atender a propriedade da superaditividade, o CVaR também é convexo, sendo possível utilizá-lo em algoritmos de otimização para encontrar uma solução global [26]. Nesse sentido, cabe destacar [27] e [28] onde pela primeira vez foi apresentada a utilização de um algoritmo de programação linear para otimização do CVaR.

Para um nível de confiança  $\alpha \in (0,1)$ , o  $CVaR_{\alpha\%}$  da distribuição de probabilidade da variável aleatória  $R$  é dado pela média dos valores menores que o  $VaR_{\alpha\%}$  da distribuição.

$$CVaR_{\alpha}(R) = E(R | R \leq VaR_{\alpha}(R))$$

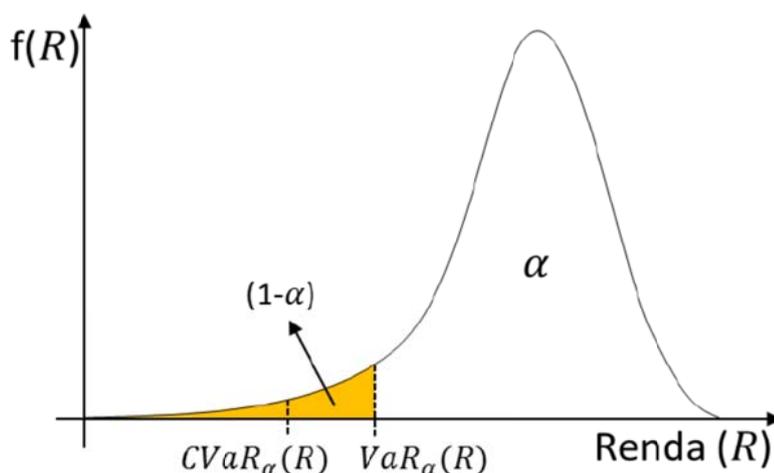


Figura 3-4 – Value at Risk e Conditional Value at Risk de uma dada distribuição de renda.

Em termos simples, o CVaR é a média dos (100% -  $\alpha\%$ ) piores cenários da distribuição de probabilidade de uma dada variável aleatória.

A grande vantagem do CVaR frente ao VaR é que, como o primeiro consegue capturar a magnitude dos resultados gerados no caso da ocorrência de cenários catastróficos, ele fornece ao agente que está realizando a análise de risco uma visão mais precisa do grau de exposição. Por exemplo, suponha que estamos tratando da análise de risco de dois investimentos A e B com duas distribuições de probabilidade genéricas da renda gerada conforme figura abaixo.

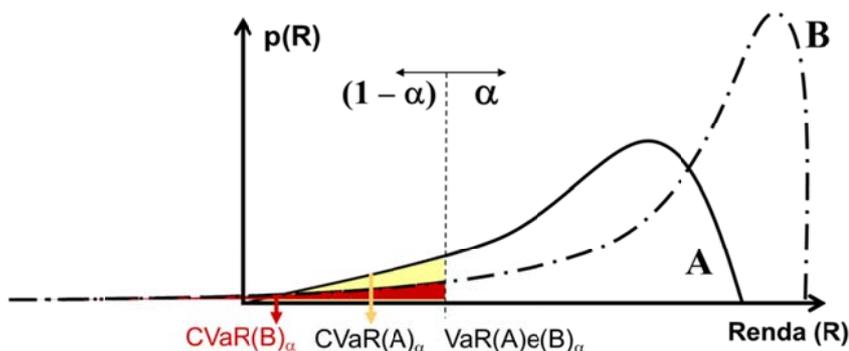


Figura 3-5 – Comparação entre o CVaR de duas distribuições de probabilidade.

Note que o VaR pode induzir um agente a concluir equivocadamente que investimentos de mesmo VaR apresentam mesmo grau de exposição. No entanto, a comparação entre o  $CVaR_{\alpha\%}(A)$  e  $CVaR_{\alpha\%}(B)$  mostra que a distribuição de probabilidade relacionada ao investimento B possui eventos mais extremos que os verificados na distribuição A, ainda que estes sejam de baixa probabilidade.

Para o desenvolvimento da modelagem proposta nesta dissertação, a questão da volatilidade aportada pelos geradores ao MRE será tratada pelo CVaR em função das diversas vantagens que esta medida apresenta e em especial, por se tratar de uma medida de risco coerente com a teoria de portfólio.

### 3.3 Teoria de Jogos Cooperativos

A Teoria dos Jogos modela, de maneira geral, a tomada de decisão entre agentes quando o resultado de cada um é impactado pelas decisões tomadas pelos demais. Essa interdependência entre as decisões tomadas pode ter tanto um caráter cooperativo quanto não cooperativo.

A diferença básica entre a Teoria dos Jogos aplicada a jogos cooperativos (Teoria dos Jogos Cooperativos) daquela aplicada aos jogos não cooperativos (Teoria dos Jogos Não Cooperativos) é o tipo de solução empregada por cada uma. Enquanto a primeira busca repartir os benefícios de um ação em conjunto de maneira a incentivar essa cooperação entre os agentes (ou jogadores), a segunda busca (sob o ponto de vista de um dos jogadores) maximizar seu benefício individual, mesmo que em detrimento dos demais. Por essa razão, aplicações da Teoria dos Jogos Não Cooperativos são mais comuns em ambientes competitivos, tais como o empresarial, enquanto que a Teoria dos Jogos Cooperativos encontra aplicações em situações onde se quer maximizar/minimizar um benefício/custo que será repartido entre diversos agentes, como exemplificado no Setor Elétrico na alocação de custos de transmissão em [29-33], na alocação de perdas da transmissão em [33 e 34], na remuneração de geradores que prestam serviços ancilares [35], na repartição da Energia Firme de um Sistema Hidrelétrico em [21] e Térmico em [36] e na repartição das quotas de um *pool* de geradores de fontes renováveis em [6], [7] e [45].

O foco deste trabalho está na Teoria de Jogos Cooperativos, por ser aquela que se enquadra no problema constituído pela formação de um *pool* de geradores que desejam extrair um benefício da formação de uma coalizão.

### 3.3.1 Conceitos Básicos

Um jogo cooperativo é formado por  $N$  jogadores que se unem para formar coalizões com o objetivo de maximizar ou minimizar uma *função característica* que fornece, para cada coalizão formada pelos  $N$  jogadores, o benefício total (ou o custo total) de oferecer um serviço. No caso em tela nesta dissertação, os  $N$  jogadores são as  $U$  usinas participantes do *pool* e o que se busca repartir é uma função característica, que será definida no Capítulo 4, e que busca quantificar a contribuição de cada agente participante para o portfólio, dado o seu aporte em termos de valor esperado e volatilidade de sua geração.

Definindo matematicamente, uma coalizão é um subconjunto  $S$  do conjunto de  $N = \{1, 2, \dots, N\}$  jogadores. Esses, por sua vez, podem agrupar-se de diferentes maneiras formando coalizões de acordo com seus interesses e conveniência e firmando acordos entre si, desde que todos concordem. As coalizões são mutuamente exclusivas, ou seja, formar uma coalizão  $S$  implica que não há possibilidade de seus participantes fazerem acordos com jogadores que estejam fora dela.

Dá-se o nome de *grande coalizão* à coalizão que agrega todos os  $N$  jogadores. Em um jogo com  $N$  jogadores há  $2^N$  diferentes coalizões possíveis. A coalizão vazia, ou coalizão  $\emptyset$ , é a coalizão na qual nenhum jogador participa.

A maneira através da qual todos os jogadores formam  $m$  coalizões pode ser descrita pelo conjunto  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ , conhecido com o conjunto das  $m$  configurações das possíveis coalizões. Esse conjunto deve satisfazer três condições:

- i)  $S_i \neq \emptyset, i = 1, \dots, m$
- ii)  $S_i \cap S_j = \emptyset$  para todo  $i \neq j$
- iii)  $\bigcup_{i=1}^m S_i = N$

#### 3.3.1.1 A Função Característica

O conceito de *função característica* foi introduzido pela primeira vez em 1947 por Von Neumann e Morgenstern [37]. O objetivo da função característica é calcular para cada coalizão o maior valor do benefício (ou menor valor do custo) associado a ela. Isso significa que a função característica fornece o valor do

máximo benefício (ou mínimo custo) que os membros de uma determinada coalizão conseguem obter graças a uma ação cooperativa entre eles<sup>17</sup>. Contextualizando a função característica neste estudo, ela será construída como uma combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional (CVaR) dos cenários de renda do conjunto de geradores participantes de um pool, como por exemplo, o MRE. Nesse sentido, a função característica construída dará o valor do máximo benefício que o conjunto de geradores consegue obter por meio da adesão à “coalizão MRE”. A construção dessa função característica será abordada em detalhes no Capítulo 4.

Levando em conta que o foco desta dissertação é a alocação de benefícios, podemos definir formalmente a função característica  $v$  de um jogo, como o maior valor  $v(S)$  que os membros da coalizão  $S$  podem receber por formarem essa coalizão e cooperarem entre si, sem a ajuda de jogadores externos à coalizão.

Uma importante propriedade que a função característica deve atender no contexto de jogos cooperativos é a *superaditividade*. Sejam duas coalizões de jogadores  $S_1$  e  $S_2$ . Se a função característica dessas coalizões é superaditiva, a desigualdade abaixo fica garantida.

$$v(S_1 \cup S_2) \geq v(S_1) + v(S_2), \quad \forall S_1, S_2 \subseteq N, S_1 \cap S_2 = \emptyset \quad (3-2)$$

A razão pela qual superaditividade é tão importante no âmbito dos jogos cooperativos é que essa determina que o benefício associado a qualquer coalizão será sempre maior ou igual à soma dos benefícios associados às subcoalizões que a formam. Como a superaditividade deve ser atendida para quaisquer  $S_1$  e  $S_2$ , é possível concluir que a propriedade está garantida não apenas para a soma dos benefícios de duas coalizões, como para a soma dos benefícios de qualquer conjunto de coalizões que partitionem  $S_1$  e  $S_2$ . No extremo, também podemos escrever:

$$v(S) \geq v(S_1) + v(S_2) + \dots + v(S_m), \quad \forall S \mid S_i \cap S_j = \emptyset \text{ e } \bigcup_{i=1}^m S_i = S \quad (3-3)$$

Podemos resumir a implicação da equação acima na Teoria de Jogos Cooperativos, concluindo que, quando a função característica de um jogo cooperativo atende a propriedade da superaditividade, a cooperação entre os

<sup>17</sup> Uma das implicações da definição da função característica é que o valor desta quando a coalizão for vazia seja zero, ou seja,  $v(\emptyset) = 0$ .

agentes produz uma sinergia, que implica no aumento do benefício total. Logo, a coalizão que obterá a maior função característica será sempre formada ao final do jogo e consistirá na grande coalizão.

### 3.3.1.1.1

#### Superaditividade em funções características modeladas através de um problema de programação linear

Uma característica interessante de jogos cuja função característica é modelada por um Problema de Programação Linear (PPL) construído de maneira que todo o lado direito das restrições pode ser decomposto nos recursos associados ao subconjunto de jogadores que constitui seu argumento<sup>18</sup>, é o atendimento à condição de superaditividade.

Para melhor traduzir o que diz o parágrafo acima, suponha um jogo onde três jogadores  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  participam e onde os benefícios possam ser calculados por um PPL. Suponha também que o benefício de qualquer subconjunto de agentes possa ser calculado pelo mesmo modelo, apenas alterando o lado direito (recursos) das restrições. O que se busca provar é o atendimento à seguinte inequação:

$$v(J_1, J_2, J_3) \geq v(J_1) + v(J_2) + v(J_3) \quad (3-4)$$

Mas esta expressão, que denota a sinergia existente, também deve ser válida para todos os subconjuntos de agentes, por exemplo:

$$v(J_1, J_2, J_3) \geq v(J_1, J_2) + v(J_3) \quad (3-5)$$

O primeiro passo da demonstração é escrever as funções dos benefícios de qualquer subconjunto de agentes como um PPL. Para os três jogadores em questão, temos:

$$\begin{aligned} v(J_1) &= \text{Max } cx \\ &\text{sujeito a} \\ Ax &\leq b_1 \end{aligned} \quad (3-6)$$

<sup>18</sup> Como será visto na seção 4.3, este é o caso do problema modelado nessa dissertação.

$$\begin{aligned}
 v(J_2) &= \text{Max } cx \\
 &\text{sujeito a} \\
 Ax &\leq b_2
 \end{aligned}
 \tag{3-7}$$

$$\begin{aligned}
 v(J_3) &= \text{Max } cx \\
 &\text{sujeito a} \\
 Ax &\leq b_3
 \end{aligned}
 \tag{3-8}$$

$$\begin{aligned}
 v(J_1, J_2, J_3) &= \text{Max } cx \\
 &\text{sujeito a} \\
 Ax &\leq b_1 + b_2 + b_3
 \end{aligned}
 \tag{3-9}$$

Onde  $b_1, b_2, b_3$  são os recursos associados aos jogadores  $J_1, J_2$  e  $J_3$ , respectivamente.

Calculando o dual de cada problema, temos:

$$\begin{aligned}
 v(J_1) &= \text{Min } \pi b_1 \\
 &\text{sujeito a} \\
 \pi A &\geq c
 \end{aligned}
 \tag{3-10}$$

$$\begin{aligned}
 v(J_2) &= \text{Min } \pi b_2 \\
 &\text{sujeito a} \\
 \pi A &\geq c
 \end{aligned}
 \tag{3-11}$$

$$\begin{aligned}
 v(J_3) &= \text{Min } \pi b_3 \\
 &\text{sujeito a} \\
 \pi A &\geq c
 \end{aligned}
 \tag{3-12}$$

$$\begin{aligned}
 v(J_1, J_2, J_3) &= \text{Min } \pi(b_1 + b_2 + b_3) \\
 &\text{sujeito a} \\
 \pi A &\geq c
 \end{aligned}
 \tag{3-13}$$

Considerando  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  e  $\pi_{123}$  as soluções ótimas dos problemas (3-10) a (3-13), podemos aplicar a igualdade primal-dual para prosseguir com a demonstração.

Cabe lembrar que de acordo com a Teoria da Dualidade, o problema dual fornece um limite superior (para o caso de maximização, que é o que está sendo retratado) para todas as soluções viáveis do problema primal, incluindo, a ótima.

Como o conjunto de restrições  $\pi A \geq c$  é o mesmo nos problemas duais (3-10) a (3-13), as soluções ótimas de cada problema são soluções viáveis dos demais. Por exemplo,  $\pi_{123}$  é uma solução viável do problema (3-10). Logo:

$$\pi_{123}b_1 \geq \pi_1b_1 \quad (3-14)$$

O mesmo é válido para os problemas (3-11) e (3-12):

$$\pi_{123}b_2 \geq \pi_2b_2 \quad (3-15)$$

$$\pi_{123}b_3 \geq \pi_3b_3 \quad (3-16)$$

Somando esses três resultados, chega-se a seguinte expressão:

$$\pi_{123}(b_1 + b_2 + b_3) \geq \pi_1b_1 + \pi_2b_2 + \pi_3b_3 \quad (3-17)$$

Ou seja:

$$v(J_1, J_2, J_3) \geq v(J_1) + v(J_2) + v(J_3)$$

Que indica que o benefício da coalizão dos três agentes é maior ou igual aos benefícios somados de cada agente operando isoladamente, ou seja, há sinergia na operação conjunta.

Resta provar que também há sinergia para qualquer uma das subcoalizões. Por exemplo, considerando a subcoalizão dos jogadores  $J_1$  e  $J_2$  e o jogador  $J_3$  operando isoladamente, temos:

$$\begin{aligned} v(J_1, J_2) &= \text{Max } cx \\ &\text{sujeito a} \\ Ax &\leq b_1 + b_2 \end{aligned} \quad (3-18)$$

E seu dual:

$$v(J_1, J_2) = \text{Min } \pi(b_1 + b_2)$$

$$\text{sujeito a} \tag{3-19}$$

$$\pi A \geq c$$

O primal e o dual dos modelos para o jogador  $J_3$  e para a coalizão formada pelos três jogadores já foram apresentados em (3-8), (3-9) e (3-12), (3-13). As soluções ótimas dos problemas duais, são  $\pi_{12}$ ,  $\pi_3$  e  $\pi_{123}$ .

Novamente, como o conjunto de restrições  $\pi A \geq c$  é o mesmo para os três duais, e dessa forma, como a solução ótima de cada um é uma solução viável do outro, podemos escrever:

$$\pi_{123}b_3 \geq \pi_3b_3 \tag{3-20}$$

$$\pi_{123}(b_1 + b_2) \geq \pi_{12}(b_1 + b_2) \tag{3-21}$$

Somando as expressões anteriores, temos:

$$\pi_{123}(b_1 + b_2 + b_3) \geq \pi_{12}(b_1 + b_2) + \pi_3b_3 \tag{3-22}$$

Ou que:

$$v(J_1, J_2, J_3) \geq v(J_1, J_2) + v(J_3)$$

A expressão acima indica que o benefício dos três jogadores quando participam da grande coalizão é maior ou igual ao benefício somado da subcoalizão formada pelos jogadores  $J_1$  e  $J_2$  e do jogador  $J_3$  operando isoladamente. Para todas as outras subcoalizões possíveis a prova é análoga e imediata e por isso não será apresentada aqui.

Assim, também ficou provado que a sinergia existente na grande coalizão supera as das demais subcoalizões, caracterizando a superaditividade. A prova para uma quantidade maior de jogadores é análoga a apresentada para três jogadores.

A pergunta seguinte à definição do valor do benefício total da grande coalizão é como reparti-lo entre os jogadores de maneira a incentivar a permanência de todos eles nesse arranjo. Para esse objetivo ser atingido, uma série de condições deve ser atendida, conforme detalhado na próxima seção.

### 3.3.1.2 Núcleo de um Jogo Cooperativo

Para incentivar a permanência de todos os jogadores na grande coalizão, a divisão do benefício  $v(N)$  entre os jogadores, representada pelo vetor de alocações  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$  deve atender às seguintes condições:

- i. Racionalidade do grupo: deve-se garantir que o benefício da grande coalizão será totalmente alocado aos jogadores;

$$v(N) = \sum_{i=1}^n \phi_i \quad (3-23)$$

- ii. Racionalidade individual: cada jogador deve receber, no mínimo, um benefício igual ao que ele obteria agindo individualmente; e

$$\phi_i \geq v(\{i\}), \forall i \in N \quad (3-24)$$

- iii. Racionalidade das coalizões: a soma das alocações dos jogadores de qualquer coalizão  $S$  deve ser maior que o benefício obtido pela ação conjunta desses jogadores em subcoalizões.

$$\sum \phi_i \geq v(S), \forall i \in S \text{ e } S \subset N \quad (3-25)$$

Quando uma alocação atende aos três requisitos acima, diz-se que essa pertence ao *núcleo* do jogo cooperativo. Esse conceito de núcleo, nada mais é, do que a formalização do conceito de “justiça” da alocação, ou seja, a alocação é “justa” no sentido que todos os participantes recebem mais benefícios por fazerem parte da grande coalizão. Por essa razão há um nível de estabilidade nas soluções que pertencem ao núcleo, já que, em princípio, os jogadores não teriam incentivos para abandonar a grande coalizão.

Há, entretanto, casos onde o núcleo do jogo existe, mas é vazio. Essa situação não será abordada nesta dissertação uma vez que, como será provado na seção 4.3, o núcleo do jogo relacionado ao problema de repartição dos créditos do MRE através da função característica que será construída, nunca é vazio.

Existem, na literatura, uma série de métodos de repartição dos benefícios de coalizões, cada um com suas vantagens e desvantagens. Nas próximas sessões serão abordados em mais detalhe os métodos que serão utilizados na metodologia

proposta para o rateio de créditos do *pool* de geradores. No Anexo B podem ser encontradas breves descrições de mais alguns métodos de alocação relevantes.

### 3.3.2

#### Métodos de alocação dos benefícios de jogos cooperativos

##### 3.3.2.1

##### O Método de alocação a Benefícios Marginais

Este método<sup>19</sup> é baseado no princípio de que a eficiência econômica é alcançada quando o benefício  $f(b)$  que cabe a cada agente é obtido de forma proporcional a sua contribuição marginal à coalizão. Isso significa que a repartição dos benefícios totais é realizada de acordo com a taxa de variação do benefício total da coalizão  $f(b)$  em relação ao recurso aportado pelo agente  $b_n$ . Desta forma, o benefício que cabe a um determinado agente  $n$  é dado por:

$$\phi_n = \frac{\partial f(b)}{\partial b_n} b_n \quad (3-26)$$

Onde:

- $\phi_n$  Benefício que cabe ao agente  $n$
- $f(b)$  Benefício para a coalizão em função dos recursos  $b$
- $b_n$  Vetor de recursos do agente  $n$

O Benefício Marginal (BM) tem como interpretação gráfica ser o coeficiente angular da curva de benefício  $f(b)$  para um determinado recurso  $b$  agregado à coalizão. Como exemplo, a Figura 3-6 apresenta uma curva genérica que mostra a relação entre benefício  $f(b)$  e recurso  $b$ . O Benefício Marginal é dado pelo ângulo  $\theta$  formado pela reta tangente a função de benefício para o recurso  $b'$ .

Esse método de alocação torna-se interessante quando a função característica que quantifica os benefícios a serem rateados é calculada através de um problema de programação linear que requer apenas a alteração do lado direito das restrições para o cálculo do benefício de qualquer subconjunto de agentes, pois pode-se provar que a alocação resultante sempre pertence ao núcleo do jogo.

---

<sup>19</sup> Embora neste trabalho estejamos trabalhando com uma abordagem de benefícios repartidos por uma coalizão, usualmente, o método é denominado de alocação a custos marginais. A ideia de ambos é similar, no sentido de que ambos alocam o benefício total (ou custo total) proporcionalmente aos incrementos de benefício (ou decréscimos de custos) causados por variações marginais dos recursos de cada agente.

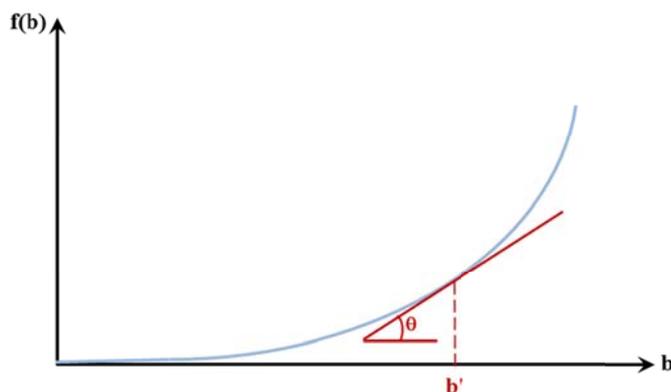


Figura 3-6 – Interpretação gráfica do Benefício Marginal.

### 3.3.2.1.1 Pertinência da alocação ao núcleo

Para que o resultado da alocação pertença ao núcleo, ele precisa atender as condições previstas em 3.3.1.2. Assim, iniciaremos a demonstração da pertinência da alocação a Benefícios Marginais ao núcleo através da comprovação do atendimento à condição de racionalidade do grupo.

Em primeiro lugar, cabe ressaltar que quando aplicada a uma função característica modelada por um PPL, a alocação BM tem uma relação com as variáveis duais desse problema. Note que o método reparte os benefícios totais proporcionalmente à taxa de variação do benefício total da coalizão  $f(b)$  em relação ao recurso aportado pelo agente  $b_n$  (3-26). Por outro lado, a variável dual de uma restrição de um PPL indica justamente como varia a função objetivo (valor do benefício total da coalizão) se o recurso associado a essa restrição for alterado em uma unidade. Assim, o método de alocação a Benefícios Marginais quando aplicado a um PPL, aloca a cada jogador a sua parcela da função objetivo do dual correspondente, ou seja, a soma das variáveis duais associadas a cada restrição multiplicadas pelos seus respectivos recursos (lado direito das restrições do primal).

Além disso, sabe-se pelo Teorema da Dualidade Forte, que o valor ótimo da função objetivo do primal é igual ao valor ótimo da função objetivo de seu problema dual. Como consequência, a soma das alocações a Benefícios Marginais, ou seja, a soma das parcelas da função objetivo do dual é igual a função objetivo do primal, que é o benefício total da coalizão. Logo, o benefício

da grande coalizão será totalmente alocado aos jogadores e portanto, a racionalidade do grupo fica demonstrada.

Para provar que a alocação a Benefícios Marginais atende as demais condições de pertinência ao núcleo do jogo (racionalidade individual e das coalizões), suponha três agentes  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$ , com modelos para cálculo do benefício quando operarem isoladamente e quando operam em conjunto iguais a:

$$f(J_1) = \text{Max } cx$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-27)$$

$$Ax \leq b_1$$

$$f(J_2) = \text{Max } cx$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-28)$$

$$Ax \leq b_2$$

$$f(J_3) = \text{Max } cx$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-29)$$

$$Ax \leq b_3$$

$$f(J_1, J_2, J_3) = \text{Max } cx$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-30)$$

$$Ax \leq b_1 + b_2 + b_3$$

E seus duais:

$$f(J_1) = \text{Min } \pi b_1$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-31)$$

$$\pi A \geq c$$

$$f(J_2) = \text{Min } \pi b_2$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-32)$$

$$\pi A \geq c$$

$$f(J_3) = \text{Min } \pi b_3$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-33)$$

$$\pi A \geq c$$

$$f(J_1, J_2, J_3) = \text{Min } \pi(b_1 + b_2 + b_3)$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-34)$$

$$\pi A \geq c$$

Sejam as soluções ótimas de (3-31) a (3-34) iguais a  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  e  $\pi_{123}$ . O método a Benefícios Marginais aloca a cada jogador:

$$\phi_1 = \pi_{123} b_1 \quad (3-35)$$

$$\phi_2 = \pi_{123} b_2 \quad (3-36)$$

$$\phi_3 = \pi_{123} b_3 \quad (3-37)$$

Como foi provado na seção 3.3.1.1.1,  $\pi_{123} b_1 \geq \pi_1 b_1$ ,  $\pi_{123} b_2 \geq \pi_2 b_2$  e  $\pi_{123} b_3 \geq \pi_3 b_3$ . Portanto  $\phi_1 \geq f(J_1)$ ,  $\phi_2 \geq f(J_2)$  e  $\phi_3 \geq f(J_3)$ . Assim, fica demonstrada a racionalidade individual.

Resta ainda demonstrar a racionalidade das coalizões, provando que para qualquer subcoalizão, a soma das alocações dos jogadores participantes é maior que a soma dos benefícios dos jogadores operando isoladamente. Para o exemplo com três jogadores, isso significaria dizer que:

$$\phi_1 + \phi_2 \geq f(J_1, J_2) \quad (3-38)$$

$$\phi_1 + \phi_3 \geq f(J_1, J_3) \quad (3-39)$$

$$\phi_2 + \phi_3 \geq f(J_2, J_3) \quad (3-40)$$

O PPL para cálculo do benefício da subcoalizão formada por  $J_1$  e  $J_2$  pode ser escrito como:

$$f(J_1, J_2) = \text{Max } cx$$

$$\text{sujeito a} \quad (3-41)$$

$$Ax \geq b_1 + b_2$$

E seu dual associado:

$$\begin{aligned}
 f(J_1, J_2) &= \text{Min } \pi(b_1 + b_2) \\
 &\text{sujeito a} \\
 \pi A &\geq c
 \end{aligned}
 \tag{3-42}$$

Já o cálculo do benefício da grande coalizão e seu dual associado foram mostrados em (3-30) e (3-34). Considere que as soluções ótimas dos problemas duais (3-41) e (3-34) são  $\pi_{12}$  e  $\pi_{123}$ . Novamente, como os duais tem o mesmo conjunto de restrições  $\pi A \geq c$ , a solução  $\pi_{123}$  é uma solução viável de (3-41), e:

$$\pi_{123}(b_1 + b_2) \geq \pi_{12}(b_1 + b_2)
 \tag{3-43}$$

O lado direito da inequação equivale ao benefício obtido pelos jogadores  $J_1$  e  $J_2$  quando operam em uma subcoalizão isolada. Por outro lado, o lado esquerdo da inequação mostra o benefício obtido por esses mesmos dois agentes, mas se participassem da grande coalizão. O sinal mostra que é mais vantajoso para  $J_1$  e  $J_2$  participar da grande coalizão. Ou seja,  $\phi_1 + \phi_2 \geq f(J_1, J_2)$ , como queríamos demonstrar.

Para as outras subcoalizões possíveis a prova é análoga e imediata. Da mesma forma que a prova da racionalidade individual e das coalizões é análoga para um número maior de jogadores.

Dessa forma, fica demonstrado que a alocação a Benefícios Marginais aplicada a um jogo modelado por um PPL que requer apenas a alteração do lado direito das restrições para o cálculo do benefício de qualquer subconjunto de agentes, pertence ao núcleo do jogo.

### 3.3.2.1.2 Desvantagens do método

Ainda que o método de alocação a Benefícios Marginais possa ser interessante para aplicação em jogos modelados por um PPL por fornecer uma alocação no núcleo, como a alocação marginal é baseada em pequenas variações incrementais dos recursos, jogos onde os recursos aportados pelos agentes são discretos, podem resultar em uma alocação não satisfatória.

Um exemplo explorado em [21]<sup>20</sup> mostra como uma pequena variação na quantidade de um recurso aportado por uma hidrelétrica (capacidade de armazenamento) pode levar a uma grande variação na Energia Firme alocada a ela, especialmente quando um pequeno aporte desse recurso pode romper o limiar onde esse recurso passar a ocorrer em excesso, o que pode levar a uma redução na Energia Firme alocada e conseqüente aumento da Energia Firme alocada à outra usina do sistema, sem que essa tenha aumentado seus recursos.

### 3.3.2.2 Método de Aumann-Shapley

Nesta seção será apresentado o método de Aumann-Shapley (AS) com suas características, vantagens e desvantagens, mas antes serão apresentados os métodos cujos aperfeiçoamentos levaram ao desenvolvimento do AS.

#### 3.3.2.2.1 Introdução: a alocação por Benefício Incremental

A alocação por Benefício Marginal está baseada em um conceito intuitivo de alocar a cada agente a diferença entre o benefício calculado para a coalizão após a entrada do jogador, e o benefício total anterior, sem ele.

Por exemplo, seja um conjunto de 3 jogadores que deseja formar uma coalizão e dela extrair algum benefício, que será alocado através do benefício incremental que cada uma proporciona.

Um procedimento possível para o cálculo do incremento que a entrada de um jogador causa no benefício da coalizão, é:

- i. Considere o jogador 1 e calcule seu benefício como  $v(1)$ ;
- ii. Considere agora que o jogador 2 se junte ao jogador 1. Calcule seu benefício como  $v(1,2) - v(1)$ ;
- iii. Considere agora a entrada do jogador 3 ao grupo formado pelos jogadores 1 e 2. Calcule seu benefício como  $v(1,2,3) - v(1,2)$ .

Apesar da simplicidade do método, é fácil questionar o porquê da ordem de entrada ser 1, 2 e 3 e não, por exemplo, 3, 2 e 1 ou qualquer outra ordem de entrada. O benefício incremental que a entrada de cada jogador na coalizão

---

<sup>20</sup> Seção 5.4.

provoca pode variar de acordo com a ordem de entrada considerada. Um exemplo dessa situação pode ser encontrado em [21]<sup>21</sup>.

Nesse contexto, o método de alocação proposto por Shapley em 1953 [38] também possui um caráter intuitivo e, adicionalmente, contorna o problema da ordem de entrada dos jogadores.

### 3.3.2.2

#### Passo seguinte: o método de Shapley

O método de Shapley (ou valor de Shapley) é uma extensão do método do benefício incremental. Nele, todas as ordens possíveis de entrada de todos os agentes são consideradas e, ao final, o que é alocado a cada agente é a média dos benefícios incrementais.

Analicamente, a alocação  $\phi_n$  para cada jogador  $n$  pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\phi_n = \frac{1}{n!} \times \left[ \sum_{(S^* \subseteq N)} [|S^*|! (nj - |S^*| - 1)!] \times [v(S^* \cup i) - v(S^*)] \right] \quad (3-44)$$

Onde:

- $n_j$  Número de jogadores
- $N$  Conjunto de todos os jogadores
- $S^*$  Qualquer coalizão que não contenha o jogador  $i$
- $|S^*|$  Número de elementos do conjunto  $S^*$

O método de Shapley tem por vantagens ser um método intuitivo, além de fornecer resultados plausíveis. Entretanto, ainda que conceitualmente sua mecânica seja fácil de entender, sua implementação pode se tornar complicada a medida em que crescem o número de agentes, isso sem mencionar que o método se torna computacionalmente inviável, especialmente quando aplicado a sistemas de porte mais realista.

Por fim, outra grande desvantagem do método de Shapley está relacionada ao problema da falta de isonomia na maneira como o método trata agentes de diferentes tamanhos. Em outras palavras, tomando como referência dois

---

<sup>21</sup> Seção 15.1 do Anexo D.

jogadores, um de grande porte e outro de menor porte, mas iguais nas demais características, o primeiro é menos sensível à ordem de entrada do que o segundo.

### 3.3.2.2.3

#### O Método de Aumann-Shapley

Um desenvolvimento posterior ao método de Shapley, que buscava corrigir o problema de falta de isonomia entre agentes de diferentes tamanhos, propôs como solução a “divisão” dos recursos de cada agente em vários segmentos e depois seguir o mesmo procedimento do método de Shapley, permitindo a entrada de agentes menores após a entrada de uma fração do agente maior. A esse método deu-se o nome de Shapley modificado.

Em um primeiro momento, ainda que o método de Shapley modificado pareça resolver o problema de falta de isonomia, por outro lado aumenta o problema de implementação e viabilidade computacional já apontado no método de Shapley, uma vez que mais jogadores seriam considerados no problema e o número de permutações somente cresceria. Entretanto surgiu uma nova abordagem proposta em [39] que apontava que se cada jogador fosse dividido em partes infinitesimais, o problema passaria a ter uma solução analítica, do tipo [35]<sup>22</sup>:

$$\phi_n^{AS} = b_n \times \int_{t=0}^1 \frac{\partial f(tb)}{\partial b_n} dt \quad (3-45)$$

Onde:

- $\phi_n$  Benefício que cabe ao agente n
- t Parâmetro de integração, que varia entre [0,1]
- $b_n$  Vetor de recursos do agente n
- f(.) Função que representa o benefício para a coalizão, para um dado t

A essa nova abordagem deu-se o nome de método de Aumann-Shapley (AS). A expressão (3-45) equivale a dizer que a alocação via AS corresponde à média dos Benefícios Marginais dos recursos quando eles crescem uniformemente

---

<sup>22</sup> Demonstração constante do Apêndice A, feita sob o ponto de vista da repartição de custos entre os agentes da coalizão.

de zero até seus valores correntes. Essa integral pode ser calculada numericamente discretizando  $t$  no intervalo  $[0,1]$ .

### **3.3.2.2.3.1**

#### **Vantagens do método**

O método de Aumann-Shapley preserva a metodologia intuitiva do método de Shapley, mas graças a sua formulação que divide os agentes em partes infinitesimais, o que permite que problema tenha uma solução analítica, o método é viável computacionalmente.

Além disso, AS não sofre do mesmo problema que o método a Benefícios Marginais, que pode ser tornar insatisfatório quando os recursos aportados pelos agentes são discretos. O fato da alocação por AS ser a média dos Benefícios Marginais dos recursos quando eles crescem uniformemente de zero até seus valores correntes, minimiza o problema de eventuais variações bruscas do benefício alocado por alguma alteração no recurso, inclusive aquelas ocasionadas pelo recurso ter sido atribuído em excesso.

## 4

### **Nova proposta metodológica para o cálculo e repartição dos benefícios de um pool de geradores entre seus participantes**

Uma vez discutido o problema presente na atual maneira de alocar os créditos de energia do MRE entre seus participantes e uma vez apresentadas as ferramentas necessárias à implementação de uma proposta metodológica que pode ser aplicada para o aperfeiçoamento dessa alocação, as sessões seguintes discorrem sobre a modelagem sugerida para o cálculo e a repartição dos benefícios do mecanismo entre seus cotistas.

Os capítulos anteriores já introduziram o conceito que está por trás da nova abordagem proposta para o cálculo do benefício: a combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional da renda total dos geradores. A seção seguinte explica porque a métrica trabalha com a renda total dos geradores e não com a renda *spot* ou até mesmo a geração.

#### 4.1

##### **Uso da renda como base para a valoração do benefício**

A métrica a ser proposta pode ser aplicada para substituir a Garantia Física na definição das cotas do MRE. Revisitando o procedimento de cálculo da GF apresentado na seção 2.2.1.2 vê-se que esta é alocada a cada usina em proporção as suas rendas no mercado *spot* e não as suas gerações. A razão para isso está explicitada na mesma seção: mais do que simplesmente avaliar o perfil de geração das usinas, o que a metodologia busca é avaliar o valor desta geração para a segurança de suprimento do sistema. Nesse sentido, ao utilizar a renda de um mercado *spot* teórico e não a geração, o que se está fazendo é dar mais peso a geração que ocorre nos períodos mais secos do que a geração observada nos períodos úmidos, uma vez que os CMOs tendem a ser maiores nos primeiros períodos do que nos segundos.

Neste trabalho esse procedimento será mantido. Outro aspecto importante que deve ser ressaltado é que a volatilidade na produção de uma fonte de geração se traduz em riscos financeiros quando essa fonte é usada para o atendimento de uma carga ou para lastrear um contrato por quantidade de venda de energia. Nesse sentido, adotaremos aqui a expressão da renda dos geradores quando esses assumem um compromisso contratual e o risco financeiro será capturado através do cálculo do CVaR nos  $(100-\alpha)\%$  piores cenários de renda. Como premissa deste estudo o preço desse contrato ( $P_c$ ) será fixo para cada usina e igual ao valor esperado do preço no mercado de curto prazo onde essa usina estiver localizada, durante todo o período de tempo que se deseja simular. A razão para isso é que, sob essas condições, a renda média total dos geradores converge para a renda média no mercado spot.

Seja o preço do contrato ( $P_c$ ), em R\$/MWh:

$$P_c = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \pi_{i,k}}{K \times I} \quad (4-1)$$

Onde:

- i Etapa
- k Série
- I Número total de etapas simuladas
- K Número total de séries simuladas
- $\pi$  Preço no mercado de curto prazo

A expressão da renda da usina  $u$  em cada etapa  $i$  e série  $k$  simulada, é ( $R_{u,i,k}$ ):

$$R_{u,i,k} = P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u) \quad (4-2)$$

Onde:

- u Usina
- $P_c$  Preço de venda do contrato da usina  $u$
- $C_u$  Montante vendido em contrato pela usina  $u$

De posse de (4-2) é possível calcular a renda média total dos geradores durante um determinado número de etapas e cenários simulados, já incorporando a definição de  $P_c$  em (4-1).

$$\frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I R_{u,i,k}}{K \times I} = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \pi_{i,k} \times C_u}{K \times I} + \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)}{K \times I} \quad (4-3)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I R_{u,i,k}}{K \times I} = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \pi_{i,k} \times g_{u,i,k}}{K \times I}$$

Que corresponde a renda média no *spot*.

Para desenvolvimento das etapas seguintes, serão assumidas duas hipóteses:

- i. O montante vendido por cada usina (ou seja, seu compromisso contratual) é equivalente ao valor de sua Garantia Física. Essa hipótese, no extremo, converge para a realidade do SEB dado que este é o limite máximo de venda de energia dos geradores, incluído nesse valor, a compensação das perdas de energia até o Centro de Gravidade<sup>23</sup>;
- ii. Para fins de simplificação da expressão de renda dos geradores, mais especificamente da parcela relativa à liquidação no mercado de curto prazo, considera-se que os compromissos contratuais de cada usina foram firmados com consumidores do mesmo submercado onde ela está localizada.

## 4.2

### Métrica para cálculo do benefício do pool de geradores

O que se busca na proposta de uma nova métrica para o cálculo do benefício de uma coalizão de geradores, como por exemplo o MRE, é a correta quantificação dos benefícios trazidos pela formação do *pool* e da contribuição de cada agente participante, dado o seu aporte em termos de valor esperado e volatilidade de sua geração, traduzida em termos da renda total dos geradores. Para juntar todos esses interesses, é preciso criar uma métrica que avalie, ao mesmo tempo o valor esperado e o valor em risco condicional dessa renda.

Uma maneira de atingir esse objetivo é trabalhar com uma métrica  $M$  que seja a combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional

<sup>23</sup> Ponto virtual onde se considera que o montante gerado pelas usinas mais as perdas no transporte dessa energia pela rede de transmissão se igualam ao montante consumido mais as perdas no transporte dessa energia da rede de transmissão até o ponto de consumo.

( $CVaR_{\alpha\%}$ ) a um nível de confiança  $\alpha\%$  da renda total dos geradores. Assim, para um gerador  $u$ , essa métrica pode ser escrita como:

$$M_u = (1 - \lambda) \times E[R_u] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}(R_u) \quad (4-4)$$

Onde:

$M_u$	Métrica para a renda da usina $u$
$\lambda$	Variável que define o peso dado a ser dado ao valor esperado $(1-\lambda)$ e ao CVaR $(\lambda)$ na composição da métrica, onde $\lambda \in [0,1]$
$E[R_u]$	Valor esperado da renda total da usina $u$
$CVaR_{\alpha\%}(R_u)$	CVaR da renda da usina $u$ , a um nível de confiança $\alpha\%$

Da mesma forma, para uma coalizão  $S$ , temos:

$$M_S = (1 - \lambda) \times E[R_S] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}(R_S) \quad (4-5)$$

Considerando a simulação de  $k$  cenários de renda para um determinado período composto de  $i$  etapas, pode-se reescrever (4-5) como:

$$M_S = (1 - \lambda) \times \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S} R_{u,i,k}}{K} + \lambda \times \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S} R_{u,i,k^*}}{(1 - \alpha)\% \times K} \quad (4-6)$$

Onde:

$K^*$  Conjunto dos  $(100 - \alpha)\%$  piores cenários de renda para a coalizão

A métrica proposta, além de capturar simultaneamente as contribuições em termos de valor esperado e valor em risco condicional da renda dos geradores ao *pool*, tem também uma propriedade fundamental para seu tratamento por meio da Teoria de Jogos Cooperativos, através de sua utilização como a função característica: a superaditividade. A demonstração pode ser encontrada no Anexo C. Como já discutido na seção 3.3.1.1, a existência de superaditividade implica que há uma sinergia na operação conjunta entre os agentes do portfólio que implica no aumento do benefício total, o que sustenta essa cooperação de forma estável. Nesse sentido, a coalizão que obterá a maior função característica será sempre formada ao final do jogo e consistirá na grande coalizão. Em termos do MRE, isso significa que sempre estaremos agregando ao portfólio agentes que mantêm o benefício sinérgico do mesmo.

### 4.3

#### Abordagem da função característica do jogo como um PPL

Uma outra maneira de trabalhar com a função característica proposta (combinação convexa do valor esperado e do valor em risco condicional da renda) é através de um PPL. Para isso, podemos tirar proveito da convexidade do  $CVaR_{\alpha\%}$  e da formulação proposta em [27] e [28] para sua representação e reescrevê-lo como:

$$\begin{aligned}
 CVaR_{\alpha\%}(R) &= \text{Max } y \\
 &\text{sujeito a} \\
 y - a - \frac{\sum_k z_k}{(100 - \alpha)\% \times K} &= 0 \\
 z_k - (R_{S,k} - a) &\leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 z_k &\leq 0
 \end{aligned} \tag{4-7}$$

Onde:

$CVaR_{\alpha\%}(R)$	CVaR da variável aleatória renda R, a um nível de confiança $\alpha\%$
y	Variável auxiliar que representa o $CVaR_{\alpha\%}$ da variável aleatória
a	Variável auxiliar que representa o $VaR_{\alpha\%}$ da variável aleatória
$z_k$	Variável auxiliar usada para contabilizar os cenários de renda que definirão o $CVaR_{\alpha\%}$
$R_{S,k}$	Renda da coalizão S, no cenário k

Na formulação apresentada em (4-7), a primeira restrição trata da definição do CVaR em si, enquanto que a segunda e a terceira restrição aliadas são um artifício criado para que a variável  $z_k$  contabilize, para fins de cálculo do CVaR, apenas os cenários de renda que violarem o limiar  $R_{S,k}$ .

Incorporando a formulação do CVaR como problema de otimização para a definição da função característica como um PPL, temos para a renda da coalizão S, simulada por meio de  $k$  cenários ao longo de  $I$  etapas:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\{x_u\}} \left\{ \lambda \times \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I R_{S,i,k}}{K} + (1 - \lambda) \times y \right\} \\
 & \text{sujeito a} \\
 & R_{S,k} = \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S} x_u \times [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)], \\
 & \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 & y - a - \frac{\sum_k z_k}{(100 - \alpha)\% \times K} = 0 \\
 & z_k - (R_{S,k} - a) \leq 0, k = 1, 2, \dots, K \\
 & z_k \leq 0
 \end{aligned} \tag{4-8}$$

Onde:

- $x_u$  Variável binária que assume o valor 1 se o gerador  $u$  pertencer a coalizão  $S$  e 0 caso não pertença
- $g_{u,i,k}$  Geração do gerador  $u$  na etapa  $i$  e na série  $k$

No modelo apresentado acima para a função característica, note que o lado direito das restrições representa os recursos que proporcionam os benefícios calculados pela função objetivo para uma coalizão  $S$ , sendo esse recursos aportados por cada gerador ao jogo correspondentes a sua renda quando estes assumem um compromisso contratual. Podemos concluir então que, para fins de um jogo com as características do MRE a renda dos participantes da coalizão  $S$  ( $x_u$ ) representa os recursos que impactam o cálculo do benefício decorrente da operação conjunta.

Essa função característica apresenta os requisitos mencionados em 3.3.1.1.1 que garantem que ela é superaditiva<sup>24</sup>, logo o benefício máximo será obtido ao final do jogo com a grande coalizão. Já para a repartição desse benefício entre os jogadores, há de se eleger um método de repartição que forneça resultados “justos”, ou seja, no núcleo. Um método apropriado, conforme 3.3.2.1.1 é o método de alocação a Benefícios Marginais, uma vez que, para uma função

<sup>24</sup> Essa prova somente corrobora aquela já feita na seção 4.2, mas que partia diretamente da formulação da função característica como a combinação convexa entre  $E[.]$  e  $CVaR[.]$ .

característica nos moldes da que foi criada, a alocação resultante estará sempre no núcleo.

Além disso, uma vez que a problema de repartição dos créditos de uma coalizão de geradores como o MRE pelo método BM sempre terá uma solução e que, como já provado, essa alocação sempre pertencerá ao núcleo do jogo<sup>25</sup>, pode-se inferir que o núcleo do jogo modelado por um PPL que requer apenas a alteração do lado direito das restrições para o cálculo do benefício de qualquer subconjunto de agentes, nunca é vazio.

#### 4.4 Cálculo do núcleo do jogo através da alocação a Benefícios Marginais

Para obter o rateio dos benefícios do *pool* de geradores através dos BM aportados pelos agentes, podemos nos valer da relação entre a definição de Benefício Marginal e das variáveis duais do PPL, para obter uma solução analítica que já forneça diretamente a fração do benefício total da grande coalizão a que cada agente tem direito. Como já sabemos, graças a superaditividade da função característica, que o benefício máximo será atingido na grande coalizão, podemos calcular o BM associado a cada agente ( $bm_u$ ) resolvendo o problema para a grande coalizão. Como sabemos que a solução ótima é:

$$(1 - \lambda) \times \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S}^U x_u \times [P_C \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} + \quad (4-9)$$

$$\lambda \times \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S}^U x_u \times [P_C \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{(100 - \alpha)\% \times K}$$

Pela definição de Benefício Marginal, podemos escrever:

$$bm_u = \left. \frac{\partial M_S}{\partial x_u} \right|_{\{x_u=1, u=1, \dots, N\}} \quad (4-10)$$

<sup>25</sup> Sob as condições apresentadas na seção 3.3.2.1.1.

$$\begin{aligned}
& \left. \frac{\partial \left\{ (1-\lambda) \times \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I R_{S_{i,k}}}{K} + \lambda \times \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I R_{S_{k^*}}}{(100-\alpha)\% \times K} \right\}}{\partial x_u} \right|_{\{x_u=1, u=1, \dots, N\}} \\
& = \frac{\partial \left\{ (1-\lambda) \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S}^U x_u \times [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} \right\}}{\partial x_u}
\end{aligned} \tag{4-11}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial \left\{ \lambda \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S}^U x_u \times [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{(100-\alpha)\% \times K} \right\}}{\partial x_u} \\
& bm_u = (1-\lambda) \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} \\
& \quad + \lambda \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{(100-\alpha)\% \times K}
\end{aligned} \tag{4-12}$$

Cabe ressaltar que o  $bm_u$  de cada agente é calculado pela expressão analítica (4-12) usando, para a segunda parcela, o conjunto  $K^*$  dos piores cenários de renda da grande coalizão e não do agente operando sozinho, conforme desenvolvimento apresentado de (4-9) a (4-11). Este resultado torna a solução proposta robusta, dado que a parcela do benefício que o agente levará ao participar da grande coalizão, mesmo nos piores cenários de renda<sup>26</sup>, será maior ou igual do que o benefício que esse agente obterá nos piores cenários de renda caso ele viesse a operar em subcoalizões ou mesmo isoladamente.

Cada agente receberá uma parcela  $bm_u$  (em R\$) do benefício total da grande coalizão já que, como o benefício total é modelado como um PPL, cada jogador recebe uma parcela da função objetivo do dual que, no ponto ótimo é igual a do primal. Para obtermos o vetor de alocações  $\phi_u$  (em p.u.), basta calcular qual a parcela que o benefício de cada jogador ( $bm_u$ ) representa do benefício total da coalizão. Ou seja:

$$\phi_u = \tag{4-13}$$

<sup>26</sup> Tipicamente os piores cenários de renda são aqueles onde a geração dos agentes é baixa e o preço *spot* está em patamares elevados .

$$\frac{(1-\lambda) \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I [P_C \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} + \lambda \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I [P_C \times C_u + \pi_{i,k^*} \times (g_{u,i,k^*} - C_u)]}{(100-\alpha)\% \times K}}{(1-\lambda) \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{u=1}^U [P_C \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} + \lambda \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I \sum_{u=1}^U [P_C \times C_u + \pi_{i,k^*} \times (g_{u,i,k^*} - C_u)]}{(100-\alpha)\% \times K}}$$

É esse vetor  $\phi_u$  que se propõe que seja aplicado ao benefício obtido com o *pool* de geradores, ou, no caso do MRE, à geração total do mecanismo. Deste modo, pretende-se que a alocação passe a refletir de maneira mais coerente o quanto cada gerador deve receber da energia gerada no âmbito do mecanismo, dadas suas reais contribuições ao portfólio, eliminando assim a existência de subsídios cruzados entre as usinas.

Outro aspecto interessante da fórmula de rateio (4-13) é que esta possui um formato semelhante à fórmula corrente para cálculo da Garantia Física dos geradores, de acordo com a Portaria #258/2008 [18], exceto pelo fato de que agora existe um termo de risco associado<sup>27</sup>.

É importante salientar novamente que a metodologia proposta não tem sua aplicação restrita ao MRE vigente no atual marco regulatório brasileiro. Ao contrário, esta tem caráter genérico, podendo ser aplicada na formação de qualquer *pool* de geradores de qualquer fonte.

Há, entretanto, um aspecto da alocação BM que não se pode perder de vista pois, como já mencionado em 3.3.2.1.2, os resultados obtidos podem não ser satisfatórios em jogos onde os recursos aportados pelos agentes são discretos. Esse problema pode ser contornado se demonstrarmos que seus resultados convergem para os de outro método que não sofre deste tipo de deficiência. O Anexo D traz a demonstração da convergência entre os métodos de Aumann-Shapley e o de Benefícios Marginais, solucionando assim essa desvantagem do BM.

<sup>27</sup> Note que é possível recuperar a forma de rateio atual (em proporção à renda média) adotando  $\lambda=0$  e  $C_u=0$ .

## 5 Resultados da aplicação da metodologia proposta

Com a apresentação completa da metodologia que se está propondo nesta dissertação, cabe sua aplicação em alguns sistemas-exemplo para verificação da concordância entre os resultados obtidos e o que se espera que ocorra.

Neste capítulo serão apresentados os resultados da aplicação do método em dois sistemas de portes distintos: o primeiro é um sistema de pequeno porte, que inicia com 3 agentes e se expande até 6 elementos, uma vez que o intuito é avaliar, além dos resultados fornecidos, o desempenho computacional do método frente a outro método clássico, já mencionado na seção 3.3.2.2.2: o método de Shapley. O segundo sistema é um sistema de grande porte, com 149 jogadores que compreendem geradores hidrelétricos, eólicos e biomassas do Sistema Elétrico Brasileiro.

Ambos sistemas tiveram suas funções características para quantificação dos benefícios da coalizão calculadas através da simulação de diversos cenários de renda ao longo de um determinado número de etapas. A próxima seção apresenta a metodologia utilizada para geração dos cenários de renda.

### 5.1 Geração dos cenários de renda dos geradores

A geração dos cenários de renda dos geradores para fins da quantificação do benefício das coalizões não foi baseada em uma distribuição de probabilidade específica. A representação das incertezas nas variáveis aleatórias que afetam a renda dos geradores (geração das usinas e preços no mercado de curto prazo) foi realizada através de cenários, em um tipo de abordagem dita não-paramétrica.

Esse tipo de abordagem é empregada quando se deseja modelar o comportamento de grandezas que dependem da dinâmica de operação de sistemas complexos. No caso do setor elétrico, em especial do brasileiro, a geração (despacho) das usinas e a formação dos preços no mercado de curto prazo são

oriundos de um processo computacional complexo que leva em consideração, entre outras coisas:

- i. Um modelo de despacho hidrotérmico estocástico, onde a geração das usinas é comandada pela estratégia de minimização da combinação convexa entre o valor esperado e o valor em risco condicional dos custos operativos, em um horizonte de tempo de cinco anos, onde o insumo para geração de energia elétrica da grande maioria das usinas do parque gerador (as afluições nas usinas hidrelétricas) é incerto e por isso necessita ser representado por cenários;
- ii. Um modelo estocástico de afluição hidrológica às usinas para gerar os cenários de afluições necessários ao modelo de despacho estocástico mencionado em i, embasado em características estatísticas observadas nas afluições passadas; e
- iii. Definição de uma configuração carga/geração que reflita a evolução do sistema.

A Figura 5-1 resume as etapas do procedimento de geração das séries de renda. Todo o procedimento foi feito com o uso do *software* SDDP<sup>28</sup>, que utiliza a metodologia de programação dinâmica dual estocástica para tratar do problema de despacho de mínimo custo de sistemas elétricos, tratando cada usina de forma individualizada.

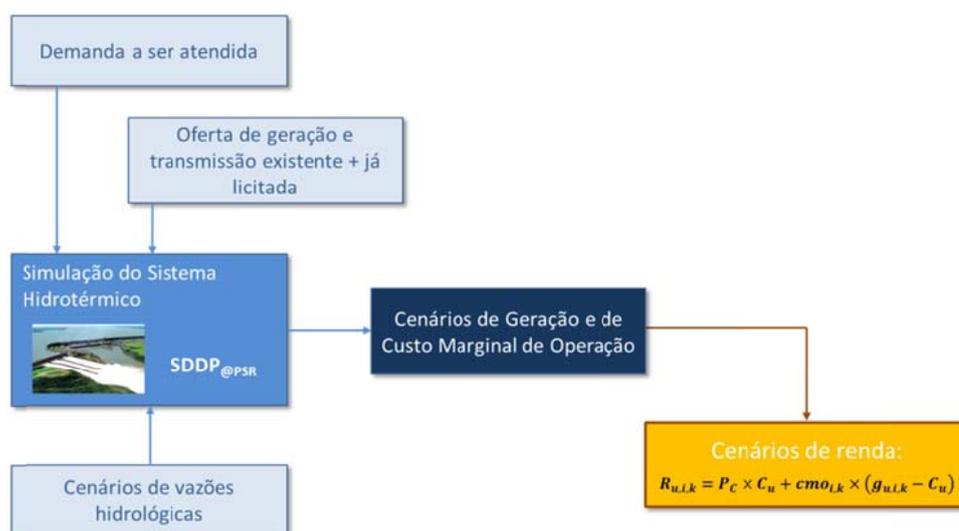


Figura 5-1 – Etapas para geração dos cenários de renda.

<sup>28</sup> Modelo computacional de propriedade da PSR.

Para os sistemas-exemplo, cujos resultados estão apresentados a seguir, trabalhou-se com uma configuração estática que contempla as usinas existentes e as planejadas com concessão ou autorização já outorgadas pela ANEEL por ocasião do cálculo da Garantia Física das usinas candidatas do Leilão A-3 de 2012. Os arquivos dessa configuração foram publicados em [40].

Configurações estáticas diferem das configurações dinâmicas não apenas na maneira como são construídas mas também na maneira de simulá-las. Quanto aos critérios de construção das configurações, enquanto que a primeira conta apenas com o parque gerador existente acrescido das usinas já licitadas, a segunda *pode* incluir a estimativa da evolução da oferta ainda não contratada (como é realizado nas simulações de planejamento de longo prazo). Além disso, na configuração dinâmica a demanda é um dado de entrada, cuja evolução precisa ser estimada para todo o horizonte do estudo e os resultados das simulações mostrarão qual o grau de atendimento ao critério de garantia de suprimento. Isso é o contrário do que ocorre nas simulações estáticas, onde as simulações são realizadas no intuito de descobrir qual a demanda que a oferta considerada consegue suprir garantindo o atendimento ao critério de garantia de suprimento<sup>29</sup>.

Foram utilizadas 200 séries hidrológicas para a caracterização da incerteza presente nas variáveis aleatórias de interesse (geração e preços de curto prazo) e o período simulado descartou os anos iniciais da simulação (para evitar os efeitos das condições de partida) e finais da simulação e utilizou os cinco intermediários.

## 5.2 Sistema de pequeno porte

Iniciamos a análise da aplicação da metodologia lidando com um sistema de pequeno porte, com 3 usinas hipotéticas, sendo uma hidrelétrica (com reservatório) uma de fonte eólica e outra movida a biomassa.

---

<sup>29</sup> As rodadas com uma configuração estática também tem uma particularidade: no primeiro ano da simulação, a demanda parte de um patamar inicial e cresce a uma dada taxa de crescimento ao longo das doze etapas desse ano. No início do ano seguinte, a demanda volta para o patamar inicial do primeiro ano e também cresce com a mesma taxa de crescimento aplicada nas etapas desse ano. Esse procedimento se repete durante todo o horizonte de simulação. O mesmo é válido para as usinas com motorização ao longo do primeiro ano. Esse padrão de motorização é repetido nos anos anteriores. Em suma, a simulação com a configuração estática é feita com todos os anos do horizonte de simulação considerando a fotografia da geração de uma determinada configuração.

Os cenários de preços foram aqueles obtidos na simulação mencionada na seção anterior. Os cenários de geração da usina hidrelétrica (UHE) foram baseados naqueles observados para uma usina com reservatório típica da região Sudeste<sup>30</sup>. Já para a geração eólica (EOL) os cenários de geração foram obtidos com base no sorteio de 200 séries de vento a partir de uma distribuição normal, mas com a sazonalidade mensal de acordo com as séries históricas de um dado parque eólico localizado na região Nordeste do país e descorrelacionados com a geração hidro. A geração da biomassa (BIO) tem um perfil determinístico baseado no período de safra observado na região Sudeste do país: de maio a dezembro. A tabela abaixo mostra os parâmetros das usinas.

Tabela 5-1: Parâmetros das usinas do sistema de pequeno porte, com três agentes.

GERADOR	POTÊNCIA (MW)	GARANTIA FÍSICA (MW <sub>med</sub> )
UHE	216	121
BIO	130	117
EOL	250	104
Total	596	342

Suponha que esses três jogadores querem formar um MRE e gostariam de avaliar o percentual da energia desse portfólio a que teriam direito. Para aplicar a metodologia proposta no Capítulo 4, temos primeiramente que definir os parâmetros  $\lambda$  e  $\alpha$ . Essa escolha fica condicionada ao grau de aversão ao risco de quem faz a análise. Na grande maioria das aplicações do CVaR a escolha de  $\alpha\%$  fica entre 95% e 99% [41]. Aqui adotaremos  $\alpha=0,95$ , o que significa que o CVaR está sendo calculado como a média dos 5% piores cenários de renda, o que totaliza  $200 \times 5\% = 10$  piores cenários. Já a escolha do  $\lambda$  merece um pouco mais de atenção, pois ele é a grande diferença entre adotar uma métrica para quantificação dos benefícios do MRE que considere apenas as contribuições médias dos agentes, e adotar uma métrica que enxergue também a volatilidade desses aportes (ou, no outro extremo, puramente a volatilidade). O gráfico apresentado abaixo, mostra como mudam as alocações por BM entre os três agentes quando mudamos o peso  $\lambda$  de maneira que a alocação vá gradativamente

<sup>30</sup> UHE Funil.

dando maior peso ao termo associado a medida de risco e passe a olhar cada vez menos as contribuições médias dos agentes.

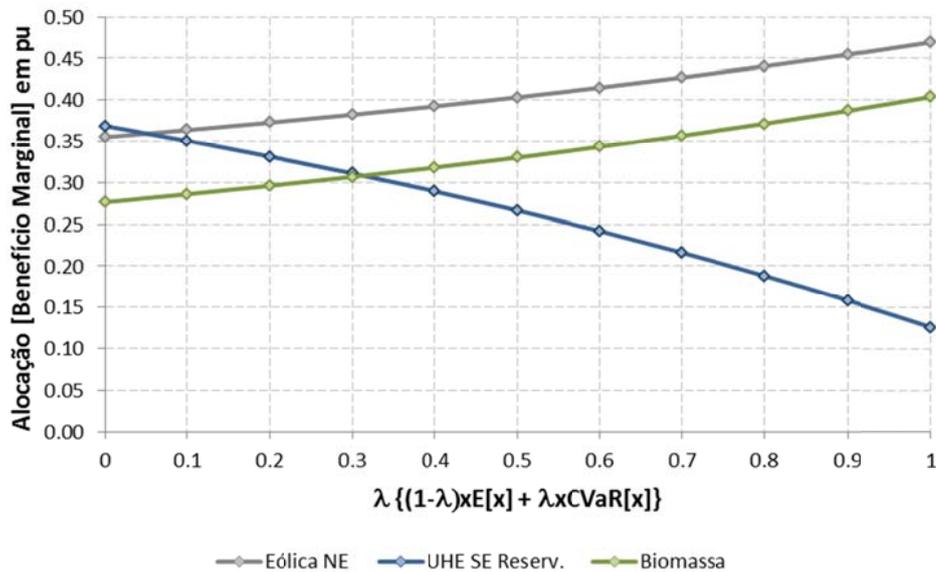


Figura 5-2 – Impacto nas alocações resultantes para os agentes com a mudança do parâmetro  $\lambda$ .

Pode-se observar pelo gráfico que a alocação que considera puramente a medida de risco CVaR na formação da função característica ( $\lambda = 1$ ) beneficia a eólica e a biomassa, mas a primeira de maneira mais significativa. Por outro lado, a medida em que o peso  $\lambda$  diminui, nota-se que a hidrelétrica passa a ganhar mais participação, enquanto que a eólica e a biomassa perdem. No extremo, ( $\lambda = 0$ ) temos uma alocação semelhante aquela feita pelo critério atual (Garantia Física), ou seja, a alocação é em proporção a receita média dos agentes sobre a receita média dos agentes. Os gráficos da Figura 5-3, Figura 5-4 e da Figura 5-5 juntos ajudam a explicar os resultados.

Em primeiro, os perfis de geração apresentados na Figura 5-3 mostram a complementariedade entre as fontes. Essa complementariedade é positiva, principalmente entre a eólica e a hidrelétrica e entre a biomassa e a hidrelétrica, pois gera um interesse entre as partes para a formação de uma coalizão que tire proveito dessa sinergia.

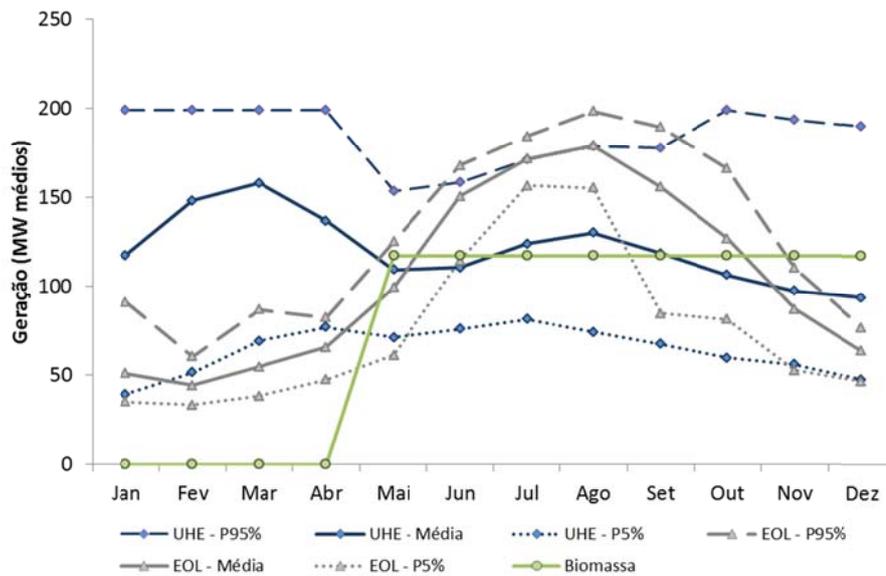


Figura 5-3 – Perfis de geração dos 3 jogadores, para um determinado ano simulado.

Os resultados para o método BM mostram, no entanto, que apesar da complementariedade, existem agentes que contribuem mais para o portfólio, pois geram mais no período seco (de maio a novembro). Como esse período é caracterizado por CMO mais elevados, a biomassa e a eólica conseguem obter cenários de renda mais favoráveis. A Figura 5-4 mostra os perfis dos preços de curto prazo no Nordeste (mesmo submercado da eólica) para um dado ano da simulação. Apenas os resultados do Nordeste estão sendo mostrados para manter o texto o mais conciso possível, entretanto nos demais submercados, ainda que numericamente os valores sejam diferentes, os perfis são muito próximos.



Figura 5-4 – Perfil dos preços de curto prazo do Nordeste para um dado ano da simulação.

A Figura 5-5 mostra a distribuição de probabilidades acumuladas das rendas dos geradores e da grande coalizão ao longo dos cinco anos simulados. Essas distribuições de probabilidades são resultado da expressão de renda (4-2), e para a grande coalizão, esta distribuição resulta da soma das rendas de cada um dos agentes.

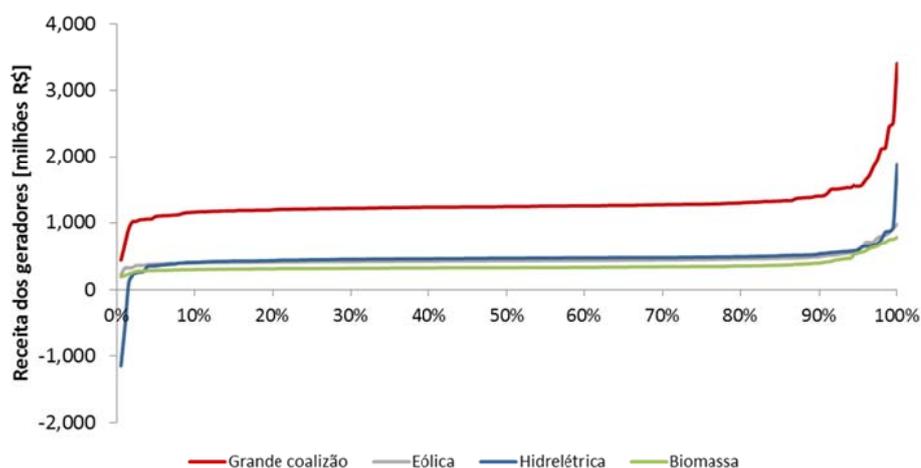


Figura 5-5 – Probabilidade acumulada das receitas dos jogadores e da grande coalizão no período simulado.

Cabe destacar que os piores cenários de renda da grande coalizão (que são usados para calcular o CVaR na função característica) são fruto dos cenários ruins de geração da hidrelétrica. É por esse motivo que esta fonte é a mais penalizada quando damos maior peso ao CVaR, ou seja, quando aumentamos o  $\lambda$ . Por outro lado, para grande parte dos cenários, a renda dos geradores é relativamente estável com a hidro tendo maior renda que a eólica e que a biomassa. Esse resultado impacta na renda média dos geradores e por essa razão, quando o peso  $\lambda = 0$ , ou seja, quando a função característica leva em conta apenas a renda média, temos a hidro levando uma fatia maior do benefício da coalizão (vide Figura 5-2).

Até o momento, os resultados obtidos com a metodologia proposta são numericamente satisfatórios e capturam os efeitos pretendidos: fontes com resultados mais voláteis (no sistema-exemplo de 3 agentes esse papel é da hidrelétrica) tem menores fatias do benefício da coalizão, quanto mais peso damos à medida de risco na formação da função característica. Também ficou evidente que esses efeitos não são capturados pela alocação feita em proporção à renda média das usinas.

Entretanto, supondo que esses jogadores também gostariam de conhecer qual seria a alocação que receberiam por um outro método, uma escolha possível seria o método de Shapley visto que ele é intuitivo e ainda de fácil aplicação para um sistema de 3 agentes. A Tabela 5-2 mostra a comparação dos resultados encontrados (a função característica para o BM e Shapley considera  $\lambda = 50\%$  e  $\alpha = 95\%$ ).

Tabela 5-2: Alocações obtidas para os três agentes pelos diferentes métodos.

GERADOR	BENEFÍCIO MARGINAL	PROPORCIONAL À RENDA MÉDIA	SHAPLEY
UHE c/ Res.	26,65%	36,87%	29,74%
BIO	33,01%	27,64%	31,07%
EOL	40,34%	35,50%	39,19%
Total	100%	100%	100%

Comparando os resultados obtidos pelo método BM com o Shapley, pode-se observar que ainda que numericamente eles não sejam idênticos, a tendência de dar uma participação maior para as fontes com maior complementariedade, se mantém. A Figura 5-6 seguir, mostra o núcleo do jogo cooperativo estudado nesta seção e o conjunto de alocações representados numa projeção do plano de soma um, em duas dimensões, desenvolvido por [42].

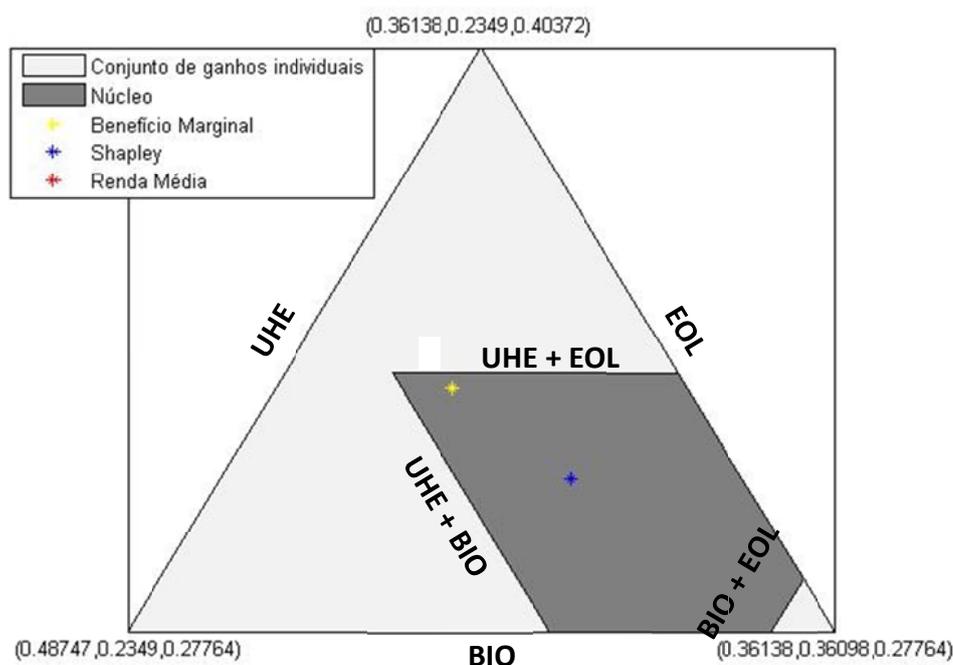


Figura 5-6 – Projeção do núcleo e do conjunto de alocações em plano bidimensional.

O triângulo externo da figura define a fronteira do conjunto de alocações que asseguram que cada agente receberá maiores benefícios na grande coalizão do que operando sozinho. Ou seja, o resultado de uma alocação que esteja dentro desse triângulo cinza, irá garantir que cada agente preferirá atuar dentro da grande coalizão do que sozinho, pois seus ganhos serão maiores na primeira opção. Já o núcleo do jogo cooperativo, área delimitada pelo polígono de cor cinza escuro no interior do triângulo de ganhos individuais, mostra a fronteira do conjunto de alocações que garante que cada agente receberá maiores benefícios por estar na grande coalizão do que se estiver participando de subcoalizões. Em outras palavras, o resultado de uma alocação que esteja dentro desse polígono cinza escuro, irá garantir que cada agente preferirá atuar dentro da grande coalizão do que em subcoalizões menores, pois seus ganhos serão maiores na primeira opção. Nesse sentido, vê-se que as alocações pelo método de Shapley e de Benefícios Marginais oferecem soluções no núcleo, ainda que somente seja possível garantir que isso continuará acontecendo com os resultados do método a Benefícios Marginais (de acordo com a demonstração apresentada em 3.3.2.1.1.).

Por outro lado, vê-se que a alocação em proporção à renda média (ponto vermelho na Figura 5-7 abaixo) não aparece sequer no conjunto de ganhos individuais, já que viola a restrição de ganhos individuais e de subcoalizões da eólica. De fato, rotacionando a figura anterior, vê-se que a alocação cai fora do plano com o núcleo do jogo.

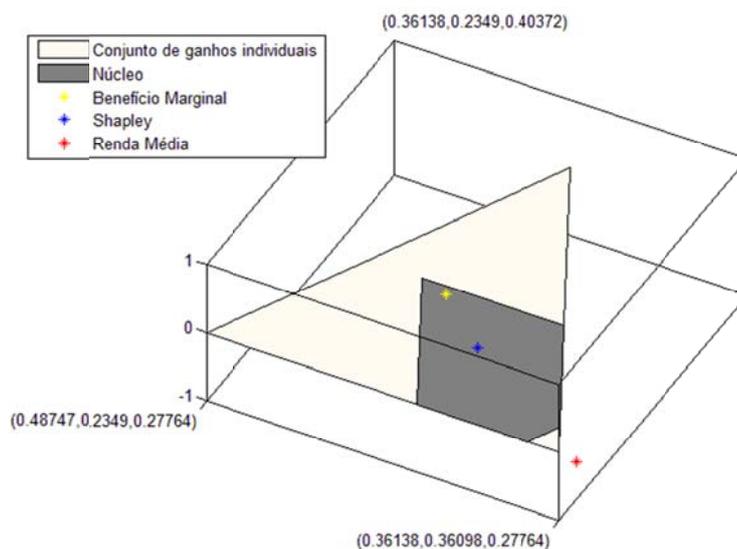


Figura 5-7 – Rotação da projeção do núcleo e do conjunto de alocações em plano bidimensional.

Para testar o desempenho computacional do método BM frente ao método de Shapley, o conjunto de agentes envolvidos foi gradativamente expandido. Os resultados estão mostrados na Tabela 5-3 a seguir. Nota-se novamente que ainda que existam diferenças numéricas entre os resultados das alocações (o que já era esperado em função da diferença dos métodos), a repartição entre os agentes segue a mesma tendência nos dois métodos. Entretanto, o esforço computacional do método de Shapley aumenta exponencialmente, isso sem mencionar a dificuldade de implementação do método. Para sistemas de porte mais realista (como o que será apresentado a seguir) a implementação do método (ao menos na sua forma tradicional) é inviável.

Tabela 5-3: Comparação entre as alocações e os tempos computacionais fornecidos pelo método BM e de Shapley.

Nº AGENTES	COMPOSIÇÃO <sup>31</sup>	ALOCAÇÃO (%)		TEMPO COMPUTACIONAL (s)		RAZÃO ENTRE OS TEMPOS COMPUTACIONAIS
		BM	SHAPLEY	BM	SHAPLEY	
3	EOL NE	40,34%	39,19%	0,0054579	0,018529	3,39
	UHE SE (Res.)	26,65%	29,74%			
	BIO	33,01%	31,07%			
4	EOL NE	33,40%	34,42%	0,005759	0,022330	3,88
	UHE SE (Res.)	21,72%	23,64%			
	BIO	28,63%	27,84%			
	UHE SE (FD)	16,26%	14,10%			
5	EOL NE	24,76%	25,20%	0,005806	0,046434	8,00
	UHE SE (Res.)	17,00%	17,86%			
	BIO	19,72%	20,16%			
	UHE SE (FD)	13,77%	11,67%			
	EOL SU	24,74%	25,11%			
6	EOL NE	20,94%	21,06%	0,006346	0,165060	26,01
	UHE SE (Res.)	14,25%	15,23%			
	BIO	17,43%	16,48%			
	UHE SE (FD)	10,29%	9,97%			
	EOL SU	20,59%	20,19%			
	UHE NO (Res.)	16,51%	17,07%			

<sup>31</sup> Res. Indica uma hidrelétrica com reservatório, enquanto que FD indica uma hidrelétrica à Fio d'água.

### 5.3 Sistema de grande porte

Visando aplicar a metodologia proposta a um sistema de porte realista, partiu-se da mesma simulação detalhada em 5.1, para avaliar como se comportaria a alocação de créditos proposta para cada agente participante de um MRE que, diferentemente do que é feito hoje, fosse formado por hidros, biomassas e eólicas.

A configuração estática do A-3 de 2012 conta com 145 agentes modelados para caracterizar usinas hidrelétricas existentes ou que já tiveram sua instalação autorizada. Dentre esse grupo de agentes constam quatro usinas cujo perfil esperado de geração causa bastante preocupação para os demais agentes atualmente participantes do MRE: são hidrelétricas a fio d'água com grande potência instalada, localizadas na região Norte (Belo Monte, Jirau, Santo Antônio e Teles Pires).

Para representar a geração a biomassa e as eólicas que já estão ou que estarão presentes no sistema, foram adicionados dois grandes blocos de geração determinística de biomassa, um no Nordeste e outro no Sudeste, além de dois grandes blocos de eólicas, sendo um no Nordeste e outro no Sul. O volume destes blocos foi definido de acordo com a oferta que estará no sistema até o ano de 2017<sup>32</sup> de cada fonte:

- i. Biomassas: capacidade instalada de 8.200 MW no Sudeste/Centro-Oeste e de 1.100 MW no Nordeste. Os meses de geração das biomassas no Sudeste/Centro-Oeste são de maio a dezembro, enquanto que para as biomassas no Nordeste os meses vão de dezembro a maio; e
- ii. Eólicas: capacidade instalada de 1.200 MW no Sul e de 6.200 MW no Nordeste. Os perfis de geração usaram a sazonalidade observada de suas respectivas regiões, mas as 200 séries de geração eólica foram sorteadas a partir de uma distribuição normal, estando, portanto descorrelacionadas da geração hidrelétrica.

A partir da simulação dos cenários de renda, a função característica do jogo foi calculada para seis métricas de risco: a primeira considera só o valor esperado

---

<sup>32</sup> Segundo dados do Programa Mensal da Operação (PMO) do ONS datado de Novembro de 2013. O ano de 2017 foi escolhido por ser o ano onde toda a oferta já contratada nos leilões realizados até o A-3 de 2012 deveria estar operando comercialmente.

e as outras cinco consideram a combinação convexa entre valor esperado e CVaR para distintos valores de  $\lambda$  (deixando a medida progressivamente mais conservadora).

O Anexo E traz na sua primeira tabela os resultados completos da alocação para cada agente participante desse MRE, para os vários valores testados para o parâmetro  $\lambda$ . Uma consulta a esse anexo mostrará que, à medida que a métrica de risco se torna mais conservadora ( $\lambda \rightarrow 1$ ), começam a surgir alocações negativas para os agentes. Isso ocorre pois, como algumas usinas tem um CVaR negativo, um maior peso ao CVaR, torna as combinações convexas negativas. Ainda que esses resultados sejam plausíveis, em termos práticos seria difícil convencer os agentes a participarem de um MRE onde a participação deles poderia ser negativa.

Para contornar essa situação, optou-se por deslocar os resultados obtidos, subtraindo de cada valor de benefício obtido pelas usinas, uma constante igual ao valor da combinação convexa mais negativa entre todos os casos rodados de sensibilidade do peso do CVaR. Esse valor é encontrado na rodada onde damos peso zero ao valor esperado, logo peso  $\lambda = 1$  ao CVaR. Dessa maneira, todos os agentes passam a ter alocações positivas. Esse “deslocamento” dos resultados obtidos equivale a somar uma constante na função característica formulada em 4.2 e 4.3, o que não altera nenhuma das propriedades mencionadas de superaditividade ou de pertinência da alocação BM ao núcleo.

A segunda tabela do Anexo E traz os novos resultados por usina. Aqui serão mostrados apenas os resultados agregados por fonte. Inicialmente, a Tabela 5-4 mostra os “ganhos” dos jogadores quando eles optam por deixar de operar isoladamente e passam a participar da grande coalizão MRE. Esses ganhos foram calculados através de uma métrica em R\$/MWh onde o numerador é a diferença entre a combinação convexa  $E[.]$  e  $CVaR[.]$  das usinas quando elas participam do MRE e quando elas operam isoladamente (em R\$), e o denominador é a GF dos empreendimentos (em MW médios x horas do horizonte de simulação)<sup>33</sup>.

Tabela 5-4: Ganhos obtidos pelas usinas no MRE vs operando isoladamente.

FONTE	GANHOS TRAZIDOS PELA PARTICIPAÇÃO NO MRE (R\$/MWh)				
	$\lambda=20\%$	$\lambda=40\%$	$\lambda=60\%$	$\lambda=80\%$	$\lambda=100\%$

<sup>33</sup> A adoção da GF como denominador busca relativizar os ganhos entre as usinas para dar uma melhor noção do significado desses ganhos.

UHE <sup>34</sup>	10	20	30	40	50
STO ANTONIO	3	6	10	13	16
JIRAU	8	17	25	33	42
TELES PIRES	4	9	13	18	22
BELO MONTE	8	17	25	34	42
BIO SE	16	31	47	63	78
BIO NE	2	4	6	7	9
EOL SU	7	15	22	29	36
EOL NE	11	23	34	45	56

Da Tabela 5-4 podemos ver que, conforme esperado (dadas as propriedades da função característica proposta), todas as usinas ganham com a formação do MRE hidro-eólica-biomassa, com relação ao caso onde elas operam sozinhas.

No entanto, ainda que todas as usinas tenham benefícios pela participação no MRE, são mais beneficiadas aquelas que mais contribuem para reduzir a volatilidade da produção do portfólio: eólica e biomassa, especificamente as localizadas nos submercados onde o pico de geração ocorre no período seco (Nordeste e Sudeste, respectivamente). O segundo tema relevante é calcular a cota a que cada agente terá direito da energia gerada no mecanismo, levando em consideração os aportes de cada jogador ao portfólio em termos de média e valor esperado.

Isso é mostrado na Tabela 5-5, onde são calculadas as variações na cota alocada ( $\phi$ ) para cada usina, em cada simulação, em relação ao caso onde a cota é calculada em proporção à renda média dos geradores ( $\lambda = 0$ ). Essa variação será calculada por:

$$\Delta\phi = \frac{(\phi_{\lambda>0} - \phi_{\lambda=0})}{\phi_{\lambda=0}} \quad (5-1)$$

Onde:

$\phi_{\lambda=0}$  Alocação em proporção a renda média

$\phi_{\lambda>0}$  Alocação BM, com peso  $(1-\lambda)$  dado ao valor esperado e  $\lambda$  dado ao CVaR

---

<sup>34</sup> A rubrica “UHE” concentra todas as usinas hidrelétricas (com e sem reservatório) consideradas na simulação.

A ideia é mesurar o quanto cada um perde (ou ganha) em relação ao caso “renda média” (*proxy* da metodologia de rateio atual, pela GF), conforme a métrica fica mais conservadora. A tabela a seguir mostra os resultados obtidos.

Tabela 5-5: Variação nas cotas da usinas de acordo com o peso  $\lambda$ .

FONTE	VARIACÃO DA ALOCAÇÃO, COM RELAÇÃO AO CASO $\lambda=0\%$				
	$\lambda=20\%$	$\lambda=40\%$	$\lambda=60\%$	$\lambda=80\%$	$\lambda=100\%$
UHE	0%	-1%	-2%	-2%	-3%
STO ANTONIO	-15%	-32%	-51%	-73%	-98%
JIRAU	-5%	-11%	-18%	-26%	-35%
TELES PIRES	-2%	-4%	-6%	-9%	-12%
BELO MONTE	-5%	-10%	-17%	-24%	-32%
BIO SE	18%	39%	62%	89%	119%
BIO NE	-9%	-19%	-30%	-43%	-58%
EOL SU	1%	3%	5%	7%	10%
EOL NE	5%	11%	18%	25%	33%

Os resultados destacam, em termos individuais, apenas as grandes UHEs fios d’água do Norte (Belo Monte, Jirau, Santo Antônio e Teles Pires), pois são de especial interesse nessa análise. É possível ver que elas perdem cota em relação ao caso de alocação em proporção a renda média e essa perda é mais severa quanto mais avessa ao risco a medida for<sup>35</sup>. Da mesma forma, é possível notar que o conjunto de hidrelétricas como um todo perde uma pequena participação nas cotas do mecanismo, com relação ao caso  $\lambda=0$ . Isso decorre do fato de que as piores séries do portfólio estão sendo “conduzidas” pelos resultados negativos de algumas UHEs. Por outro lado, as fontes que apresentam maior complementariedade com o portfólio (que em sua maioria é formado por usinas hidrelétricas) ganham um percentual de cotas maior, a medida em que damos mais peso ao CVaR. Merece destaque o desempenho da biomassa no Sudeste, uma vez que, além de serem complementares ao portfólio, a modelagem aqui adotada assumiu que sua geração é determinística.

<sup>35</sup> Os resultados de Santo Antônio e Jirau mostram um fato curioso: mesmo elas tendo padrões de geração idênticos as reduções do percentual de cotas são bem mais drásticas no caso de Santo Antônio. Ocorre que a potência disponível de Jirau é maior do que a de Santo Antônio (e por consequência essa usina gera mais), ainda que a primeira possua menor Garantia Física que a segunda. Nesse sentido, é como se Santo Antônio tivesse cenários de renda piores que os de Jirau, o que impacta a cota alocada a essa usina.

Uma última simulação foi realizada com o mesmo conjunto de agentes, mas alterando o perfil de geração de eólica, dado que ainda há muita incerteza sobre a geração dos cenários de vento, em virtude do pequeno histórico disponível. Forçosamente, os cenários de produção eólica foram obtidos de modo a terem uma correlação negativa com os preços de curto prazo, ou seja, os picos de geração ocorrem nas séries e etapas onde esse preço está baixo e vice-versa. O intuito é avaliar se os resultados irão capturar essa mudança (adversa) na contribuição da eólica para o portfólio. A tabela abaixo traz esses novos resultados.

Tabela 5-6: Ganhos obtidos pelas usinas no MRE vs operando isoladamente (com séries de eólica negativamente correlacionadas com preços de curto prazo).

FONTE	GANHOS TRAZIDOS PELA PARTICIPAÇÃO NO MRE (R\$/MWh)				
	$\lambda=20\%$	$\lambda=40\%$	$\lambda=60\%$	$\lambda=80\%$	$\lambda=100\%$
UHE	10	20	29	39	49
STO ANTONIO	4	8	12	16	21
JIRAU	10	20	29	39	49
TELES PIRES	4	8	11	15	19
BELO MONTE	8	17	25	33	42
BIO SE	17	33	50	66	83
BIO NE	3	6	9	11	14
EOL SU	0	0	0	0	0
EOL NE	0	0	0	0	0

Os resultados mantêm o comportamento esperado. Merece destaque o fato de que a alocação pela metodologia proposta deixaria as eólicas indiferentes a operarem sozinhas ou na grande coalizão, ainda que suas séries de vento agora passem a não apresentar mais complementariedade ao portfólio. As outras fontes, por outro lado, sempre saem ganhando, conforme se pretendia desde o início da concepção da metodologia. As variações nos percentuais de cotas alocadas também foram recalculadas e estão mostradas na Tabela 5-7.

Tabela 5-7: Simulação com séries de eólica com correlação negativa com o preço de curto prazo.

FONTE	VARIAÇÃO DA ALOCAÇÃO, COM RELAÇÃO AO CASO $\lambda=0\%$				
	$\lambda=20\%$	$\lambda=40\%$	$\lambda=60\%$	$\lambda=80\%$	$\lambda=100\%$
UHE	0%	0%	1%	1%	1%

STO ANTONIO	-7%	-14%	-22%	-30%	-38%
JIRAU	-3%	-6%	-9%	-12%	-16%
TELES PIRES	-1%	-2%	-3%	-3%	-4%
BELO MONTE	-3%	-7%	-10%	-14%	-18%
BIO SE	11%	22%	33%	45%	58%
BIO NE	-2%	-3%	-5%	-7%	-9%
EOL SU	-5%	-11%	-16%	-22%	-28%
EOL NE	-19%	-38%	-58%	-79%	-100%

Os resultados obtidos estão dentro do esperado. Em especial, a eólica do Nordeste passou a ser duramente penalizada com o peso maior dado ao CVaR, pois de usina eólica com o perfil mais complementar ao do portfólio, ela passou a situação oposta, enquanto que as hidros passam a se beneficiar ligeiramente de maiores cotas do MRE.

A principal mensagem desta simulação é a de que a correta quantificação das contribuições aportadas pelos geradores ao MRE está intimamente conectada com a utilização de cenários de geração confiáveis e aderentes com a operação das usinas. No caso da eólica essa questão é ainda mais crítica pois ainda há uma incerteza considerável na geração das séries de vento, dado o histórico reduzido desses dados.

## 6 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho explorou a extensão do conceito da teoria de portfólios que respalda o MRE atual para a criação do MRE entre diversas fontes de produção. No entanto, a proposta principal deste trabalho é reconhecer, no cálculo da cota de participação dos agentes de um portfólio de geração qualquer, os efeitos que tanto o valor esperado quanto a *volatilidade* da contribuição de cada agente tem sobre a composição do benefício total do portfólio.

A metodologia propõe uma nova métrica formada pela combinação linear entre o valor esperado e o CVaR da renda dos jogadores participantes, com um método de rateio desses benefícios que utiliza a alocação em proporção aos benefícios marginais. Esse método, para o problema em questão, fornece resultados que estão comprovadamente no núcleo do jogo cooperativo, o que garante que nenhum dos agentes tem incentivos para abandonar o mecanismo criado. Por si só, a aplicação do método BM em jogos modelados por qualquer função característica sempre gera uma solução, inclusive se não existe núcleo no jogo. Entretanto, demonstramos que quando este método é aplicado a funções características modeladas por PPL com recursos do lado direito das restrições (caso do problema de repartição dos benefícios decorrentes da formação de um *pool* de geradores, como o MRE) a solução gerada está sempre no núcleo. Dessa forma, especificamente para o problema proposto, conclui-se que o núcleo do jogo é não vazio.

Outra vantagem do método criado é a sua facilidade de implementação, pois consiste basicamente de uma expressão analítica, que inclusive é similar à expressão de cálculo da Garantia Física, atual critério de reparto das cotas do MRE, exceto pelo fato de conter um termo de risco. Também ficou provado que o desempenho computacional do método é bem satisfatório, não apresentando os mesmos problemas observados no método de Shapley tradicional.

Além disso, o aspecto negativo da alocação BM (possíveis problemas nos resultados da alocação de benefícios em jogos onde os recursos aportados pelos

agentes são discretos) foram contornados, uma vez que foi provado que os resultados do método BM convergem para os do método de Aumann-Shapley, que não sofrem deste tipo de deficiência.

A metodologia desenvolvida foi aplicada a sistemas-exemplo de portes distintos e pôde-se observar que os resultados foram aderentes com o que se esperava, sendo a cota de participação de cada agente dependente de seu perfil de contribuição (formado pela combinação de média e variância).

Apesar das vantagens do método, ressalta-se que a correta quantificação das contribuições aportadas pelos geradores ao portfólio está intimamente conectada com a utilização de cenários de geração confiáveis e aderentes com a operação das usinas. Este tema é de particular importância para a energia eólica, cujos históricos de produção são curtos e com forte componente de incerteza.

A necessidade de aperfeiçoar esse procedimento de geração de cenários de produção de fontes como a eólica é vislumbrada, inclusive, como um potencial trabalho futuro. Em [45], o modelo de geração de séries de eólica utilizado busca explicar os cenários de produção de eólica através da variável explicativa Energia Natural Afluente (ENA) do subsistema onde o parque eólico está localizado. A relação entre essas variáveis é estimada através do uso do histórico disponível da produção de parques eólicos e da ENA de cada subsistema. Com isso, os dados simulados de geração futura das usinas eólicas ficam correlacionados também com os dados de CMO (e por consequência, do PLD) pois estes já estão correlacionados com as ENAs. O modelo estatístico utilizado é o VARX (*Vector Auto Regression with eXternal variables*), mas também pode-se explorar outros modelos de estimação de séries temporais.

Um desenvolvimento futuro deste trabalho envolve a necessidade de aperfeiçoar a metodologia proposta para o cálculo da alocação das usinas que dispõem de reservatório, levando em consideração os benefícios indiretos que elas geram nas usinas a jusante. Como pode-se observar na segunda tabela do Anexo E, os resultados por usina com o método BM permitem observar que, à medida que a componente de risco passa a ganhar mais peso na métrica para cálculo do benefício do MRE ( $\lambda \rightarrow 1$ ), as usinas a fio d'água que estão em uma cascata com reservatórios à montante, passam a ganhar percentualmente mais participação no MRE do que as próprias usinas com reservatório. Isso pode ser observado nas usinas da cascata do Rio Tocantins, onde as UHEs com reservatório (Serra da

Mesa e Peixe Angical) tem ganho na participação das cotas do MRE muito discreto, quando comparados com as demais usinas da cascata que não possuem reservatório (Cana Brava, São Salvador e Lajeado). Esse tipo de problema já foi abordado em outros estudos, como o apresentado em [43].

## 7 Referências

- 1 Diniz, A.L; Maceira, M.E; Penna, D.D.J; Cabral R., “Aplicação da Medida de Risco CVaR no Planejamento da Operação de Médio Prazo Considerando a Representação de Cenários Críticos”, **XXII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)**, Brasília, Brasil, 2013.
- 2 Barroso, L.A.; Granville, S.; Trinkenreich, J.; Pereira, M.V.; Lino, P., “Managing hydrological risks in hydro-based portfolios”, **IEEE Power Engineering Society General Meeting**, 2003.
- 3 Barroso, L.A.; Granville, S.; Trinkenreich, J.; Pereira, M. V.; Lino, P., “Avaliação de estratégias de redução de risco hidrológico para empresas com portfólios predominantemente hidroelétricos”, **XVII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)**, Uberlândia, Brasil, 2003.
- 4 Elton, E. J.; Gruber, M. J.; Brown, S. J.; Goetzmann, W. N., *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, New York: Wiley, 2010.
- 5 Bezerra, B.; Ávila, P.; Barroso, L. A.; Rosenblatt, J.; Pereira, M. V., “Impacto de usinas hidroelétricas a fio d’água no Mecanismo de Realocação de Energia”, **X Symposium of Specialists In Electric Operational and Expansion Planning (SEPOPE)**, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.
- 6 Freire, L.; Street, A.; Lima, D.; Contreras, J., "Sharing Quotas of a Renewable Energy Hedge Pool: A Cooperative Game Theory Approach", **IEEE PowerTech**, 2011, Trondheim, Norway.
- 7 Street, A.; Fanzeres, B.; Lima, D.; Garcia, J.; Freire, L.; Rajagopal, R., “Mecanismo de Realocação de Energia Renovável: Uma Proposta para Fontes Alternativas”, **XXII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)**, Brasília, Brasil, 2013.
- 8 ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA. Central Intelligence Agency. **The World Factbook**. Disponível em: <[www.cia.gov/library/publications/the](http://www.cia.gov/library/publications/the)

- world-factbook/fields/2147.html>. Acesso em: 12 jan. 2014.
- 9 BRASIL. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Estados@**. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/estadosat/>>. Acesso em: 27 dez. 2013.
  - 10 BRASIL. Eletrobrás. Grupo Técnico-Operacional da Região Norte. **Plano Anual de Operação dos Sistemas Isolados 2014**. Disponível em: <<http://www.eletronbras.com/elb/data/Pages/LUMISB4C86407PTBRIE.htm>>. Acesso em: 06 jan. 2014.
  - 11 BRASIL. AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA (ANEEL). **ANEEL 15 anos: Linha do Tempo**. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/15anos/#>>. Acesso em: 20 nov. 2013.
  - 12 BRASIL. AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA (ANEEL). **Informações Gerenciais**. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Z\\_IG\\_Set\\_2013\\_v5.pdf](http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Z_IG_Set_2013_v5.pdf)>. Acesso em 27 dez. 2013.
  - 13 BRASIL. OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. **Acompanhamento Mensal dos Intercâmbios Internacionais**. Disponível em: <[http://www.ons.org.br/resultados\\_operacao/acompanhamento\\_mensal\\_intercambios\\_internacionais/index.aspx](http://www.ons.org.br/resultados_operacao/acompanhamento_mensal_intercambios_internacionais/index.aspx)>. Acesso em: 27 dez. 2013.
  - 14 BRASIL. AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA (ANEEL). **Banco de Informações da Geração**. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm>>. Acesso em: 07 jan. 2014.
  - 15 RIPPL, W. Capacity of Storage Reservoirs for Water Supply. **Proceedings of Institution of Civil Engineers**, v. 71, 1883.
  - 16 POWER SYSTEMS RESEARCH (PSR). Estimativa dos Benefícios da Operação Hidrotérmica Coordenada. Disponível em <[http://www.psr-inc.com.br/portal/psr\\_pt\\_BR/iframe.html?altura=4000&url=/app/publicacaoe p.aspx](http://www.psr-inc.com.br/portal/psr_pt_BR/iframe.html?altura=4000&url=/app/publicacaoe p.aspx)>. Acesso em 22 nov. 2013.
  - 17 LINO, P et al. Bid-Based Dispatch of Hydrothermal Systems in Competitive Markets. **Annals of Operations Research**, n. 120, p. 81-97, 2003.
  - 18 BRASIL. Ministério de Minas e Energia. Portaria nº 258, de 28 de julho de 2008 - Define a metodologia de cálculo da Garantia Física de novos empreendimentos de geração de energia elétrica do Sistema Interligado

- Nacional – SIN. Brasília, 2018. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 18 ago. 2012
- 19 BRASIL. Ministério de Minas e Energia. Portaria nº 303, de 18 de novembro de 2004 - Define, nos termos do parág. 2º do art. 2º, e do parág. 1º do art. 4º, do Decreto 5.163 de 30.07.2004, conforme critérios gerais de garantia de suprimento, os montantes da Garantia Física dos empreendimentos de geração de energia elétrica, bem como aprova a metodologia, as diretrizes e o processo para implantação da Garantia Física das usinas do Sistema Interligado Nacional - SIN. Brasília, 2004. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 12 ago. 2012
  - 20 Pinto, A. D., Aplicação de um Mercado Atacadista de Água para Repartição dos Certificados de Energia Assegurada entre Usinas Hidrelétricas. **Dissertação de Mestrado do Programa de Planejamento energético da COPPE/UFRJ**, Rio de Janeiro, 2007.
  - 21 Faria, E. T., “Aplicação de Teoria dos Jogos à Repartição da Energia Firme de um Sistema Hidrelétrico”. **Dissertação de Mestrado do Programa de Engenharia Elétrica da PUC-Rio**, Rio de Janeiro, 2004.
  - 22 H. M. Markowitz, Portfolio Selection, 1952, Journal of Finance, 7.
  - 23 H. M. Markowitz, Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment, 1959, John Wiley & Sons, Nova Iorque.
  - 24 J.P. Morgan, **RiskMetrics**, 1994, Second Edition, J.P. Morgan.
  - 25 Artzner, P.; Delbaen, F.; Eber, J.; Heath, D., “Coherent Measures of Risk”, **Mathematical Finance** 9 no. 3, 1999, 203-228.
  - 26 M.A.H. Dempster (Ed.), Stochastic Programming, Academic Press, London, 1980.
  - 27 Rockafellar, R.T.; Uryasev, S.P., “Optimization of conditional value-at-risk”, **The Journal of Risk**, 2000, 21-41.
  - 28 S. Uryasev, Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications, 2000, Financial Eng. News 14.
  - 29 Contreras, J.; Wu, F.F., “Coalition Formation in Transmission Expansion Planning”, **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. 4, No. 3, Ago. 1999.
  - 30 Zolezzi, J.M.; Rudnick, H., “Transmission Cost Allocation by Cooperative Games and Coalition Formation”, **IEEE Transaction on Power Systems**,

- Vol. 17, Nov. 2002.
- 31 Junqueira, M. R., “Aplicação da Teoria dos Jogos Cooperativos para a Alocação dos Custos de Transmissão em Mercados Elétricos”. **Dissertação de Mestrado do Programa de Planejamento Energético da COPPE/UFRJ**, Rio de Janeiro, 2005.
  - 32 Zolezzi, J.M.; Rudnick, H., “Tarificación del sistema de transmisión eléctrica: aproximación mediante juegos cooperativos”, **VII Symposium of Specialists In Electric Operational and Expansion Planning (SEPOPE)**, Curitiba, 2000.
  - 33 Lima, D.A., “Alocação de perdas e custos pelo uso do sistema de transmissão”. 2007. 169 f. **Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista**, Ilha Solteira, 2007.
  - 34 Rostamian, A.; Hosseinzadeh, M.; Shokrollahi, A., “Transmission Loss Allocation in the Deregulated Electricity Market based on the Cooperative Game Theory”, *The Journal of Mathematics and Computer Science*, Vol. 4, No. 1, Mai. 2012.
  - 35 Ribeiro, P.M, “Remuneração dos Serviços Ancilares de Suporte de Potência Reativa e Reserva de Potência Quando Providos por Geradores”. **Dissertação de Mestrado do Programa de Engenharia Elétrica da PUC-Rio**, Rio de Janeiro, 2005.
  - 36 Ayala, G.A.A., “Aplicação de Teoria dos Jogos à Alocação da Capacidade Firme em um Sistema Térmico”. **Dissertação de Mestrado do Programa de Engenharia Elétrica da PUC-Rio**, Rio de Janeiro, 2008.
  - 37 Neumann, J.V., Morgenstern, O. *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton Press, 1947
  - 38 Shapley, L.S., “A values for n-person games”, H.W. Kuhn and A.W Tucker, eds., *Contributions to the Theory of Games*, Vol. II. **Annal of Mathematics Studies** No. 28 Princeton, NJ: Princeton University Press, 1953.
  - 39 Aumann, R.J. and L.S. Shapley (1974). “Values of Non-Atomic Games”. Princeton University Press.
  - 40 BRASIL. EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA (EPE). **Caso base dos Leilões A-3 e A-5 de 2012: Cálculo das Garantias Físicas**. Disponível em: <[http://epe.gov.br/leiloes/Paginas/Leilão de Energia A-3 2012 - CANCELADO/CasobasedosLeilõesA-3eA-5de2012-](http://epe.gov.br/leiloes/Paginas/Leilão%20de%20Energia%20A-3%202012%20-%20CANCELADO/CasobasedosLeilõesA-3eA-5de2012-)

CálculodasGarantiasFísicas.aspx?CategoriaID=6783>. Acesso em: 23 set. 2013.

- 41 Street, A.; Barroso, L.A.; Flach, B.; Pereira, M.V.; Granville, S., “Risk constrained portfolio selection of renewable sources in hydrothermal electricity markets”, **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. 24, Jun. 2009.
- 42 Calvo, M. M.; Rodriguez, E. S.. TUGlab Transferable utility game theory Matlab toolboxes. Universidade de Vigo, Espanha, 2005.
- 43 Ávila, P.; Granville, S.; Barroso, L.A.; Bezerra, B.; Pereira, M. V.; Domingues, D.; Araújo, V. V., “Alocação de Garantia Física de Usinas Geradoras Através do Método do Benefício Marginal: Valoração Econômica do Benefício de Regularização a Montante”, **XXII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)**, Brasília, Brasil, 2013.
- 44 Young, H., “Cost allocation”, Handbook of game theory with economic applications”, edited by Robert Aumann and Sergiu Hart. N.H Elsevier, 1994.
- 45 Freire, L., “Modelo de comercialização de energia renovável no ambiente de contratação livre via teoria de jogos cooperativos”. **Dissertação de Mestrado do Programa de Engenharia Elétrica da PUC-Rio**, Rio de Janeiro, 2013.

## 8 Anexo A – Metodologia de cálculo da Garantia Física

Os parágrafos seguintes discorrerão sobre a metodologia de determinação da Garantia Física de usinas hidrelétricas e termelétricas, que atualmente é regida pela Portaria nº 258/2008 [18] e que está dividida em duas grandes etapas: a determinação da oferta total de Garantia Física e o rateio dessa oferta entre os geradores.

### 8.1 Determinação da oferta total de Garantia Física do SIN

A oferta total do sistema é dada pelo somatório das cargas críticas resultantes para cada um dos subsistemas: Sudeste/Centro-Oeste/Acre/Rondônia, Sul, Nordeste, Norte/Manaus.

Por sua vez a carga crítica de cada subsistema é determinada após a simulação estática da operação do sistema hidrotérmico brasileiro para o ano de interesse empregando-se o modelo NEWAVE, onde a geração das usinas hidrelétricas é modelada a sistemas equivalentes e não a usinas individualizadas, e são consideradas 2000 séries sintéticas de vazão.

Essa simulação estática leva em conta todos os empreendimentos de geração hidrelétrica e termoelétrica conectados ao SIN que já estejam em operação, ou que já estejam concedidos/autorizados<sup>36</sup> e que já tenham sido licitados. Ficam fora da dita “configuração de referência” os empreendimentos com graves impedimentos para início da construção ou usinas em processo de devolução da concessão/autorização. Também não são consideradas as PCH, com exceção das que possuem despacho centralizado, e as eólicas. A essa configuração de referência são adicionados os empreendimentos para os quais se deseja calcular a Garantia Física.

---

<sup>36</sup> Concedidos, no caso de usinas hidrelétricas. Autorizados, no caso das demais usinas.

A simulação é realizada considerando todas as usinas supramencionadas e as interligações entre os subsistemas como existentes por um período de 5 anos (período de estudo) que é precedido por 10 anos de simulação com o intuito de eliminar a influência das condições de partida da simulação (armazenamentos e aflúências) e é sucedido por 5 anos de simulação para estabilizar a função de custo futuro ao fim do horizonte de simulação (para evitar o esvaziamento dos reservatórios ao fim do 5º ano de simulação).

No processo de simulação da oferta total, ajusta-se a demanda de cada subsistema de maneira que o critério de garantia de suprimento estabelecido pelo CNPE seja atingido. Esse critério segundo a Portaria #258/2008 determina que o CMO deve ser igual ao CME admitida uma tolerância pré-determinada. Quando da época da Portaria #303/2004 esse critério era um risco de déficit de no máximo 5% ao ano nas séries simuladas [19].

Esse ajuste da demanda deve manter fixa uma proporção pré-estabelecida<sup>37</sup> entre as demandas dos subsistemas Sul e Sudeste/Centro-Oeste/Acre/Rondônia (que compõem o primeiro grande sistema regional), assim como também deve ser mantida a proporção entre as demandas dos subsistemas Norte/Manaus e Nordeste (segundo grande sistema regional). No entanto, a oferta conjunta tem variação livre, assim como a proporção relativa entre esses dois grandes sistemas regionais.

O processo é considerado convergido quando a igualdade  $CMO = CME$ , admitida uma tolerância pré-determinada, for atingida em pelo menos um subsistema de cada sistema regional. Os CMO de todos os subsistemas devem ser iguais ou inferiores ao CME. Nessa etapa, a soma das demandas encontradas nos subsistemas recebe o nome de Carga Crítica do sistema.

## 8.2

### **Rateio da oferta total de Garantia Física (ou Carga Crítica)**

A oferta total estabelecida no passo anterior precisa ser alocada a cada usina termelétrica e hidrelétrica. Se o modelo NEWAVE tivesse a representação de todas as usinas de maneira individualizada, os passos adotados seriam:

---

<sup>37</sup> E que consta do Plano Decenal de Energia (PDE), que é um documento através do qual os órgãos de planejamento do governo tentam delinear sua expectativa para os investimentos futuros no setor de energia.

- i. Para cada usina  $u$  calcula-se a *receita esperada* ( $R_u$ ) no mercado de curto prazo, como a média (sobre as  $k$  séries hidrológicas simuladas) da soma (ao longo dos  $i$  meses do período de simulação) do produto da energia produzida pela usina  $u$  em cada série  $k$  e mês  $i$  ( $g_{u,k,i}$ ) pelo CMO daquela mesma série  $k$  e mês  $i$  ( $cmo_{k,i}$ ).

$$R_u = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I g_{u,k,i} \times cmo_{k,i} \quad (8-1)$$

- ii. O fator de participação de cada usina no rateio da oferta total é dado pela razão entre sua renda esperada  $R_u$ , e a renda esperada do conjunto de todas as usinas. Finalmente, a Garanta Física da usina,  $GF_u$ , é dada pelo produto do fator de participação pela oferta total, ou Garantia Física total ( $GF_{total}$ ).

$$GF_u = \frac{R_u}{\sum_{u=1}^U R_u} \times GF_{total} \quad (8-2)$$

$$GF_u = \frac{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I g_{u,k,i} \times cmo_{k,i}}{\frac{1}{K} \sum_{u=1}^U \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I g_{u,k,i} \times cmo_{k,i}} \times GF_{total} \quad (8-3)$$

$$GF_u = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I g_{u,k,i} \times cmo_{k,i}}{\sum_{u=1}^U \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I g_{u,k,i} \times cmo_{k,i}} \times GF_{total} \quad (8-4)$$

Observa-se no procedimento acima que a GF de uma usina não é proporcional a sua geração física, ou seja, não é proporcional a quantos MWh produziu ao longo do período de simulação, e sim ao valor dessa geração para a segurança de suprimento. Isso significa dizer que, uma usina que gera abundantemente, mas concentrada nos períodos chuvosos (quando o risco de racionamento é menor e o CMO tende a apresentar valores menores), “vale” menos, em termos de contribuição para a segurança de suprimento, do que uma usina com uma produção física menor, mas concentrada nos períodos secos (quando o risco de racionamento é maior).

No entanto, como o modelo empregado para a etapa da determinação da oferta total (NEWAVE) representa apenas as termelétricas de maneira individualizada, agregando as usinas hidrelétricas em sistemas equivalentes, a etapa que determina a Garantia Física das usinas hidrelétricas em separado é feita no modelo MSUI<sup>38</sup>.

Logo, para poder passar ao modelo MSUI a informação referente à oferta total das usinas hidrelétricas, é preciso separar o que é a oferta proporcionada pelo bloco de usinas termelétricas e o que é a oferta proporcionada pelas usinas hidrelétricas.

Essa segregação aplica ao somatório das cargas críticas os chamados Fator Hidrelétrico (FH) e Fator Termelétrico (FT), conforme equações a seguir que se assemelham a equação do cálculo da  $GF_u$  mostrado anteriormente:

$$EH = FH \times \sum_{sub=1}^{nss} ccrítica_s \quad (8-5)$$

Onde:

sub    Subsistema

nss    Número de subsistemas

FH    Fator Hidrelétrico, dado pela equação a seguir.

$$FH = \frac{\sum_{sub=1}^{nss} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{15} \sum_{k=1}^{2000} gh_{i,j,k,sub} \times cmO_{i,j,k,sub}}{\sum_{sub=1}^{nss} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{15} \sum_{k=1}^{2000} [gh_{i,j,k,sub} + \sum_{t=1}^{nt(s)} gt_{i,j,k,t,sub}] \times cmO_{i,j,k,sub}} \quad (8-6)$$

Onde:

i      Etapa (mês)

j      Ano

k      Série

t      Usina térmica

nt(s)    Número de térmicas do subsistema s

<sup>38</sup> Modelo de simulação onde o sistema hidrelétrico tem as usinas modelas individualmente.

- gh Geração hidráulica total  
 gt Geração térmica total  
 cmo Custo marginal de operação

Note que o FH é calculado para todo o bloco de geração hidro. Já para cada uma das  $t$  usinas termelétricas:

$$ET(t, sb) = FT(t, sub) \times \sum_{sub=1}^{nss} ccrítica_s \quad (8-7)$$

Onde:

FT Fator Térmico, definido na expressão a seguir.

$$FT(t, sub) = \frac{\sum_{sub=1}^{nss} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{15} \sum_{k=1}^{2000} gt_{i,j,k,t,sub} \times cmo_{i,j,k,sub}}{\sum_{sub=1}^{nss} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{15} \sum_{k=1}^{2000} [gh_{i,j,k,sub} + \sum_{t=1}^{nt(s)} gt_{i,j,k,t,sub}] \times cmo_{i,j,k,sub}} \quad (8-8)$$

Uma vez segregado o bloco hidro do bloco térmico, é preciso fazer o rateio da oferta do bloco hidro entre as usinas. Esse rateio é feito em proporção à Energia Firme de cada usina, que por sua vez é obtida com o auxílio do modelo de simulação de usinas individualizadas (MSUI) e corresponde à Geração Média nos meses do Período Crítico, limitada ao valor da disponibilidade máxima de geração contínua da usina.

A determinação da Energia Firme é feita através de uma simulação que considera o sistema integrado puramente hidrelétrico utilizando séries históricas de vazão (com o Período Crítico correspondendo aos meses de junho de 1949 a novembro de 1956).

Finalmente, a Garantia Física das usinas hidrelétricas é:

$$GF_{local} = EH \times \frac{EF_h}{\sum_{h=1}^{nh} EF_h} \quad (8-9)$$

Onde:

- h Usina hidrelétrica  
 nh Número de usinas hidrelétricas na configuração

Caso a usina em análise possua um reservatório de regularização com usinas a jusante, além do ganho de Garantia Física local na usina, poderá haver um acréscimo de energia nessas usinas a jusante. Esse benefício, também conhecido por Benefício Indireto (BI) é calculado pela diferença entre o somatório da Energia Firme das usinas a jusante na cascata com e sem a usina em questão.

Assim, a GF de um empreendimento hidrelétrico é obtida pela equação:

$$GF_h = GF_{local} + BI_{cascata} \quad (8-10)$$

Onde:

- $BI_{cascata}$  Benefício indireto obtido nas usinas a jusante da usina h decorrente da entrada do reservatório da usina hidrelétrica h
- $GF_h$  Garantia Física total da usina hidrelétrica h

## 9

### **Anexo B – Outros métodos de alocação dos benefícios de Jogos Cooperativos**

Neste anexo serão apresentadas breves descrições de outros três métodos existentes na literatura para a repartição de benefícios obtidos através da ação cooperativa de jogadores que se reúnem em coalizões.

#### 9.1

##### **Método de alocação pela Geração Média no Período Crítico (GMPC)**

Ainda que tenha uma aplicação restrita ao problema de repartição ambientado no setor elétrico, optamos por descrever aqui o método de alocação pela GMPC pelas suas implicações na âmbito da Garantia Física, tema analisado no escopo dessa dissertação.

A alocação pela Geração Média no Período Crítico (GMPC) é a base de cálculo das Energias Firmes das usinas hidrelétricas no sistema brasileiro. No passado, as Energias Firmes foram a base para a repartição da energia assegurada. Atualmente, elas são utilizadas para repartir a Garantia Física do bloco hidráulico entre as usinas hidrelétricas, conforme discutido na seção 8.2.

A ideia por trás desse critério de repartição é a de que a geração da usina só possuiria algum valor econômico durante o Período Crítico, pois a redução incremental da produção de qualquer usina nesse período leva a um racionamento<sup>39</sup>. Por outro lado, a redução incremental da produção de uma usina fora do Período Crítico pode ser compensada pelo aumento de produção de outra usina. Dessa maneira não há prejuízo para a confiabilidade de suprimento.

---

<sup>39</sup> Para uma discussão sobre a interpretação da relação entre o Período Crítico e as variáveis duais do modelo de cálculo da Energia Firme através de um PPL, veja [21], seção 2.7.

### **9.1.1 Características**

O método de alocação pela GMPC consiste em alocar a cada usina hidrelétrica uma parcela da Energia Firme do bloco hidráulico em proporção à sua geração média durante o Período Crítico.

A principal vantagem deste método é ser intuitivo, uma vez que valoriza a usina por sua contribuição ao atendimento da Energia Firme total. Por outro lado, conforme discutido em [21], o método: i) não aloca Energia Firme a reservatórios puros, dado que eles não possuem uma geração de energia associada, ainda que estes contribuam para o aumento da Energia Firme total por meio da regularização das vazões das usinas a jusante; e ii) não é justo, ou que significa que a partição das Energias Firmes não está no núcleo. Cabe lembrar que o resultado dessa repartição da Energia Firme do bloco hidráulico que está fora do núcleo é aplicada na repartição da Garantia Física para as usinas hidrelétricas, e que por sua vez são usadas para reparto dos créditos de energia do MRE.

### **9.2 Método de alocação por Última Adição**

Neste método, o benefício alocado a cada participante da coalizão é calculado através da diferença entre o benefício da coalizão e o benefício da coalizão sem o participante em questão. Isso significa que sempre se considera o jogador como o último a entrar na coalizão, o que o diferencia do método por benefícios incrementais.

No Anexo A, onde é apresentada a metodologia de cálculo da Garantia Física, é possível perceber que atualmente um critério de rateio semelhante ao método por última adição é aplicado no cálculo da Garantia Física de empreendimentos com reservatório de regularização. Nesse caso, além da Energia Firme calculada para a usina, é somado o chamado “Benefício Indireto”, que é o ganho de Energia Firme nas usinas a jusante. Esse benefício é calculado pela diferença entre o somatório da Energia Firme das usinas a jusante na cascata com e sem a usina com reservatório. Por fim, a soma da Energia Firme da usina e do Benefício Indireto formam a Energia Firme total da usina e é este valor que é

usado para apurar a proporção da Garantia Física do bloco hidráulico que pertence a usina com reservatório.

### **9.2.1** **Características**

Para aplicações em problemas de repartição de montantes de energia suprida de maneira “firme” (Energia Firme ou Garantia Física) o método por última adição apresenta como vantagem evitar a distorção que existe no método de alocação pela GMPC: como o benefício alocado a um jogador é a diferença do valor do benefício da coalizão com e sem o jogador, os reservatórios puros recebem um benefício por regularem as vazões das usinas a jusante.

Entretanto, conforme [21] o método tem como desvantagem nem sempre fornecer alocações pertencentes ao núcleo do jogo.

## **9.3** **Método de alocação pelo Nucleolus**

Na seção 3.3.1.2 foi discutido que as alocações que pertencem ao núcleo do jogo cooperativo incentivam todos os jogadores a se manterem na coalizão. Entretanto, existindo núcleo para um jogo, podem haver uma infinidade de soluções que pertencem a ele. A pergunta seguinte é: qual delas é a mais justa? Esse problema é resolvido pelo método do “nucleolus” [44] que fornece uma solução única que pertence ao núcleo.

### **9.3.1** **Características**

Para entender melhor como funciona o método, suponha três jogadores  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  que se unem em uma coalizão e que usam um método qualquer para alocar o benefício total entre eles. Por algum critério, esse método forneceu uma alocação  $\{\phi_1, \phi_2$  e  $\phi_3\}$  que pertence ao núcleo. Entretanto, as restrições lineares que definem o núcleo, expressas na seção 3.3.1.2 podem conter um número infinito de soluções viáveis, que geram um número infinito de alocações consideradas justas.

Estando a par disto, os jogadores  $J_1$  e  $J_3$  se deram conta que uma das alocações alternativas  $\{\phi'_1, \phi'_2$  e  $\phi'_3\}$ , também no núcleo, fornece uma maior alocação para os dois, no sentido que  $\phi'_1 + \phi'_3 > \phi_1 + \phi_3$ . Obviamente, como o benefício total não muda, essa alocação alternativa reduz o benefício alocado ao jogador  $J_2$ , que seguramente vai preferir a alocação original e não concordar com a troca do conjunto de alocações resultantes. O que fazer nesse caso?

O método do nucleolus resolve este problema fornecendo uma alocação única, pertencente ao núcleo, que buscará maximizar a menor vantagem que cada subcoalizão tem por pertencer à grande coalizão, quando comparada com o caso onde essa subcoalizão atuaria sozinha.

Inicialmente, para o caso dos três jogadores, o método deve resolver o seguinte problema:

*Max*  $\delta$

*sujeito a*

$$\begin{aligned}
 \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 &= f(J_1, J_2, J_3) \\
 \delta &\leq \phi_1 - f(J_1) \\
 \delta &\leq \phi_2 - f(J_2) \\
 \delta &\leq \phi_3 - f(J_3) \\
 \delta &\leq \phi_1 + \phi_2 - f(J_1, J_2) \\
 \delta &\leq \phi_1 + \phi_3 - f(J_1, J_3) \\
 \delta &\leq \phi_2 + \phi_3 - f(J_2, J_3) \\
 \delta &\geq 0
 \end{aligned}
 \tag{9-1}$$

Todos os lados direitos das restrições representam a vantagem de cada agente e cada subcoalizão de estar na grande coalizão, frente ao caso onde eles operariam isoladamente. Logo, o que se busca através da maximização do  $\delta$  é maximizar a menor vantagem observada. Por fim, a última restrição do problema visa garantir que a vantagem seja não-negativa para qualquer subcoalizão. Note que o número de restrições associadas a variável  $\delta$  é igual a  $2^n - 2$  (número total de subcoalizões formada pelos jogadores com exceção da subcoalizão vazia e a grande coalizão).

O processo, entretanto, não acaba nessa etapa, do contrário ainda poderiam existir duas alocações diferentes com as mesmas “menores vantagens”, o que exigiria a existência de um critério para escolher uma das duas.

Esse “critério” é a maximização lexicográfica das vantagens. Para entender como essa maximização é feita, considere duas alocações A e B e sejam  $\theta(A)$  e  $\theta(B)$  vetores com dimensão  $(2^n-2)$  que contém as vantagens de cada subcoalizão, ordenadas da menor para maior, associados às alocações A e B. Seja k a primeira componente de  $\theta(A)$  e  $\theta(B)$  tal que  $\theta_k(A) \neq \theta_k(B)$ . Se  $\theta_k(A) > \theta_k(B)$ , então a alocação A é lexicograficamente maior que a alocação B.

A implementação da maximização lexicográfica no problema de programação linear (9-1) equivale as seguintes etapas:

- i. Resolva o problema (9-1);
- ii. Resolva novamente (9-1), mas antes troque o sinal “ $\leq$ ” por “=” nas restrições das subcoalizões que apresentem a menor vantagem, bem como troque o  $\delta$  pelo valor obtido para ela no passo i;
- iii. Volte ao passo i, até que o número de restrições com sinal de igualdade seja igual ao número de variáveis. A solução (alocação) obtida nesse ponto sempre existe, é única, pertence ao núcleo do jogo, quando este não é vazio, e equivale ao nucleolus [44].

Uma das críticas ao método do nucleolus é o fato de que a vantagem de cada subcoalizão é calculada em termos absolutos, o que pode não ser apropriado quando os benefícios têm tamanhos muito diferentes entre si. Uma modificação do método pensada para lidar com esse problema é o chamado *Método do nucleolus proporcional*, onde as vantagens e a maximização lexicográfica é feita em termos dos valores relativos.

Ainda assim, resta a crítica de que o método do nucleolus (ou do nucleolus proporcional) apresentam dificuldades para sua aplicação a sistemas de porte mais realista, já que com o crescimento do número de jogadores, explodem as restrições associadas à maximização das menores vantagens. Uma proposta de solução para este problema foi apresentada em [45].

## 10 Anexo C – Superaditividade da métrica proposta

Neste anexo será feita a demonstração de que a função característica proposta, formada pela combinação convexa entre valor esperado e valor em risco condicional da renda dos geradores  $R$  tem a propriedade da superaditividade.

Desejamos provar que, para duas coalizões disjuntas quaisquer de geradores  $S_1$  e  $S_2$ , teremos:

$$M(R_{S_1} \cup R_{S_2}) \geq M(R_{S_1}) + M(R_{S_2}) \quad (10-1)$$

Pela definição de  $R_S$ :

$$R_{S_1} \cup R_{S_2} = R_{S_1} + R_{S_2} \quad (10-2)$$

Logo:

$$M(R_{S_1} \cup R_{S_2}) = (1 - \lambda) \times E[R_{S_1} + R_{S_2}] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}[R_{S_1} + R_{S_2}] \quad (10-3)$$

Sabe-se, entretanto, que uma das propriedades do valor esperado de duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  quaisquer, é:

$$E[X \pm Y] = E[X] \pm E[Y] \quad (10-4)$$

E, como já mencionamos na seção 3.2.2.3, o CVaR atende a todas as propriedades de uma medida de risco dita “coerente”, o que inclui a superaditividade. Dessa maneira, para duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ , temos:

$$CVaR_{\alpha\%}[X + Y] \geq CVaR_{\alpha\%}[X] + CVaR_{\alpha\%}[Y] \quad (10-5)$$

Juntando essas propriedades à expressão (10-3):

$$M(R_{S_1} \cup R_{S_2}) \geq (1 - \lambda) \times E[R_{S_1}] + (1 - \lambda) \times E[R_{S_2}] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}[R_{S_1}] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}[R_{S_2}] \quad (10-6)$$

$$M(R_{S_1} \cup R_{S_2}) \geq (1 - \lambda) \times E[R_{S_1}] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}[R_{S_1}] + (1 - \lambda) \times E[R_{S_2}] + \lambda \times CVaR_{\alpha\%}[R_{S_2}] \quad (10-7)$$

$$M(R_{S_1} \cup R_{S_2}) \geq M(R_{S_1}) + M(R_{S_2}) \quad (10-8)$$

A expressão (10-8) comprova a propriedade da superaditividade para a métrica proposta para o cálculo dos benefícios decorrentes da formação de um *pool* de geradores, como o MRE.

## 11

## Anexo D – Relação entre a alocação de Aumann-Shapley e a alocação a Benefícios Marginais

Como já descrito na seção 3.3.2.2.3, o método de Aumann-Shapley é uma extensão do método de Shapley modificado em que é computado a cada agente a média dos Benefícios Marginais dos recursos quando eles crescem uniformemente discretizando o parâmetro de integração  $t$  no intervalo  $[0,1]$  na integral:

$$\phi_n^{AS} = b_n \times \int_{t=0}^1 \frac{\partial f(tb)}{\partial b_n} dt \quad (11-1)$$

Especificamente para o problema de repartição de benefícios de uma coalizão de geradores tratado no Capítulo 4, podemos reescrever a integral  $\phi_u^{AS}$  como:

$$\phi_u^{AS} = x_u \times \int_{t=0}^1 \left. \frac{\partial f(tx_1, \dots, tx_U)}{\partial x_u} \right]_{\{x_u=1, u=1,2,\dots,U\}} dt \quad (11-2)$$

Ou seja, a integral calculará a média dos Benefícios Marginais dos recursos, onde por “recursos” podemos entender a renda agregada ao portfólio por cada gerador  $u$  que pertence a ele. Logo, podemos interpretar  $\partial f(x_1, \dots, x_u)$  como:

$$\begin{aligned} \partial f(x_1, \dots, x_U) = & \\ & (1 - \lambda) \times \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S} x_u \times [P_C \times C_U + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} + \lambda \times \\ & \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I \sum_{u \in S} x_u \times [P_C \times C_U + \pi_{i,k^*} \times (g_{u,i,k^*} - C_u)]}{(100 - \alpha)\% \times K} \end{aligned} \quad (11-3)$$

Pode-se provar também que como tanto o valor esperado quanto o CVaR são medidas positivas homogêneas, sua combinação convexa também o é. Logo:

$$\left. \frac{\partial f(tx_1, \dots, tx_U)}{\partial x_u} \right]_{\{x_u=1, u=1, \dots, U\}} = \frac{\partial f(x_1, \dots, x_U)}{\partial x_u} \Big|_{\{x_u=1, u=1, \dots, U\}}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (11-4)$$

As derivadas parciais  $\partial f(\cdot)/\partial x_u$  já foram calculadas em 4.4 em (4-11).

$$\frac{\partial f(x_1, \dots, x_U)}{\partial x_u} = (1 - \lambda) \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} + \lambda \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{(100 - \alpha)\% \times K} \quad (11-5)$$

O que significa que a alocação de Aumann-Shapley, é:

$$\phi_u^{AS} = (1 - \lambda) \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{K} + \lambda \frac{\sum_{k^* \in K^*} \sum_{i=1}^I [P_c \times C_u + \pi_{i,k} \times (g_{u,i,k} - C_u)]}{(100 - \alpha)\% \times K} \quad (11-6)$$

Ou seja, o fato da função característica proposta dispor da propriedade da homogeneidade positiva, implica que a alocação Aumann-Shapley coincide com a marginal. A vantagem desse resultado é que, como AS não apresenta problemas nas alocações nos casos onde os recursos aportados pelos agentes são discretos, contornamos esse problema. Por outro lado, como já provamos que a alocação a Benefícios Marginais está no núcleo, como AS coincide com esta, também podemos garantir que os resultados do AS estarão no núcleo.

## 12

## Anexo E – Resultados por usina para o MRE formado por hidros, biomassas e eólicas

Tabela 12-1: Resultados das cotas por usina.

USINAS	% ALOCADO DE ACORDO COM O PESO DADO AO PARÂMETRO $\lambda$					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
CAMARGOS	0.03%	0.02%	0.01%	0.00%	-0.02%	-0.05%
ITUTINGA	0.04%	0.03%	0.02%	0.01%	0.00%	-0.02%
FUNIL-GRANDE	0.11%	0.09%	0.06%	0.02%	-0.04%	-0.13%
FURNAS	0.81%	0.61%	0.34%	-0.03%	-0.55%	-1.36%
M. DE MORAES	0.44%	0.40%	0.34%	0.26%	0.15%	-0.02%
ESTREITO	0.72%	0.63%	0.50%	0.33%	0.09%	-0.28%
JAGUARA	0.45%	0.39%	0.30%	0.18%	0.02%	-0.24%
IGARAPAVA	0.20%	0.17%	0.14%	0.09%	0.03%	-0.07%
VOLTA GRANDE	0.34%	0.29%	0.24%	0.16%	0.05%	-0.12%
P. COLOMBIA	0.30%	0.29%	0.28%	0.26%	0.23%	0.18%
CACONDE	0.05%	0.05%	0.05%	0.04%	0.04%	0.03%
E. DA CUNHA	0.07%	0.07%	0.07%	0.06%	0.05%	0.03%
A.S.OLIVEIRA	0.02%	0.02%	0.01%	0.01%	0.00%	-0.01%
MARIMBONDO	1.06%	0.95%	0.80%	0.60%	0.31%	-0.13%
A. VERMELHA	1.20%	1.20%	1.21%	1.22%	1.24%	1.26%
BATALHA	0.03%	-0.01%	-0.06%	-0.14%	-0.24%	-0.41%
SERRA FACAO	0.12%	-0.04%	-0.25%	-0.54%	-0.95%	-1.58%
EMBORCACAO	0.70%	0.46%	0.14%	-0.28%	-0.89%	-1.83%
NOVA PONTE	0.39%	0.25%	0.07%	-0.17%	-0.52%	-1.05%
MIRANDA	0.30%	0.24%	0.16%	0.05%	-0.11%	-0.36%
CAPIM BRANC1	0.24%	0.20%	0.15%	0.08%	-0.02%	-0.18%
CAPIM BRANC2	0.20%	0.17%	0.12%	0.06%	-0.03%	-0.16%
CORUMBA IV	0.09%	0.05%	-0.01%	-0.08%	-0.18%	-0.33%
CORUMBA III	0.06%	0.04%	0.01%	-0.03%	-0.08%	-0.17%
CORUMBA I	0.30%	0.26%	0.20%	0.13%	0.03%	-0.13%
ITUMBIARA	1.48%	1.16%	0.74%	0.18%	-0.62%	-1.86%
CACH.DOURADA	0.62%	0.55%	0.46%	0.34%	0.17%	-0.11%
SAO SIMAO	1.81%	1.52%	1.13%	0.61%	-0.13%	-1.29%
CACU	0.05%	0.05%	0.04%	0.03%	0.02%	0.00%
B. COQUEIROS	0.08%	0.07%	0.06%	0.05%	0.04%	0.01%
FOZ R. CLARO	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%
SALTO	0.10%	0.11%	0.13%	0.15%	0.17%	0.21%
SLT VERDINHO	0.09%	0.10%	0.10%	0.12%	0.13%	0.16%
ESPORA	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%	0.02%	0.02%
BARRA BONITA	0.08%	0.08%	0.08%	0.09%	0.10%	0.11%
A.S. LIMA	0.09%	0.08%	0.07%	0.05%	0.02%	-0.02%
IBITINGA	0.10%	0.09%	0.08%	0.06%	0.03%	-0.01%
PROMISSAO	0.15%	0.13%	0.10%	0.06%	0.01%	-0.07%

NAVANHANDAV A	0.19%	0.17%	0.13%	0.08%	0.01%	-0.10%
I. SOLT. EQV	2.97%	2.78%	2.53%	2.19%	1.70%	0.95%
JUPIA	1.55%	1.64%	1.76%	1.92%	2.14%	2.49%
SAO DOMINGOS	0.05%	0.06%	0.06%	0.07%	0.08%	0.10%
P. PRIMAVERA	1.39%	1.16%	0.86%	0.45%	-0.13%	-1.03%
A.A. LAYDNER	0.07%	0.06%	0.04%	0.03%	0.00%	-0.04%
PIRAJU	0.06%	0.05%	0.04%	0.03%	0.01%	-0.03%
CHAVANTES	0.26%	0.24%	0.22%	0.19%	0.15%	0.08%
OURINHOS	0.04%	0.04%	0.04%	0.05%	0.05%	0.06%
L.N. GARCEZ	0.07%	0.06%	0.05%	0.03%	0.01%	-0.03%
CANOAS II	0.07%	0.06%	0.05%	0.03%	0.02%	-0.01%
CANOAS I	0.08%	0.07%	0.06%	0.04%	0.02%	-0.01%
CAPIVARA	0.47%	0.42%	0.37%	0.29%	0.18%	0.00%
TAQUARUCU	0.30%	0.29%	0.28%	0.26%	0.24%	0.21%
ROSANA	0.25%	0.23%	0.21%	0.17%	0.12%	0.05%
ITAIPU	12.48%	11.73%	10.75%	9.43%	7.53%	4.60%
MANSO	0.13%	0.14%	0.15%	0.16%	0.18%	0.21%
JURU	0.12%	0.14%	0.17%	0.21%	0.27%	0.36%
PONTE PEDRA	0.22%	0.25%	0.29%	0.35%	0.43%	0.55%
ITUIQUIRA I	0.06%	0.07%	0.07%	0.08%	0.09%	0.11%
ITUIQUIRA II	0.10%	0.11%	0.12%	0.13%	0.15%	0.17%
HENRY BORDEN	0.38%	0.52%	0.70%	0.94%	1.28%	1.81%
PARAIBUNA	0.08%	0.09%	0.11%	0.13%	0.16%	0.20%
SANTA BRANCA	0.05%	0.05%	0.05%	0.06%	0.07%	0.08%
JAGUARI	0.02%	0.02%	0.01%	0.01%	0.01%	0.00%
FUNIL	0.18%	0.20%	0.22%	0.25%	0.29%	0.35%
FONTES A	0.05%	-0.04%	-0.16%	-0.32%	-0.55%	-0.91%
NILO PECANHA	0.52%	0.57%	0.64%	0.73%	0.86%	1.06%
P. PASSOS	0.08%	0.09%	0.11%	0.12%	0.15%	0.19%
PICADA	0.04%	0.04%	0.05%	0.05%	0.05%	0.05%
SOBRAGI	0.05%	0.05%	0.04%	0.03%	0.02%	0.00%
SIMPLICIO	0.35%	0.43%	0.52%	0.65%	0.84%	1.14%
ILHA POMBOS	0.13%	0.10%	0.06%	0.01%	-0.07%	-0.18%
CANDONGA	0.09%	0.08%	0.07%	0.06%	0.04%	0.01%
GUILMAN-AMOR	0.09%	0.09%	0.08%	0.06%	0.05%	0.02%
SA CARVALHO	0.08%	0.07%	0.07%	0.06%	0.04%	0.03%
SALTO GRANDE	0.10%	0.09%	0.08%	0.07%	0.05%	0.02%
P. ESTRELA	0.08%	0.07%	0.05%	0.04%	0.02%	-0.02%
BAGUARI	0.10%	0.09%	0.07%	0.04%	0.01%	-0.05%
AIMORES	0.22%	0.17%	0.11%	0.03%	-0.08%	-0.26%
MASCARENHAS	0.17%	0.13%	0.08%	0.02%	-0.08%	-0.22%
ROSAL	0.05%	0.06%	0.07%	0.08%	0.10%	0.14%
STA CLARA MG	0.04%	0.04%	0.03%	0.02%	0.01%	0.00%
IRAPE	0.29%	0.22%	0.13%	0.02%	-0.15%	-0.41%
RETIRO BAIXO	0.05%	0.04%	0.02%	0.00%	-0.04%	-0.09%
TRES MARIAS	0.32%	0.22%	0.08%	-0.11%	-0.37%	-0.78%
QUEIMADO	0.10%	0.09%	0.08%	0.07%	0.05%	0.02%
SERRA MESA	1.15%	1.18%	1.22%	1.27%	1.35%	1.46%
CANA BRAVA	0.50%	0.58%	0.69%	0.85%	1.06%	1.40%
SAO SALVADOR	0.28%	0.32%	0.39%	0.48%	0.60%	0.79%
PEIXE ANGIC	0.51%	0.57%	0.65%	0.75%	0.91%	1.14%
LAJEADO	0.89%	0.97%	1.07%	1.20%	1.39%	1.69%

GUAPORE	0.09%	0.08%	0.08%	0.07%	0.06%	0.04%
JIRAU	3.17%	3.12%	3.05%	2.96%	2.82%	2.62%
STO ANTONIO	2.79%	2.36%	1.80%	1.04%	-0.05%	-1.73%
SAMUEL	0.13%	0.14%	0.17%	0.20%	0.25%	0.32%
RONDON 2	0.07%	0.08%	0.10%	0.12%	0.16%	0.21%
DARDANELOS	0.22%	0.23%	0.23%	0.24%	0.26%	0.28%
COLIDER	0.25%	0.26%	0.27%	0.28%	0.30%	0.33%
TELES PIRES	1.28%	1.29%	1.29%	1.29%	1.30%	1.31%
FONTES BC	0.12%	0.23%	0.36%	0.55%	0.82%	1.23%
MAUA	0.26%	0.21%	0.15%	0.06%	-0.06%	-0.25%
G.B. MUNHOZ	0.83%	0.82%	0.81%	0.79%	0.76%	0.72%
SEGREDO	0.98%	1.11%	1.28%	1.50%	1.83%	2.33%
STA CLARA PR	0.08%	0.07%	0.05%	0.02%	-0.02%	-0.08%
FUNDAO	0.09%	0.08%	0.07%	0.05%	0.03%	-0.01%
SLT.SANTIAGO	1.07%	1.10%	1.13%	1.18%	1.24%	1.34%
SALTO OSORIO	0.78%	0.84%	0.93%	1.05%	1.22%	1.49%
SALTO CAXIAS	0.90%	0.99%	1.10%	1.26%	1.48%	1.82%
BAIXO IGUACU	0.26%	0.28%	0.31%	0.35%	0.40%	0.49%
BARRA GRANDE	0.48%	0.43%	0.37%	0.29%	0.18%	0.00%
GARIBALDI	0.12%	0.13%	0.15%	0.17%	0.19%	0.24%
CAMPOS NOVOS	0.56%	0.62%	0.70%	0.80%	0.95%	1.18%
MACHADINHO	0.84%	0.96%	1.11%	1.32%	1.62%	2.09%
ITA	1.10%	1.23%	1.40%	1.62%	1.95%	2.46%
PASSO FUNDO	0.18%	0.20%	0.23%	0.26%	0.31%	0.38%
MONJOLINHO	0.07%	0.08%	0.10%	0.11%	0.14%	0.18%
FOZ CHAPECO	0.67%	0.75%	0.86%	1.01%	1.22%	1.55%
QUEBRA QUEIX	0.08%	0.09%	0.10%	0.11%	0.12%	0.15%
SAO JOSE	0.04%	0.05%	0.06%	0.07%	0.08%	0.11%
PASSO S JOAO	0.06%	0.07%	0.08%	0.09%	0.10%	0.13%
CASTRO ALVES	0.11%	0.13%	0.16%	0.21%	0.26%	0.36%
MONTE CLARO	0.10%	0.13%	0.16%	0.21%	0.27%	0.37%
14 DE JULHO	0.09%	0.11%	0.14%	0.17%	0.23%	0.31%
PASSO REAL	0.11%	0.13%	0.17%	0.22%	0.28%	0.39%
JACUI	0.22%	0.28%	0.36%	0.47%	0.63%	0.87%
ITAUBA	0.33%	0.46%	0.62%	0.83%	1.14%	1.62%
D. FRANCISCA	0.14%	0.18%	0.23%	0.31%	0.42%	0.58%
G.P. SOUZA	0.17%	0.18%	0.19%	0.21%	0.23%	0.27%
SALTO PILAO	0.16%	0.16%	0.16%	0.15%	0.14%	0.13%
SAO ROQUE	0.10%	0.04%	-0.03%	-0.12%	-0.25%	-0.46%
ITAPEBI	0.31%	0.29%	0.26%	0.23%	0.18%	0.11%
SOBRADINHO	0.68%	0.47%	0.19%	-0.19%	-0.73%	-1.57%
ITAPARICA	1.43%	1.31%	1.14%	0.92%	0.61%	0.12%
COMP PAF-MOX	3.26%	2.91%	2.46%	1.84%	0.96%	-0.40%
XINGO	3.35%	3.20%	3.01%	2.75%	2.39%	1.82%
P. CAVALO	0.12%	0.15%	0.20%	0.26%	0.35%	0.49%
B. ESPERANCA	0.23%	0.25%	0.28%	0.31%	0.37%	0.45%
ESTREITO TOC	0.94%	0.92%	0.90%	0.88%	0.84%	0.77%
TUCURUI	6.27%	6.52%	6.86%	7.31%	7.95%	8.95%
BALBINA	0.21%	0.25%	0.30%	0.37%	0.47%	0.63%
CURUA-UNA	0.04%	0.04%	0.04%	0.05%	0.06%	0.08%
B.MONTE COMP	0.05%	-0.11%	-0.32%	-0.60%	-1.00%	-1.62%
STO ANT JARI	0.32%	0.36%	0.41%	0.48%	0.58%	0.74%

COARA NUNES	0.09%	0.11%	0.12%	0.14%	0.17%	0.22%
FERREIRA GOM	0.19%	0.19%	0.18%	0.16%	0.14%	0.11%
BELO MONTE	6.37%	6.47%	6.60%	6.77%	7.02%	7.41%
BIOMASSA_NE	0.69%	0.55%	0.37%	0.12%	-0.23%	-0.78%
BIOMASSA_SE	9.25%	11.84%	15.21%	19.76%	26.28%	36.38%
EOL_SU	0.95%	1.00%	1.06%	1.15%	1.27%	1.46%
EOL_NE	5.12%	5.76%	6.59%	7.72%	9.34%	11.84%

Tabela 12-2: Novos resultados das cotas por usina, após “deslocamento” dos resultados.

USINAS	% ALOCADO DE ACORDO COM O PESO DADO AO PARÂMETRO $\lambda$					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
CAMARGOS	0.37%	0.39%	0.41%	0.43%	0.45%	0.48%
ITUTINGA	0.38%	0.40%	0.41%	0.44%	0.46%	0.49%
FUNIL-GRANDE	0.41%	0.42%	0.43%	0.44%	0.45%	0.46%
FURNAS	0.74%	0.64%	0.54%	0.42%	0.29%	0.13%
M. DE MORAES	0.56%	0.55%	0.54%	0.52%	0.51%	0.49%
ESTREITO	0.69%	0.65%	0.60%	0.55%	0.49%	0.42%
JAGUARA	0.57%	0.55%	0.52%	0.50%	0.47%	0.43%
IGARAPAVA	0.45%	0.46%	0.46%	0.46%	0.47%	0.47%
VOLTA GRANDE	0.52%	0.51%	0.50%	0.49%	0.48%	0.46%
P. COLOMBIA	0.50%	0.51%	0.52%	0.52%	0.53%	0.54%
CACONDE	0.39%	0.40%	0.42%	0.45%	0.47%	0.50%
E. DA CUNHA	0.40%	0.41%	0.43%	0.45%	0.48%	0.50%
A.S.OLIVEIRA	0.37%	0.39%	0.41%	0.43%	0.46%	0.49%
MARIMBONDO	0.85%	0.79%	0.72%	0.65%	0.56%	0.46%
A. VERMELHA	0.91%	0.90%	0.89%	0.87%	0.85%	0.83%
BATALHA	0.38%	0.38%	0.38%	0.38%	0.38%	0.39%
SERRA FACAO	0.42%	0.37%	0.31%	0.24%	0.16%	0.07%
EMBORCACAO	0.68%	0.58%	0.46%	0.33%	0.18%	0.01%
NOVA PONTE	0.54%	0.49%	0.43%	0.37%	0.30%	0.21%
MIRANDA	0.50%	0.49%	0.47%	0.45%	0.42%	0.40%
CAPIM BRANC1	0.47%	0.47%	0.46%	0.46%	0.45%	0.45%
CAPIM BRANC2	0.46%	0.45%	0.45%	0.45%	0.45%	0.45%
CORUMBA IV	0.40%	0.40%	0.40%	0.40%	0.40%	0.41%
CORUMBA III	0.39%	0.40%	0.41%	0.42%	0.43%	0.45%
CORUMBA I	0.50%	0.49%	0.49%	0.48%	0.47%	0.46%
ITUMBIARA	1.04%	0.88%	0.70%	0.50%	0.26%	0.00%
CACH.DOURADA	0.65%	0.62%	0.59%	0.55%	0.51%	0.47%
SAO SIMAO	1.20%	1.03%	0.85%	0.65%	0.42%	0.15%
CACU	0.39%	0.40%	0.42%	0.44%	0.47%	0.49%
B. COQUEIROS	0.40%	0.41%	0.43%	0.45%	0.47%	0.50%
FOZ R. CLARO	0.39%	0.41%	0.43%	0.45%	0.48%	0.51%
SALTO	0.41%	0.43%	0.46%	0.48%	0.51%	0.55%
SLT VERDINHO	0.40%	0.42%	0.45%	0.47%	0.50%	0.53%
ESPORA	0.38%	0.40%	0.42%	0.44%	0.47%	0.50%
BARRA BONITA	0.40%	0.42%	0.44%	0.46%	0.49%	0.52%
A.S. LIMA	0.40%	0.42%	0.43%	0.45%	0.47%	0.49%
IBITINGA	0.41%	0.42%	0.44%	0.45%	0.47%	0.49%
PROMISSAO	0.43%	0.44%	0.44%	0.45%	0.46%	0.47%
NAVANHANDAV	0.45%	0.45%	0.46%	0.46%	0.46%	0.47%

A						
I. SOLT. EQV	1.73%	1.58%	1.41%	1.21%	1.00%	0.75%
JUPIA	1.08%	1.09%	1.10%	1.12%	1.13%	1.15%
SAO DOMINGOS	0.39%	0.41%	0.43%	0.46%	0.49%	0.52%
P. PRIMAVERA	1.00%	0.88%	0.75%	0.59%	0.42%	0.22%
A.A. LAYDNER	0.39%	0.41%	0.42%	0.44%	0.46%	0.48%
PIRAJU	0.39%	0.40%	0.42%	0.44%	0.46%	0.49%
CHAVANTES	0.48%	0.49%	0.49%	0.50%	0.51%	0.52%
OURINHOS	0.38%	0.40%	0.42%	0.45%	0.48%	0.51%
L.N. GARCEZ	0.40%	0.41%	0.42%	0.44%	0.46%	0.48%
CANOAS II	0.39%	0.41%	0.42%	0.44%	0.47%	0.49%
CANOAS I	0.40%	0.41%	0.43%	0.45%	0.47%	0.49%
CAPIVARA	0.58%	0.56%	0.55%	0.53%	0.52%	0.49%
TAQUARUCU	0.50%	0.51%	0.52%	0.53%	0.54%	0.55%
ROSANA	0.48%	0.48%	0.49%	0.49%	0.50%	0.51%
ITAIPU	6.11%	5.43%	4.67%	3.81%	2.83%	1.71%
MANSO	0.42%	0.44%	0.46%	0.49%	0.52%	0.55%
JAURU	0.42%	0.44%	0.47%	0.51%	0.54%	0.59%
PONTE PEDRA	0.46%	0.49%	0.52%	0.56%	0.60%	0.64%
ITIQUIRA I	0.39%	0.41%	0.43%	0.46%	0.49%	0.52%
ITIQUIRA II	0.41%	0.43%	0.45%	0.48%	0.51%	0.54%
HENRY BORDEN	0.54%	0.61%	0.68%	0.77%	0.86%	0.97%
PARAIBUNA	0.40%	0.42%	0.45%	0.48%	0.51%	0.55%
SANTA BRANCA	0.38%	0.40%	0.43%	0.45%	0.48%	0.51%
JAGUARI	0.37%	0.39%	0.41%	0.44%	0.46%	0.49%
FUNIL	0.45%	0.47%	0.49%	0.52%	0.55%	0.59%
FONTES A	0.38%	0.36%	0.34%	0.32%	0.29%	0.25%
NILO PECANHA	0.60%	0.63%	0.66%	0.69%	0.73%	0.77%
P. PASSOS	0.40%	0.42%	0.45%	0.48%	0.51%	0.54%
PICADA	0.38%	0.40%	0.42%	0.45%	0.48%	0.51%
SOBRAGI	0.39%	0.40%	0.42%	0.44%	0.47%	0.49%
SIMPLICIO	0.52%	0.57%	0.61%	0.67%	0.73%	0.79%
ILHA POMBOS	0.42%	0.43%	0.43%	0.43%	0.44%	0.44%
CANDONGA	0.40%	0.42%	0.43%	0.45%	0.47%	0.50%
GUILMAN-AMOR	0.40%	0.42%	0.44%	0.45%	0.47%	0.50%
SA CARVALHO	0.40%	0.41%	0.43%	0.45%	0.47%	0.50%
SALTO GRANDE	0.41%	0.42%	0.44%	0.46%	0.48%	0.50%
P. ESTRELA	0.40%	0.41%	0.43%	0.44%	0.46%	0.49%
BAGUARI	0.41%	0.42%	0.43%	0.45%	0.46%	0.48%
AIMORES	0.46%	0.46%	0.45%	0.44%	0.43%	0.42%
MASCARENHAS	0.44%	0.44%	0.44%	0.44%	0.44%	0.43%
ROSAL	0.39%	0.41%	0.43%	0.46%	0.49%	0.53%
STA CLARA MG	0.38%	0.40%	0.42%	0.44%	0.46%	0.49%
IRAPE	0.49%	0.48%	0.46%	0.44%	0.41%	0.39%
RETIRO BAIXO	0.38%	0.40%	0.41%	0.43%	0.45%	0.47%
TRES MARIAS	0.51%	0.48%	0.44%	0.39%	0.34%	0.29%
QUEIMADO	0.41%	0.42%	0.44%	0.46%	0.48%	0.50%
SERRA MESA	0.89%	0.89%	0.89%	0.89%	0.88%	0.88%
CANA BRAVA	0.59%	0.63%	0.68%	0.73%	0.79%	0.86%
SAO SALVADOR	0.49%	0.52%	0.56%	0.60%	0.65%	0.70%
PEIXE ANGIC	0.59%	0.63%	0.66%	0.70%	0.75%	0.80%
LAJEADO	0.77%	0.80%	0.83%	0.86%	0.90%	0.94%

GUAPORE	0.40%	0.42%	0.44%	0.46%	0.48%	0.50%
JIRAU	1.82%	1.72%	1.61%	1.49%	1.35%	1.19%
STO ANTONIO	1.65%	1.40%	1.12%	0.80%	0.44%	0.04%
SAMUEL	0.42%	0.44%	0.47%	0.50%	0.54%	0.58%
RONDON 2	0.39%	0.42%	0.44%	0.47%	0.51%	0.55%
DARDANELOS	0.46%	0.48%	0.50%	0.52%	0.54%	0.57%
COLIDER	0.48%	0.49%	0.51%	0.53%	0.55%	0.58%
TELES PIRES	0.95%	0.94%	0.92%	0.89%	0.87%	0.84%
FONTES BC	0.42%	0.48%	0.55%	0.63%	0.72%	0.82%
MAUA	0.48%	0.47%	0.46%	0.45%	0.44%	0.43%
G.B. MUNHOZ	0.75%	0.74%	0.73%	0.71%	0.70%	0.68%
SEGREDO	0.81%	0.86%	0.91%	0.97%	1.03%	1.11%
STA CLARA PR	0.40%	0.41%	0.42%	0.44%	0.45%	0.47%
FUNDAO	0.40%	0.42%	0.43%	0.45%	0.47%	0.49%
SLT.SANTIAGO	0.85%	0.85%	0.85%	0.85%	0.85%	0.85%
SALTO OSORIO	0.72%	0.75%	0.77%	0.81%	0.84%	0.89%
SALTO CAXIAS	0.78%	0.81%	0.84%	0.88%	0.93%	0.98%
BAIXO IGUACU	0.48%	0.50%	0.53%	0.55%	0.59%	0.62%
BARRA GRANDE	0.58%	0.57%	0.55%	0.54%	0.52%	0.49%
GARIBALDI	0.42%	0.44%	0.46%	0.49%	0.52%	0.56%
CAMPOS NOVOS	0.62%	0.65%	0.68%	0.72%	0.76%	0.81%
MACHADINHO	0.75%	0.79%	0.85%	0.90%	0.97%	1.05%
ITA	0.87%	0.91%	0.96%	1.01%	1.07%	1.14%
PASSO FUNDO	0.45%	0.47%	0.50%	0.52%	0.56%	0.60%
MONJOLINHO	0.39%	0.42%	0.44%	0.47%	0.50%	0.54%
FOZ CHAPECO	0.67%	0.71%	0.75%	0.79%	0.84%	0.91%
QUEBRA QUEIX	0.40%	0.42%	0.44%	0.47%	0.50%	0.53%
SAO JOSE	0.38%	0.40%	0.43%	0.46%	0.49%	0.52%
PASSO S JOAO	0.39%	0.41%	0.44%	0.46%	0.49%	0.53%
CASTRO ALVES	0.41%	0.44%	0.47%	0.50%	0.54%	0.59%
MONTE CLARO	0.41%	0.44%	0.47%	0.51%	0.55%	0.59%
14 DE JULHO	0.40%	0.43%	0.46%	0.49%	0.53%	0.57%
PASSO REAL	0.41%	0.44%	0.47%	0.51%	0.55%	0.60%
JACUI	0.46%	0.50%	0.55%	0.60%	0.66%	0.72%
ITAUBA	0.52%	0.58%	0.65%	0.73%	0.82%	0.92%
D. FRANCISCA	0.43%	0.46%	0.50%	0.54%	0.59%	0.65%
G.P. SOUZA	0.44%	0.46%	0.48%	0.51%	0.53%	0.56%
SALTO PILAO	0.44%	0.45%	0.47%	0.49%	0.51%	0.53%
SAO ROQUE	0.41%	0.40%	0.39%	0.39%	0.38%	0.37%
ITAPEBI	0.50%	0.51%	0.51%	0.51%	0.52%	0.52%
SOBRADINHO	0.68%	0.58%	0.48%	0.36%	0.23%	0.08%
ITAPARICA	1.02%	0.94%	0.86%	0.76%	0.65%	0.52%
COMP PAF-MOX	1.86%	1.63%	1.38%	1.09%	0.76%	0.39%
XINGO	1.90%	1.76%	1.60%	1.42%	1.21%	0.97%
P. CAVALO	0.42%	0.45%	0.48%	0.52%	0.57%	0.62%
B. ESPERANCA	0.47%	0.49%	0.51%	0.54%	0.58%	0.61%
ESTREITO TOC	0.79%	0.78%	0.76%	0.74%	0.72%	0.70%
TUCURUI	3.25%	3.19%	3.12%	3.05%	2.96%	2.86%
BALBINA	0.46%	0.49%	0.53%	0.56%	0.61%	0.66%
CURUA-UNA	0.38%	0.40%	0.42%	0.45%	0.48%	0.51%
B.MONTE COMP	0.38%	0.33%	0.28%	0.22%	0.15%	0.07%
STO ANT JARI	0.51%	0.54%	0.57%	0.60%	0.64%	0.69%

COARA NUNES	0.41%	0.43%	0.45%	0.48%	0.51%	0.55%
FERREIRA GOM	0.45%	0.46%	0.48%	0.49%	0.51%	0.52%
BELO MONTE	3.30%	3.17%	3.02%	2.86%	2.67%	2.45%
BIOMASSA_NE	0.68%	0.62%	0.55%	0.48%	0.39%	0.29%
BIOMASSA_SE	4.62%	5.47%	6.43%	7.50%	8.72%	10.12%
EOL_SU	0.80%	0.81%	0.83%	0.84%	0.86%	0.88%
EOL_NE	2.72%	2.86%	3.02%	3.19%	3.40%	3.63%