

DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇOS DE ENERGIA ELÉTRICA ATRAVÉS DE  
LEILÕES EM SISTEMAS PREDOMINANTEMENTE HIDRÁULICOS

Julio César Cahuano Simba

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

---

Prof. Adilson Elias Xavier, D.Sc.

---

Prof. Sérgio Granville, D.Sc.

---

Prof. Hélio dos Santos Migon, D.Sc.

---

Prof. Luiz Fernando Loureiro Legey, D.Sc.

---

Prof. José Ramón Arica Chávez, D.Sc.

---

Mario Veiga Ferraz Pereira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2005

CAHUANO SIMBA, JULIO CÉSAR

Despacho e Formação de Preços em  
Sistemas Hidrotérmicos Interconectados [Rio  
de Janeiro] 2005

XVI, 170 p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,  
Engenharia de Sistemas e Computação, 2005)

Tese – Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, COPPE.

1. Despacho baseado em custos
2. Despacho baseado em ofertas
3. Comportamento estratégico
4. Equilíbrio de Nash – Cournot
5. Simulador de oferta de preços de energia  
elétrica

I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

In Memoriam:

A Luz Maria Angélica Cahuano  
Simba y Luis Gonzalo Cahuano  
Simba, meus irmãos.

## **AGRADECIMENTOS**

A Mario Veiga F. Pereira, amigo que um dia me estendeu a mão e me deu a oportunidade de crescer. A ele devo grande parte da minha formação profissional. Obrigado pelo apoio incondicional em todas as etapas de desenvolvimento da tese.

Ao colega e grande amigo, Sérgio Granville por toda a paciência na orientação, discussões técnicas, revisões e sugestões na elaboração da tese.

Ao orientador e amigo, Prof. Adilson Xavier, pelos sábios conhecimentos por ele transmitidos.

Ao meu grande companheiro de trabalho e amigo incondicional Rafael Kelman pelas críticas, sugestões e minuciosa revisão, que foi de fundamental importância na culminação da tese.

Ao grande amigo, colaborador e colega de trabalho Luiz Augusto Barroso, pelas suas revisões e sugestões na elaboração desta tese.

Aos meus pais e irmãos, pelo carinho, amor e apoio incondicional recebido mesmo na distância.

A minha esposa, por ser como ela é e pelo amor, carinho, preocupação e estímulo incessante na culminação da tese.

A Luiz Mauricio Thomê um grande amigo, e aos demais amigos e colegas de trabalho da PSR/Mercados de Energia que de alguma maneira contribuíram para a realização de todo este trabalho.

À memória de um grande amigo de infância, Oswaldo Freire.

Resumo da Tese apresentada à COPEE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc)

DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇOS DE ENERGIA ELÉTRICA ATRAVÉS DE  
LEILÕES EM SISTEMAS PREDOMINANTEMENTE HIDRÁULICOS

Julio César Cahuano Simba

Junho/2005

Orientadores: Adilson Xavier  
Sérgio Granville

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

O objetivo desta tese é desenvolver uma metodologia para a determinação do equilíbrio do mercado de energia elétrica num sistema hidrotérmico. Neste mercado, os agentes fazem ofertas de preços e quantidades, e o operador do sistema deve despachá-los de maneira a minimizar os custos de produção. A metodologia é adequada quando agentes estratégicos proprietários de usinas hidrelétricas ajustam as quantidades de energia ofertadas de maneira a alterar o preço do mercado para maximizar suas receitas. Uma variante da programação dinâmica, a PDDE é utilizada por resolver o acoplamento temporal das restrições do problema (pelo uso dos reservatórios). A função de receita é não-linear e descontínua, o que exige uma aproximação por sua envoltória côncava para emprego no contexto da PDDE. A metodologia está baseada na resolução sucessiva de problemas de PDDE. Em cada iteração, um agente estratégico hidrelétrico determina seu nível ótimo de produção supondo conhecida a produção da concorrência.

Também será desenvolvida uma metodologia para o esquema de oferta de preços quando diferentes empresas são proprietárias de hidrelétricas na mesma cascata. O objetivo é permitir o gerenciamento individual dos recursos pelos proprietários das hidrelétricas sem prejuízo à coordenação da operação hidrotérmica. Um ambiente de simulação utilizando esta metodologia será apresentado.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc).

ENERGY DISPATCH AND PRICE FORMATION THROUGH AUCTIONS IN  
HYDRO PREDOMINANT SYSTEMS

Julio César Cahuano Simba

May/2005

Advisors: Adilson Xavier  
Sérgio Granville

Department: Systems and Computation Engineering

The objective of this thesis is to develop a methodology for the determination of the equilibrium of an electric energy market in a hydrothermal system. Agents bid pairs of quantities and prices and the system operator dispatches the plants in order to minimize the production costs. This approach is adequate when strategic agents, owners of hydropower plants, adjust the amount of energy offered in order to influence the market price and maximize revenues. A technique known as stochastic dual dynamic programming, SDDP is used as it solves the time coupling constraints due to the use of the reservoirs. The revenue function is non-linear and non-continuous, which demands that a concave hull approximation is made enabling the use of SDDP. The methodology is based on the successive resolution of SDDP problems in which a strategic agent determines the optimum energy production of his hydro plants, assuming that the production of the remaining agents is known.

A second methodology is developed for the bidding scheme when various hydro plants belonging to different agents are located in the same river cascade. The objective is to allow the agents to individually manage their resources, with no prejudice for the coordinated hydrothermal operation. A simulation environment is developed in order to test the use of this methodology.

# Índice

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
I.1 Formação de preços no mercado de curto prazo.....	1
I.1.1 Esquema de despacho por custo.....	1
I.1.2 Esquema de despacho por oferta de preços.....	2
I.2 Despacho por custo versus oferta de preço.....	3
I.3 Vantagens e desvantagens do esquema de ofertas.....	5
I.4 Despacho por ofertas e exercício de poder de mercado.....	7
I.5 Despacho por ofertas e coordenação de despacho.....	9
I.6 Organização da tese.....	11
CAPÍTULO II – DESPACHO BASEADO EM CUSTOS.....	13
II.1 Introdução.....	13
II.2 Operação de sistemas puramente térmicos.....	13
II.3 Operação de sistemas hidrotérmicos.....	14
II.3.1 Dependência temporal da operação.....	14
II.3.2 Custo Imediato e Custo Futuro.....	15
II.3.3 Cálculo da FCI e FCF.....	15
II.3.4 Valor Marginal da água.....	15
II.4 Despacho hidrotérmico de um estágio.....	16
II.5 Algoritmo de solução e custos marginais.....	19
II.6 Cálculo da FCF.....	20
II.7 Limitações no esquema PDE.....	22
II.8 A programação dinâmica dual.....	23
II.9 Conclusão.....	24
CAPÍTULO III – DESPACHO BASEADO EM OFERTAS.....	26
III.1 Introdução.....	26
III.1.1 Remuneração dos agentes.....	26
III.1.2 Classificação dos agentes.....	28
III.1.3 Estratégia de ofertas dos agentes estratégicos.....	29
III.1.4 Extensão para o caso multi-estágio.....	32
III.2 Técnicas de solução.....	33
III.2.1 Revisão bibliográfica.....	33
III.2.2 Metodologia adotada.....	35

III.2.2.1 Função de benefício futuro - FBF .....	36
III.2.2.2 Aproximação da função de remuneração .....	37
III.2.2.3 Procedimento para o cálculo da função de benefício imediato – FBI ...	38
III.2.2.4 Relação com técnica da PDDE .....	40
III.3 Dinâmica dos agentes estratégicos .....	41
III.3.1 Construção das estratégias dos agentes .....	43
III.3.2 Extensão para o caso estocástico .....	43
III.3.3 Simulação das estratégias dos agentes para diferentes cenários.....	45
III.3.4 Algoritmo de simulação das estratégias dos agentes competitivos .....	45
CAPÍTULO IV – ESTUDO DE CASO .....	47
IV.1 Introdução.....	47
IV.2 Resultados .....	48
IV.3 Conclusão .....	53
CAPÍTULO V – DESPACHO BASEADO EM OFERTAS NO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO.....	54
V.1 Objetivo .....	54
V.2 Oferta de preços e coordenação do despacho - Metodologia .....	57
V.3 Contas de direitos de energia e repartição da energia afluyente.....	58
V.4 Oferta de quantidade e preço .....	58
V.4.1 Ofertas e contratos bilaterais .....	59
V.4.2 Ofertas e curva de aversão ao risco .....	60
V.5 Ligação entre despachos comercial e físico.....	61
V.6 Resumo da metodologia .....	62
V.7 Exemplo.....	63
V.7.1 Usinas hidrelétricas.....	63
V.7.2 Usinas térmicas.....	64
V.7.3 Calculo dos saldos nas CDES .....	64
V.7.4 Ofertas de quantidade e preço dos agentes hidrelétricos .....	65
V.7.5 Ofertas de quantidade e preço das térmicas.....	66
V.7.6 Oferta de quantidade e preço da demanda .....	66
V.7.7 Curva de oferta e demanda .....	66
V.7.8 Despacho físico.....	67
V.8 Implementação do esquema de oferta de preços no Brasil.....	68
V.9 A questão do poder de mercado.....	68

CAPÍTULO VI – SIMULADOR DE OFERTAS DE PREÇOS COM COORDENAÇÃO OPERATIVA NA CASCATA .....	69
VI.1 Introdução.....	69
VI.2 Arquitetura do modelo.....	69
VI.2.1 Contas de direito de energia – CDE.....	70
VI.2.2 Inicialização das contas .....	70
VI.2.3 Atualização dos <i>SDEs</i> com a energia afluyente - EAF .....	70
VI.2.4 Ofertas de quantidade e preço .....	70
VI.2.5 Despacho comercial (este passo é <i>invisível</i> para os agentes) .....	71
VI.2.5.1 Resultados enviados a cada agente <i>i</i> .....	71
VI.2.5.2 Atualização dos <i>SDEs</i> de cada agente <i>i</i> .....	72
VI.2.5.3 Atualização dos balanços no MAE de cada agente <i>i</i> .....	72
VI.3 Estratégia de ofertas dos agentes.....	72
VI.4 Estudo de caso .....	73
VI.5 Análise do processo de validação.....	74
VI.5.1 Resultados .....	75
VI.6 Análise de poder de mercado .....	79
VI.6.1 Resultados .....	81
VI.7 Análise de contratos como instrumentos mitigadores de poder de mercado .....	84
VI.7.1 Contratos a termo .....	86
VI.7.2 Simulações realizadas.....	87
VI.8 Análise final .....	90
CAPÍTULO VII – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	91
VII.1 Conclusões .....	91
VII.2 Trabalhos futuros .....	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	96
Anexo A – Reforma do setor elétrico brasileiro.....	101
A.1 Introdução.....	101
A.2 Novas entidades.....	102
A.2.1 Agência nacional de energia elétrica – ANEEL.....	102
A.2.2 Mercado atacadista de energia elétrica – MAE.....	103
A.2.3 Operador nacional do sistema elétrico – ONS .....	103
Anexo B – O mecanismo de realocação de energia .....	105
B.1 Introdução .....	105

B.2	Motivação .....	105
B.2.1	Riscos hidrológicos de usinas hidrelétricas .....	105
B.2.2	Eficiência econômica da remuneração <i>spot</i> .....	106
B.3	Mecanismo de realocação de energia - MRE.....	107
B.4	Vantagens do MRE .....	108
Anexo C – Dados do estudo de caso para a metodologia de oferta de preços .....		110
C.1	Descrição do estudo de caso do sistema elétrico colombiano .....	110
C.2	Dados gerais .....	110
C.3	Tabelas.....	111
Anexo D – Implementação do despacho e formação de preços no sistema elétrico brasileiro .....		116
D.1	Introdução.....	116
D.2	Oferta de preços.....	116
D.3	Despacho físico .....	119
D.3.1	Construção das funções de custo futuro - FCF .....	119
D.3.2	Despacho propriamente dito.....	120
D.4	Despacho comercial.....	120
D.5	Despacho comercial com aversão a risco .....	121
D.6	Contabilização e liquidação.....	122
D.6.1	Repartição da energia afluyente .....	122
D.6.2	Alocação da produção hidrelétrica .....	122
D.6.3	Cálculo dos saldos de energia armazenada.....	123
D.6.4	Contabilização e liquidação do MAE.....	123
Anexo E – Formulação do problema de despacho e formação de preços no sistema elétrico brasileiro .....		125
E.1	Definições.....	125
E.1.1	Índices.....	125
E.1.2	Conjuntos.....	125
E.1.3	Sufixos.....	126
E.2	Provisão de dados .....	126
E.2.1	Agente.....	126
E.2.2	Usina.....	126
E.2.3	Submercado .....	127
E.2.4	Parâmetros .....	127

E.3	Agregação de dados.....	128
E.3.1	Energia assegurada do agente num submercado ( $EA_{A_{ikt}}$ ) .....	128
E.3.2	Energia assegurada do submercado ( $EA_{S_{kt}}$ ).....	128
E.3.3	Energia assegurada do sistema ( $EA_{T_t}$ ) .....	128
E.3.4	Energia afluenta ao sistema ( $EAF_{T_{ts}}$ ).....	128
E.3.5	Participação do agente na energia assegurada do submercado ( $FEA_{ikt}$ )	129
E.3.6	Carga do agente no submercado ( $D_{A_{ikt}}$ ) .....	129
E.3.7	Disponibilidade líquida de geração térmica do agente ( $DISP_{ijt}$ ) .....	129
E.3.8	Energia armazenada máxima do agente no submercado ( $EARMX_{A_{ikt}}$ ) .	129
E.4	Inicialização de variáveis do algoritmo .....	130
E.4.1	Saldo de partida ( $P_{SDE_{ikts}}$ ) .....	130
E.4.2	Saldo corrigido ( $C_{SDE_{ikts}}$ ).....	130
E.4.3	Energia afluenta do agente no submercado ( $EAF_{A_{ikts}}$ ).....	130
E.4.3.1	Proporção de energia afluenta ao sistema ( $PAF_{T_{ts}}$ ) .....	130
E.4.3.2	Proporção de energia afluenta ao submercado ( $PAF_{S_{kts}}$ ).....	131
E.4.3.3	Sobra de energia afluenta no submercado ( $SEAF_{S_{kts}}$ ).....	131
E.4.3.4	Sobra de energia afluenta ao sistema ( $SEAF_{T_{ts}}$ ).....	131
E.4.3.5	Fator de distribuição das sobras de energia afluenta do submercado ( $FSEAF_{kts}$ ) .....	131
E.4.3.6	Alocação da energia afluenta nos submercados onde o agente detém ativos.....	131
E.4.3.7	Alocação da energia afluenta nos demais submercados .....	132
E.4.4	Saldo de início ( $L_{SDE_{ikts}}$ ).....	132
E.4.5	Vertimento previsto do Agente ( $IVERT_{A_{ikts}}$ ).....	133
E.4.6	Armazenamento inicial do submercado ( $IEARM_{S_{kts}}$ ).....	133
E.5	Ofertas .....	134
E.5.1	Ofertas dos geradores hidrelétricos .....	134
E.5.2	Ofertas de geradores termelétricos .....	134
E.6	Despacho comercial.....	135
E.6.1	Despacho .....	135
E.7	Atualização das contas .....	136
E.7.1	Saldo final irrestrito ( $U_{SDE_{ikts}}$ ) .....	136
E.7.2	Saldo final corrigido ( $F_{SDE_{ikts}}$ ).....	137
E.7.3	Energia armazenada final no submercado ( $EARM_{S_{kts}}$ ) .....	137

E.8	Balancos financeiros.....	138
E.8.1	Atualização dos balanços financeiros.....	138
E.8.1.1	Receita de contratos ( $RC_{it}$ ).....	138
E.8.1.2	Despesa de contratos ( $DC_{it}$ ).....	138
E.8.1.3	Balanco no MAE ( $BM_{its}$ ).....	138
E.8.1.4	Receita operacional ( $RO_{it}$ ).....	139
E.8.1.5	Custo operacional ( $CO_{its}$ ).....	139
E.8.1.6	Balanco financeiro ( $BF_{its}$ ).....	139
Anexo F – Preparação automática das ofertas utilizadas no simulador de oferta de preços SOPEE .....		140
F.1	Introdução.....	140
F.2	Perfil normal (moderado).....	140
F.2.1	Requisito de venda do agente no submercado.....	140
F.2.2	Ofertas de geração hidráulica.....	141
F.2.3	Ofertas de geração térmica.....	143
F.3	Perfil agressivo.....	143
F.3.1	Montantes e preços ofertados.....	143
F.3.2	Montantes e preços ofertados.....	144
Anexo G – Glossário .....		145
Anexo H – Modelos de Equilíbrio de Mercado.....		151
H.1	Equilíbrio de <i>Nash</i> .....	151
H.2	Equilíbrio de <i>Cournot</i> .....	153
H.3	Equilíbrio de Bertrand.....	155
H.4	Equilíbrio de <i>Stackelberg</i> .....	157
Anexo I – Modelo estocástico de Vazões.....		160
I.1	Objetivo.....	160
I.2	Modelagem em uma variável para seqüências de vazões afluentes a um único reservatório.....	161
I.2.1	O Modelo ARP(1).....	161
I.2.1.1	Introdução.....	161
I.2.1.2	Relação entre o parâmetro auto-regressivo e a correlação de vazões ...	162
I.2.1.3	o vetor de ruídos transformados.....	163
I.2.1.4	Modelo de Ajuste.....	166
I.2.2	Verificação do Modelo.....	166

I.2.2.1	Independência dos ruídos .....	166
I.2.2.2	Ruídos normalizados .....	167
I.2.2.3	Pontos fora da curva .....	167
I.3	Modelo multivariado para múltiplos reservatórios.....	168
I.4	Geração sintética de vazões .....	169

# Figuras

Figura I-1. Curvas de oferta e demanda para despacho e formação de preço .....	3
Figura II-1. Processo de decisão para sistemas hidrotérmicos .....	14
Figura II-2. Uso ótimo da água.....	16
Figura II-3. Balanço hídrico .....	18
Figura II-4. Definição dos estados do sistema.....	20
Figura II-5. Cálculo da decisão ótima por cenário - último estágio .....	21
Figura II-6. Cálculo da FCF para o estágio $T-1$ .....	21
Figura II-7. Cálculo da FCF para o estágio $T-1$ .....	21
Figura II-8. PD Dual – Cálculo do primeiro segmento da FCF.....	23
Figura II-9. Cálculo de uma FCF linear por partes para o estágio $T-1$ .....	23
Figura III-1. Despacho do sistema.....	28
Figura III-2. Custo total x energia ofertada pelo agente $n$ .....	30
Figura III-3. Custo marginal x energia ofertada pelo agente $n$ .....	31
Figura III-4. Receita bruta x energia ofertada pelo agente $n$ .....	31
Figura III-5. Aproximação da FBF por segmentos lineares.....	36
Figura III-6. Remuneração esperada versus volume no início da etapa $t$ .....	37
Figura III-7. Envoltória função remuneração vs. energia ofertada.....	37
Figura III-8. Função de remuneração aproximada por segmentos lineares.....	38
Figura III-9. Preço <i>spot</i> vs. energia ofertada pelo agente estratégico $n$ .....	39
Figura III-10. Remuneração vs. energia ofertada pelo agente estratégico $n$ .....	40
Figura III-11. Dinâmica do processo de ofertas .....	42
Figura IV-1. Preço <i>spot</i> em função da energia ofertada .....	49
Figura IV-2. Preços <i>spot</i> do sistema na última iteração do jogo .....	50
Figura IV-3. Geração hidrelétrica total média.....	51
Figura IV-4. Remuneração da empresa em função da energia ofertada.....	52
Figura IV-5. Receita total média .....	52
Figura V-1. Topologia do sistema hidrelétrico brasileiro.....	54
Figura V-2. Caso exemplo – Configuração hidrelétrica.....	63
Figura V-3. Curvas de oferta e demanda.....	67
Figura VI-1. Arquitetura do modelo de simulação.....	69
Figura VI-2. Preços do MAE no submercado Nordeste – 100 séries.....	76
Figura VI-3. Preço do MAE no submercado Norte - 100 séries .....	76

Figura VI-4. Preço do MAE no submercado Sul – 100 séries .....	77
Figura VI-5. Preço do MAE no submercado Sudeste – 100 séries .....	77
Figura VI-6. Energia armazenada no submercado Nordeste – 100 séries.....	78
Figura VI-7. Energia armazenada no submercado Norte - 100 séries.....	78
Figura VI-8. Energia armazenada no submercado Sul - 100 séries.....	79
Figura VI-9. Energia armazenada no submercado Sudeste – 100 séries.....	79
Figura VI-10. Preço <i>spot</i> médio anual no submercado Nordeste .....	82
Figura VI-11. Energia armazenada no submercado Nordeste.....	83
Figura VI-12. Remuneração total anual do agente Chesf.....	84
Figura VI-13. Preço <i>spot</i> médio anual – submercado Nordeste por nível de contratação .....	88
Figura VI-14. Remuneração da Chesf por nível de contratação.....	88
Figura VI-15. Submercado Nordeste – Preço spot meio anual – Chesf 100% contratado .....	89
Figura VI-16. Submercado Nordeste – Energia armazenada – Chesf 100% contratado	90
Figura C–1. Topologia das usinas do agente EMGESA.....	113
Figura C–2. Topologia das usinas do agente EPPM/ISAGEN.....	114
Figura C–3. Topologia das usinas do agente CHIVOR/CHEC/BETANIA .....	115

# Tabelas

Tabela V-1. Parâmetros das usinas hidrelétricas.....	63
Tabela V-2. Parâmetros das usinas térmicas.....	64
Tabela V-3. Energia armazenada e afluyente total.....	64
Tabela V-4. Rateio da energia disponível entre os agentes.....	65
Tabela V-5. Contratos bilaterais das hidrelétricas.....	65
Tabela V-6. Disposição a consumir.....	66
Tabela V-7. Ofertas aceitas dos geradores.....	67
Tabela V-8. Saldos atualizados.....	67
Tabela V-9. Despacho físico.....	68
Tabela V-10. Balanço hídrico.....	68
Tabela VI-1. Receita das usinas.....	83
Tabela C-1. Demanda mensal (GWh).....	111
Tabela C-2. Energia afluyente média mensal (GWh).....	111
Tabela C-3. Usinas térmicas.....	112
Tabela C-4. Usinas hidrelétricas do agente EMGESA.....	113
Tabela C-5. Usinas hidrelétricas do agente EPPM/ISAGEN.....	114
Tabela C-6. Usinas hidrelétricas do agente CHIVOR/CHEC/BETANIA.....	115
Tabela D-1. Etapas do despacho e formação de preços.....	116
Tabela D-2. Diferenças entre despacho físico e despacho comercial.....	121

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

A indústria de eletricidade em muitos países vem passando por um processo de reestruturação [9]. Estas mudanças estruturais inspiram-se na idéia de separar as atividades de produção de energia das atividades de serviços – a transmissão e distribuição. Embora os detalhes do processo de reforma e o desenho institucional sejam diferentes em cada país [11], a organização geral, na maioria dos casos, passa pela substituição do planejamento centralizado, tanto da operação quanto da expansão do sistema, por procedimentos de mercado, onde os agentes geradores são livres para tomar suas decisões de investimento e produção, sendo também responsáveis pelos riscos decorrentes dessas decisões.

Um dos componentes básicos dos sistemas reestruturados é o mercado de energia de curto prazo, o *mercado spot*, onde ocorrem todas as transações de compra e venda de energia elétrica no atacado. Neste mercado, geradores recebem e demandantes pagam um montante (\$) igual à quantidade produzida / consumida (MWh) multiplicada pelo preço da energia no mercado de curto prazo, também conhecido como *preço spot* (\$/MWh). Como no despacho físico do sistema a geração e demanda são iguais, a receita total dos geradores é igual ao pagamento total das demandas, isto é, o balanço contábil é igual a zero<sup>1</sup>.

### **I.1 Formação de preços no mercado de curto prazo**

Um dos aspectos centrais do mercado de curto prazo está relacionado à formação do preço da energia elétrica. No setor elétrico reformulado existem essencialmente duas maneiras para sua formação: baseada em custos e baseada em oferta de preços.

#### **I.1.1 Esquema de despacho por custo**

---

<sup>1</sup> Ignorando, por simplicidade, perdas e congestionamentos.

O esquema tradicional de despacho e formação de preços da energia elétrica é o chamado despacho por custo. Neste caso, um agente central, o operador do sistema, procura atender o consumo previsto de energia ao menor custo possível. Isto implica em acionar os geradores em ordem crescente de custo variável de produção (\$/MWh) até que a produção total seja igual ao consumo total. No caso de geradores térmicos, cada usina utiliza seus custos variáveis de operação reais e no caso de geradores hidrelétricos utiliza-se o chamado *valor da água*. Por sua vez, o *valor da água* de cada usina hidrelétrica é calculado utilizando-se um modelo de despacho hidrotérmico estocástico [3] de mínimo custo. Este processo de cálculo envolve o recolhimento de informações e eventuais auditorias nos dados dos agentes, como custos operativos das usinas térmicas, disponibilidade de todos os geradores, etc.

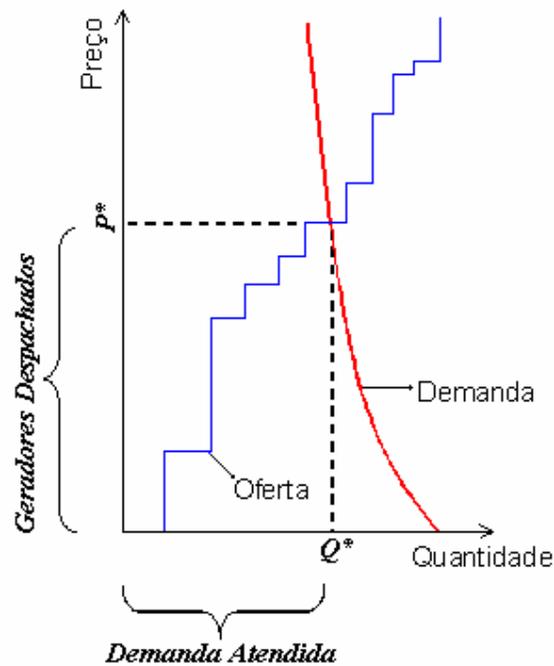
O despacho baseado em custos é adotado, por exemplo, no Brasil, no Chile, no Peru, na Bolívia, em alguns países da América Central, no Canadá e México. Nesse caso, o preço *spot* é dado pelo *custo marginal de operação* – CMO, associado à variável dual da restrição de atendimento à demanda do problema de despacho hidrotérmico de mínimo custo. O CMO representa o *custo* de atender um MWh adicional de demanda.

### **I.1.2 Esquema de despacho por oferta de preços**

O preço de qualquer mercadoria num ambiente de mercado resulta do equilíbrio entre as curvas de oferta – cuja disposição a produzir aumenta com o preço – e de demanda – cuja disposição a consumir diminui com o preço. No setor elétrico este comportamento não é diferente: na maioria dos países onde este setor foi reformado, os geradores oferecem ao final de cada dia curvas de produção  $\times$  preço (MWh; \$/MWh) para cada hora do dia seguinte. Os consumidores, por sua vez, apresentam suas propostas de consumo  $\times$  preço para o mesmo período. As ofertas individuais de preços de venda de energia são agregadas por *ordem de mérito* para elaboração da curva de oferta. A curva de demanda é montada de forma análoga.

Como ilustrado na Figura I-1, o encontro das curvas de oferta e demanda determina o montante de produção de cada gerador despachado (MWh) e, naturalmente, o montante da demanda a ser atendida. Neste contexto, os preços ofertados pelos geradores são também utilizados para a definição do despacho das usinas geradoras, ou seja, o

despacho é realizado por *ordem de mérito* dos preços por eles ofertados.



**Figura I-1. Curvas de oferta e demanda para despacho e formação de preço**

A interseção das curvas de oferta e demanda também determina o preço da energia  $p^*$  (\$/MWh) naquele instante. Este preço é então utilizado na contabilização e liquidação das compras e vendas de energia no mercado de curto prazo: os geradores recebem e os consumidores pagam um montante (\$) dado pelo produto de sua produção ou consumo (MWh) pelo preço  $p^*$ .

Este esquema de despacho e formação de preços por ofertas foi adotado em diversos países, como por exemplo, Argentina, Colômbia, maioria dos países da América Central, Estados Unidos (PJM, NYISO, NEISO), toda a Europa Ocidental e Nova Zelândia.

## **I.2 Despacho por custo versus oferta de preço**

O objetivo de cada agente num esquema de ofertas é naturalmente o de maximizar seu lucro individual, que resulta do produto da energia produzida pela diferença entre o

preço de equilíbrio  $p^*$  e o seu custo unitário de produção<sup>2</sup>. Em contraste, o despacho por custo tem como objetivo a minimização dos custos de produção. Isto sugere que, a primeira vista, o despacho por custo faria um uso mais eficiente dos recursos do sistema, por exemplo, a coordenação do despacho em cascatas e múltiplas bacias, e por consequência acarretaria em uma eficiência global para o sistema.

Entretanto, como mostrado em [8], sob condições de competição perfeita, o preço de oferta que maximiza o lucro é justamente o custo marginal de produção<sup>3</sup>. Em outras palavras, o esquema de oferta incentiva os geradores a utilizarem seus verdadeiros custos unitários de produção, levando também a um despacho que minimiza os custos de produção. A vantagem do esquema de ofertas neste caso é que não é necessário que um agente central recolha informações e faça auditorias sobre custos operativos e disponibilidade de *todos* os geradores; cada agente tem a responsabilidade de *gerenciar* sua própria informação.

Diferenças entre os enfoques de despacho por oferta de preço e despacho por custo tornam-se mais evidentes quando é necessário gerenciar estoques de energia. Usinas hidrelétricas com reservatório, por exemplo, têm a flexibilidade de *armazenar* os volumes afluentes para utilização futura. Como o objetivo é maximizar a receita, estas usinas procurarão transferir a energia de períodos onde o preço da energia é reduzido – tipicamente as estações chuvosas, onde há abundância de oferta hidrelétrica – para os períodos mais secos, onde a escassez leva a preços mais elevados. Em outras palavras, as usinas hidrelétricas têm um *custo de oportunidade*, associado à melhor utilização de sua energia hoje ou no futuro. No caso de usinas térmicas, esta situação é semelhante quando considerados contratos de suprimento. Por exemplo, num contrato *take or pay*, o gerador assume o compromisso de pagar por um determinado volume de combustível, e tem o direito de usar o mesmo quando for mais conveniente. É exatamente como se o

---

<sup>2</sup> O custo unitário de produção, no caso das usinas térmicas, é obtido a partir do produto de dois parâmetros: o custo do combustível (\$/unidade de combustível) e a eficiência do gerador (unidade de combustível/MWh).

<sup>3</sup> A demonstração em [8] pressupõe que nenhuma empresa geradora tem poder de mercado, isto é, não pode afetar artificialmente o preço de equilíbrio através da retração de oferta ou aumento de preço. O poder de mercado é um tema de grande importância nos setores de energia elétrica em todo o mundo, e será discutido nesta tese.

gerador tivesse um *reservatório* de energia térmica de custo zero<sup>4</sup>, que será usada hoje ou *ficará disponível* para uso futuro em função do seu *custo de oportunidade*.

Em sistemas hidrotérmicos reais, como o brasileiro, os estágios de decisão são semanais ou mensais, e o cálculo dos *custos de oportunidade* se estende por vários estágios, pois sempre é possível continuar armazenando para gerar no terceiro período, ou quarto etc. Dependendo da capacidade de armazenamento dos reservatórios, o horizonte de estudo pode variar de vários meses a cinco anos, que é o caso do sistema brasileiro.

### **I.3 Vantagens e desvantagens do esquema de ofertas**

Como mencionado, no despacho por custo é necessário recolher e gerenciar uma grande quantidade de informações sobre cada um dos geradores e outros parâmetros também de igual importância, tais como hidrologia, demanda, cenários de oferta futura, custo do déficit etc. Além disto, os próprios critérios de seleção de informações, modelagens das incertezas futuras e tomadas de decisão no despacho baseado em custos são necessariamente *unificados*. Em outras palavras, o despacho por custo, mesmo com o melhor embasamento técnico, não diversifica os riscos da operação do sistema. Como o estes parâmetros são parte importante do cálculo dos preços e das decisões de despacho, afetando diretamente o custo de oportunidade e o CMO, seu processo de determinação é alvo de constante questionamento por parte dos agentes.

Por outro lado, o esquema de despacho baseado em ofertas incorpora a *diversidade* de percepções dos agentes com relação às incertezas futuras na oferta, demanda, preços de combustível e condições hidrológicas, que no caso de um sistema como o brasileiro, são muito grandes. Esta variedade de percepções leva por sua vez a uma heterogeneidade de *ações* que contribui para uma operação mais *robusta* do sistema diante de eventos inesperados<sup>5</sup>. Em outras palavras, o esquema de ofertas, por explicitar as disposições a

---

<sup>4</sup> Embora o gerador tenha pagado pelo combustível no contrato, este pagamento foi fixo e já ocorreu, portanto, sob o ponto de vista do melhor uso no despacho diário, é como se ele fosse um recurso de custo zero e quantidade limitada, análogo à energia hidrelétrica armazenada.

<sup>5</sup> Observa-se que incorporar a diversidade não significa realizar análises de sensibilidade ou técnicas de decisão estocástica, as quais são rotineiramente utilizadas no despacho por custo. A questão essencial é se um único agente deve tomar a decisão em nome de todos, ou se cada agente deve poder tomar sua própria

produzir e consumir dos agentes calculadas individualmente, produz preços que não dependem de parâmetros definidos de maneira exógena.

Em resumo, as principais vantagens do esquema por oferta são:

- O preço da energia reflete diretamente a disposição a produzir dos geradores e a consumir da demanda
- Maior robustez em ambiente de incerteza
- Captura melhor a aversão a risco dos agentes
- Transfere para os agentes a responsabilidade sobre a tomada de decisões

Foram estas vantagens que motivaram à adoção do esquema de ofertas na maior parte dos países onde ocorreram reformas setoriais, incluindo sistemas com forte componente hidrelétrico, como os da Noruega, Colômbia e Nova Zelândia. No Brasil, embora não exista um despacho baseado em ofertas de preços, a diversidade de percepções dos agentes foi implementada no processo de declaração de compra das distribuidoras para os leilões de energia que foram realizados no *novo* modelo do setor elétrico [7]: cerca de 60 dias antes da realização do leilão, cada distribuidora declarou o montante de energia que desejava comprar, sendo esta declaração uma responsabilidade exclusiva da empresa. Este enfoque permite capturar uma maior robustez em ambiente de incerteza, quando comparado à alternativa de um agente central (por exemplo, o Ministério), realizar as projeções de demanda das distribuidoras.

Entretanto, o esquema por ofertas também apresenta dificuldades importantes que motivaram o desenvolvimento desta tese, sendo o foco deste trabalho:

- (1) Manipulação de preços: o esquema de ofertas é vulnerável ao chamado *exercício de poder de mercado* por parte de agentes que controlam parcelas significativas do segmento de geração, de forma que uma eventual retração da oferta force um aumento no preço *spot* do sistema. O exercício de poder de mercado tem se revelado um problema sério em muitos sistemas, sendo o caso da Califórnia o mais divulgado [10,12,13]

---

decisão, incorporando sua visão específica ao resultado total.

- (2) Coordenação da operação: no caso do sistema elétrico brasileiro, existe a preocupação adicional quanto à possibilidade de desotimização operativa das usinas hidrelétricas em cascata, onde a operação das usinas a jusante é influenciada pela operação das usinas a montante, e a integração interbacias.

## **I.4 Despacho por ofertas e exercício de poder de mercado**

Para as empresas geradoras de energia, a questão é desenvolver estratégias de oferta que maximizem sua rentabilidade. Entretanto, determinados agentes conseguem, através de suas ofertas, aumentarem artificialmente o preço do mercado acima de níveis competitivos. Este aumento pode ser realizado seja através do incremento do preço ofertado ou da redução do montante ofertado. Esta atividade é conhecida como exercício de poder de mercado. O exercício de poder de mercado foi observado em alguns países que tiveram seus sistemas reestruturados, onde o caso mais divulgado foi o da Califórnia. Nestes países, o exercício de poder de mercado foi realizado através da redução do montante ofertado (Califórnia, Colômbia e Inglaterra) e/ou aumento da oferta de preços realizada (Inglaterra, El Salvador, Austrália e Colômbia).

Por outro lado, reguladores vêm atuando intensamente na análise de atuação das estratégias dos agentes no mercado buscando identificar abusos de posição dominante e manipulação de mercado que possam ser danosas ao consumidor final.

Dessa forma, a existência de um despacho baseado em ofertas tem criado diversos desafios técnicos e institucionais, que têm sido amplamente discutidos e estudados na literatura durante os últimos anos [14,15,16,17]. Defensores do despacho por oferta argumentam que as ferramentas desenvolvidas para detectar e coibir ações de poder de mercado, permitem manter as vantagens da oferta de preços e quantidades [14,18,9].

Estas ferramentas procuram capturar através de um modelo matemático a *dinâmica* da competição entre os agentes no processo de ofertas no mercado de curto prazo. O problema de despacho por ofertas de um agente, de forma a maximizar seu lucro, é representado por um modelo não linear e não convexo e o processo de competição entre os diversos agentes do sistema é representado por um modelo de oligopólio, baseado em

teoria dos jogos (detalhes dessa teoria pode ser encontrada no anexo H), que simula o comportamento estratégico das empresas no mercado através de um jogo não cooperativo. Neste caso a abordagem mais usual é o equilíbrio de *Nash* [18,19], que corresponde ao ponto de equilíbrio onde nenhuma empresa consegue elevar seus lucros dadas as ofertas dos seus concorrentes.

A maior parte dessas ferramentas, para detectar o poder de mercado, foi desenvolvida para sistemas térmicos e o interesse foi concentrado na manipulação de restrições do sistema de transmissão, forçando dessa forma o *congestionamento* de parte do sistema possibilitando assim que um conjunto de geradores opere de maneira não competitiva [16,18,20]. Essas ferramentas usualmente formulam o problema de ofertas como um problema de otimização do tipo *dois níveis*. No primeiro nível, o produtor tem como objetivo maximizar sua receita enquanto que no segundo nível, o operador do mercado procura minimizar o custo total de operação do sistema.

Um número menor de investigações tem sido feito para o caso de sistemas hidrelétricos, em parte porque o problema subjacente é mais complicado devido ao equilíbrio em múltiplos estágios, o acoplamento temporal, e a incerteza das afluências aos reservatórios tornando o problema essencialmente estocástico. A abordagem tradicional para resolver estes problemas de decisão com múltiplos estágios e estocástica é através da Programação Dinâmica Estocástica - PDE, onde o processo de competição entre os agentes é resolvido a cada estado da PDE. Esta abordagem foi introduzida em [21], que estudaram a possibilidade de manipulação de mercado no sistema da Nova Zelândia com um modelo multi-estágio, e estendida em [22,23], que modelou o processo de competição entre agentes hidrelétricos no sistema Brasileiro num enfoque multi-estágio e estocástico, onde para cada estado da recursão de PDE procura-se um equilíbrio de *Nash-Cournot* entre os agentes. Uma abordagem alternativa é utilizar um modelo de complementaridade onde a representação da árvore de afluências do sistema é feita explicitamente. Esta foi a abordagem adotada em [24].

As abordagens anteriores, embora tenham sido aplicadas a sistemas realistas, apresentam algumas importantes limitações: por exemplo, a abordagem de PDE, embora, represente muito bem a incerteza hidrológica, tem uma limitação com relação ao número de agentes, a chamada *maldição da dimensionalidade*. Por sua vez, a

abordagem de [24] representa de maneira simplificada a hidrologia e possui uma limitação computacional no número de *ramos* da árvore de afluências, que cresce exponencialmente com o número de estágios. Assim sendo, na prática apenas problemas de *dimensão reduzida*, com poucas usinas, podem ser resolvidos em ambos os casos.

Portanto, como primeiro objetivo desta tese, será apresentar uma metodologia *computacionalmente eficiente* que permita determinar as ofertas estratégicas ótimas de usinas hidrelétricas em ambiente de mercado considerando múltiplos agentes, múltiplos estágios e representação da aleatoriedade das vazões. Será desenvolvida e implementada uma metodologia para o equilíbrio de *Nash* considerando múltiplos agentes hidrelétricos em um ambiente multi-estágio e representando a natureza estocástica das afluências às usinas hidrelétricas. Em [25] foi desenvolvida uma metodologia de programação dinâmica dual estocástica – PDDE – para ofertas estratégicas de *uma* empresa geradora com múltiplas usinas hidrelétricas, levando em consideração múltiplos estágios e a incerteza nas afluências. Nesta tese, a metodologia de [25] será generalizada para representar *múltiplas* empresas e para representar a *dinâmica* do processo de competição entre estas empresas, ambos aspectos *não modelados* em [25]. A metodologia proposta se baseia na resolução sucessiva de um problema de programação dinâmica estocástica – PDE, que representa a oferta estratégica de cada agente, fixada a estratégia de oferta dos seus concorrentes. A metodologia proposta será ilustrada através de um exemplo, um estudo de caso real do sistema hidrotérmico colombiano.

## **1.5 Despacho por ofertas e coordenação de despacho**

O segundo tema analisado nesta tese diz respeito ao problema da coordenação da operação para usinas em uma mesma bacia hidrográfica – mesma *cascata*. Como demonstrado em [26,3,27,28], em competição perfeita, o problema do despacho por ofertas é eficiente caso as usinas hidrelétricas estejam localizadas em bacias hidrográficas distintas, operadas em *paralelo*, ou quando todas as usinas hidrelétricas de uma cascata pertencem ao um mesmo agente hidrelétrico. Este, por exemplo, é o caso de países como a Noruega, Suécia e Nova Zelândia.

Entretanto, como também mostrado em [26,3,27,28], o mecanismo de remuneração *spot* mostra-se ineficiente na existência de diferentes proprietários de usinas hidrelétricas em

uma mesma cascata. Este é o caso de Colômbia, Chile, Espanha e Brasil. No sistema brasileiro, por exemplo, há casos com seis empresas compartilhando usinas numa mesma cascata. Esta ineficiência deve-se ao fato que em sistemas hidrelétricos há dois tipos de *produto* sendo comercializados: (a) *energia elétrica* - comercializada pelos conjuntos *turbina/gerador* das usinas hidrelétricas; e (b) *água* - comercializada pelos *reservatórios*. Em outras palavras, o reservatório é um agente econômico que compra água nos períodos úmidos – quando a mesma está barata – e a armazena até que ocorra um período seco, quando seu preço está elevado. Por sua vez, o conjunto turbina/gerador é um agente econômico que compra água e a transforma em energia, para venda no mercado de curto prazo. Como este mercado de energia somente remunera a produção de energia, não considerando a contribuição trazida pelos reservatórios ao regularizar a vazão a jusante, os sinais econômicos resultantes da operação otimizada da cascata são incorretos. Além disso, a produção das usinas a jusante é diretamente influenciada pela energia armazenada, em forma de água, das usinas a montante. No caso de ofertas de preços, uma oferta não aceita (cara) feita por uma usina localizada a montante significa menos produção e, por conseguinte, menos fluxo de água para a usina a jusante, que pode ser de outra empresa. Portanto, vê-se que a disponibilidade do recurso utilizado para produção de energia (água) depende não somente de fatores climáticos, mas também das decisões tomadas pelos demais participantes do mercado.

Em [26,3,27,28] propõem-se então a criação de um Mercado Atacadista da Água – MAA, que tem, com relação à compra e venda deste recurso, uma função análoga à do mercado *spot* para a comercialização de energia. Neste mercado, parte da renda obtida pela venda da energia produzida por uma usina hidrelétrica no mercado de energia é realocada aos respectivos agentes que contribuíram para esta produção através da regularização de seus reservatórios. Em [27,28] mostra-se que a implementação do MAA no processo de formação de preços pode conciliar os objetivos de formação consistente de preços e de preservação da otimização do uso dos recursos hidrelétricos.

Como o Brasil não possui um Mercado Atacadista de Água, poder-se-ia imaginar que a implementação de um despacho baseado em ofertas não seria possível. Entretanto, no sistema Brasileiro, as usinas hidrelétricas participam de um Mecanismo de Realocação de Energia – MRE, que, como mostrado no Anexo B, é um mecanismo de diversificação

de risco das usinas hidrelétricas baseado na repartição da produção hidrelétrica total em proporção à quantidade de quotas das empresas na empresa *Brasil S/A*. Além disso, o MRE também permite compartilhar os riscos hidrológicos que afetam os geradores na busca de garantir a otimização dos recursos hidrelétricos do sistema elétrico interligado e a correção da distorção na remuneração econômica de geradores hidrelétricos e reservatórios. É fácil imaginar que a variância da geração física de uma usina, sujeita as condições hidrológicas da bacia hidrográfica onde está localizada, será maior que a variância da parcela da *energia total produzida* que lhe cabe pelo MRE.

O segundo objetivo da tese é apresentar um mecanismo que permita conciliar o despacho por oferta, preservando a otimização hidrelétrica na cascata e interbacias, e que seja compatível com o esquema do MRE adotado no sistema Brasileiro. Em outras palavras, será mostrado que o MRE<sup>6</sup> permite conciliar o despacho por ofertas de preços no Sistema Brasileiro com a coordenação da operação na cascata. O esquema proposto é semelhante ao sistema de *slicing* da Bonneville Power Administration – BPA [29], onde cerca de 60% da capacidade das usinas hidrelétricas é despachada por oferta. Esquemas deste tipo também foram recentemente aplicados em leilões promovidos pela Electricité de France e Província de Alberta, no Canadá [30,45]. Em seguida será desenvolvido um modelo de simulação de ofertas com a abordagem proposta, envolvendo múltiplos agentes e múltiplas regiões. A abordagem será ilustrada com exemplos e estudos de caso com análises de poder de mercado para o sistema Brasileiro.

## **I.6 Organização da tese**

No capítulo II apresenta-se o esquema do despacho e formação de preços baseado em custos. É feita uma revisão do problema da operação em sistemas hidrotérmicos baseado em custos e também das técnicas de solução deste problema por programação dinâmica dual estocástica.

O capítulo III trata do despacho e formação de preços baseado em ofertas. Aqui descrevemos e formulamos o esquema de ofertas considerando múltiplos agentes hidrelétricos. O problema é resolvido usando técnicas de programação dinâmica dual

---

<sup>6</sup> O anexo B apresenta em detalhe o funcionamento de MRE.

estocástica. No capítulo IV exemplificamos a metodologia proposta através de uma aplicação ao sistema elétrico colombiano, onde será analisado o comportamento dos agentes estratégicos para uma configuração daquele país.

O capítulo V aborda o tema do despacho por oferta de preços e a coordenação da operação. Será apresentada uma metodologia que permite conciliar os dois objetivos. No capítulo VI apresenta-se um simulador de oferta de preços com a metodologia proposta e sua aplicabilidade será ilustrada através de exemplos e estudos de caso de identificação e poder de mercado com a aplicação da metodologia no sistema elétrico brasileiro.

O capítulo VII as conclusões do estudo realizado.

## CAPÍTULO II

### DESPACHO BASEADO EM CUSTOS

#### II.1 Introdução

Neste capítulo, será feita uma breve revisão da determinação do despacho e formação de preços da energia elétrica pelo esquema de mínimo custo em sistemas hidrotérmicos. Conceitos e noções básicas da estrutura deste problema serão apresentados, assim como alternativas de solução, que serão de grande utilidade para o próximo capítulo, que trata do problema de maximização de receita.

#### II.2 Operação de sistemas puramente térmicos

O despacho de sistemas térmicos é resolvido carregando as usinas em ordem crescente em relação ao custo de produção até suprir a demanda. Ainda que existam fatores adicionais que tornam este problema mais complexo (perdas de energia, limitações nas linhas de transmissão, custos de partida, limites na taxa de variação da produção energética etc.), o problema de operação térmica possui as seguintes características básicas:

- É *desacoplado* no tempo, isto é, uma decisão operativa hoje não afeta o custo operativo do próximo estágio.
- As unidades possuem um *custo direto* de operação, isto é, o custo operativo de uma unidade depende somente de seu próprio nível de geração, e não do nível de geração das demais unidades. Além disso, a operação de uma unidade não afeta a capacidade de geração ou disponibilidade de outra unidade.

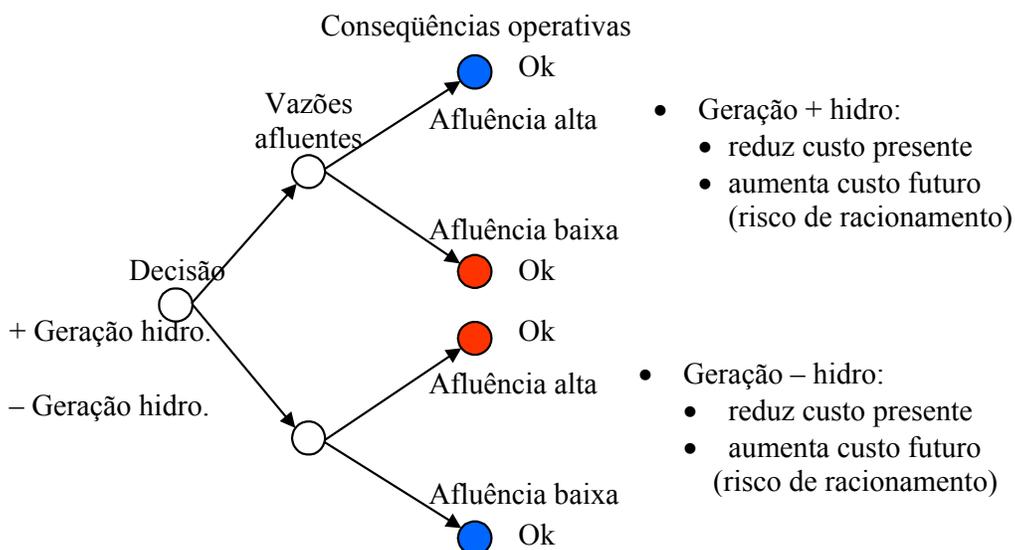
É mostrado a seguir que a operação de sistemas hidrelétricos tem características bastante distintas.

## II.3 Operação de sistemas hidrotérmicos

### II.3.1 Dependência temporal da operação

A característica mais evidente de um sistema com geração hidrelétrica é poder utilizar a energia *grátis* que está armazenada nos reservatórios para atender à demanda, evitando assim gastos de combustível com as unidades termoeletricas. No entanto, a disponibilidade de energia hidrelétrica está *limitada* pela *capacidade de armazenamento* nos reservatórios. Isto introduz uma *dependência* entre a decisão operativa de *hoje* e os custos operativos no *futuro*.

Em outras palavras, se usarmos hoje as reservas de energia hidrelétrica, com o objetivo de minimizar os custos térmicos, e ocorre uma seca severa no futuro, poderia ocorrer um racionamento de custo elevado. Se, por outro lado, preservarmos as reservas de energia hidrelétrica através de um uso mais intenso de geração térmica, e as afluências futuras são altas, pode ocorrer um vertimento nos reservatórios do sistema, o que representa um desperdício de energia e, conseqüentemente, um aumento no custo operativo. Esta situação está ilustrada na Figura II-1.



**Figura II-1. Processo de decisão para sistemas hidrotérmicos**

Portanto, diferente dos sistemas puramente térmicos, cuja operação é desacoplada no tempo, a operação de um sistema hidrelétrico é um problema *acoplado no tempo*, isto é, uma decisão operativa hoje afeta o custo operativo futuro.

### II.3.2 Custo Imediato e Custo Futuro

O operador de um sistema hidrotérmico deve comparar o benefício *imediato* do uso da água com o benefício *futuro* que resulta do armazenamento da mesma.

A *função de custo imediato* – FCI – mede os custos de geração térmica no estágio  $t$ . Este custo imediato aumenta à medida que diminui a energia hidrelétrica disponível no estágio, isto é, à medida que aumenta o volume armazenado final.

Por sua vez, a *função de custo futuro* – FCF – está associada ao custo *esperado* de geração térmica e ao racionamento do *final* do estágio  $t$  (início de  $t+1$ ) até o final do período de estudo. O custo futuro diminui à medida que aumenta o volume armazenado final, pois haverá mais energia hidrelétrica disponível no futuro.

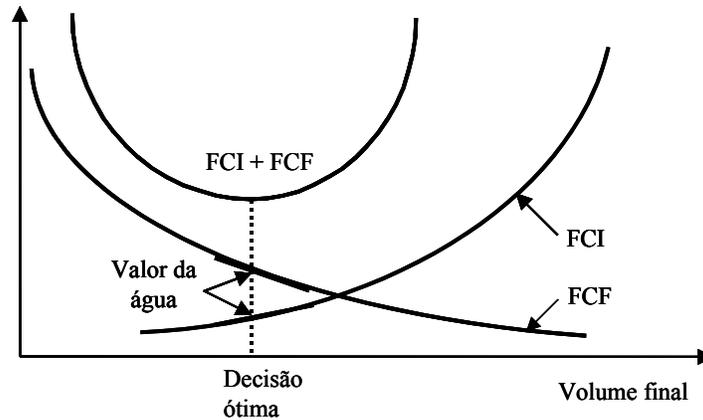
### II.3.3 Cálculo da FCI e FCF

Enquanto a FCI é calculada diretamente como o custo térmico necessário para complementar a geração hidrelétrica disponível no estágio  $t$ , de forma a atender a demanda, a FCF é calculada em termos conceituais através de *simulações* operativas do sistema para diferentes níveis de armazenamento inicial. O horizonte de simulação depende da capacidade de armazenamento do sistema.

A simulação se faz mais complexa devido à *variabilidade* das vazões afluentes aos reservatórios, que flutuam a nível sazonal, regional e anual. Devido a isto, os estudos de simulação são feitos de maneira *probabilística*, isto é, é usado um grande número de cenários hidrológicos. Na prática, as funções de custo futuro são calculadas através de um procedimento recursivo chamado programação dinâmica estocástica, discutida em detalhe na Seção II.6.

### II.3.4 Valor Marginal da água

O uso ótimo da água armazenada corresponde ao ponto que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. Como mostra a Figura II-2, o ponto de mínimo custo global também é onde as derivadas da FCI e da FCF em relação ao armazenamento, em módulo, são iguais. Estas derivadas são conhecidas como valores da água.



**Figura II-2. Uso ótimo da água**

Em resumo, ao contrário das usinas térmicas, que têm um custo operativo *direto*, as usinas hidrelétricas têm um *valor* indireto, associado à economia de combustível em consequência da substituição da geração térmica hoje ou no futuro. O uso ótimo da água é obtido quando os valores imediato e futuro da água estão equilibrados.

#### II.4 Despacho hidrotérmico de um estágio

É apresentado agora em mais detalhe o cálculo da decisão operativa ótima para cada estágio, supondo conhecida a função de custo futuro. Na próxima seção será discutido o procedimento do cálculo da FCF.

O problema de despacho hidrotérmico para o estágio  $t$  é formulado como:

$$z_t = \text{Min} \sum_{j=1}^J c(j) g_t(j) + \text{FCF} \quad (\text{II.1})$$

Sujeito às seguintes restrições operativas:

- Balanço hídrico
- Limites de armazenamento e turbinamento
- Limites na geração térmica
- Atendimento à demanda

A seguir é discutido cada componente do problema (II.1).

### a) Função objetivo

Como foi discutido anteriormente, o objetivo é minimizar a soma dos custos operativos imediatos, dado pelos custos operativos térmicos no estágio  $t$ ,  $\sum_{j=1}^J c(j)g_t(j)$ , mais o custo esperado futuro FCF, onde:

- $j$  Índice das usinas térmicas ( $J$  número de usinas)
- $c(j)$  Custo variável de operação da usina  $j$
- $g_t(j)$  Geração da usina  $j$

### b) Função de custo futuro e variáveis de estado

O custo futuro é representado pela seguinte função:

$$\text{FCF} = \alpha_{t+1}(v_{t+1}, a_t)$$

Observa-se que  $\alpha_{t+1}$  depende de dois conjuntos de valores, conhecidos como *variáveis de estado*:

- $v_{t+1}$  vetor de volumes armazenados nos reservatórios ao final do estágio  $t$ .
- $a_t$  vetor de vazões laterais (vazões incrementais) afluentes aos reservatórios no estágio  $t$ .

A dependência entre o custo futuro e o volume armazenado ao final do estágio é bastante intuitiva. Como foi indicado na seção II.3.2, o custo futuro diminui à medida que aumenta o volume armazenado final, pois haverá mais energia hidrelétrica disponível no futuro.

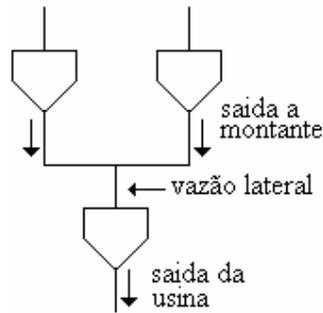
Por sua vez, a dependência entre o custo futuro e as afluições do estágio  $t$  deve-se à *correlação temporal* das vazões em meses consecutivos. Em outras palavras, uma vazão úmida no estágio  $t$  indica que, na média, as vazões do estágio  $t+1$  também serão

úmidas. Como conseqüência, esvaziar o reservatório hoje se a vazão observada foi elevada resulta em menos custos no futuro que no caso de uma vazão baixa.

Nos sistemas reais, a função  $\alpha_{t+1}$  pode depender não somente de  $a_t$  como também das vazões nos meses anteriores,  $a_{t-1}$ ,  $a_{t-2}$  etc. De uma maneira geral, a modelagem dos sistemas onde ocorrem secas de longa duração requer a incorporação de um número maior de vazões anteriores na FCF que em sistemas onde as secas são pouco severas.

### c) Balanço hídrico

Como mostra a Figura II-3, a equação de balanço hídrico relaciona o armazenamento e os volumes de entrada e saída do reservatório: o volume final do estágio  $t$  (início do estágio  $t+1$ ) é igual ao volume inicial menos os volumes de saída (turbinamento e vertimento) mais os volumes de entrada (vazões laterais mais os volumes de saída das usinas a montante).



**Figura II-3. Balanço hídrico**

Em termos do problema de despacho (II.1), o balanço hídrico é representado como:

$$v_{t+1}(i) = v_t(i) - u_t(i) - s_t(i) + a_t(i) + \sum_{w \in W(i)} [u_t(w) + s_t(w)] \quad (\text{II.2})$$

para  $i = 1, \dots, I$

onde:

- $i$  Índice das usinas hidrelétricas ( $I$  número de usinas)
- $v_{t+1}(i)$  Armazenamento final da usina  $i$  no estágio  $t$  (variável de decisão)
- $v_t(i)$  Armazenamento inicial da usina  $i$  no estágio  $t$  (valor conhecido)
- $a_t(i)$  Afluência lateral (incremental) à usina  $i$  no estágio  $t$  (valor conhecido)

$u_t(i)$  Volume turbinado no estágio  $t$  (variável de decisão)

$s_t(i)$  Volume vertido no estágio  $t$  (variável de decisão)

$w \in W(i)$  Conjunto de usinas imediatamente a montante de  $i$

### c) Limites de armazenamento e turbinamento

$$0 \leq \underline{v}(i) \leq v_t(i) \leq \bar{v}(i) \quad (\text{II.3})$$

$$0 \leq \underline{u}(i) \leq u_t(i) \leq \bar{u}(i) \quad (\text{II.4})$$

para  $i = 1, \dots, I$

onde  $\bar{v}(i)$ ,  $\underline{v}(i)$ ,  $\bar{u}(i)$  e  $\underline{u}(i)$  são respectivamente os limites máximo e mínimo de armazenamento e turbinamento.

### d) Limites na geração térmica

$$0 \leq g(j) \leq \bar{g}(j) \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (\text{II.5})$$

### e) Atendimento à demanda

$$\sum_{i=1}^I \rho(i) u_t(i) + \sum_{j=1}^J g_t(j) = d_t \quad (\text{II.6})$$

onde  $\rho(i)$  é o *coeficiente de produção*<sup>7</sup> da usina  $i$  (MWh/hm<sup>3</sup>)

## II.5 Algoritmo de solução e custos marginais

O problema de um estágio (II.1)–(II.6) é resolvido através de um algoritmo de programação linear – PL. Além da decisão operativa ótima, o esquema PL calcula os multiplicadores de *Lagrange*, ou preços sombra, associados a cada restrição. Em

---

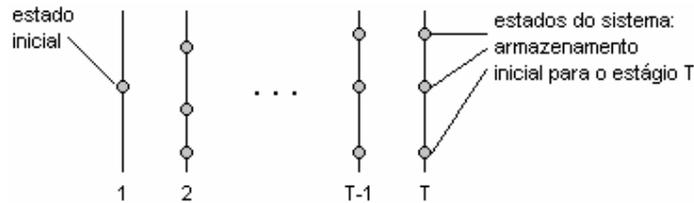
<sup>7</sup> O coeficiente de produção depende da altura da queda líquida da usina. Esta é medida pela diferença entre a cota do reservatório (que depende do volume armazenado) e a cota do canal de fuga (que depende da vazão turbinada e vertida). As perdas hidráulicas originárias do atrito entre a água e a parede do conduto forçado podem ser convertidas numa *altura equivalente de perdas*. Nesta tese, usaremos um coeficiente de produção constante, que substitui todas as relações matemáticas (cota x volume armazenado, etc.) por seus valores médios. Com esta aproximação, a produção de energia é função linear do volume turbinado, o que é necessário para o algoritmo de solução, baseado em programação linear.

particular, o preço *spot* horário do sistema é o multiplicador de *Lagrange* associado à restrição de atendimento à demanda (II.6), e o valor da água é o multiplicador associado à equação de balanço hídrico (II.2).

## II.6 Cálculo da FCF

Como discutido, as decisões operativas de um sistema hidrotérmico se baseiam no equilíbrio entre o custo de oportunidade hoje e seu valor esperado futuro, representado pela FCF. Esta função é calculada através de um procedimento recursivo chamado programação dinâmica estocástica – PDE, cujos passos principais são apresentados de maneira resumida a seguir<sup>8</sup>:

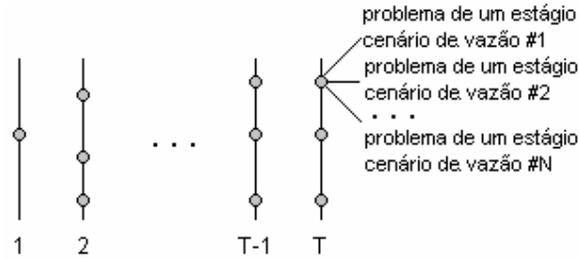
- a) Para cada estágio  $t$  (tipicamente um mês ou uma semana) defina um conjunto de *estados do sistema*, por exemplo, níveis de armazenamento 100%, 90%, etc. até 0%. A Figura II-4, ilustra a definição dos estados para um reservatório. Supõe-se conhecido o armazenamento inicial do primeiro estágio.



**Figura II-4. Definição dos estados do sistema**

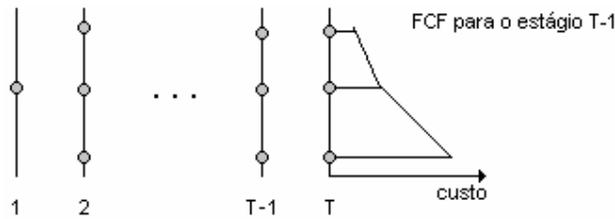
- b) Iniciar no último estágio,  $T$ , e resolver o problema de despacho deste estágio supondo que o armazenamento inicial corresponde ao primeiro nível selecionado no passo (a) – por exemplo, 100%. Dado que se está no último estágio, supõe-se que a FCF é igual a zero. Resolver o problema de despacho para cada um dos  $N$  cenários de vazões para o estágio. O esquema é mostrado na Figura II-5.

<sup>8</sup> Por simplicidade de apresentação, não se representa a dependência em relação às vazões.



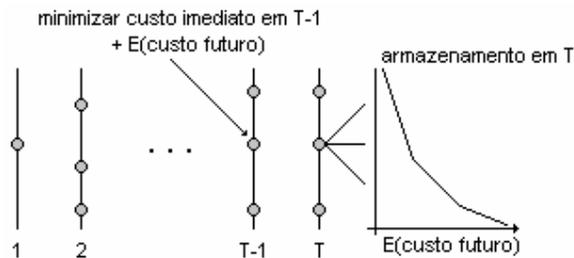
**Figura II-5. Cálculo da decisão ótima por cenário - último estágio**

- c) Calcular o valor esperado do custo operativo associado ao nível 100% como a média dos custos dos  $N$  subproblemas de um estágio. Com isto se obtém o primeiro ponto da FCF para o estágio  $T-1$ , i.e.  $\alpha_T(v_T)$ . Repetir o cálculo do custo operativo esperado para os demais estados no estágio  $T$ . Interpolando os custos para pontos intermediários (entre dois estados) e produzir a FCF  $\alpha_T(v_T)$  para a etapa  $T-1$ , como ilustra a Figura II-7.



**Figura II-6. Cálculo da FCF para o estágio  $T-1$**

- d) Repetir o cálculo do custo operativo para todos os estados selecionados no estágio  $T-1$ , como é mostrado na Figura II-4. Observe que o objetivo agora é minimizar a soma do custo operativo imediato do estágio  $T-1$  com o custo esperado futuro, dado pela FCF calculada no passo anterior. Aplicar o mesmo procedimento para os estágios  $T-2$ ,  $T-3$  etc., até o primeiro estágio.



**Figura II-7. Cálculo da FCF para o estágio  $T-1$**

O resultado final do esquema PDE (a)–(d) é um conjunto de FCFS  $\{\alpha_{t+1}(v_{t+1})\}$  para todos os estágios  $t = 1, \dots, T$ . Observe que o cálculo dessa função requer a representação da operação conjunta do sistema, com o conhecimento completo dos estados de armazenamento de todas as usinas do sistema.

## II.7 Limitações no esquema PDE

O esquema PDE tem sido utilizado por muitos anos na maioria dos países com predominância de geração hidrelétrica [1, 2]. No entanto, o mesmo tem uma limitação severa, que se deve à necessidade de *enumerar* todas as combinações possíveis dos valores das variáveis de estado (armazenamento nos reservatórios e vazões nos estágios anteriores). Com isto, o esforço computacional cresce exponencialmente com os níveis dos reservatórios, a chamada *maldição da dimensionalidade*. Por exemplo, suponha que os níveis de cada reservatório e de cada vazão anterior tenham sido discretizados em 20 valores. O número de combinações é, portanto,  $(20 \times 20)^I$ , onde  $I$  é o número de reservatórios. Tem-se então:

Número de reservatórios	Número de combinações
1	$20^2 = 400$
2	$20^4 = 160$ mil
3	$20^6 = 64$ milhões
4	$20^8 \approx 25$ mil milhões

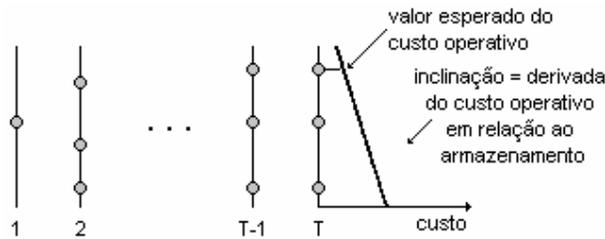
Devido a esta limitação computacional, tem sido necessário utilizar aproximações tais como a agregação dos reservatórios do sistema em um único reservatório que representa a capacidade de produção de energia da cascata [2] e o uso de esquemas de solução parciais (tipicamente, o cálculo de funções de custo futuro separadamente para cada bacia).

A seguir se apresentarão os conceitos de um algoritmo de solução, chamado programação dinâmica *dual* estocástica, que é utilizado no modelo SDDP – *Stochastic Dual Dynamic Programming* [4,5] que têm como característica evitar a maldição da

dimensionalidade, através de uma aproximação iterativa das FCFs.

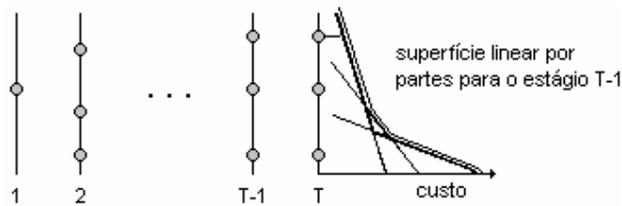
## II.8 A programação dinâmica dual

A idéia do PD Dual está no fato que a FCF pode ser representada como uma função linear por partes, o que evita a necessidade de se interpolar valores. Ademais, mostra-se que a derivada da FCF em torno de um ponto qualquer corresponde ao valor esperado da água, os quais correspondem aos multiplicadores de *Lagrange* associados às equações de balanço hídrico dos reservatórios. A Figura II-8 ilustra o enfoque PD Dual para o cálculo do valor esperado do custo operativo e a derivada da FCF para o último estágio, armazenamento inicial = 100% (passo (c) do procedimento PD tradicional).



**Figura II-8. PD Dual – Cálculo do primeiro segmento da FCF**

A Figura II-9 ilustra o cálculo do custo operativo e as derivadas da FCF para cada estado no estágio  $T$ . A função *linear por partes* resultante deste procedimento é a FCF,  $\alpha_T(v_T)$  para o estágio  $T-1$ .



**Figura II-9. Cálculo de uma FCF linear por partes para o estágio  $T-1$**

Além da representação analítica da FCF, a PD Dual utiliza um esquema iterativo de otimização/simulação para selecionar somente os estados que são relevantes para a decisão. Como consequência, isto possibilita a resolução de problemas de despacho estocástico com um grande número de reservatórios, com um esforço computacional razoável.

## II.9 Conclusão

Este capítulo tratou do problema do despacho de energia elétrica por minimização de custos. Foi mostrado que este problema é complexo e pode ser resolvido por técnicas de programação dinâmica estocástica.

Como mencionado no Capítulo I, muitos países com base hidrotérmica têm utilizado modelos matemáticos baseados nesta técnica ou similares para a determinação centralizada da produção ótima de energia dos geradores e o preço de referência usado nas transações de compra e venda da energia elétrica. Este preço, definido pelo custo marginal do sistema, é a variável dual associada à equação de atendimento à demanda.

Com o avanço das reformas do setor elétrico de distintos países, inclusive Brasil, e a abertura dos mercados de energia elétrica, este procedimento de cálculo passou a ser questionado. As controvérsias estão principalmente relacionadas à forma de determinação do preço de curto prazo, através do emprego do custo marginal. O custo marginal, sendo resultado de um modelo de otimização que utiliza parâmetros estabelecidos de maneira centralizada, e não pela percepção coletiva dos agentes que participam do mercado, sempre estará suscetível a críticas.

As projeções de oferta e demanda, preços dos combustíveis, cenários de hidrologia utilizados, o custo do déficit, e outros serão sempre suscetíveis a estas críticas. Além destes parâmetros e cenários, também será questionado o critério de otimização baseado em valor esperado, que pode resultar numa operação que não representa o perfil de risco do agente privado.

Na realidade, não existem valores corretos ou errados. O que existem são distintas percepções sobre a verdade. Um mercado resolve esta questão quando permite que milhares de participantes, cada um com opinião própria, estabeleçam um ponto de equilíbrio entre oferta e demanda estabelecendo dessa forma as usinas despachadas e o preço da energia.

No próximo capítulo apresentaremos a abordagem do esquema de ofertas, do ponto de vista do produtor. Este tem como objetivo, determinar estratégias que maximizem seu

lucro. Este assunto tem sido de interesse tanto para os agentes produtores como para reguladores, interessados em analisar como estas estratégias podem provocar abusos no mercado, e como buscar mecanismos para reduzir a ocorrência de tais práticas.

Foi discutido na seção I.3 que o problema de maximização de receita de um gerador hidrelétrico que pode decidir entre produzir sua energia hoje ou armazená-la para uso no futuro. Portanto o esquema de despacho baseado em ofertas, discutido na seqüência, é análogo ao problema de despacho por custos, no sentido em que os dois se confrontam com o problema entre utilizar a água para produzir energia no presente ou transferir o uso dessa água para o futuro, armazenando-a [6].

Como será visto, será possível formular o problema de maximização de receita seguindo os mesmos princípios da técnica de programação dinâmica dual estocástica – PDDE. A recursão da PDDE permitirá calcular a função de benefício (receita) futuro utilizada no despacho por ofertas, à semelhança do cálculo das FCFS discutidas no presente capítulo.

## **CAPÍTULO III**

### **DESPACHO BASEADO EM OFERTAS**

#### **III.1 Introdução**

O despacho baseado em ofertas tem sido amplamente discutido e estudado na literatura durante os últimos anos [14,15,16,17]. Empresas geradoras de energia têm interesse em desenvolver estratégias de oferta que maximizem sua rentabilidade. Enquanto isto, reguladores estão interessados em analisar estas estratégias, buscando identificar eventuais abusos e criando mecanismos de controle para mitigar práticas que levem ao exercício de poder de mercado.

O objetivo deste capítulo é formular o problema da determinação da oferta ótima em sistemas hidrotérmicos considerando a existência de vários agentes estratégicos hidrelétricos. Será simulado o comportamento dos agentes estratégicos através de um modelo de oligopólio, baseado em teoria de jogos não cooperativos, o que permitirá identificar a existência de poder de mercado. A metodologia se baseia na resolução de sucessivos problemas de programação dinâmica estocástica.

##### **III.1.1 Remuneração dos agentes**

Basicamente, o esquema de ofertas tem como objetivo maximizar a receita líquida de cada agente participante, dada pelo produto da energia produzida e pela diferença entre o preço de equilíbrio e o custo unitário de produção. A produção de cada gerador pelo esquema de ofertas é determinada como num leilão: para cada estágio do horizonte de estudo, o operador do sistema recebe ofertas de quantidade e preço de energia que cada agente de geração está disposto a vender. Em poder dessas ofertas e a partir de uma previsão da demanda  $d$  do sistema, o operador define o despacho energético de mínimo custo e o preço do mercado, resolvendo o seguinte problema de programação matemática:

$$z = \text{Min} \sum_{m=1}^M \lambda(m) g(m) \quad (\text{III.1.1})$$

Sujeito a:

Variável dual

$$\sum_{m=1}^M g(m) = d \quad \pi_d \quad (\text{III.1.2})$$

$$g(m) \leq \bar{g}(m) \quad \pi_{g_m} \quad (\text{III.1.3})$$

$$0 \leq g(m) \quad (\text{III.1.4})$$

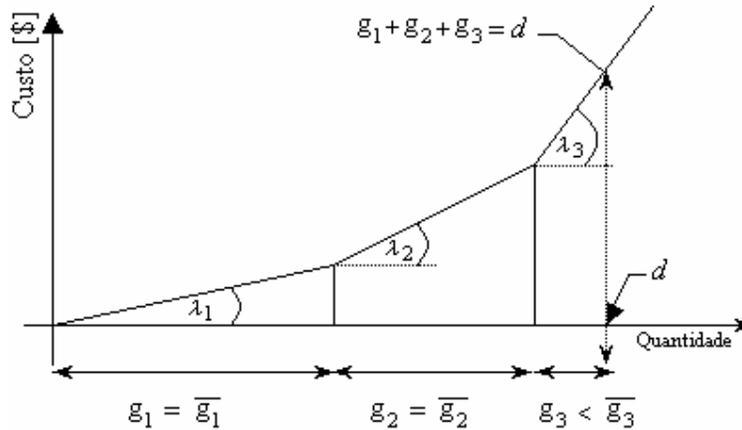
para  $m = 1, \dots, M$

onde:

$z$	Custo de operativo total do sistema
$m$	Índice dos geradores hidrelétricos e térmicos ( $M = I + J$ )
$\lambda(m)$	Preço da energia ofertada pelo gerador ( $m$ )
$\bar{g}(m)$	Quantidade de energia ofertada pelo gerador ( $m$ )
$g(m)$	Quantidade de energia a ser produzida pelo gerador $m$ (variável de decisão)
$d$	Demanda total prevista pelo operador do sistema
$\pi_d$	Variável dual associada à restrição de demanda
$\pi_{g_m}$	Variável dual associada à restrição de energia ofertada pelo gerador $m$

A solução do problema (III.1) pode ser obtida ordenando-se crescentemente os preços das ofertas, empilhando as quantidades ofertadas, até que a demanda total seja atendida. A partir da solução deste problema define-se o preço do mercado, que corresponde à oferta de preço do gerador mais caro despachado. Este preço é igual ao valor da variável dual associada à restrição de atendimento à demanda,  $\pi_d$ , e representa a variação da função objetivo (custo operativo) associada a uma variação infinitesimal da demanda.

A Figura III-1 ilustra um exemplo de um despacho de mínimo custo com 3 geradores, considerados em ordem crescente de ofertas de preços. Neste caso, os geradores 1 e 2 produzem toda a energia ofertada, enquanto o gerador 3 produz apenas o suficiente para atender o restante da demanda não atendida. Portanto o preço será determinado pela oferta de preço do gerador 3, ou seja,  $\pi_d = \lambda_3$ .



**Figura III-1. Despacho do sistema**

Uma vez definido o despacho ótimo, um gerador  $m$  qualquer recebe uma remuneração bruta dada pelo produto do preço do sistema  $\pi_d$ , e sua produção,  $g(m)$ . A remuneração líquida de cada gerador, representada por  $R(m)$ , então corresponde à diferença entre a remuneração bruta e seu custo operativo unitário  $c(m)$ :

$$R(m) = [\pi_d - c(m)] g(m) \quad \text{para } m = 1, \dots, M \quad (\text{III.2})$$

A remuneração líquida total de um agente, proprietário de vários geradores, é a soma das remunerações líquidas de todos seus geradores:

$$R(y) = \sum_{m \in E(y)} R(m) \quad (\text{III.3})$$

Onde:

$y$  Indexa os agentes ( $Y$  é o número total de agentes)

$R(y)$  Remuneração líquida do agente  $y$

$E(y)$  Conjunto de geradores que pertencem ao agente  $y$

### III.1.2 Classificação dos agentes

Por hipótese existem  $N$  agentes estratégicos ( $N \leq Y$ ) cujas decisões podem alterar o preço do mercado. Estes agentes também são conhecidos na literatura como *price makers*. Existem  $Y - N$  agentes não estratégicos - cujas decisões *não alteraram* o preço de mercado. Em geral este conjunto é composto por geradores com reduzida capacidade de

produção em relação ao mercado. Estes agentes também são conhecidos na literatura como *price takers*.

### III.1.3 Estratégia de ofertas dos agentes estratégicos

Por hipótese, consideraremos que todos os agentes estratégicos competem apenas pela quantidade produzida, isto é, suas ofertas de preço são iguais a zero e uma predeterminada função inversa da demanda define de modo direto o preço do mercado através da oferta total dos agentes [22]. Esta hipótese segue o modelo de *Cournot*. Uma descrição detalhada deste modelo e de outros modelos de equilíbrio pode ser encontrada no anexo H. Este modelo tem sido utilizado em casos onde o preço de um produto ofertado não é bem definido por não haver um *custo direto* de produção. Neste caso, é intuitivo analisar como o mercado responde a uma variação da quantidade ofertada deste produto, que é exatamente o caso das energias produzidas por usinas hidrelétricas.

Por outra parte, consideraremos que os agentes produtores de energia térmica serão agentes não estratégicos. Estes agentes ofertam sua capacidade de produção a preço igual ao custo variável de operação.

Suponha que o agente estratégico  $n$ , proprietário de um conjunto de geradores hidrelétricos pretenda maximizar sua receita líquida associada à venda de energia num estágio qualquer. O agente  $n$  sabe quanto de energia pode ofertar no mercado (depende da capacidade de produção de suas usinas) e (por hipótese) supõe conhecer as ofertas de seus competidores. Este objetivo pode ser traduzido no seguinte problema de programação matemática:

$$\text{Max} \quad \sum_{i \in E(n)} R_i(i) = [\pi_{dt} - c(i)] g_i(i) \quad (\text{III.4.1})$$

Sujeito a:

$$g_i(i) \in \Omega(i) \quad \forall i \in E(n) \quad (\text{III.4.2})$$

onde:

$R_i(i)$       Receita líquida do gerador  $i$

$\Omega(i)$       Conjunto de ofertas viáveis para o gerador  $i$

$\pi_{dt}$       Custo marginal, obtido da solução ótima do problema (III.1)

$c(i)$	Custo unitário de operação do gerador $i$
$E(n)$	Conjunto de geradores que pertencem ao agente estratégico $n$
$g_t(i)$	Oferta do gerador $i$ aceita pelo operador no estágio $t$

Como por hipótese a quantidade de energia ofertada pelos agentes estratégicos segue o modelo de *Cournot* ( $\lambda(i) = 0$ ), as usinas do agente  $n$  serão automaticamente despachadas. O problema do despacho de mínimo custo para um estágio  $t$  é o seguinte:

$$z_t[o_t(n)] = \text{Min} \sum_{j=1}^J \lambda_t(j) g_t(j) \quad (\text{III.5.1})$$

Sujeito a:

Variável dual

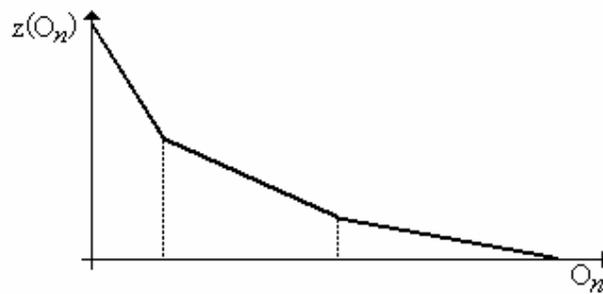
$$o_t(n) + \sum_{j=1}^J g_t(j) = d_t - a \sum_{i \notin E(n)} g_t(i) \quad \pi_{d_t} \quad (\text{III.5.2})$$

$$g_t(m) \leq \bar{g}(m); m = 1, \dots, M \quad \pi_{g_m} \quad (\text{III.5.3})$$

onde:  $o_t(n) = \sum_{i \in E(n)} g_t(i)$

Em outras palavras, o preço de mercado  $\pi_{d_t}$  é dado pelo custo variável de um dos agentes não estratégicos despachados<sup>9</sup>

Sabemos que a função  $z[o_t(n)]$  em (III.5) pode ser interpretada como linear por partes, sendo possível representá-la, como mostra a figura a seguir.

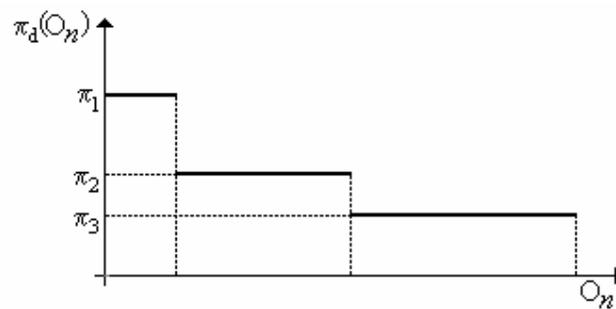


**Figura III-2. Custo total x energia ofertada pelo agente  $n$**

<sup>9</sup> Isto porque os agentes estratégicos no modelo de *Cournot* sempre ofertam energia a preço zero. Com isso, o preço de mercado é função *inversa* da demanda residual (demanda total – oferta dos agentes estratégicos), que é *atendida* pelos agentes não estratégicos (termoelétricas neste trabalho).

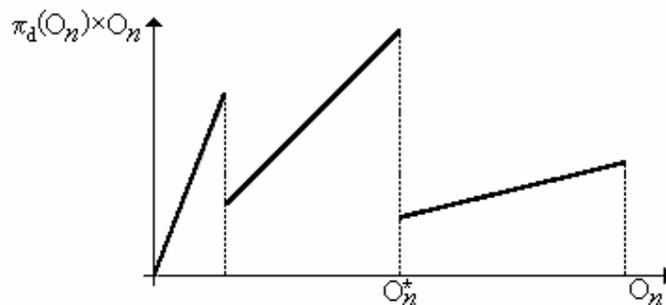
A inclinação de cada um dos segmentos que compõem a curva anterior representa o custo marginal resultante do problema (III.5) resolvido para determinado valor da energia total ofertada pelo agente  $n$ . Na mesma figura observamos que um segmento da curva cruza o eixo das abscissas (quando  $o_i(n) = d_i$ ). No outro extremo, o ponto em que o segmento da curva cruza o eixo das ordenadas representa o custo total do sistema caso a demanda seja atendida unicamente pelos geradores  $i \notin E(n)$  somado à produção dos geradores não estratégicos.

Percorrendo os segmentos da curva da Figura III-2 no sentido crescente de  $o_i(n)$ , observa-se que os pontos de quebra representam a saída de operação de geradores térmicos (na ordem da oferta de preço mais alta para mais baixa) em função do aumento da energia ofertada pelo agente  $n$ .



**Figura III-3. Custo marginal x energia ofertada pelo agente  $n$**

Finalmente, a figura a seguir ilustra a remuneração bruta do agente em função da quantidade de energia ofertada. Esta remuneração é resultado do produto entre o preço do mercado e a quantidade de energia ofertada. Observe que esta função é linear por partes, descontínua e não côncava, com ponto de máximo  $O_i(n)^*$ .



**Figura III-4. Receita bruta x energia ofertada pelo agente  $n$**

### III.1.4 Extensão para o caso multi-estágio

Nesta seção será apresentado um dos objetivos centrais deste trabalho: a metodologia e implementação do problema do despacho e formação de preços por ofertas realizadas por múltiplos agentes hidrelétricos estratégicos. A metodologia é uma generalização do problema do caso para um único agente estratégico proprietário de múltiplas usinas hidrelétricas como apresentado em [25].

O problema (III.4) tratou da otimização da receita do agente estratégico  $n$  com ofertas restritas a um estágio, isto é, a consequência das decisões tomadas no estágio  $t$  para os estágios  $t+1, t+2, \dots$  não foi representada. Entretanto, os agentes estratégicos hidrelétricos, podem usar a capacidade de armazenamento dos seus reservatórios para a tomada de decisões. Por exemplo, um agente pode reter água, diminuindo sua produção atual, para dispor deste recurso no futuro, caso acredite que haverá um aumento dos preços, por exemplo.

O problema da determinação das ofertas de um agente hidrelétrico estratégico,  $n$ , que visa maximizar sua receita ao longo do período de estudo levando em consideração a aleatoriedade nas afluições, será formulado como um problema de programação dinâmica estocástica – PDE, caracterizado pela seguinte equação recursiva:

$$\beta_t(v_t) = \text{Max } \pi_{dt} O_t(n) + \beta_{t+1}(v_{t+1}) \quad (\text{III.6.1})$$

Sujeito a:

$$v_{t+1}(i) + u_t(i) + s_t(i) - \sum_{w \in W(i)} [u_t(w) + s_t(w)] = v_t(i) + a_t(i) \quad (\text{III.6.2})$$

$$O_t(n) = \sum_{i \in E(n)} \rho(i) u_t(i) \quad (\text{III.6.3})$$

$$v_t(i) \leq \bar{v}(i) \quad (\text{III.6.4})$$

$$u_t(i) \leq \bar{u}(i) \quad (\text{III.6.5})$$

$$i \in E(n); t = T, T-1, \dots, 1$$

onde:

$\pi_{dt}$	Preço de energia do mercado, no estágio $t$ obtido pela solução do problema (III.5), supondo que a oferta do agente $n$ seja $o_t(n)$
$o_t(n)$	Quantidade total de energia ofertada pelas usinas pertencentes à empresa estratégica $n$ , no estágio $t$ . Variável de decisão.

Conforme apresentado, o problema da maximização da remuneração dos agentes hidrelétricos é semelhante ao problema do despacho hidrotérmico de mínimo custo. Neste esquema são definidas as funções de benefício imediato – FBI e de benefício futuro – FBF para representar o acoplamento temporal existente entre as decisões operativas, à semelhança das FCI e FCF do esquema de mínimo custo. Entretanto, como visto na Figura III.4, a FBI corresponde à receita do agente estratégico, sendo descontínua, não linear e não côncava. Será necessário dar um tratamento a esta função com o objetivo de utilizar o esquema da PDDE apresentado no capítulo II. Este tratamento será discutido na Seção III.4.

## III.2 Técnicas de solução

### III.2.1 Revisão bibliográfica

Embora a reforma do setor elétrico e a abertura de mercados de energia elétrica no mundo, sejam relativamente recentes, o problema de maximização de receita tem sido de grande interesse de pesquisadores, tendo sido formulado e resolvido por uma variedade de algoritmos. Estes trabalhos visam, sobretudo, subsidiar comitês de monitoramento de mercado com metodologias e modelos para identificar comportamento estratégico e o exercício e abuso de poder de mercado. Também têm sido usados para pré-avaliar o *desenho* de regras de futuros mercados.

Por exemplo, na literatura podemos encontrar o problema da maximização da receita formulado como um problema de otimização de *dois níveis*: no primeiro nível o agente produtor resolve o problema de maximização da sua receita enquanto que no segundo nível o operador do sistema resolve o problema de minimização do custo de operação do sistema [14,18]. Nesta formulação o problema de dois níveis é transformado, aplicando as condições de primeira ordem de *Karush-Kuhn-Tucker* – KKT a cada um dos problemas, em um único problema não linear. As condições de maximização da receita

do agente estratégico são combinadas com as condições de minimização de custos do operador do sistema [20].

Esta abordagem é adotada por alguns autores, como em [31]. Outros autores assumem que a demanda residual vista dos agentes estratégicos é uma função linear do preço *spot*, o que torna linear o problema de complementaridade associado [24,4,5,32].

Outra abordagem de solução é o chamado *equilíbrio pela curva de oferta*, ou *Supply Function Equilibria* – SFE [33]. Esta abordagem consiste em modelar a curva de oferta de um agente e não somente uma oferta quantidade–preço e tem sido utilizada em análises de equilíbrio em mercados competitivos de eletricidade, onde, em particular, o modelo *linear* de equilíbrio pela curva de oferta – LSF [34,50].

Na literatura recente têm aparecido algumas abordagens baseadas em programação linear-inteira voltadas essencialmente para a otimização da estratégia de uma empresa *price maker* [35,36,37,38].

Não obstante diversas tenham sido as abordagens de solução do problema (III.6), usualmente não é possível garantir a solução ótima global devido à não convexidade do problema. Há uma grande dificuldade computacional ao pretender-se incorporar alguns aspectos importantes para os agentes hidrelétricos, como a incerteza na hidrologia futura. Muitos trabalhos têm sido publicados recentemente que determinam a estratégia de ofertas de agentes hidrelétricos *price takers* (não estratégicos), sobretudo inspirados no desenho do mercado Nórdico de eletricidade – *Nordpool*. Estes trabalhos [39, 40,28,41], consideram o preço *spot* como uma variável exógena modelada através de cenários. Assim, a estratégia de oferta do agente é formulada num enfoque multi-estágio e estocástica, onde os cenários de preços *spot* e de afluências são informados e o agente busca calcular o seu *lucro de oportunidade* através de algoritmos híbridos de PDE-PDDE.

Para aliviar esta segunda dificuldade, outros trabalhos fazem uso da programação dinâmica estocástica – PDE – para criar as funções de benefício futuro – FBF – para os agentes e, desse modo, representar o impacto das decisões de uma etapa em etapas subsequentes. Esta abordagem foi introduzida em [21], que estudaram a possibilidade de manipulação de mercado no sistema da Nova Zelândia com um modelo multi-

estágio, e estendida em [22,23], que modelou o processo de competição entre agentes hidrelétricos para o sistema brasileiro num enfoque multi-estágio e estocástico, onde a cada estado da recursão PDE é encontrado um equilíbrio de *Nash-Cournot* entre os agentes. Os dois trabalhos analisam efeitos de contratos bilaterais como mecanismos para mitigar o exercício de poder de mercado. Esta abordagem também foi adotada em [42], que assume as FBF conhecidas e analisa o problema de curto prazo para o sistema Chileno. Mais recentemente, [43] apresentou um procedimento de programação dinâmica determinística com uma representação linear-inteira da FBF e [44] apresentou procedimentos heurísticos / iterativos para verificar exercício de poder de mercado, ambos aplicados ao sistema brasileiro.

Na seguinte seção será detalhada a metodologia adotada no cálculo de equilíbrio de *Nash* associado ao problema de otimização de ofertas. Inicialmente será tratado o caso de um agente estratégico e posteriormente abordado o caso geral.

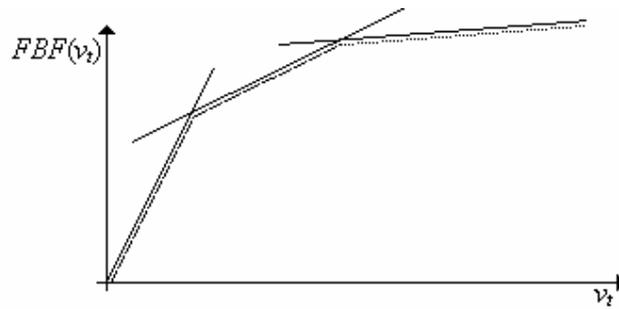
### **III.2.2 Metodologia adotada**

Como os problemas (III.6) possuem estrutura recursiva, a alternativa natural para resolvê-los nos diferentes estágios ao longo do horizonte de estudo seria através da aplicação da técnica da programação dinâmica – PD. Esta técnica permite decompor o problema original, com  $T$  estágios, em  $T$  subproblemas de um estágio, o que evita o crescimento exponencial do esforço computacional com o número de estágios.

No entanto, como mencionado, a grande dificuldade encontrada na aplicação dessa técnica aplicada a problemas estocásticos – PDE, é o crescimento exponencial do esforço computacional com o aumento do número de variáveis de estado do problema, o que inviabiliza a resolução explícita de (III.6) ainda que para um número pequeno de agentes estratégicos. Em virtude dessa limitação, utiliza-se programação dinâmica dual estocástica – PDDE ao problema da determinação das estratégias de ofertas ótimas de agentes hidrelétricos. Como visto no capítulo II, esta técnica permite obter os mesmos resultados da PDE, sem a necessidade da discretização do espaço de estados.

A PDDE é utilizada para construir iterativamente uma aproximação da FBF para o problema (III.6), de maneira análoga à construção da FCF do problema de mínimo custo.

A PDDE representa a FBF como uma função linear por partes que pode ser incorporada à formulação do problema (III.6) como uma série de restrições correspondentes aos hiperplanos tangentes à FBF. A figura a seguir ilustra um exemplo da aproximação da FBF considerando apenas como variável de estado o nível do volume armazenado em uma etapa.

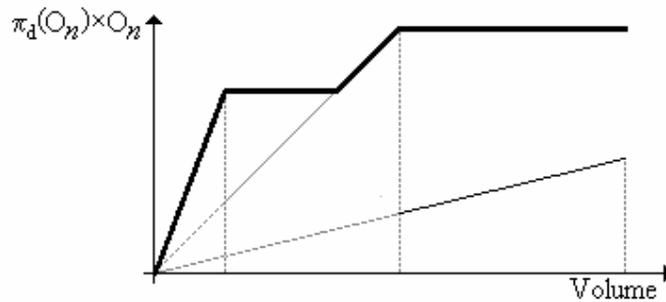


**Figura III-5. Aproximação da FBF por segmentos lineares**

Por outro lado a função de remuneração, como mostra a Figura III-4, não é côncava, dificultando assim a aplicação direta da técnica PDDE, porque a aproximação por hiperplanos requer que o *problema* seja convexo, o que não ocorre necessariamente no caso das ofertas estratégicas. Este problema será contornado aproximando-se a FBF por sua envoltória côncava – *concave hull*, como será explicado na seqüência:

### III.2.2.1 Função de benefício futuro - FBF

A função de benefício futuro pode ser caracterizada pela Figura III-4, que relaciona a remuneração obtida com a energia ofertada a preço zero, portanto efetivamente aceita. A energia que pode ser produzida em um estágio depende do volume total disponível de água que é a soma do volume armazenado inicial com o volume afluente, limitado ao volume máximo. Conhecidas as aflúências e os limites do reservatório, a relação entre a remuneração que pode ser obtida num estágio e o volume do reservatório no início da etapa assumirá a seguinte forma:

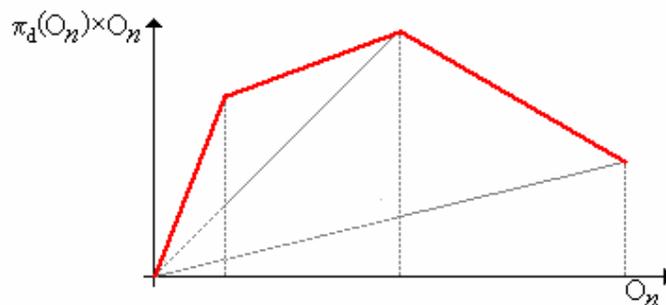


**Figura III-6. Remuneração esperada versus volume no início da etapa t**

A função tem este formato porque, ainda que para determinados valores de volume inicial seja possível produzir mais energia, é mais vantajoso para o gerador armazenar essa quantidade de água *adicional* e diminuir sua oferta uma vez que a queda do custo marginal tornaria sua remuneração menor. Estes valores correspondem aos segmentos horizontais onde a remuneração é constante. A partir do momento em que uma produção maior – mesmo acarretando um preço de mercado menor – volta a ser mais atraente, a curva da função remuneração volta a crescer. Finalmente, a curva da função remuneração torna-se constante a partir do momento em que o volume inicial, somado às afluições do período, é suficiente para que a empresa oferte um montante de energia igual àquele para o qual ocorre o valor máximo na curva da função remuneração.

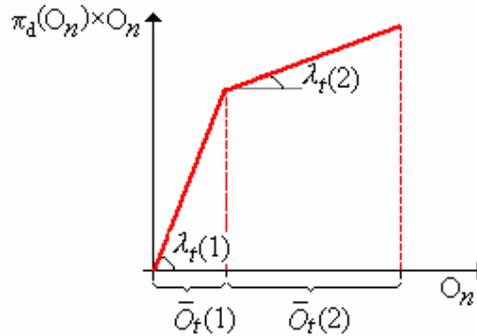
### III.2.2.2 Aproximação da função de remuneração

Como mostrado em [25] é possível aproximar a função de remuneração do agente por sua *envoltória côncava* de modo que a FBF correspondente também o seja. Deste modo, é possível aproximá-la por hiperplanos tangentes e aplicar a PDDE. A envoltória côncava da função de remuneração está ilustrada na figura abaixo:



**Figura III-7. Envoltória função remuneração vs. energia ofertada**

Observe da Figura III-7 que a função de remuneração só precisa ser aproximada até o ponto onde atinge seu valor máximo, pois a solução do problema naturalmente nunca irá determinar a oferta de uma quantidade que retorne uma remuneração menor sendo possível *economizar* energia e ainda assim obter maior remuneração, resultando numa função com  $B$  segmentos. Cada um dos  $B$  segmentos é caracterizado por uma inclinação  $\lambda_t(b)$  que corresponde à oferta de preço do agente  $n$  pela energia ofertada no segmento linear  $b$  – e uma da quantidade de energia  $\bar{o}_t(b)$ ,  $b = 1, \dots, B$ , como mostra a Figura III-8:



**Figura III-8. Função de remuneração aproximada por segmentos lineares**

### III.2.2.3 Procedimento para o cálculo da função de benefício imediato – FBI

O procedimento para construção da curva da Figura III-8 é o seguinte:

- 1) Calcular oferta agregada da concorrência<sup>10</sup>

A oferta agregada da concorrência (agentes estratégicos  $\neq n$ ) é simplesmente:

$$U_t = \sum_{i \in E(n)} g_t(i)$$

- 2) Calcular a demanda residual

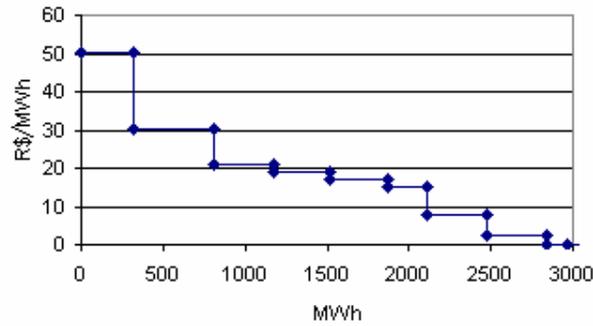
A demanda residual  $d_t'$  deverá ser atendida pela produção do agente  $n$  somada à produção dos agentes *não estratégicos*:  $d_t' = d_t - U_t$

- 3) Construir a função de benefício imediato – FBI

---

<sup>10</sup> Nesta seção supõem-se conhecidas as ofertas de energia dos demais agentes estratégicos. Na seção III.3 este procedimento de cálculo será estendido para todos os agentes num enfoque de jogo não cooperativo.

Como a demanda residual é constante, quanto maior a oferta do agente estratégico  $n$  menor será a necessidade de geração dos agentes não estratégicos, o que significa que o preço do mercado, dado pela oferta de um gerador térmico, será decrescente com o aumento de  $o_i(n)$ , como mostra a figura abaixo.



**Figura III-9. Preço *spot* vs. energia ofertada pelo agente estratégico  $n$**

No caso extremo, onde a produção do agente estratégico é nula, pode-se verificar qual o índice  $L$  do último gerador térmico necessário para atender a demanda residual<sup>11</sup>.

$$L = \text{Mínimo } j, \text{ tal que } \sum_{1 \leq j \leq L} \bar{g}_t(j) > d'_t$$

Este índice será útil na construção da função de benefício imediata, de acordo com o seguinte procedimento:

Para  $m = L, \dots, 2$

- $\Delta = \sum_{j=m}^L \bar{g}_t(j)$
- $\pi_{dt} = \lambda(m)$
- $R_{t,(L-m+2)} = \Delta \times \lambda(m)$

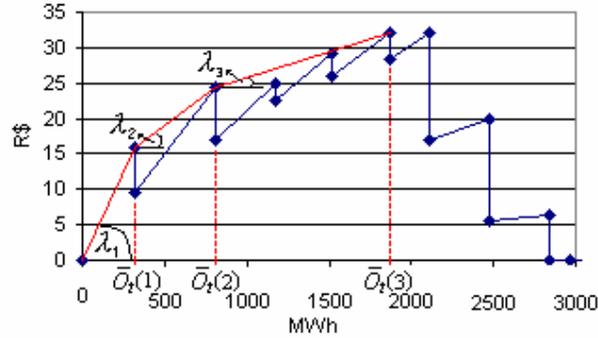
Próximo  $m$

$$\Delta = \sum_{j=1}^L \bar{g}_t(j)$$

$$R_{t,(1)} = (\Delta - d'_t) \lambda(1)$$

<sup>11</sup> Por simplicidade, sem perda de generalidade, os geradores térmicos estão ordenados pelas ofertas de preços, isto é:  $\lambda(1) \leq \lambda(2), \dots$ . As ofertas de energia correspondentes são  $\bar{g}_t(j)$ .

Este procedimento constrói a função *dente de serra* do gráfico da figura abaixo.



**Figura III-10. Remuneração vs. energia ofertada pelo agente estratégico  $n$**

4) Construir envoltória côncava para representar FBI

Constrói-se uma *aproximação côncava* para a função de benefício imediato a partir da função *dente de serra*. Com esta aproximação, o problema (III.6) torna-se côncavo tornando possível a aplicação direta do algoritmo de PDDE.

### III.2.2.4 Relação com técnica da PDDE

Após construir a aproximação côncava, a técnica da PDDE pode ser utilizada para resolver, a seguinte seqüência de problemas<sup>12</sup>:

$$\beta(v_t) = \text{Max} \sum_{b=1}^{B_t} \lambda_t(b) \tilde{o}_t(b) + \beta_{t+1}(v_{t+1}) \quad (\text{III.7.1})$$

Sujeito a:

$$v_{t+1}(i) + u_t(i) + s_t(i) - \sum_{w \in W^1(i)} [u_t(w) + s_t(w)] = v_t(i) + a_t(i) + \sum_{w \in W^2(i)} [u_t(w) + s_t(w)] \quad (\text{III.7.2})$$

$$\sum_{b=1}^{B_t} \tilde{o}_t(b) = \sum_{i \in E(n)} u_t(i) \rho(i) \quad (\text{III.7.3})$$

$$v_t(i) \leq \bar{v}(i) \quad (\text{III.7.4})$$

<sup>12</sup> Aqui, a formulação será feita sem consideração sobre a aleatoriedade hidrológica. A extensão para o caso estocástico será vista subsequentemente.

$$u_t(i) \leq \bar{u}(i) \quad (\text{III.7.5})$$

$$\tilde{o}_t(b) \leq \bar{o}_t(b) \quad (\text{III.7.6})$$

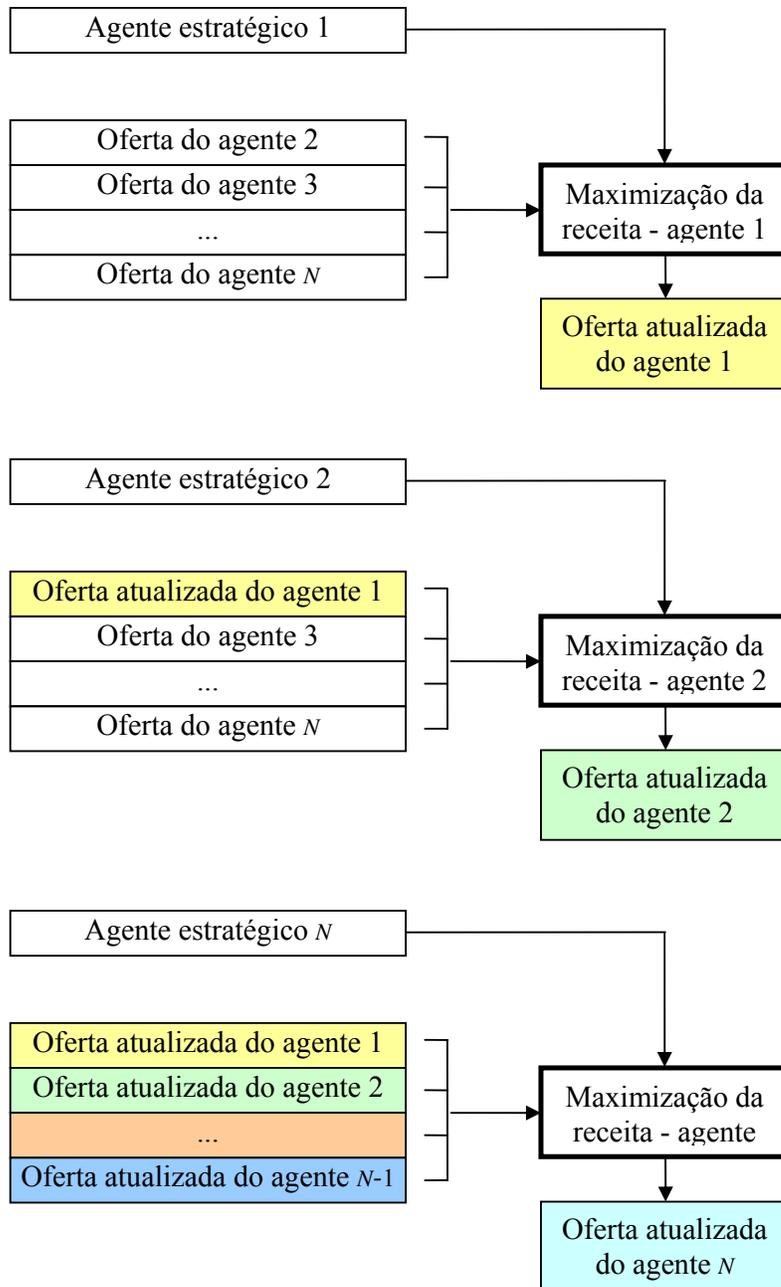
para:  $i \in E(n)$ ;  $t=1, \dots, T$

Onde:

- $w^1$  Conjunto de usinas imediatamente a montante da usina  $i \in E(n)$
- $w^2$  Conjunto de usinas imediatamente a montante da usina  $i \notin E(n)$ .
- $\sum_{w \in w^2(i)} [u_t(w) + s_t(w)]$  Vazão turbinada e vertida imediatamente a montante da usina  $i \notin E(n)$ . Este valor é conhecido.
- $\tilde{o}_t(b)$  Energia ofertada pelo agente estratégico  $n$  no segmento  $b$ , sendo, portanto, uma variável de decisão para o problema (III.7). Finalmente observe que a restrição (III.7.3) representa a oferta total do agente  $n$ , isto é:  $o_t(n) = \sum_{b=1}^{B_t} \tilde{o}_t(b)$ .

### III.3 Dinâmica dos agentes estratégicos

A seção III.2.2. considerou o problema da determinação da estratégia ótima de um agente estratégico. Mostrou-se como calcular a função de benefício deste agente em cada estágio a partir de uma recursão de PDDE. Como hipótese, considerou-se conhecida a estratégia de oferta da concorrência, isto é, as ofertas de energia declaradas pelos demais agentes estratégicos. Nesta seção o problema anterior será generalizado de maneira a considerar que todos os agentes estratégicos estarão concomitantemente buscando estratégias que maximizem suas receitas. Este procedimento será simulado através de um processo iterativo. Em cada iteração, um dos agentes estratégicos determina sua estratégia de ofertas em cada estágio admitindo uma oferta agregada da concorrência, exatamente como visto na seção anterior. Uma vez definida esta estratégia, outro agente é analisado, repetindo este procedimento. Entretanto, para investigar o *equilíbrio* deste mercado de ofertas, este agente considerará a estratégia atualizada calculada pelo agente anterior. O processo segue para o agente estratégico 3, que *enxerga* as estratégias ótimas (atualizadas) dos agentes 1 e 2, e assim por diante, até o último agente estratégico. Este procedimento está ilustrado na Figura III-11.



**Figura III-11. Dinâmica do processo de ofertas**

Pela figura anterior, observa-se que cada agente utiliza sempre a informação atualizada da oferta da concorrência. Uma *iteração* do procedimento termina quando o último agente estratégico determina sua estratégia ótima. O processo segue novamente para o agente 1, 2, ..., N, só sendo interrompido quando entre duas iterações, a variação das ofertas das empresas é suficientemente pequena, ou seja, o processo atinge um ponto de equilíbrio, o chamado equilíbrio de *Nash*, onde nenhuma empresa consegue aferir

maiores receitas alterando suas estratégias (uma descrição detalhada deste equilíbrio pode ser encontrada no anexo H). No entanto, é importante fazer uma observação com relação a este processo de convergência: apesar de não haver garantia de convergência em termos matemáticos, na prática foi possível, em todos os casos testados, encontrar um ponto de equilíbrio. A seguir, apresenta-se um algoritmo que descreve este processo iterativo.

### III.3.1 Construção das estratégias dos agentes

Nesta seção será apresentado o algoritmo de solução para o cálculo da função de benefício futuro e simulação final.

Inicialização:  $k = 0$ ;  $\xi = \text{constante}$ ;  $g_t^k(i)$ ,  $i = 1, \dots, I$

Repetir

Para cada agente estratégico  $n = 1, \dots, N$

Para cada estágio  $t = 1, \dots, T$

- Construir função receita vs. oferta do agente  $n$  a partir de aproximação linear (envoltória côncava) [ver III.2.2.2 e III.2.2.3]
- Preparar dados para o cálculo  $g_t^k(i)$ ,  $i \in E(n)$ ,  $O_t^k(n)$  e FBFS para estágio  $t$  [ver III.2.2.4]

Próximo  $t$

Determinar a produção energética ótima para agente  $n$

O SDDP<sup>13</sup> produz os resultados de interesse:  $g_t^k(i)$  para  $i \in E(n)$ ,  $O_t^k(n)$  e FBFS

Próximo  $n$

Se *máximo*  $|O_t^k(n) - O_t^{k-1}(n)| \leq \xi \Rightarrow$  terminar algoritmo. Caso contrário, fazer  $k \leftarrow k+1$  e voltar para *Repetir*.

### III.3.2 Extensão para o caso estocástico

A análise anterior considerou a determinação da estratégia ótima para um agente

---

<sup>13</sup> O SDDP – Stochastic Dual Dynamic Programming – é um programa computacional que calcula a política operativa ótima de mínimo custo de sistemas hidrotérmicos, desenvolvido pela empresa PSR – Power System Research (www.prs-inc.com)

estratégico baseada na ocorrência de um cenário de vazões. Como amplamente conhecido, esta abordagem pode produzir resultados sofríveis no caso da ocorrência de cenários diferentes daquele utilizado para a determinação da estratégia do agente. Estes cenários podem ser tão plausíveis quanto aqueles utilizados na análise, daí a necessidade de se trabalhar com estratégias que sejam as melhores possíveis para os diferentes cenários de hidrologia possíveis.

Um método de Monte Carlo pode ser utilizado para, assim como na otimização estocástica para o problema de minimização de custos operativos, gerar cenários hidrológicos a serem utilizados no cálculo da estratégia ótima. O critério a ser utilizado pode ser o de maximizar o *valor esperado* da receita com a venda de energia para os diversos cenários hidrológicos utilizados.

A inclusão da aleatoriedade das vazões afluentes às usinas hidrelétricas de um agente estratégico qualquer no seu cálculo da política ótima de ofertas segue a abordagem do esquema de minimização de custos. As vazões são variáveis aleatórias que possuem correlação temporal, isto é, uma vazão úmida no estágio  $t$  indica que na média as vazões do estágio  $t+1$  também serão úmidas<sup>14</sup>. Por esta razão, a geração de cenários de vazões pelo método de Monte Carlo em um determinado estágio será feita *condicionada* às condições hidrológicas recentes, representadas, por exemplo, pelas vazões registradas no estágio anterior. Como as decisões operativas dependerão das vazões dos estágios anteriores, serão variáveis de estado na recursão da PDDE, que será escrita como:

$$\beta_t(v_t, a_{t-1}) = E_{a_t|a_{t-1}} \left\{ \text{Max} \sum_{b=1}^{B_t} \lambda_t(b) \tilde{O}_t(b) + \beta_{t+1}(v_{t+1}, a_t) \right\} \quad (\text{III.8})$$

onde:

$E_{a_t|a_{t-1}}(\cdot)$  Operador valor esperado de cenários de hidrologia  $a_t$  condicionados à tendência hidrológica  $a_{t-1}$

$\beta_t(v_t, a_{t-1})$  Valor esperado da receita total do agente  $n$  entre os estágios  $t$  e  $T$ , função do vetor de volumes armazenados  $v_t$  e da tendência hidrológica (vetor  $a_{t-1}$ )

A utilização de uma oferta para os demais agentes estratégicos, a ser subtraída da demanda do sistema, é um ponto importante na análise anterior, por permitir que o

<sup>14</sup> Esta dependência é representada nos parâmetros do modelo estocástico de vazões (ver Anexo I).

agente estratégico em questão verifique qual o efeito de sua oferta no preço do mercado, e a partir daí, determinar qual a melhor estratégia a seguir. No caso estocástico, não haverá uma única oferta de energia da concorrência e sim uma *amostra* de possíveis valores que foi calculada para diferentes cenários de hidrologia. Neste trabalho, utilizou-se o *valor esperado* das ofertas (atualizadas) da concorrência.

### III.3.3 Simulação das estratégias dos agentes para diferentes cenários

Uma vez calculadas as FBFS utilizando o algoritmo III.3.1, o próximo passo será *simular* o comportamento dos agentes para distintos cenários de hidrologia. Dado um cenário de hidrologia, os agentes decidem em cada estágio qual a quantidade a ser ofertada ao mercado que maximiza a soma de sua receita imediata - calculada usando o mesmo procedimento do algoritmo III.3.1, que constrói uma envoltória côncava da função *dente de serra* – com o valor esperado de seu benefício futuro – FBF.

Novamente, as estratégias finais serão resultado do equilíbrio do mercado (*Nash*) segundo o qual, nenhum agente consegue aumentar receita pela modificação de sua oferta de energia. No que se refere à inicialização das ofertas dos agentes estratégicos em cada etapa, serão utilizados os valores obtidos na última iteração do processo de cálculo das FBFS. A estrutura do algoritmo de simulação, apresentada a seguir, será similar ao algoritmo III.3.1.

### III.3.4 Algoritmo de simulação das estratégias dos agentes competitivos

Para cada cenário hidrológico  $s = 1, \dots, S$

Inicialização:  $k = 0$ ;  $\xi = \text{constante}$ ;  $g_i^k(i), i = 1, \dots, I$

Repetir

Para agentes estratégicos  $n = 1, \dots, N$

Para estágios  $t = 1, \dots, T$

- Construir função receita vs. oferta do agente  $n$  (envoltória côncava)
- Preparar dados para o SDDP para estágio  $t$

Próximo  $t$

Invocar SDDP para maximizar FBI + FBF do agente  $n$

O SDDP produz:  $g_i^k(i)$  para  $i \in E(n)$  e  $O_i^k(n)$ .

Próximo  $n$

Se máximo  $|O_r^k(n) - O_r^{k-1}(n)| \leq \xi \Rightarrow$  passar para próxima série  $s$ .

Fazer  $k \leftarrow k+1$ . Voltar para *Repetir*.

Próximo  $s$

## CAPÍTULO IV

### ESTUDO DE CASO

#### IV.1 Introdução

O capítulo anterior apresentou uma metodologia para a verificação do ponto de equilíbrio de um mercado de energia num sistema hidrotérmico. Este problema, como discutido no Capítulo I, é de grande interesse prático. Para analisar os riscos de que o mercado seja manipulado pelos agentes, com prejuízo da população, apresentou-se no capítulo III um esquema de ofertas com o enfoque de *Cournot*, segundo o qual, agentes estratégicos proprietários de usinas hidrelétricas devem em cada instante de tempo determinar a *quantidade* de energia que devem ofertar (a preço nulo) no mercado de energia elétrica. Mostrou-se como o comportamento destes agentes pode ser simulado através de um jogo não cooperativo, onde as ofertas de cada agente estratégico vão sendo gradativamente ajustadas na medida em os demais agentes desenvolvem suas estratégias.

A capacidade de armazenamento da energia nos reservatórios do sistema implica num acoplamento temporal das decisões a serem tomadas. Por esta razão, um algoritmo de PDDE - originalmente apresentado no Capítulo II num contexto de despacho por minimização de custos - foi utilizado, agora para resolver o problema da maximização das receitas dos agentes estratégicos. Estas receitas dependem das ofertas feitas em cada estágio, que são condicionadas à melhor informação disponível sobre o comportamento da concorrência no momento da tomada de decisão.

O objetivo deste capítulo é apresentar um estudo de caso que permita avaliar a metodologia proposta no capítulo anterior. Utilizou-se uma configuração baseada no sistema elétrico colombiano de 2004, com uma oferta composta por 113 geradores, sendo 59 usinas hidrelétricas e 54 usinas térmicas. Por hipótese as hidrelétricas pertencem a três grandes *agentes estratégicos*, e as térmicas pertencentes a um único agente *não estratégico*. A demanda média mensal a ser atendida pelo sistema é de

aproximadamente 6,000 MW.

O procedimento de cálculo do despacho das usinas e do preço da energia elétrica será realizado tanto para o esquema competitivo por ofertas, tema do capítulo anterior, como para o despacho de mínimo custo apresentado no Capítulo II. O objetivo é poder comparar a diferença entre os dois esquemas, e identificar indícios de distorções no funcionamento do mercado, causadas por práticas não competitivas.

Os parâmetros das usinas, as demandas utilizadas, os preços dos combustíveis e as afluições hidrológicas, com pequenas adaptações, são os mesmos utilizados pela ISA – responsável pelo planejamento da operação do sistema elétrico colombiano<sup>15</sup>. Uma descrição detalhada de todos os dados utilizados neste estudo de caso pode ser encontrada no Anexo C.

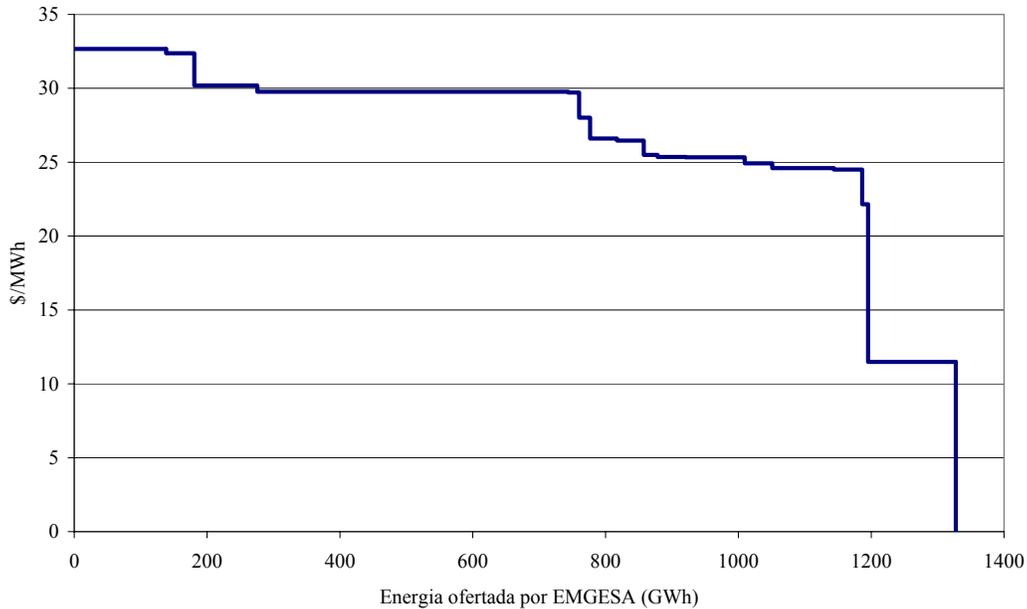
Para a inicialização das ofertas dos geradores no cálculo das estratégias ótimas (ver (III.3.1)), os valores das gerações ótimas de cada gerador obtidos pelo esquema de mínimo custo foram atribuídos às variáveis  $g_t^0(i)$ .

## IV.2 Resultados

A Figura IV-1 ilustra uma curva de preço *spot vs.* energia total ofertada pelo agente estratégico EMGESA. Estão fixas as ofertas dos outros dois agentes estratégicos (EPPM/ISAGEN e CHIVOR/CHEC/BETANIA). A Figura retrata a curva de preços *spot* para o segundo estágio do horizonte de estudo e para a primeira série hidrológica simulada. Verifica-se, da figura, que se EMGESA pudesse ofertar mais que 1300Gwh, derrubaria a zero o preço do mercado.

---

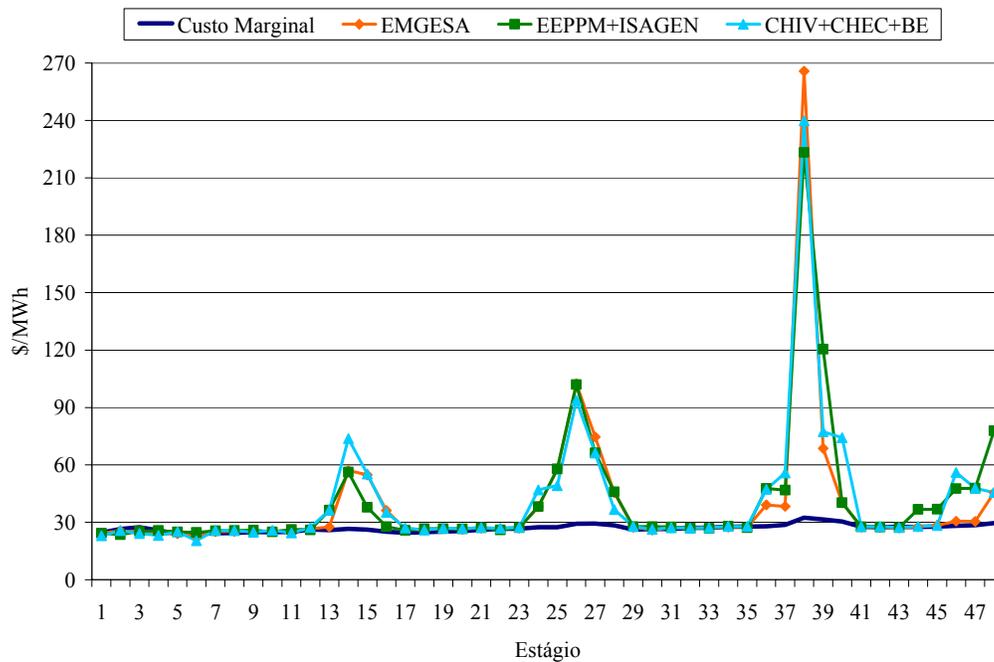
<sup>15</sup> Assim como o ONS do Brasil, a ISA também utiliza um modelo baseado em PDDE para o planejamento energético. Entretanto, ao contrário do Brasil, onde este modelo é utilizado para determinar o despacho das usinas e calcular o *preço* (custo marginal) do mercado, na Colômbia existe um esquema de ofertas baseado na declaração de preços e quantidades pelos produtores de energia. Desta forma, a ISA tem a possibilidade de confrontar seu planejamento energético com o despacho real, o que permite diagnosticar possíveis distorções do mercado.



**Figura IV-1. Preço *spot* em função da energia ofertada**

A Figura IV-2 ilustra preços *spot* médios mensais do mercado colombiano, obtidos pelo esquema de ofertas de preços para a última iteração do processo iterativo do algoritmo III.3.1. As legendas indicam como o preço do mercado varia com a atualização da oferta de cada agente estratégico. A Figura reproduz a última iteração. Na ordem: EMGESA otimiza suas ofertas mensais de energia, estando fixas as ofertas dos demais agentes. Na seqüência, EEPPM+ISAGEN otimiza suas ofertas, sendo fixa a oferta de EMGESA (atualizada) e de CHIV+CHEC+BE. Por último, CHIV+CHEC+BE determina suas ofertas, fixadas as ofertas atualizadas dos demais agentes. Observa-se que quase não há variação do preço *spot* do sistema na ação dos três agentes estratégicos, o que indica a convergência do processo iterativo.

Na mesma figura, para efeitos de comparação, mostram-se os custos marginais mensais obtidos pelo esquema de minimização de custos. Observa-se que no esquema de ofertas a ação dos agentes estratégicos aumentou consideravelmente os preços *spot* do sistema colombiano, que ficaram na média 49% superiores aos custos marginais.

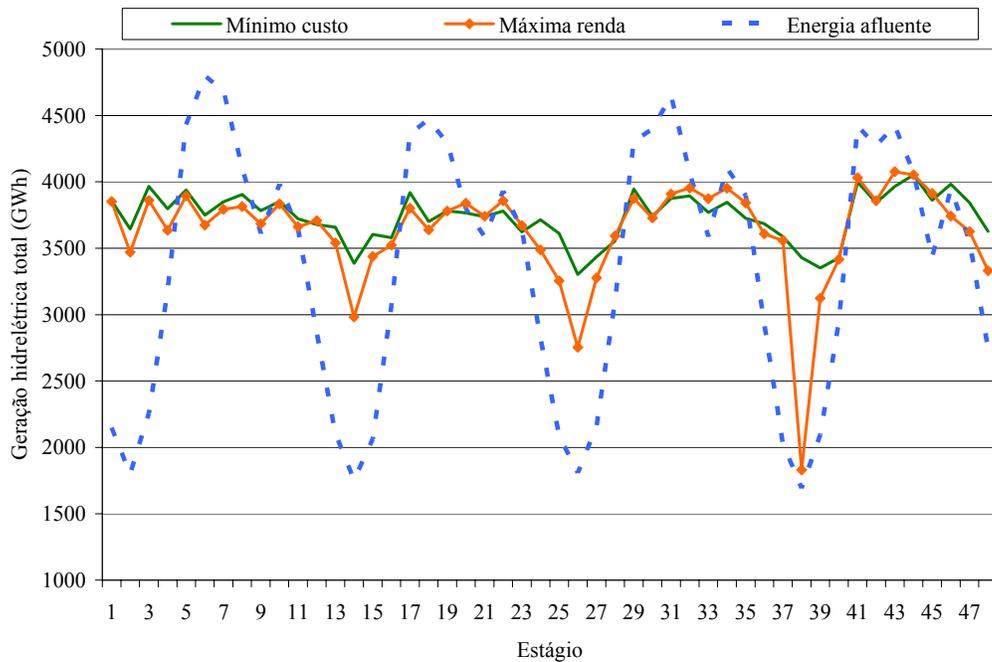


**Figura IV-2. Preços *spot* do sistema na última iteração do jogo**

A Figura IV-3 mostra a produção de energia total média obtida pelos esquemas de mínimo custo e ofertas. Por conveniência, a energia afluyente média também foi desenhada. Nesta figura podemos observar que em algumas etapas a produção pelo esquema de ofertas é bem inferior. Portanto, como nos dois casos, foram utilizadas as mesmas séries hidrológicas, há indícios de os agentes estratégicos estejam criando uma escassez (às vezes até com cortes de carga), de forma a aumentar os preços do mercado. Esta ação é mais perceptível nos meses com baixas afluências.

Observe também que há uma redução da transferência de água dos períodos úmidos para períodos secos no esquema de ofertas. Portanto, sob este esquema, as usinas hidrelétricas tendem a subutilizar a capacidade de regularização dos reservatórios.

Dos resultados obtidos em ambos os esquemas, verificou-se que na média, a energia produzida pelo esquema de ofertas foi 3% inferior à produção obtida pelo esquema de mínimo custo.

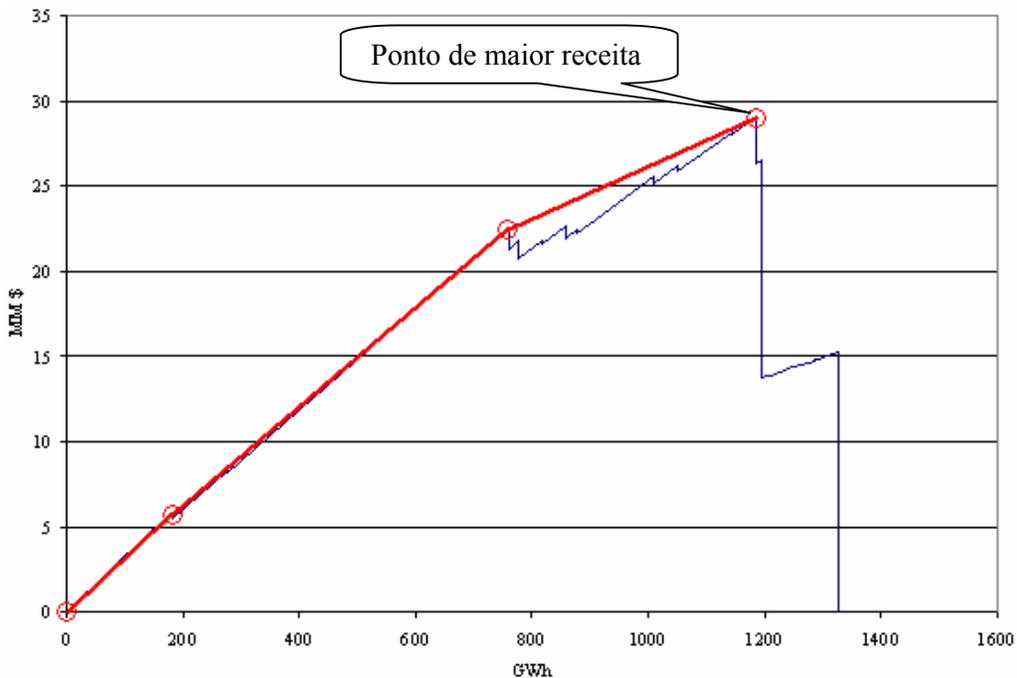


**Figura IV-3. Geração hidrelétrica total média**

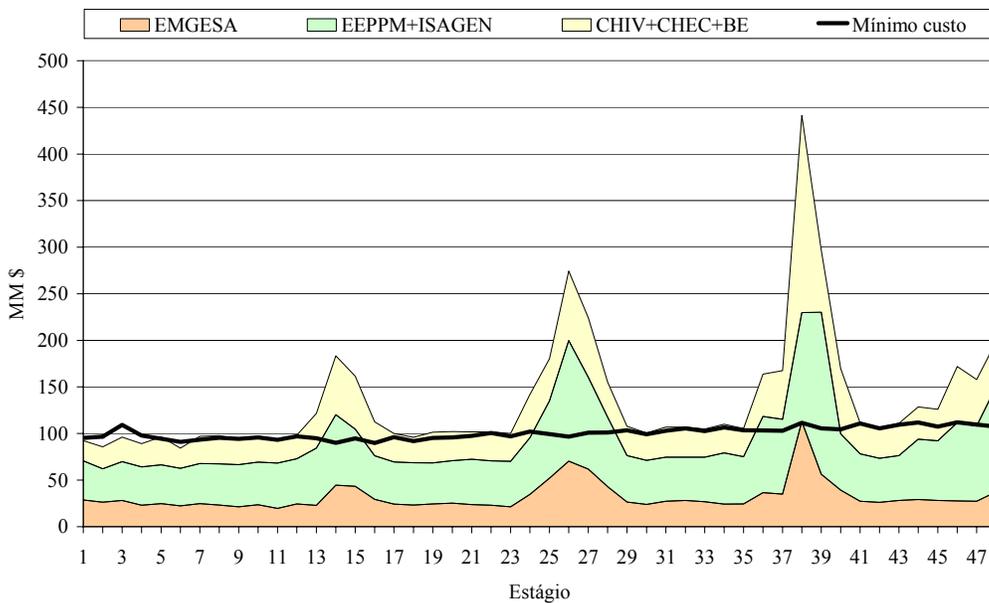
A Figura IV-4 mostra a construção da curva de benefício imediato – FBI para o agente estratégico EMGESA. A curva foi feita a partir da aproximação côncava para a remuneração do segundo estágio do horizonte de estudo, primeira série hidrológica. Novamente, supõem-se conhecidas as ofertas dos demais agentes, EEPPM/ISAGEN e CHIVOR/CHEC/BETANIA.

Finalmente, a Figura IV-5 mostra o valor esperado da remuneração média mensal de cada agente estratégico, num gráfico onde estes valores foram *empilhados*. No mesmo gráfico, para efeitos de comparação, mostra-se a receita média total dos agentes segundo o esquema de despacho baseado na minimização de custos. Observa-se, como esperado, que a maior remuneração foi obtida pelo esquema de ofertas. Os lucros maiores coincidem exatamente com os períodos de menor oferta e preços *spot* elevados.

Dos resultados obtidos, foi possível verificar que em média, a energia produzida total pelo esquema de ofertas foi responsável por uma receita 43% maior que a obtida pelo esquema de minimização custos.



**Figura IV-4. Remuneração da empresa em função da energia ofertada**



**Figura IV-5. Receita total média**

### **IV.3 Conclusão**

Neste capítulo apresentou-se um estudo de caso para o esquema de ofertas formulado no capítulo III. A análise dos resultados deste estudo permitiu concluir que os agentes estratégicos participantes do mercado exerceram seu poder de mercado. Para o período em análise houve um aumento do valor esperado na receita *spot* de 43%. Naturalmente este aumento de receita foi ocasionado pelo aumento de preço *spot* médio do sistema, que foi de 49%. Finalmente, este aumento do preço *spot* foi causado pela redução da oferta de energia dos agentes estratégicos ao mercado, que foi em média 3%.

No próximo capítulo apresentaremos uma alternativa do esquema de ofertas apresentado no capítulo III, proposto para o sistema elétrico brasileiro. Com relação à questão da coordenação da operação na cascata, o esquema proposto permite preservar a otimização hidrelétrica da cascata e interbacias e é compatível com o mecanismo de realocação de energia – MRE, adotado no sistema brasileiro. A metodologia apresentada será ilustrada através de um exemplo.

# CAPÍTULO V

## DESPACHO BASEADO EM OFERTAS NO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO

### V.1 Objetivo

Como mencionado, um dos fundamentos de um mercado é um processo de formação de preços que seja consistente e que permita que os agentes assumam responsabilidades e gerenciem seus próprios riscos. Por outro lado, o sistema elétrico brasileiro, predominantemente hidrelétrico (85% dos 89 GW instalados), é caracterizado por grandes reservatórios organizados numa topologia complexa em várias bacias hidrográficas, que possuem regimes hidrológicos distintos. Dentro de cada bacia, as usinas formam uma seqüência, *cascata*, ao longo do rio com a presença de várias empresas compartilhando as mesmas cascatas. A figura abaixo ilustra a topologia das usinas hidrelétricas do Brasil:

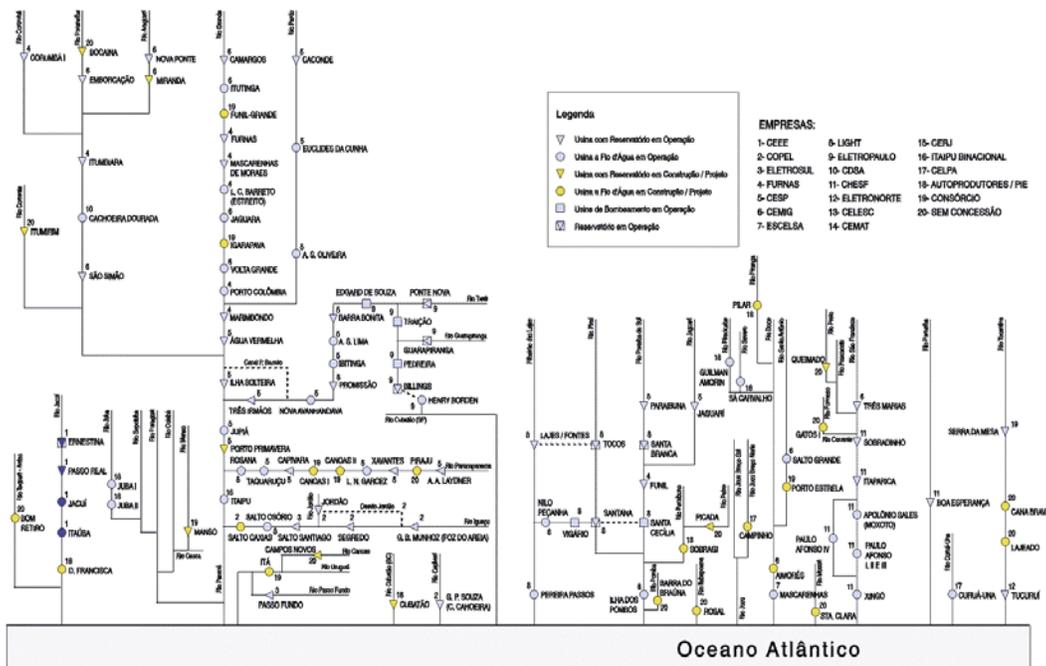


Figura V-1. Topologia do sistema hidrelétrico brasileiro

Dessa forma, um dos princípios básicos da operação do sistema brasileiro é assegurar a otimização operativa das usinas hidrelétricas em cascata e a integração interbacias.

Em [27,28] é discutida a questão de formação de preços para usinas hidrelétricas em cascata. Mostra-se que algumas incoerências apontadas entre o despacho baseado em ofertas e o despacho baseado em custos são observadas e ocorrem porque num sistema hidrelétrico há dois tipos de *produto*: (a) *energia elétrica* – comercializada pelos conjuntos *turbina/gerador* das usinas hidrelétricas; e (b) *água* - comercializada pelos *reservatórios* das mesmas. Além disso, mostra-se que, pelo mesmo motivo, o mecanismo de remuneração *spot* é ineficiente devido à existência de diferentes proprietários de usinas hidrelétricas em uma mesma cascata.

No sistema elétrico brasileiro a otimização operativa das usinas hidrelétricas em cascata é feita através de uso de dois mecanismos: o despacho centralizado baseado em custos e o mecanismo de realocação de energia – MRE.

- O despacho baseado em custos decorre das características específicas do sistema elétrico brasileiro. Como mencionado, este esquema envolve o cálculo *centralizado* dos custos de oportunidade, associados à água armazenada nos reservatórios. Dessa forma, os produtores hidrelétricos – que respondem por aproximadamente 90% da produção de energia do sistema – não podem fazer ofertas de preços por sua energia para compor o despacho. Em vez disso, a capacidade de produção das usinas hidrelétricas é *ofertada* com base nos custos de oportunidade. Há quase três décadas, este objetivo vem sendo alcançado com um despacho por custo baseado em técnicas de otimização estocástica [4,3].
- MRE é outro ponto central do modelo comercial do sistema elétrico. Trata-se de um mecanismo de mitigação dos riscos financeiros incorridos pelos proprietários de usinas hidrelétricas devido à variabilidade das vazões, através do compartilhamento destes riscos pelo conjunto de geradores. Em seu nível mais elementar, o funcionamento do MRE pode ser resumido por duas regras básicas:
  1. A cada usina hidrelétrica é atribuído um valor fixo denominado Energia Assegurada (MW médio)

2. Em cada momento, a produção total do conjunto de usinas hidrelétricas (GWh) é repartida entre elas em proporção às respectivas energias asseguradas.

Estes dois mecanismos: o despacho por custos e o MRE, permitem assegurar a operação eficiente das cascatas, evitar o poder de mercado e tornar a receita das usinas hidrelétricas indiferente às decisões de despacho, evitando assim contestações e desobediência a estas decisões. No entanto, a par destas vantagens, estes mesmos mecanismos possuem várias deficiências. Em particular, e conforme visto no decorrer desta tese, o cálculo centralizado dos custos de oportunidade, e outros parâmetros, impedem que os agentes gerenciem seus próprios riscos, criando dessa forma, uma tendência a responsabilizar o ONS, ou mesmo o Governo Federal, por problemas que possam surgir, independentemente de suas causas. Ademais, os preços da energia, calculados com base nos valores esperados dos custos, têm sido contestados, devido a que não refletem sua aversão ao risco.

Dessa forma, o segundo objetivo desta tese, e foco deste capítulo, é apresentar um mecanismo de oferta de preços para o Brasil que procure conciliar os dois objetivos fundamentais para o setor: (i) ter um processo de formação de preços que seja consistente e que permita que os agentes assumam responsabilidades e gerenciem seus próprios riscos, o que é essencial para a existência de um mercado; e (ii) continuar assegurando a otimização operativa das usinas hidrelétricas em cascata e a integração interbacias.

Será apresentado um mecanismo que permita conciliar o despacho por oferta preservando a otimização hidrelétrica na cascata e interbacias, e que seja compatível com o esquema do MRE adotado no sistema Brasileiro. Em outras palavras, será mostrado que o MRE permite conciliar o despacho por ofertas de preços no sistema brasileiro com a coordenação da operação na cascata. Em seguida será desenvolvido e apresentado no capítulo seguinte um modelo de simulação de ofertas com a abordagem proposta, envolvendo múltiplos agentes e múltiplas regiões. A abordagem será ilustrada com exemplos e estudos de caso com análises de poder de mercado para o sistema brasileiro.

Nas próximas seções será apresentado de maneira conceitual o esquema proposto de

oferta de preços.

## V.2 Oferta de preços e coordenação do despacho - Metodologia

A idéia básica do esquema proposto de oferta de preços é *desacoplar* o despacho *comercial* - onde cada agente exprime sua disposição a produzir através de ofertas de preço e quantidade - do despacho *físico*, onde o Operador Nacional do Sistema – ONS - busca a maneira mais eficiente de operar os reservatórios, sem levar em consideração a propriedade dos mesmos.

Isto é feito através da vinculação do despacho comercial ao uso da *energia armazenada do sistema*<sup>16</sup>, ao invés da produção física da usina. É como se cada gerador tivesse uma conta de *direitos de energia*, a qual ele poderia gerenciar de acordo com sua percepção de riscos e benefícios. Estas contas de direitos de energia seriam *alimentadas* através da repartição, entre todos os geradores hidrelétricos participantes, da totalidade da energia afluyente ao sistema, proporcionalmente às respectivas energias asseguradas.

O passo seguinte é a ligação entre os *mundos* comercial e físico. Isto é feito através das seguintes regras:

1. A cada período de comercialização, calcula-se a *energia contábil total* resultante da soma das *retiradas* e/ou *depósitos* em todas as *contas* de energia.
2. A produção física *total* do sistema deve ser igual à energia contábil total. Entretanto, o ONS tem a liberdade de usar as usinas *individuais* de maneira otimizada, independentemente de quem sejam seus proprietários ou do *saldo* de suas contas. Em outras palavras, só é necessário manter a coerência entre os *saldos totais* de energia nos *mundos* físico e comercial.

Em resumo, o mecanismo proposto para o despacho e formação de preços tem três elementos básicos:

---

<sup>16</sup> A energia armazenada (MWh) de um sistema hidrelétrico corresponde ao montante de energia que seria produzido caso toda a água armazenada nos reservatórios do sistema fosse turbinada.

1. Contas de Direitos de Energia e repartição da Energia Afluente
2. Ofertas de Quantidade e Preço
3. Ligação entre Despacho Comercial e Físico

### **V.3 Contas de direitos de energia e repartição da energia afluyente**

Cada agente hidrelétrico possui uma Conta de Direitos de Energia – CDE. O saldo da conta, medido em MWh, corresponde à parcela da energia armazenada nos reservatórios do sistema que *pertencem* ao agente. A soma dos *saldos* das CDES deve ser igual à energia armazenada física do sistema.

Em cada período, calcula-se a *energia afluyente*<sup>17</sup> total ao sistema, em MWh. Esta energia afluyente total é rateada entre os agentes, e alocada como se fossem *depósitos* nas CDES. O critério de rateio é de forma proporcional à *energia assegurada*<sup>18</sup> de cada agente. Por construção, a soma dos *depósitos* de energia afluyente é igual à energia afluyente total.

Como observado no Anexo B, o ponto central do MRE é a repartição entre seus participantes da totalidade da energia hidrelétrica, proporcionalmente às respectivas energias asseguradas. A forma em que é feito este compartilhamento consiste na repartição de toda a *produção* das usinas englobadas entre os vários participantes.

O *núcleo* da metodologia proposta nesta tese é simplesmente uma alteração na forma de compartilhamento: ao invés de repartir a *produção de energia*, propõe-se repartir a *energia afluyente às usinas participantes*.

### **V.4 Oferta de quantidade e preço**

---

<sup>17</sup> A energia afluyente (MWh) corresponde ao montante de energia que seria produzido se toda a vazão afluyente às hidrelétricas durante o período, fosse imediatamente turbinada.

<sup>18</sup> A capacidade de produção assegurada, ou *firme*, de um sistema hidrelétrico, corresponde à máxima demanda (em MW médio) que este sistema pode suprir de maneira sustentável, com um determinado grau de confiabilidade. O certificado de energia assegurada de cada usina informa a participação que a mesma tem na capacidade de produção assegurada do sistema. Por construção, a soma dos certificados de energia assegurada das usinas é igual à energia assegurada do sistema.

Após a repartição da energia afluyente, cada agente hidrelétrico faz ofertas de quantidade (MWh) e preço (R\$/MWh) no mercado de curto prazo de energia. O montante ofertado está limitado ao saldo de sua CDE. Os agentes térmicos e de demanda também fazem ofertas de quantidade e preço. A partir dessas ofertas, são criadas curvas de disposição a produzir e a consumir e o cruzamento das curvas determina o preço de curto prazo e a produção hidrelétrica total em cada região. Com base nessa informação, o ONS encarrega-se de fazer o despacho *físico* dessa produção de forma *ótima* entre as usinas hidrelétricas. No entanto, em termos *contábeis*, a produção hidrelétrica seria atribuída aos participantes do MRE cujas ofertas de preço tenham sido aceitas, cabendo a estes a remuneração correspondente no mercado de curto prazo de energia.

Os responsáveis pela geração física seriam remunerados da mesma forma em que o são hoje, ou seja, através de uma tarifa que deve, em princípio, cobrir os custos imediatos da geração hidrelétrica. Quanto aos participantes do MRE cuja oferta de geração não tivesse sido aceita, sua energia seria armazenada, na medida em que houvesse espaço para isto nos reservatórios do sistema. Dessa forma, a energia armazenada nos reservatórios do sistema pertenceria apenas aos geradores que não tivessem vendido suas energias, e ficaria à disposição dos mesmos para comercialização em períodos posteriores.

#### **V.4.1 Ofertas e contratos bilaterais**

Os contratos bilaterais são instrumentos financeiros de grande importância no setor elétrico brasileiro e são empregados para minimizar os riscos envolvidos nos lados da oferta e da demanda. Estes contratos são *hedges* financeiros que protegem o vendedor contra a ocorrência de preços *spot* excessivamente baixos e protegem o comprador contra preços altos. Nestes contratos, agentes negociam livremente a quantidade (MWh) e o preço (R\$/MWh) da energia a ser suprida. Em um contrato típico, o vendedor se compromete a entregar ao comprador um montante de  $x$  MWh a um preço de  $y$  R\$/MWh. Qualquer diferença entre a produção e o montante contratado é compensado através de compras ou vendas no mercado *spot*. Portanto, a contabilização dos contratos no mercado *spot* não é afetado pela existência de um mecanismo de oferta de preços.

Embora o contrato bilateral seja financeiro, sua existência provavelmente afetará a estratégia de oferta do gerador. Por exemplo, um agente hidrelétrico contratado tenderá

a oferecer pelo menos dois blocos de energia com preços diferenciados. O primeiro bloco corresponderá mais ou menos ao montante contratado, com um preço baixo. Dessa maneira, o agente tem certeza de que este bloco será despachado, permitindo-lhe cumprir seu contrato sem necessidade de adquirir energia de terceiros no mercado de curto prazo.

Por sua vez, o segundo bloco de energia refletirá a percepção do agente quanto ao valor da energia. Por exemplo, se o *saldo* de sua conta de direitos estiver baixo e/ou as perspectivas hidrológicas não forem favoráveis, o agente tenderá a informar um preço elevado para esta energia adicional. Por outro lado, este mesmo agente poderá oferecer sua energia adicional a preços mais reduzidos no caso de *saldos* elevados na conta de direitos ou de perspectivas hidrológicas favoráveis.

#### **V.4.2 Ofertas e curva de aversão ao risco**

A Resolução nº 109 da Câmara de Gestão da Crise de Energia Elétrica – GCE [45] introduziu um *mecanismo de representação de aversão ao risco de racionamento*, aqui denominado de curva de aversão a risco. De forma resumida, o mecanismo consiste no estabelecimento, para cada submercado, de um nível de armazenamento abaixo do qual torna-se obrigatório esgotar todas as possibilidades de despacho de unidades térmicas e/ou importação de energia de outros submercados ou de outros sistemas, antes de qualquer utilização adicional de recursos hidrelétricos<sup>19</sup>. Esta priorização da preservação do nível de armazenamento deve sobrepor-se a uma otimização irrestrita da utilização dos recursos hidrelétricos, constituindo-se, a rigor, em uma restrição adicional a esta mesma otimização.

A existência de uma curva de aversão a risco é facilmente adaptável ao mecanismo de

---

<sup>19</sup> Uma alternativa atualmente em análise para construir a curva de aversão a risco é utilizar como conceito básico o da *Curva de Regularização* da Hidrologia, na qual se estabelece uma relação entre armazenamento do reservatório equivalente de cada submercado, e a energia hidrelétrica despachável em um nível de risco pré-definido. Caso a disponibilidade total de energia térmica não permita a manutenção deste nível de risco, aumenta-se o despacho hidrelétrico até que se atinja outro nível de risco, superior ao anterior. Quando for atingido um limite mínimo de armazenamento, com critério a ser definido (p. ex., critério semelhante ao do racionamento passado), decreta-se o racionamento. Na fase de relaxamento do risco, medidas de racionalização do consumo de energia podem ser adotadas.

ofertas e constitui uma garantia contra a possibilidade de esvaziamento por parte de agentes hidrelétricos, uma vez que ela faz com que a energia ofertada a preços excessivamente baixos, incompatíveis com o nível de armazenamento do sistema, não seja despachada fisicamente, mas que mesmo assim, os agentes que tentem esvaziar os reservatórios nessas condições, devem ser obrigados a assumir os riscos financeiros associados a suas ofertas.

A adaptação consiste basicamente na compra, por parte do sistema como um todo, da energia hidrelétrica oferecida a preços inferiores àqueles correspondentes à utilização da curva de aversão a risco. Esta energia será comprada a preços correspondentes às ofertas realizadas, e não será despachada fisicamente. Esta energia será armazenada e pertencerá ao sistema podendo ser oferecida em leilões a quem quiser adquiri-la, desde que a preços no mínimo iguais ao da última térmica despachada. Caso nenhum agente se dispusesse a pagar este preço, ela permanecerá em mãos do sistema.

Dessa forma, os agentes hidrelétricos estariam vendendo esta energia por valores correspondentes a suas ofertas, mas a energia em si permanecerá disponível para despacho em caso de necessidade.

## **V.5 Ligação entre despachos comercial e físico**

O ONS passaria a realizar o despacho para um único estágio (por exemplo, uma semana) utilizando uma FCF obtida diretamente das ofertas de quantidade e preço realizadas pelos agentes hidrelétricos<sup>20</sup>. No entanto, esta FCF aplicar-se-á à produção hidrelétrica total, e não apenas à produção de cada usina individual. Isto significa que o ONS teria liberdade para decidir a produção *física* de cada usina de forma totalmente independente da energia *comercial* ofertada pelo agente proprietário. Assim o ONS decidiria o montante de geração de cada usina de forma a otimizar a operação do sistema hidrelétrico, levando em conta as diversas cascatas e todas as restrições operativas, incluindo usos múltiplos, controle de cheia, vazão mínima etc. A única ligação entre a

---

<sup>20</sup> Como visto nos capítulos anteriores, o modelo computacional vigente calcula esta função de custo futuro através de uma otimização estocástica para múltiplos estágios, a partir de hipóteses sobre a evolução das vazões, do mercado, da expansão do sistema, da taxa de desconto, etc.

operação física e a comercial é o requisito de que a produção física *total* do parque hidrelétrico seja igual à soma das ofertas aceitas dos agentes hidrelétricos. Em outras palavras, não é necessário que a geração física de cada usina individual corresponda à energia ofertada e despachada pelo agente proprietário daquela usina.

A título de exemplo, a usina de Ilha Solteira poderia estar fisicamente vazia e, ao mesmo tempo, o saldo da *conta* correspondente a seu proprietário estar alto. Como a oferta de energia é feita com base no saldo, a energia correspondente – caso a oferta fosse aceita - seria gerada fisicamente em outra usina, enquanto o valor gerado seria abatido do saldo da *conta* correspondente a Ilha Solteira. Já o saldo correspondente à usina que porventura tivesse gerado fisicamente não seria afetado.

## **V.6 Resumo da metodologia**

A implementação do mecanismo proposto necessita que:

1. Sejam contabilizadas a energia afluyente correspondente a cada participante do MRE, a produção a ele alocada e a parcela de energia armazenada que lhe corresponde, resultante do balanço entre a energia armazenada que lhe cabe no início de cada período, sua parcela de energia afluyente e a produção que lhe seja atribuída no mesmo período
2. Cada participante possa oferecer sua parcela de energia em cada submercado ao preço que considerar adequado.

Ambas as medidas não ferem em absoluto os princípios do MRE, e permitem que cada participante do MRE assuma seus próprios riscos, sem prejudicar os demais. Em outras palavras: o risco sistêmico, que hoje é incorrido por todos os geradores a partir das decisões do ONS, é transformado em risco individual, incorrido por cada gerador com base em suas próprias decisões. Finalmente, estas medidas permitem a introdução do despacho baseado em oferta de preços no Sistema Interligado Nacional. Isto ocorre porque elas obrigam cada gerador a fazer uma avaliação *realista* das perspectivas do sistema no futuro e, com base nessa avaliação, decidir o preço que considere adequado ofertar sua energia. O conjunto dessas ofertas forma a função de valor marginal da

energia armazenada no sistema. Eliminam-se, dessa forma, todas as polêmicas relativas a custo do déficit, taxa de desconto e projeções de evolução da oferta e da demanda, uma vez que cada agente terá de fazer suas próprias avaliações, tomar suas decisões com base nelas, e assumir responsabilidade integral pelas conseqüências.

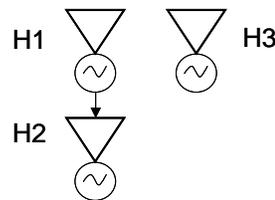
A função do ONS neste contexto será a de otimizar a produção hidráulica em cada submercado e otimizar o despacho levando em conta as restrições eletro energéticas do sistema.

## V.7 Exemplo

O esquema de oferta de preços será ilustrado com um exemplo simplificado, para um sistema composto de três hidrelétricas, duas térmicas e uma demanda.

### V.7.1 Usinas hidrelétricas

A Figura X.1 apresenta a configuração das usinas hidrelétricas, H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> e H<sub>3</sub>.



**Figura V-2. Caso exemplo – Configuração hidrelétrica**

A Tabela V-1 apresenta as principais características das usinas: fator de produção; volume armazenado ao início do estudo; volume afluyente durante o primeiro estágio; e energia assegurada.

Agente hidrelétrico	Coefficiente de produção (MWh/Hm <sup>3</sup> )	Volume armazen. (Hm <sup>3</sup> )	Afluência inicial (Hm <sup>3</sup> )	Energia assegurada (MW médio)	Energia assegurada (%)
H <sub>1</sub>	1	6	2	10	50
H <sub>2</sub>	2	10	1	5	25
H <sub>3</sub>	2	1	2	5	25

**Tabela V-1. Parâmetros das usinas hidrelétricas**

### V.7.2 Usinas térmicas

A Tabela V-2 apresenta os parâmetros das térmicas: capacidade instalada e custo variável de produção.

Agente térmico	Capacidade instalada (MW)	Custo variável (R\$/MWh)
T <sub>1</sub>	5	15
T <sub>2</sub>	10	25

**Tabela V-2. Parâmetros das usinas térmicas**

### V.7.3 Calculo dos saldos nas CDEs

A CDE de cada agente hidrelétrico é inicializada com uma parcela na energia armazenada do sistema. A este saldo inicial é acrescido um *depósito* proporcional à energia afluyente ao sistema.

As energias armazenada e afluyente correspondem respectivamente ao montante de energia que seria produzido caso toda a água armazenada nos reservatórios do sistema e todo o volume afluyente fossem turbinados.

A Tabela V-3 ilustra o cálculo das energias armazenada e afluyente para o sistema exemplo.

	Procedimento de cálculo	Total (MWh)
(1) Energia armazenada	$6 \times (1+2) + 10 \times 2 + 1 \times 2$	= 40
(2) Energia afluyente	$2 \times (1+2) + 1 \times 2 + 2 \times 2$	= 12
Energia disponível total	= (1) + (2)	= 52

**Tabela V-3. Energia armazenada e afluyente total**

A Tabela V-4 ilustra o rateio da energia disponível total entre os agentes, onde o fator de proporção é a energia assegurada. O resultado é:

<b>Agente</b>	<b>Saldo na CDE (MWh)</b>
H <sub>1</sub>	$50\% \times 52 = 26$
H <sub>2</sub>	$25\% \times 52 = 13$
H <sub>3</sub>	$25\% \times 52 = 13$

**Tabela V-4. Rateio da energia disponível entre os agentes**

#### V.7.4 Ofertas de quantidade e preço dos agentes hidrelétricos

O próximo passo é fazer as ofertas de quantidade e preço. Como mencionado anteriormente, o montante a ser ofertado por cada agente está limitado ao respectivo saldo na CDE, dado pela Tabela V-4. Também como mencionado, a estratégia de oferta de cada agente depende do montante de contratos bilaterais, mostrado na Tabela V-5.

<b>Agente hidrelétrico</b>	<b>Montante contratado (MWh)</b>
H <sub>1</sub>	8
H <sub>2</sub>	5
H <sub>3</sub>	4

**Tabela V-5. Contratos bilaterais das hidrelétricas**

Foram feitas as seguintes hipóteses quanto à aversão a risco de cada agente:

- H<sub>1</sub> é conservador: oferta o montante contratado (8 MWh) a 0 R\$/MWh, para garantir que o mesmo será coberto com os recursos de sua conta; o saldo restante da conta, 18 MWh, é oferecido a 80 R\$/MWh. Em outras palavras, H<sub>1</sub> somente está disposto a gerar além do seu contrato por um preço elevado
- H<sub>2</sub> aceita uma maior exposição ao risco: oferece uma parte do montante contratado (4 dos 5 MWh contratados) a 0 R\$/MWh, e os restantes 9 MWh a 20 R\$/MWh. Em outras palavras, se o preço da energia for inferior a 20 R\$/MWh, H<sub>2</sub> prefere comprar energia no mercado a gerar. Por outro lado, se o preço exceder 20 R\$/MWh, H<sub>2</sub> assume o risco de esvaziar sua conta

- $H_3$  assume uma estratégia intermediária: garante o atendimento de seu contrato, oferecendo 4 MWh a 0 R\$/MWh, mas está disposto a gerar mais por um preço de 30 R\$/MWh, inferior portanto aos 80 R\$/MWh de  $H_1$  e superior aos 20 R\$/MWh de  $H_2$ .

### V.7.5 Ofertas de quantidade e preço das térmicas

Neste exemplo, supõe-se que as térmicas ofertam sua capacidade a um preço que é igual a seu custo variável de operação<sup>21</sup>.

### V.7.6 Oferta de quantidade e preço da demanda

A Tabela V-6 mostra as ofertas de compra da demanda. Observe que o preço do primeiro segmento, 32 MWh, é muito elevado. Isto representa a parcela da demanda que é *inelástica*, isto é, insensível ao preço. Observa-se na Tabela que os demais 18 MWh são sensíveis ao preço.

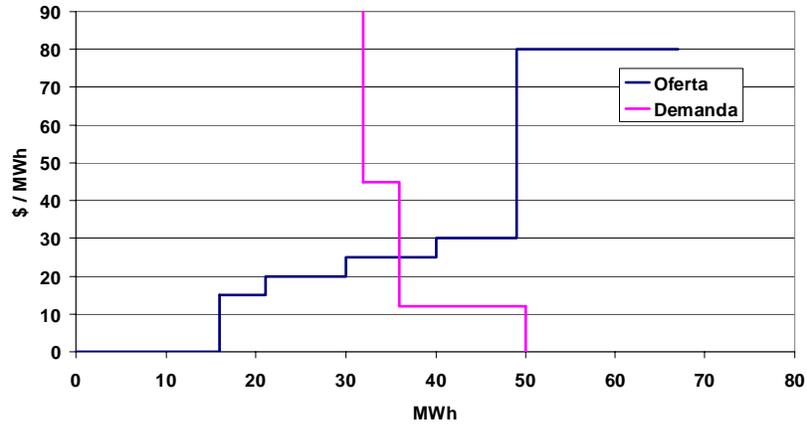
Montante (MWh)	Preço (R\$/MWh)
32	1000
4	45
14	12

**Tabela V-6. Disposição a consumir**

### V.7.7 Curva de oferta e demanda

A Figura V-3 apresenta as curvas de oferta e demanda construídas a partir das ofertas das hidrelétricas, térmicas e demanda. Observa-se na curva que o preço de equilíbrio – preço *spot* – é 25 R\$/MWh.

<sup>21</sup> À primeira vista, a estratégia de oferecer um preço igual ao próprio custo operativo pode parecer ilógica, pois o agente não teria lucro. Observe, entretanto, que no esquema de oferta brasileiro, *todos* os agentes recebem o preço *spot*, que corresponde ao preço da oferta *mais cara* despachada. Portanto, o agente não é prejudicado ao revelar seu custo. Em particular, em [8] demonstra-se que, se o agente não tem poder de influenciar o preço *spot*, a estratégia de maximizar a receita é justamente oferecer o custo variável.



**Figura V-3. Curvas de oferta e demanda**

Resultado do mercado: Preço *spot* de 25 R\$/MWh

Agente	MWh	Agente	MWh
H <sub>1</sub>	8	T <sub>1</sub>	5
H <sub>2</sub>	13	T <sub>2</sub>	6
H <sub>3</sub>	4		
<b>Total</b>	<b>25</b>	<b>Total</b>	<b>11</b>

**Tabela V-7. Ofertas aceitas dos geradores**

Atualização do saldo em conta:

Agente	Saldo (MWh)
H <sub>1</sub>	$26 - 8 = 14$
H <sub>2</sub>	$13 - 13 = 0$
H <sub>3</sub>	$13 - 4 = 9$

**Tabela V-8. Saldos atualizados**

### V.7.8 Despacho físico

ONS é o responsável pela produção física de 25 MWh hidrelétrico e 11 MWh térmico, por exemplo:

Agente	Energia gerada (MWh)	Volume turbinado (Hm <sup>3</sup> )
H <sub>1</sub>	3	3
H <sub>2</sub>	22	11
H <sub>3</sub>	0	0
Total	25	

**Tabela V-9. Despacho físico**

Balço hídrico dos reservatórios: Vol. final = Vol. inicial + afluência – defluência

	VOLUME FINAL (Hm <sup>3</sup> )
H <sub>1</sub>	$6 + 2 - 3 = 5$
H <sub>2</sub>	$10 + 1 + 3 - 11 = 3$
H <sub>3</sub>	$1 + 2 - 0 = 3$

**Tabela V-10. Balço hídrico**

## V.8 Implementação do esquema de oferta de preços no Brasil

O detalhamento da implementação de um esquema de oferta de preços no Brasil é apresentado no Anexo D.

## V.9 A questão do poder de mercado

Embora a coordenação do despacho na *cascata* esteja assegurada com o esquema proposto, uma questão importante que deve ser considerada na implementação da livre oferta de preços no sistema brasileiro é a possibilidade de exercício de poder de mercado por parte de determinados agentes ou grupos de agentes. Dessa forma, para fins de análises do potencial exercício de poder de mercado, foi desenvolvido um modelo computacional para simular o funcionamento efetivo do sistema proposto, mas que permita representar tentativas de exercício de poder de mercado. Este é o tema do próximo capítulo.

## CAPÍTULO VI

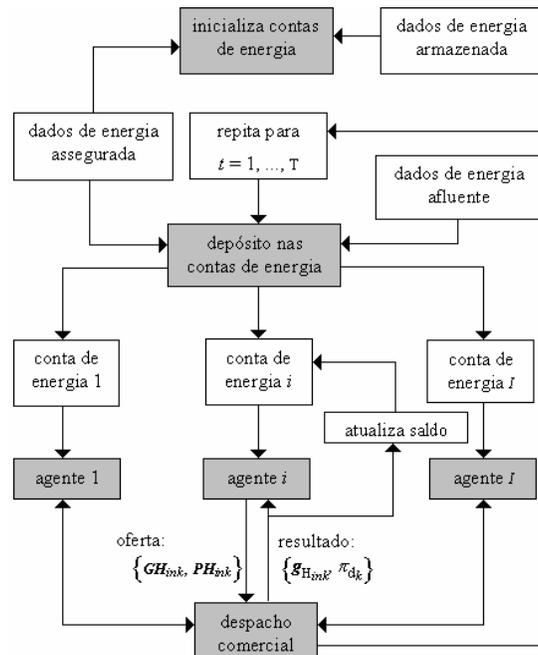
### SIMULADOR DE OFERTAS DE PREÇOS COM COORDENAÇÃO OPERATIVA NA CASCATA

#### VI.1 Introdução

Este capítulo apresenta a descrição do modelo de simulação de oferta de preços em mercados de energia elétrica (doravante denominado SOPEE) que implementa a metodologia apresentada no capítulo anterior. O principal objetivo deste modelo é criar um ambiente que permita simular diversas estratégias de oferta de preço com vistas à identificação e mitigação de poder de mercado.

#### VI.2 Arquitetura do modelo

A Figura VI-1 apresenta a arquitetura para o modelo de simulação.



**Figura VI-1. Arquitetura do modelo de simulação**

Como pode ser visto na Figura VI-1, o processo é composto de quatro passos principais:

1. Inicialização das CDEs a partir da energia armazenada do sistema
2. Atualização das CDEs com a energia afluyente a cada estágio  $t = 1, \dots, T$
3. Ofertas de quantidades e preços realizadas por todos os agentes no estágio  $t$
4. Despacho comercial do sistema

### VI.2.1 Contas de direito de energia – CDE

Cada agente hidrelétrico  $i$  tem uma CDE em MWh em cada submercado  $k$ . O saldo desta conta é representado por:  $\{SDE_{ik}, k = 1, \dots, K\}$

### VI.2.2 Inicialização das contas

A energia armazenada em cada submercado (MWh) é representada por  $\{EARM_k, k = 1, \dots, K\}$ . Esta energia é alocada nas CDEs em proporção aos certificados de energia assegurada de cada agente hidrelétrico:

$$SDE_{ik} \leftarrow \phi_{ik} \sum_{k=1}^K EARM_k$$

onde  $\phi_{ik}$  é o fator de participação do agente  $i$ , submercado  $k$ , na energia armazenada do sistema. Este fator de participação, por sua vez, é calculado como a razão entre o certificado de energia assegurada do agente no submercado  $k$  e o total de certificados:

$$\phi_{ik} = \frac{EA_{ik}}{\left( \sum_{i=1}^I EA_{ik} \right)}$$

onde  $EA_{ik}$  é o certificado de energia assegurada (MW) do agente  $i$  no submercado  $k$ .

### VI.2.3 Atualização dos SDEs com a energia afluyente - EAF

Para cada estágio do estudo  $t = 1, \dots, T$ , conhecida a série  $s$  de energias afluyentes (MWh) para cada submercado  $k$ , atualizar os saldos das CDEs:

$$SDE_{ik} = SDE_{ik} + \phi_{ik} * EAF_{iks}$$

### VI.2.4 Ofertas de quantidade e preço

Cada agente  $i$  realiza  $N$  pares de ofertas de {quantidade; preço} em cada submercado:

$$\{GH_{ink}, PH_{ink}\} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K$$

Onde:

$GH_{ink}$  Montante em MW médio do  $n$ -ésimo segmento de oferta do agente  $i$  no submercado  $k$ . ( $\sum_{n=1}^N GH_{ink} = SDE_{ik}$ )

$PH_{ink}$  Preço em R\$/MWh do  $n$ -ésimo segmento de oferta do agente  $i$  no submercado  $k$

### VI.2.5 Despacho comercial (este passo é *invisível* para os agentes)

Conhecidas as ofertas de cada agente, resolve-se o seguinte problema de otimização:

$$z = \text{Min} \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K PH_{ink} * g_{H_{ink}} + \sum_{j=1}^J c_j g_{T_j} \quad (\text{VI.2.1})$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N g_{H_{ink}} + \sum_{j \in K} g_{T_j} + \sum_{l \in \Omega_k} f_{kl} = d_k \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad (\text{VI.2.2})$$

$$g_{H_{ink}} \leq GH_{ink} \quad \text{para } i = 1, \dots, I; \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K \quad (\text{VI.2.3})$$

$$g_{T_j} \leq \bar{g}_{T_j} \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (\text{VI.2.4})$$

$$|f_{kl}| \leq \bar{f}_{kl} \quad \text{para } k = 1, \dots, K; \quad l \in \Omega_k \quad (\text{VI.2.5})$$

#### VI.2.5.1 Resultados enviados a cada agente $i$

Após resolver o problema (VI.2), cada agente  $i$  recebe informações sobre o montante da energia ofertada que foi despachado e o preço *spot* em cada submercado:

$$\{g_{H_{ink}}\} \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K$$

$$\{\pi_{d_k}\} \quad k = 1, \dots, K$$

### VI.2.5.2 Atualização dos SDEs de cada agente $i$

Subtrai-se o montante de energia despachada, obtida da solução do problema (VI.2), do SDE de cada região:

$$SDE_{ik} \leftarrow SDE_{ik} - \sum_{n=1}^N g_{H_{ink}} \quad \text{para } k = 1, \dots, K$$

### VI.2.5.3 Atualização dos balanços no MAE de cada agente $i$

Dado o conjunto de contratos bilaterais (montante e valor) do agente  $i$  em cada submercado:

$$\begin{aligned} \{CB_{ijk}\} \quad j = 1, \dots, J; \quad k = 1, \dots, K \\ \{VB_{ijk}\} \quad j = 1, \dots, J; \quad k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

onde  $CB_{ijk}$  e  $VB_{ijk}$  representam respectivamente o montante (MW médio) e o valor (R\$/MWh) do  $j$ -ésimo contrato bilateral do agente  $i$  no submercado  $k$ .

O balanço financeiro de cada agente incorpora o resultado dos contratos de compra e da venda de energia no MAE:

$$B_{MAE_i} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [VB_{ijk} - \pi_{d_k}] CB_{ijk} + \pi_{d_k} \sum_{n=1}^N g_{H_{ink}}$$

A formulação matemática detalhada do modelo encontra-se descrita no Anexo E

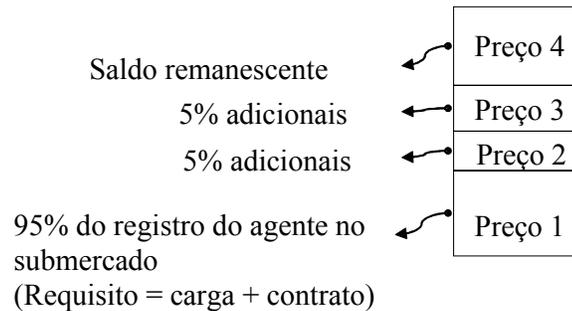
## VI.3 Estratégia de ofertas dos agentes

O modelo desenvolvido permite que os agentes geradores individuais atuem de acordo com estratégias de oferta pré-definidas, em um esquema iterativo onde a cada iteração cada agente realiza suas ofertas e em seguida é feita sua liquidação no mercado.

As estratégias de ofertas de quantidades e preços são formuladas com base na situação atual da energia armazenada (*estado*) no submercado do agente, seu saldo de energia armazenada e seu nível de contratação bilateral. Os valores das ofertas de preços

(R\$/MWh) são dados de entrada. Dessa forma, os agentes podem simular diversas estratégias de oferta.

De maneira geral, cada agente pode submeter uma *curva de oferta* para até quatro blocos de oferta da seguinte maneira:



Inicialmente estabelece-se que 95% dos requisitos do agente no submercado (MWh) são ofertados a um determinado preço (R\$/MWh). A razão para ter escolhido o 95% do requisito como primeiro *patamar* da curva de oferta deve-se ao fato que o nível de contratação observado no Brasil é elevado (da ordem de 95% da energia assegurada dos agentes), com isso procura-se capturar que todo o montante contratado do gerador será oferecido a um mesmo preço. Em seguida, divide-se o saldo remanescente do agente em 3 outros patamares (MWh) que são oferecidos a preços (R\$/MWh) diferentes.

## VI.4 Estudo de caso

Com o objetivo de analisar a possibilidade de exercício de poder de mercado utilizando o esquema de ofertas de preços proposto para o sistema elétrico brasileiro, o modelo anterior foi implementado num ambiente *X-Press* [46], *Visual Basic* e banco de dados *MS Access*. Esta seção apresenta os resultados do estudo de caso analisado.

Para fins de análise de poder de mercado, optou-se por simular uma estratégia de oferta da empresa *Chesf*, cujo comportamento é mais agressivo quando comparado com o comportamento dos demais agentes que atuam de forma *competitiva*. Esta simulação procura capturar a probabilidade de exercício de poder de mercado deste agente estratégico na região Nordeste. A razão por escolher a *Chesf* como agente estratégico, deve-se ao fato desta ser uma empresa quase monopolista da região Nordeste, e de

possuir uma capacidade de intercâmbio limitada com as regiões Norte e Sudeste.

Com o objetivo de validar o modelo de oferta de preços desenvolvido, os resultados da simulação, oriunda de uma estratégia de oferta *competitiva*<sup>22</sup> de todos os agentes, foram comparados com os resultados de um modelo de despacho hidrotérmico estocástico de mínimo custo. A razão para esta comparação é verificar se o modelo de oferta de preços desenvolvido encontra-se *calibrado* com o modelo oficial de despacho hidrotérmico estocástico do setor<sup>23</sup>.

Após a validação do modelo de oferta de preços, foi realizada uma simulação base, onde todos os agentes se comportam competitivamente, e uma simulação alternativa, onde a empresa Chesf realiza uma estratégia de oferta pré-definida de maneira a exercer seu poder de mercado na região Nordeste. A simulação base é um *proxy* da simulação de mínimo custo. Dessa forma a distorção, causada pelo exercício de poder de mercado com a simulação alternativa, pode ser mensurado. Em seguida, foi analisado o uso de contratos bilaterais como medidas mitigadoras contra o exercício de poder de mercado.

A configuração dos dados utilizados na obtenção dos resultados, aqui apresentados, correspondem ao PMO (Plano Mensal de Operação) oficial do ONS de 09/2002 com 4 submercados Sul(SU), Sudeste(SE), Norte(NO), Nordeste(NE) para um horizonte de 52 estágios(meses), 100 séries hidrológicas e os seguintes parâmetros: Taxa de desconto 12% aa, Custo de déficit (*CDEF*) = R\$ 1193.0. Além dos dados do PMO de setembro de 2002, foram utilizados 128 empresas (agentes) e os seguintes parâmetros: Valor Normativo (VN) = R\$ 80.0; Preço de venda de energia (PVE) = R\$ 75.0 e tarifa de custo variável (TCV) = R\$ 4.0.

## VI.5 Análise do processo de validação

O objetivo desta análise é verificar a *consistência* dos resultados do simulador de oferta

---

<sup>22</sup> Baseada em *custos* de oportunidade, procurando reproduzir o comportamento de um agente que gostaria de minimizar seus custos.

<sup>23</sup> Foi utilizado o programa computacional NEWAVE. O documento de apoio [49] descreve com mais detalhe o procedimento de cálculo utilizado pelo NEWAVE.

de preços com um modelo de despacho de mínimo custo quando todos os agentes no simulador, *ofertam* de maneira *justa e competitiva*.

Para isto, as ofertas, [Quantidade, Preço], foram automatizadas como especificado no Anexo F. Essa estratégia, denominada de *normal (moderada)*, busca reproduzir um comportamento similar ao observado em um despacho de mínimo custo. O atendimento aos contratos da geradora é priorizado na oferta de preços e a estratégia de oferta para a parte não contratada tenta capturar o comportamento do agente num despacho de mínimo custo (ofertas a *custo* de oportunidade).

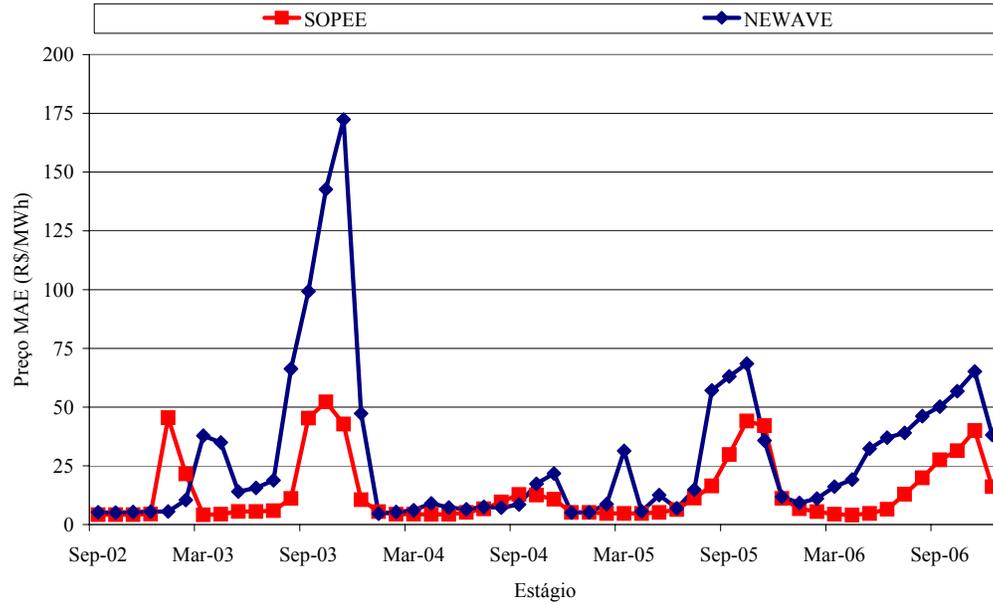
Nas figuras a seguir mostramos, por submercado, os resultados do simulador SOPEE e do NEWAVE para as variáveis: preços *spot* e energia armazenada. Estas variáveis são representativas da operação do sistema e podem ser utilizadas como variáveis de validação entre os modelos.

### **VI.5.1 Resultados**

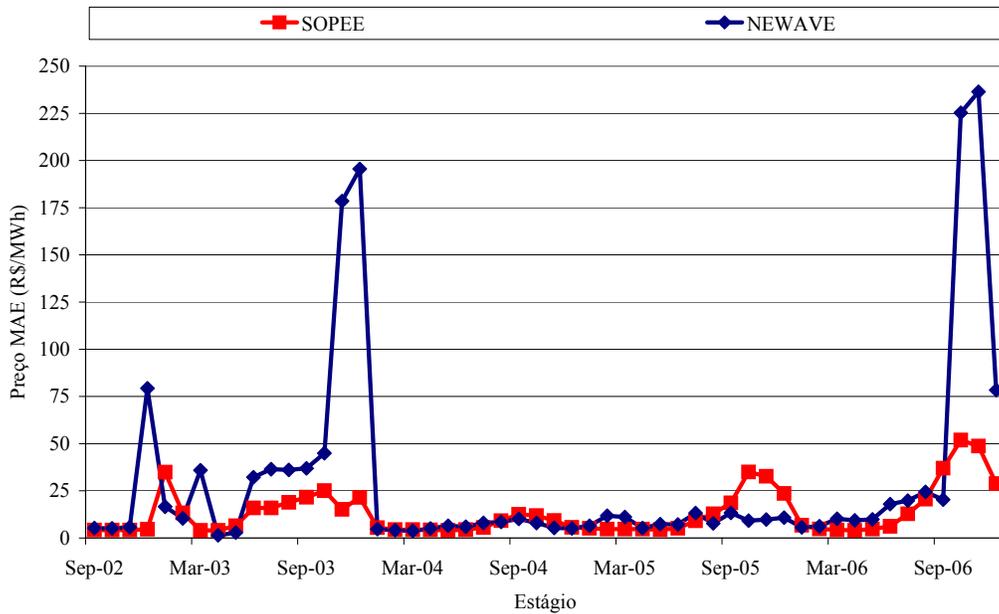
As figuras a seguir apresentam, respectivamente, a evolução do preço *spot* mensal médio de cada região e a evolução da energia armazenada mensal média de cada região para as duas simulações efetuadas: mínimo custo e oferta de preços.

Nas figuras (VI.2 – VI.5), pode-se verificar que, em média, os preços *spot* (preço MÃE) e as energias armazenadas de final de mês nas duas simulações, para cada um dos submercados considerados, são semelhantes existindo diferenças apenas em alguns meses. Estas diferenças não significam que os resultados do simulador (SOPEE) não correspondam ao despacho otimizado. A questão é que, neste caso, o simulador tem uma visão diferente do futuro. Enquanto que no NEWAVE as funções de custo futuro são construídas por técnicas de otimização estocástica, no simulador já inclui, nas suas ofertas, a percepção do futuro.

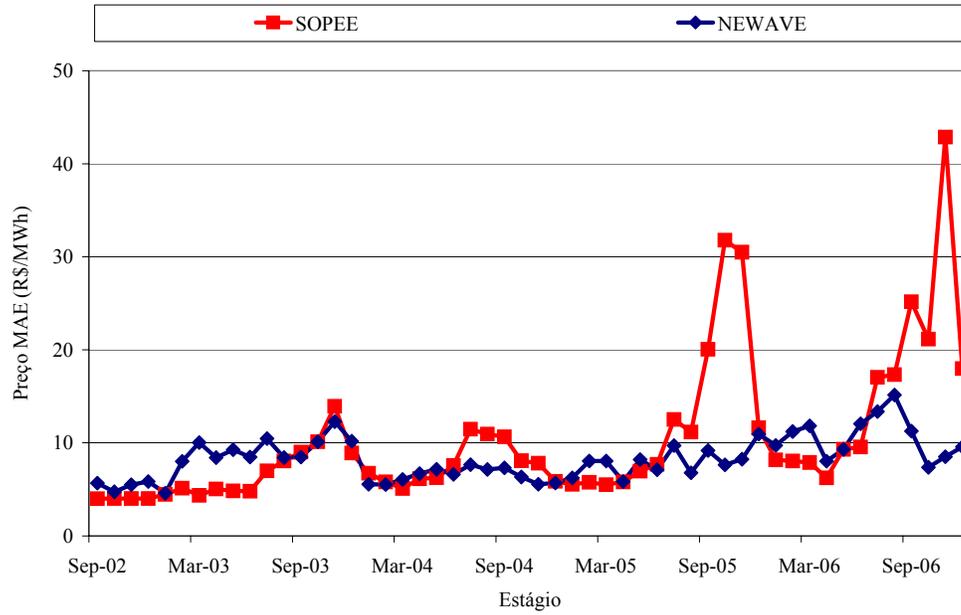
Dessa forma, conclui-se que o modelo de simulação desenvolvido pode reproduzir, em média, as condições do despacho de mínimo custo caso os agentes adotem estratégias de ofertas *competitivas*. Este fato será utilizado nas análises de poder de mercado, discutidas a seguir.



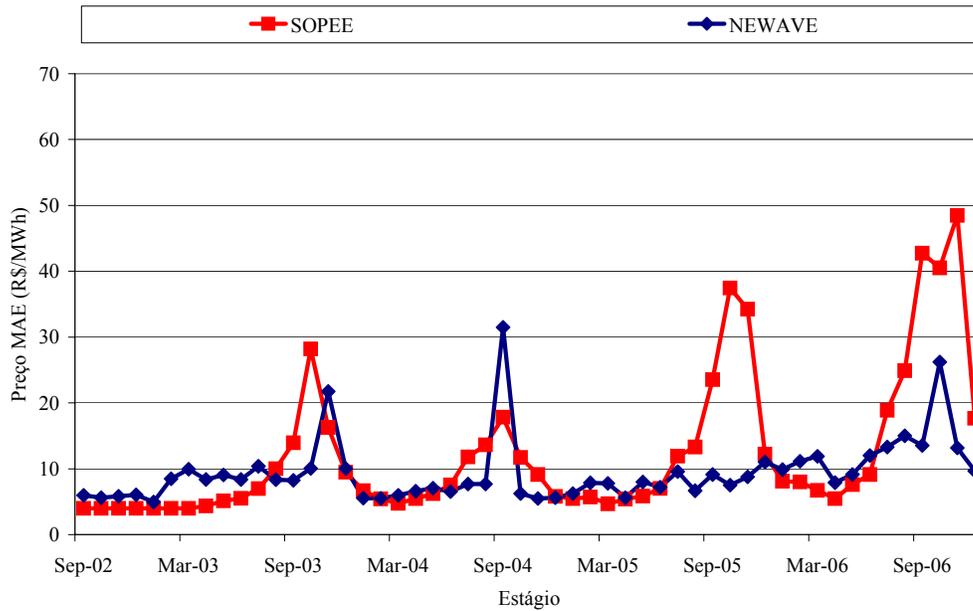
**Figura VI-2. Preços do MAE no submercado Nordeste – 100 séries**



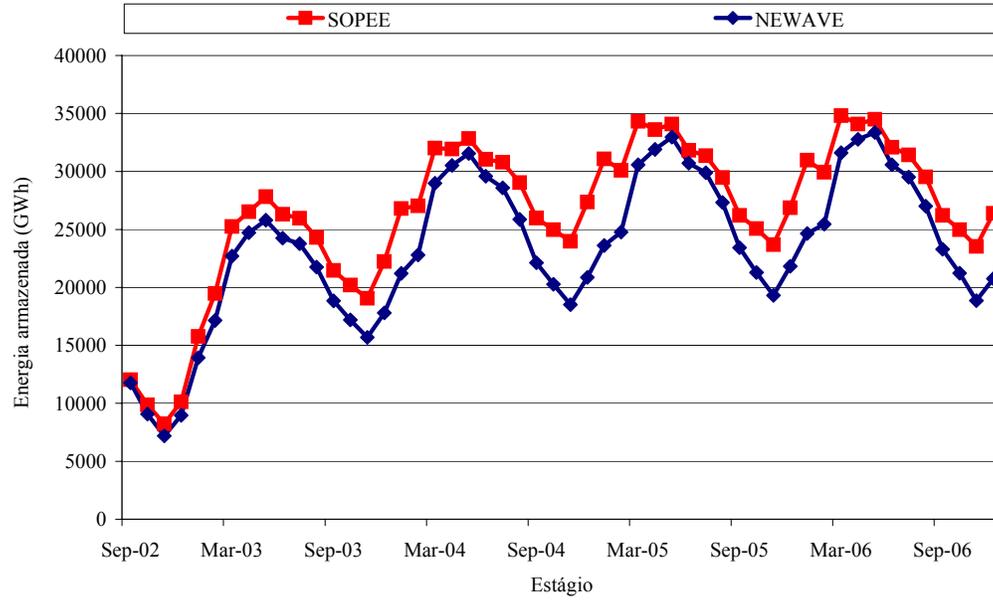
**Figura VI-3. Preço do MAE no submercado Norte - 100 séries**



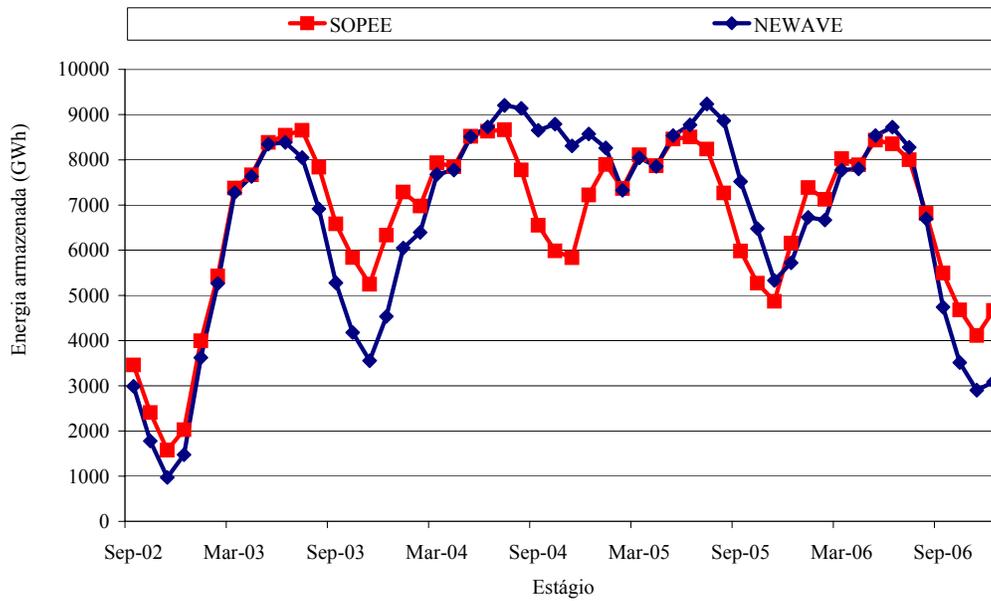
**Figura VI-4. Preço do MAE no submercado Sul – 100 séries**



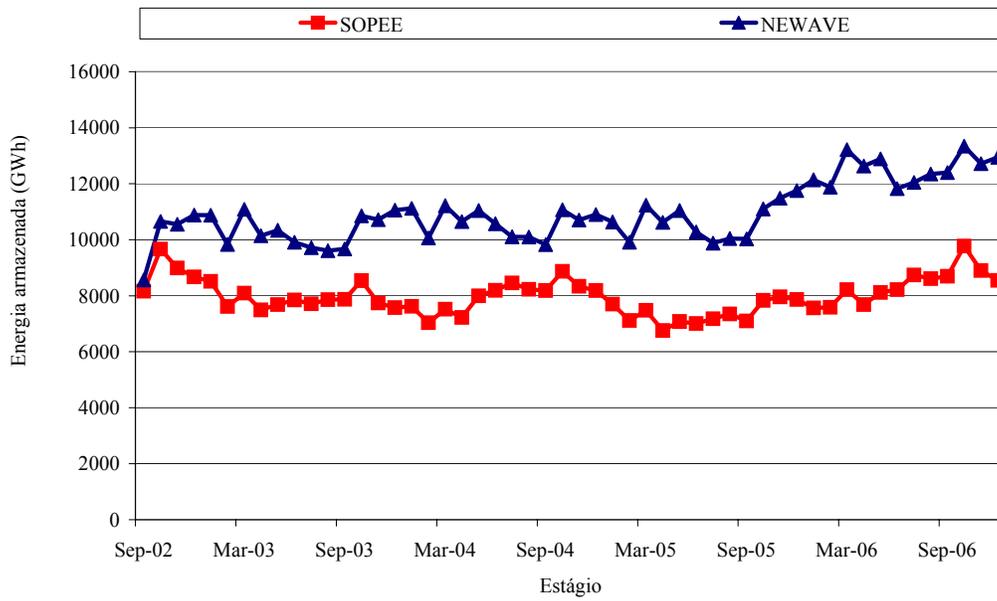
**Figura VI-5. Preço do MAE no submercado Sudeste – 100 séries**



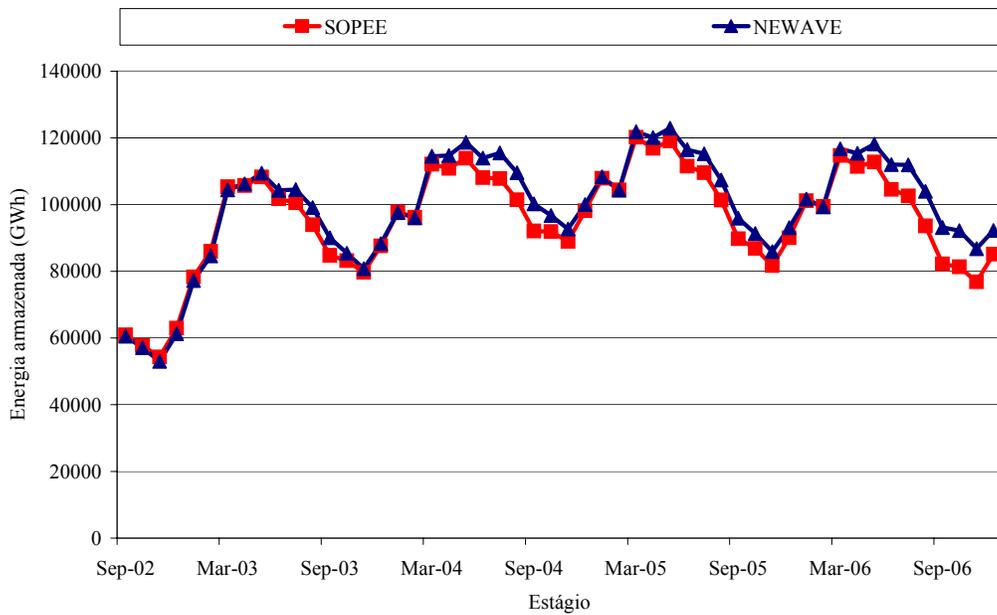
**Figura VI-6. Energia armazenada no submercado Nordeste – 100 séries**



**Figura VI-7. Energia armazenada no submercado Norte - 100 séries**



**Figura VI-8. Energia armazenada no submercado Sul - 100 séries**



**Figura VI-9. Energia armazenada no submercado Sudeste – 100 séries**

## VI.6 Análise de poder de mercado

Como mencionado, devido às características do setor elétrico, o funcionamento

competitivo dos mercados de energia elétrica pode ser bastante limitado, por diversas razões:

- A demanda de energia elétrica é quase inelástica, isto é, não responde à variação do preço *spot*
- A energia elétrica é um produto não-armazenável e portanto a demanda tem que ser atendida com os recursos disponíveis em cada momento
- A capacidade de transmissão é limitada, restringindo a oferta que pode atender a um determinado consumidor
- A oferta de energia tende a ser concentrada em monopólios/oligopólios regionais, devido à estrutura empresarial herdada dos monopólios regionais estatais.

Como resultado de tantas restrições físicas e comerciais num ambiente competitivo de oferta de preços, o mercado de energia elétrica torna-se bastante suscetível ao exercício do poder de mercado, ou seja, à capacidade de geradores estratégicos controlarem o preço *spot* através das suas ofertas de produção e preço. De fato, a história recente de alguns mercados competitivos, como os casos da Inglaterra e da Califórnia, mostrou como a oferta pode ser manipulada de modo a elevar artificialmente os preços *spot*.

Nesta seção será analisado o exercício de poder de mercado no Brasil num ambiente de despacho baseado em oferta de preços. Optou-se por ilustrar a aplicação da ferramenta na análise de um eventual poder de mercado da empresa de geração Chesf.

Como mencionado anteriormente, no SOPEE os agentes geradores individuais podem formular estratégias de ofertas de preços com base no *estado* do submercado (energia armazenada) do agente, no seu saldo de energia armazenada e no seu nível de contratação bilateral. Os valores das ofertas de preço (R\$/MWh) são dados de entrada de tal maneira que os agentes podem simular diversas estratégias de oferta. A demanda é considerada como inelástica. Portanto, nesse estudo foram experimentadas duas estratégias de oferta de preço:

- *Normal*, descrita no Anexo F (seção F.2), é a estratégia *padrão* do SOPEE. Essa

estratégia busca reproduzir um comportamento similar ao observado em um despacho de mínimo custo. O atendimento aos contratos da geradora é priorizado na oferta de preços e a estratégia de oferta para a parte não contratada tenta capturar o comportamento do agente num despacho de mínimo custo (ofertas a custo de oportunidade)<sup>24</sup>

- *Agressiva*, descrita no Anexo F (seção F.3), visa ofertar a energia a preços elevados para qualquer produção superior ao contrato, ou seja, busca-se priorizar o atendimento ao contrato da geradora e uma atuação agressiva para a parte não contratada. Esta estratégia procura capturar o comportamento estratégico do gerador objetivando o exercício de poder de mercado. Esta foi a estratégia adotada para a empresa Chesf.

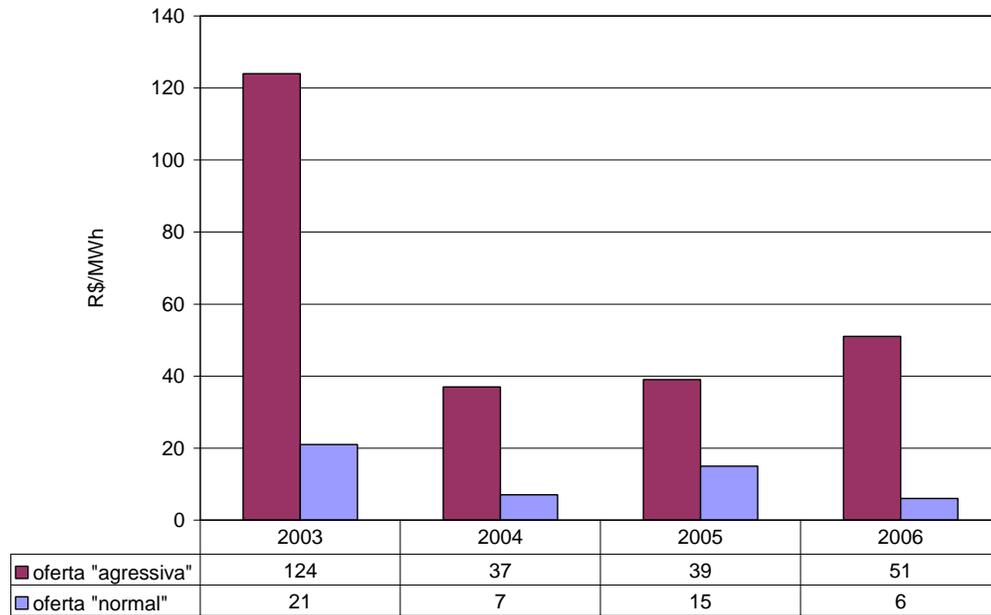
Duas simulações foram realizadas: na primeira simulação, a estratégia adotada pelo agente Chesf foi a *agressiva*, enquanto que a estratégia dos demais agentes foi a *normal*. Foi considerado que o agente não possuía contratos bilaterais de venda de energia. Neste caso toda a remuneração é oriunda de suas receitas no *spot*. Esta simulação busca capturar um eventual poder de mercado que a Chesf tenha no Nordeste. Em seguida, realizou-se uma simulação onde todos os agentes (inclusive a Chesf) atuam de acordo com a estratégia *normal*. Esta segunda simulação procura representar um despacho de mínimo custo no SOPEE e ser utilizada como *benchmark* para avaliar a distorção causada pelo comportamento estratégico da Chesf na primeira simulação

### VI.6.1 Resultados

A Figura VI-10 apresenta o efeito da estratégia *agressiva* da Chesf no preço *spot* médio anual no submercado Nordeste (onde a Chesf esta localizada) e o preço *spot* que seria obtido em uma simulação de *mínimo custo* (oferta *normal*). Pode-se observar que os valores obtidos com a estratégia *agressiva* são substancialmente superiores aos obtidos no despacho de mínimo custo, o que ilustra o exercício de poder de mercado da Chesf.

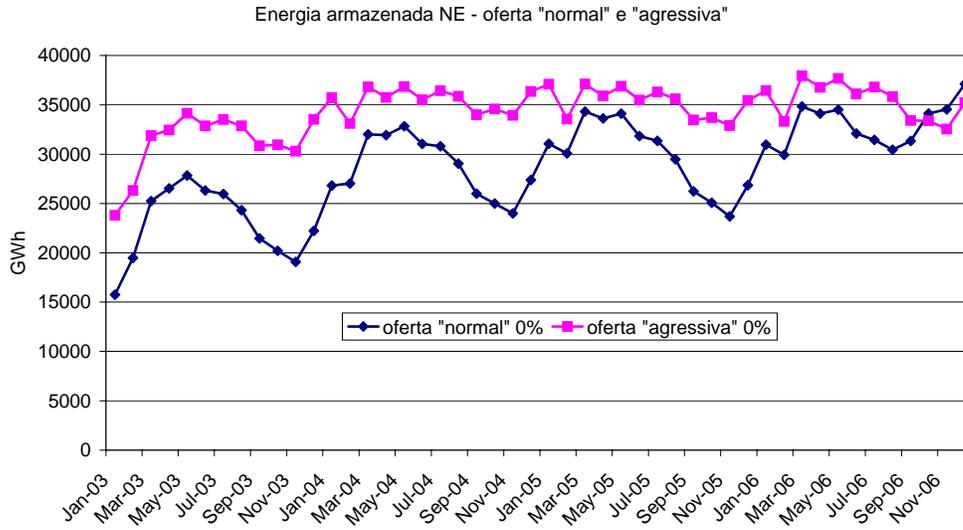
---

<sup>24</sup> Conforme visto anteriormente, os resultados da simulação com a estratégia *normal* são próximos aos obtidos no Plano Mensal de Operação. A partir deste ponto, esta simulação foi tomada como o *padrão* de mínimo custo para efeito de análise.



**Figura VI-10. Preço *spot* médio anual no submercado Nordeste**

A Figura VI-11 apresenta a evolução da energia armazenada da região Nordeste em ambas as simulações. Pode-se observar que com a estratégia de oferta *agressiva* a energia armazenada é sempre superior à obtida no caso de ofertas *normais*, o que ilustra uma redução da quantidade de energia ofertada pela Chesf no despacho baseado em ofertas e que culmina na elevação dos preços *spot* do sistema, conforme observado na figura anterior. Ou seja, a *manipulação de preços* e o poder de mercado da Chesf acabam por ser exercidos através da redução da quantidade ofertada (ou, equivalentemente, ofertar uma quantidade a um preço bem mais elevado).



**Figura VI-11. Energia armazenada no submercado Nordeste**

Uma outra importante variável monitorada nesta análise é a diferença entre a remuneração média dos agentes estratégicos nos dois tipos de operação. A tabela a seguir ilustra a receita *total* esperadas da Chesf ao longo dos 4 anos de operação estudados<sup>25</sup>. Os valores estão em bilhões de Reais.

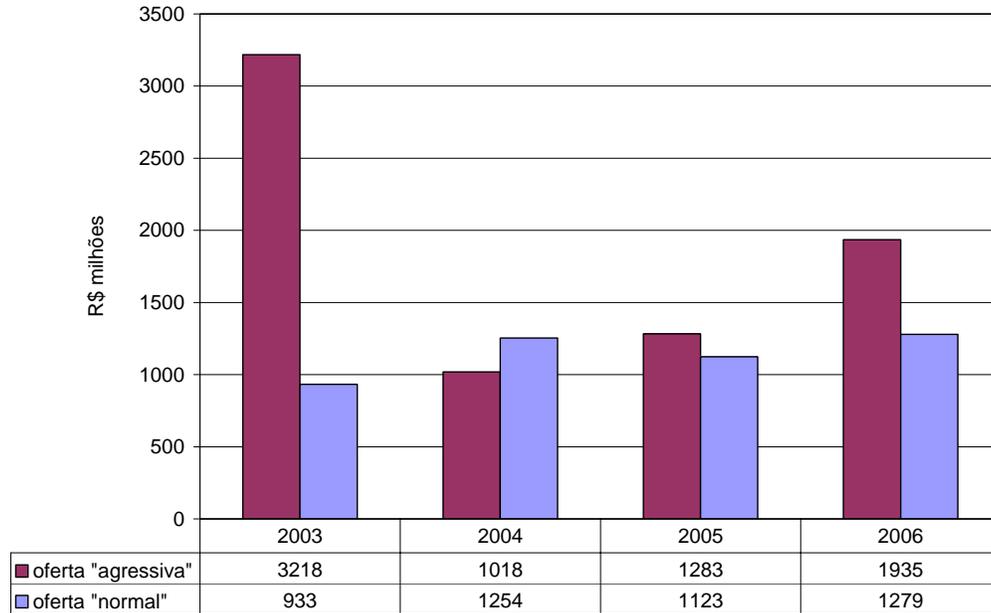
Agente	Estratégias de oferta (bilhões R\$)	
	<i>Normal</i>	<i>Agressiva</i>
Chesf	4,6	7,5

**Tabela VI-1. Receita das usinas**

Observa-se que com o exercício de poder de mercado a receitas das usinas da Chesf são mais de 60% maiores do que as receitas obtidas num despacho baseado em custos.

A Figura VI-12 compara a remuneração total anual obtida pela Chesf em cada simulação, onde se observa o impacto da manipulação de mercado.

<sup>25</sup> Para este estudo foi utilizada uma taxa de desconto de 12% a.a.



**Figura VI-12. Remuneração total anual do agente Chesf**

## **VI.7 Análise de contratos como instrumentos mitigadores de poder de mercado**

Nas seções anteriores foram apresentados: um modelo computacional e um procedimento para detectar poder de mercado no sistema brasileiro com a metodologia de oferta de preços proposta. Em particular, verificou-se seu efeito negativo nos preços *spot* do sistema. Dado que este efeito é indesejável para a sociedade, os agentes reguladores tentam determinar medidas e procedimentos para evitar ou desencorajar o exercício do poder de mercado.

Diversas medidas regulatórias e comerciais podem ser executadas para mitigar o exercício do poder de mercado, dentre as quais podemos destacar:

- *Limites de oferta*: o agente regulador estabelece *tetos (caps)* para a oferta máxima dos geradores, para o preço *spot* do sistema e/ou lucros das empresas. Estes *caps* são baseados nos custos de combustíveis, estimativas sobre custos de operação e manutenção e custos de partida dos geradores. Por exemplo, a solução adotada na Inglaterra foi estabelecer um lucro máximo permitido às

empresas de geração ao final de cada ano fiscal [9]. Já na Califórnia, foi instalado um *cap* nos preços *spot* do sistema [10]

- *Ofertas* da demanda: os consumidores livres e empresas de distribuição fariam ofertas de compra de energia no mercado de curto prazo (*demand side bidding*), funcionando de maneira simétrica aos geradores. O preço *spot* neste caso seria o valor que igualaria as curvas de oferta e demanda. Muitos autores [16,9,47] argumentam que esta seria a estratégia mais eficaz de combate ao poder de mercado
- Incentivo à competição – isto pode ser feito através do incentivo por parte dos governos locais à entrada de novos agentes e/ou reforço de interconexões, que permitem a entrada de agentes em regiões vizinhas (ver por exemplo [34])
- Níveis mínimos de contratação – o agente regulador determina quantidades (níveis) mínimas de energia contratada que os agentes geradores devem ter com suas demandas. O esperado é que, devido a seus contratos, os agentes geradores possuam menos energia a ser comercializada no Mercado Atacadista de Energia e diminua o potencial para a manipulação de mercado. Esta solução foi adotada na Nova Zelândia.

Da mesma forma que o realizado em [22,23], neste trabalho, será examinado em detalhe o efeito mitigatório de se estabelecer níveis mínimos de contratação entre geradores e demandas. O efeito desta medida será ilustrado com o mesmo exemplo utilizado na seção anterior.

O papel da contratação e sua importante consequência na mitigação do exercício de poder de mercado são de especial interesse para o sistema elétrico brasileiro. A razão é que a regulamentação vigente [7] exige que as distribuidoras estejam 100% contratadas, isto é, o sistema brasileiro já apresenta intrinsecamente um elevado nível de contratação bilateral de médio-longo prazo. Por sua vez, a eficácia dos contratos bilaterais como mecanismo para redução de poder de mercado decorre de dois fatores principais [22,23]:

- Redução da possibilidade de venda de energia diretamente no mercado de curto prazo, reduzindo o eventual ganho de receita pela elevação do preço *spot*.

- Comprometimento do gerador com o cumprimento dos seus contratos, pois ao vender energia através de um contrato bilateral, o gerador passa a ter interesse em despachar o montante contratado, caso contrário seria necessária a compra no mercado de curto prazo. Isto estimula para ofertar a quantidade contratada por um valor próximo ao seu real custo de produção (ou custo de oportunidade). Portanto, quanto maior for o nível de contratação de um gerador, menor será a parcela de energia comercializada no mercado de curto prazo e dessa forma menor será seu incentivo para exercer poder de mercado.

### VI.7.1 Contratos a termo

A análise desta tese estará centralizada nos chamados *contratos a termo* (ou *contratos forward*). Conforme discutido na seção V.4.1, um contrato a termo no setor elétrico é um instrumento legal onde o vendedor se compromete a entregar ao comprador uma quantidade determinada de energia (MWh) a um preço acordado (R\$/MWh), em um local pré-estabelecido (e.g. região Sul) e num momento específico no futuro (e.g. março de 2006).

Suponha por exemplo que um gerador vendeu *hoje* um contrato a termo de  $x$  MWh a um preço de  $p_c$  R\$/MWh, com vencimento no estágio  $t$ . Nesta data, a produção do gerador é de  $g$  MWh, o consumo da demanda é  $d$  MWh e o preço *spot* do sistema é  $\pi_d$  R\$/MWh. A *receita* do gerador ( $R_g$ ) e o *pagamento* da demanda ( $P_d$ ) são dados por:

$$R_g = \pi_d g + (p_c - \pi_d)x \quad (VI.3)$$

$$P_d = \pi_d d + (p_c - \pi_d)x$$

As expressões anteriores contêm duas parcelas: na primeira, o gerador (demanda) vende (compra) sua produção  $g$  (consumo  $d$ ) no mercado *spot*, da maneira tradicional. Na segunda, o gerador (demanda) recebe (paga) a *diferença* entre o preço contratado e o preço *spot* multiplicado pela quantidade contratada.

Suponha que o preço do contrato  $p_c$  corresponda ao valor esperado do preço *spot*. Se o

preço *spot* for baixo (i.e.  $\pi_d$  menor que  $p_c$ ), o segundo termo é positivo, o gerador recebe uma remuneração adicional à remuneração *spot*  $\pi_{dg}$ . Portanto, o contrato *protege* o gerador contra preços *spot* reduzidos. Por outro lado, se o preço *spot* for alto ( $\pi_d$  maior que  $p_c$ ), a demanda recebe uma remuneração adicional, que compensa seus gastos de compra no *spot*  $\pi_{dd}$ . Em outras palavras, os contratos a termo, na grande maioria dos casos<sup>26</sup>, são instrumentos puramente *financeiros* para proteção contra a volatilidade de preços no mercado de energia. O valor contratado  $x$  não afeta a operação do sistema e não está necessariamente relacionado com a produção ou o consumo físico no estágio.

Observa-se, por outro lado, que o *interesse estratégico* do gerador muda à medida que aumenta seu nível de contratação. Observa-se em (VI.3) que um gerador não contratado ( $x = 0$ ) aumenta seu rendimento à medida que aumenta o preço *spot*. Portanto, ele teria interesse em exercer seu poder de mercado para *forçar* um aumento neste preço. Por outro lado, um gerador fortemente contratado aumenta seu rendimento à medida que *diminui* o preço *spot*. Portanto, ele já não teria interesse em exercer seu poder de mercado. Conclui-se portanto que o nível de contratação pode ser um instrumento regulatório para mitigar o poder de mercado.

### VI.7.2 Simulações realizadas

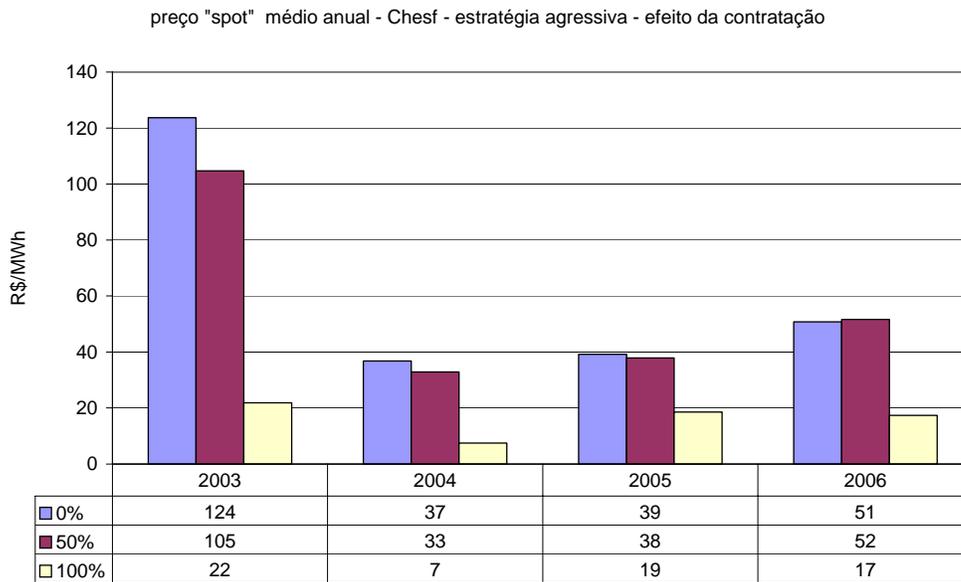
O esquema de contratação bilateral foi analisado como instrumento mitigador de poder de mercado da Chesf. Para esta análise, foram realizadas novas simulações para o caso da estratégia de oferta *agressiva*. Foi modificado o nível de contratação da Chesf de modo a avaliar a influência dos contratos na mitigação do poder de mercado. A tarifa dos contratos considerada foi a média dos contratos existentes entre geradores e distribuidores estabelecidos na transição do modelo *estatal* anterior do Setor Elétrico para o modelo *atual*.

As figuras a seguir mostram o valor esperado do preço *spot* do Nordeste e da receita da Chesf para três níveis de contratação (0%, 50% e 100%) e para a estratégia de ofertas *agressiva*. O caso de estratégia de oferta *agressiva* e 0% contratado corresponde à

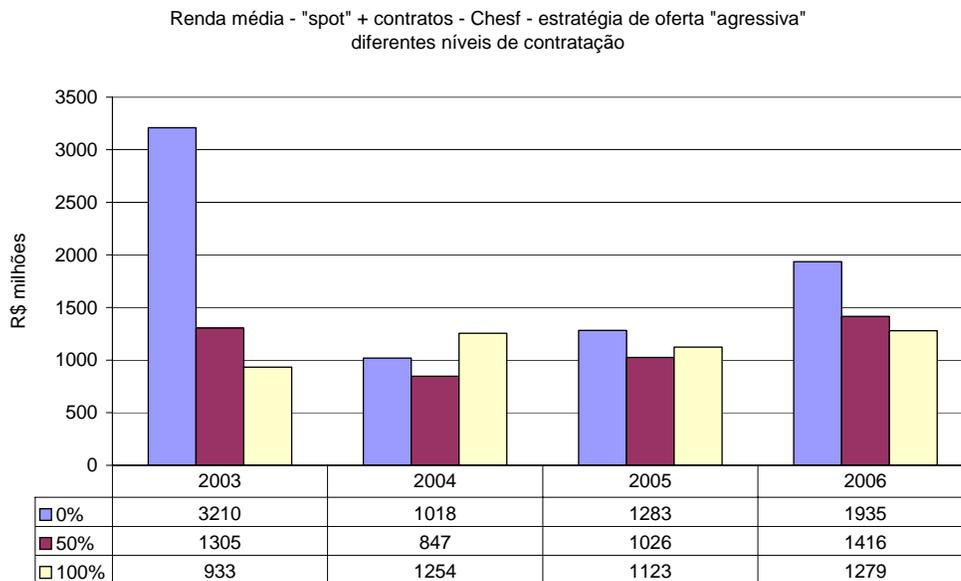
---

<sup>26</sup> Em países como El Salvador os contratos são instrumentos *físicos*, sendo comunicados ao operador do sistema e afetando portando o despacho.

simulação já realizada na análise da seção anterior.



**Figura VI-13. Preço *spot* médio anual – submercado Nordeste por nível de contratação**

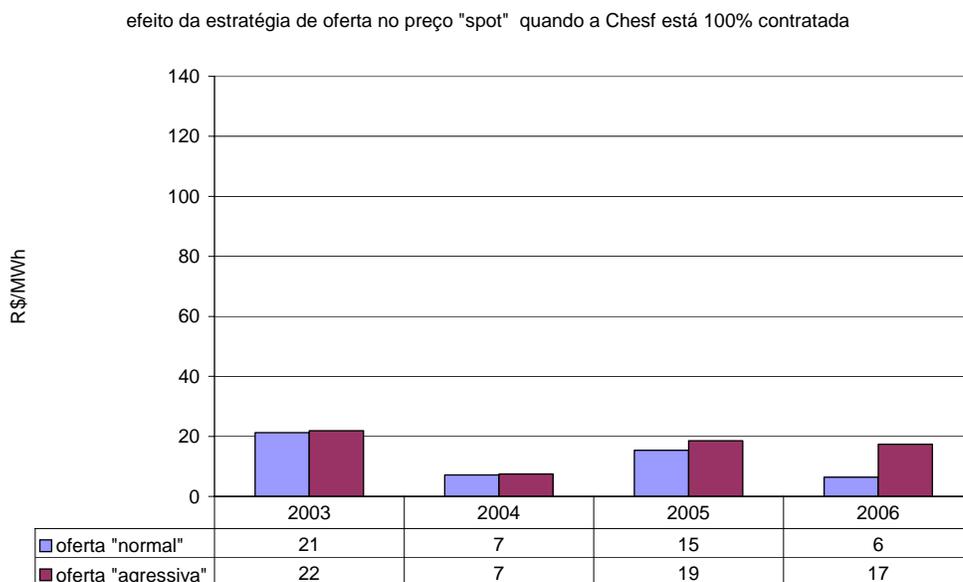


**Figura VI-14. Remuneração da Chesf por nível de contratação**

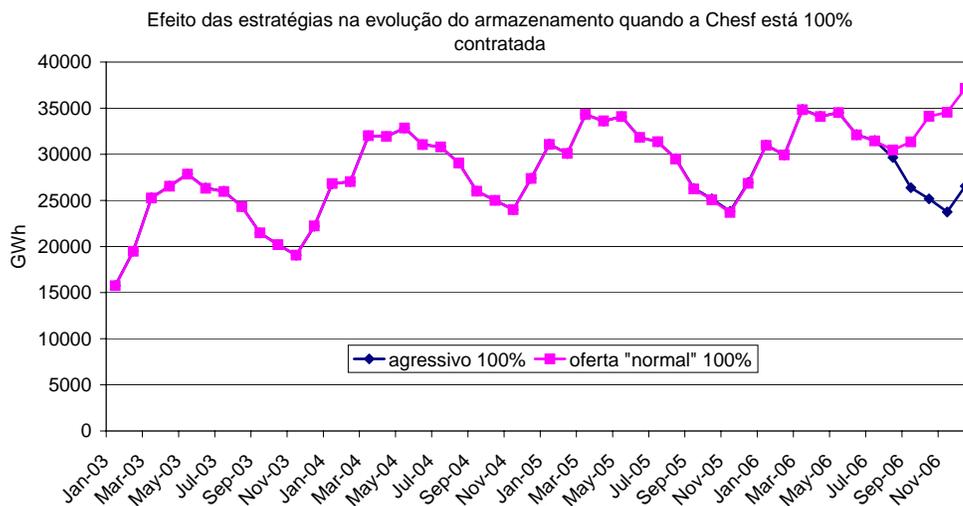
Observa-se claramente que um maior nível de contratação implica em menores preços *spot*. O efeito da contratação na remuneração também é imediato: a maior contratação

resultou numa receita menor, decorrente principalmente da baixa tarifa do contrato estabelecida.

As figuras abaixo ilustram o preço *spot* e a energia armazenada do Nordeste resultante da simulação com estratégia de oferta *normal* e *agressiva* quando os agentes estão 100% contratados.



**Figura VI-15. Submercado Nordeste – Preço spot meio anual – Chesf 100% contratado**



**Figura VI-16. Submercado Nordeste – Energia armazenada – Chesf 100% contratado**

Observa-se que os resultados são similares. Considerando que o despacho por ofertas de preços, onde a estratégia de ofertas de todos os agentes geradores é *normal*, é equivalente ao despacho de mínimo custo, pode-se concluir que o elevado nível de contratação é suficiente para convergir os despachos competitivo e mínimo custo, mesmo quando os geradores possuem estratégias de ofertas *agressivas* visando o exercício de poder de mercado.

### **VI.8 Analise final**

Com base nas simulações e comparações realizadas neste capítulo, pode-se concluir que o nível de contratação constitui um mecanismo eficiente para mitigar o exercício de poder de mercado.

No entanto, a utilização de contratos pode também dar origem a outro potencial para manipulação de mercado a longo prazo. Como discutido por *Newbery* em [48], os agentes geradores com alto nível de contratação podem manter o preço *spot* artificialmente *baixo*, evitando dessa forma a entrada de novos agentes no mercado. Esta possibilidade não foi analisada neste trabalho.

## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

#### VII.1 Conclusões

Nesta tese foram apresentadas, como parte das contribuições desta tese, duas metodologias para a determinação de ofertas estratégicas ótimas em mercados de energia elétrica com predominância hidrelétrica. A formulação do problema foi apresentada tanto para os mercados onde o esquema de despacho e formação de preços está baseado em custos quanto para os mercados com despacho e formação de preços por ofertas.

Inicialmente foi apresentada a abordagem tradicional do problema de despacho e formação de preços por custos. O objetivo do esquema é determinar a utilização mais eficiente dos recursos de geração de energia elétrica. Neste esquema um agente central procura atender o consumo previsto de energia ao menor custo de produção possível. A complexidade deste problema de decisão: multi-estágio e estocástico, tem sido resolvido por técnicas de programação dinâmica dual estocástica – PDDE, que permite representar a função de custo futuro – FCF – por uma função linear por partes, evitando dessa forma que o esforço computacional cresça exponencialmente com o número de variáveis de estado.

Nesse contexto, algumas das atividades exercidas pelo agente central são: recolher e gerenciar as informações de oferta e demanda, condições hidrológicas, custos de combustíveis, custo de déficit, etc, e realizar eventuais auditorias nos dados técnicos de todos os geradores. Além disto, critérios de seleção de informações, modelagens das incertezas futuras e de decisão do despacho são unificadas. Com todas essas informações (dados, parâmetros e modelos), o agente central realiza o despacho centralizado e calcula o preço *spot* do sistema. Este preço, obtido a partir do custo marginal de demanda, é utilizado na contabilização financeira. Entretanto, com o avanço das reformas do setor elétrico, esse cálculo centralizado do despacho e do preço

*spot* tem sido questionado. Varias tem sido as dificuldades encontradas pelos agentes geradores, consumidores e reguladores na busca de soluções nesses mercados. Assim, devido a essas dificuldades, boa parte dos países do mundo adotou o chamado despacho por oferta, assunto que foi analisado nesta tese.

O segundo enfoque do problema de despacho e formação de preços foi abordado do ponto de vista do produtor. Nesse sentido, a primeira contribuição desta tese foi apresentar uma abordagem do problema de despacho e formação de preços por ofertas. Este trabalho apresentou um esquema, onde ofertas estratégicas de usinas hidrelétricas são realizadas em um ambiente de mercado considerando múltiplos agentes, múltiplos estágios e com representação da aleatoriedade das vazões afluentes. Para essa abordagem foi desenvolvida e implementada uma metodologia para o equilíbrio de *Nash* baseada na resolução sucessiva de problemas de programação dinâmica estocástica. Esse procedimento permitiu simular o comportamento estratégico dos agentes participantes. Nesse processo, em cada iteração, cada agente representa sua oferta estratégica e fixa as estratégias de oferta atualizadas de seus concorrentes.

Nesta tese, mostrou-se que a questão da determinação de ofertas *ótimas* é de grande complexidade, sendo caracterizada como um problema de programação não linear e não convexo, multi-estágio e estocástico. Dessa forma, considerando que o problema do despacho por ofertas é análogo ao problema de despacho por custos, no sentido em que os dois se confrontam com o problema entre utilizar a água para produzir energia no presente ou transferir o uso desta água para o futuro, o problema de ofertas estratégicas de empresas de geração foi formulado e resolvido usando a metodologia PDDE. Entretanto, viu-se que a aplicação da PDDE ao problema de ofertas não é direta, pois essa requer que o problema seja convexo. A solução adotada foi construir uma aproximação linear por partes (envoltória) côncava, a cada estágio, da função de remuneração, e, conseqüentemente, da função de benefício futuro – FBF – resultante.

Uma avaliação dessa metodologia foi realizada num estudo de caso. Para tal exercício, se utilizou uma configuração real do sistema elétrico colombiano de 2004. Os resultados demonstraram que, na ausência de mecanismos de controle de ofertas, os três (3) agentes estratégicos participantes do mercado exerceriam seu poder de mercado. Esta situação se originou em decorrência da diminuição, em todo o horizonte de estudo, de

3% da produção de energia hidrelétrica dos agentes estratégicos, se comparada com a produção de energia hidrelétrica obtida pelo esquema de mínimo custo. Dessa forma, os agentes estratégicos forçaram, através de suas ofertas, o aumento no preço *spot* do sistema o que resultou, conseqüentemente, em um aumento de 43% na remuneração total desses agentes se comparados com a remuneração obtida pelo esquema de mínimo custo.

Como segunda contribuição desta tese, foi formulada e implementada uma alternativa do problema de despacho e formação de preços por ofertas. Nessa metodologia, qualquer agente, gerador / consumidor, realiza ofertas de venda / compra de energia. Os agentes hidrelétricos, especificamente, podem ser proprietários de qualquer usina hidrelétrica, em qualquer submercado, em qualquer cascata e, mesmo assim, realizarem suas ofertas, limitadas apenas ao saldo de suas contas de direitos de energia – CDE, conta que corresponde à parcela de energia armazenada nos reservatórios, acrescida das vazões afluentes às quais os proprietários dos reservatórios têm direito. Com base nas ofertas realizadas pelos agentes produtores e consumidores, viu-se que o agente central calcula, de forma totalmente independente, o preço *spot* do sistema e realiza o despacho *físico* de mínimo custo da produção hidrelétrica. O modelo de otimização utilizado nesse cálculo foi um modelo linear, de um único estágio, que leva em conta as restrições de balanço hidráulico e energético, restrições operativas elétricas e energéticas e todas as demais características do sistema que possam ser representadas e modeladas. Os dados utilizados neste modelo são uma *previsão* das afluências, demandas e disponibilidades das unidades geradoras. Após efetuar o despacho físico, realiza-se o despacho *comercial*, que consiste essencialmente em uma repetição do processo de cálculo do despacho físico, porém, utilizando-se nesse caso como dados de entrada, as afluências, as demandas e as disponibilidades *verificadas*, enquanto o modelo de otimização considerou apenas as restrições de intercâmbio entre submercados.

Para fins de validação de todos os conceitos apresentados do esquema proposto, outra contribuição desta tese foi desenvolver um modelo de simulação de ofertas de energia elétrica, denominado SOPEE, envolvendo múltiplos agentes e múltiplas regiões hidrológicas e baseando-se neste simulador, foram realizados estudos de caso de forma analisar o poder de mercado no sistema elétrico brasileiro, assim como, analisar o papel da contratação da capacidade de geração como mecanismo de controle do poder de

mercado.

Os resultados obtidos no primeiro estudo de caso mostraram que a simulação de estratégias de ofertas, supondo condições de competição perfeita, leva – como esperado – a resultados similares aos que se obtém em um esquema de mínimo custo.

O segundo estudo de caso simula um agente com capacidade de exercer poder de mercado (neste caso a empresa Chesf). Os resultados mostraram que a Chesf, realizando estratégia de ofertas agressivas, obteve um aumento de 60% em sua remuneração, resultado de uma elevação do preço *spot* do submercado.

Finalmente observou-se que a contração da capacidade de geração do agente estratégico Chesf, influencia nos preços *spot* do submercado. Dessa forma verificou-se que diferentes níveis de contratação da capacidade de geração, resultaram em diferentes preços *spot* do submercado. Além disso, observou-se que quanto maior for a capacidade contratada, menor foi o preço *spot* o que resultou em uma redução da remuneração. Em outras palavras, o nível de contratação dos agentes mostrou-se eficiente na diminuição da possibilidade de exercício de poder de mercado por parte dos agentes.

Dessa forma, quero crer que a implementação dessa metodologia para o problema de despacho por ofertas possa ser usada como um instrumento auxiliar para analisar a formação de preços por oferta, com preservação da otimização do uso dos recursos hidrelétricos e sejam aplicadas as regras do MRE. Entretanto, é importante ressaltar que, embora o esquema de ofertas pelos agentes hidrelétricos tenha suas vantagens, sua aplicação indiscriminada pode ser *arriscada*, em termos de possibilidade de exercício de poder de mercado e subutilização dos recursos de geração em pró de maiores lucros, como demonstrado nos exercícios dos estudos de caso.

Em suma, acredito, que o presente trabalho mostra a possibilidade de se concretizar a criação de um mercado de energia elétrica para o sistema elétrico brasileiro baseado totalmente em ofertas, desde que sejam considerados mecanismos para evitar possíveis abusos de poder de mercado e sejam criadas/utilizadas regras operativas para a coordenação da cascata, como as utilizadas atualmente no setor elétrico brasileiro.

Finalmente, apesar de a formulação e implementação ter sido aplicada ao sistema elétrico brasileiro, essa pode ser estendida para qualquer mercado de energia elétrica baseado em ofertas.

## VII.2 Trabalhos futuros

- Avaliar o impacto do esquema de oferta de preços quando considerado, em conjunto, um esquema de ofertas da água. Nessa situação, as afluências aos reservatórios passariam a ser valoradas de acordo com os resultados das ofertas realizadas no mercado atacadista de água.
- Adaptar e reformular a metodologia do esquema de oferta de preços do capítulo V de forma a substituir as regras de operação dos reservatórios, o MRE, por regras do sistema *slicing* proposta pela Bonneville Power Administration – BPA [29].
- Substituir o algoritmo de simulação de ofertas (III.3.4) por um modelo analítico onde para cada estágio, cada série, revolve-se o equilíbrio de *Nash*, conforme especificado por Pereira, M.; Granville S; Barroso, L.A., no artigo submetido em 2005 à revista IEEE – [54].
- Avaliar o impacto da inclusão de restrições elétricas, assim como de confiabilidade do sistema, no esquema de ofertas.
- Avaliar o impacto do despacho e formação de preços da energia considerando ofertas de consumo.
- Avaliar o impacto do despacho por ofertas considerando condições hidrológicas desfavoráveis e definindo um agente estratégico em cada submercado.
- Avaliar o impacto do aumento do risco de desotimização da utilização dos recursos hídricos, decorrentes das ofertas de preço poderem estar relacionadas à necessidade de fluxo de caixa de curto prazo dos agentes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Terry,L; Pereira, M.; Neto, T. ; Silva, A. e Sales,P. – *Coordinating the Energy Generation of Brazilian National Hydrothermal Electrical Generation System*, Interfaces, jan/fev 1986
- [2] Davis,R. – *Stochastic Dynamic Programming for Multi-Reservoir Hydro-Optimization*, Technical report 15, Syst.Contr., Palo Alto, Calif., 1972
- [3] Pereira, M.; Campodónico,N.; Kelman,R. – Long term Hydro Scheduling based on Stochastic Models, EPSOM '98, Zurique, Setembro 1998.
- [4] Pereira, M.; Pinto,L. – *Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning*, Mathematical Programming, 1991
- [5] Read, E.; George, J. – *Dual Dynamic Programming for Linear Production / Inventory Systems*, Computers and Mathematics with Applications, 19(11), pp.29-42, 1990
- [6] Kelman,R.; Pereira, M. – *Strategic Pricing in Hydrothermal Systems, Course I, Application of Economic Theory in Power System Analysis*, VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, Brazil, 1998
- [7] Decreto Presidencial 5.163, de 30 de Julho de 2004.
- [8] Gross, G. and Finlay, D., “Generation supply bidding in perfectly competitive electricity markets”, Computational & Mathematical Organizations Theory, Vol. 6, pp. 83-98, 2000
- [9] Hunt, S. “Making Competition Work in Electricity”, Published by John Wiley & Sons, 2003.
- [10] S. Borenstein, “The trouble with electricity markets (and some solutions),” in Proc. UCEI, Working Paper PWP-079, Jan. 2001.
- [11] Competition in Electricity Markets, IEA, 2001.

- [12] “Beyond California’s power crisis: impact, solutions, and lessons,” Special Report for North American Power and Western Research Services, CERA, March 2001.
- [13] L. A. Barroso, M.V. Pereira, R. Kelman, P.Lino, J.Rosenblatt, “Can Brazil Learn from California?”, IEEE Power Engineering Review, September 2002.
- [14] Conejo A. J. and Prieto F. J., “Mathematical Programming and Electricity Markets”, Sociedad de Estadística e Investigación Operativa TOP, Vol. 9, No. 1, pp.1-53, 2001
- [15] David A.K.; Fushuan W.; “Strategic bidding in competitive electricity markets: a literature survey”; Proceedings of IEEE Summer Meeting, July 2000
- [16] HAO, S., A Study of Basic Bidding Strategy in Clearing Pricing Auctions, IEEE Trans. Power Systems, vol 15, pp. 975-980, August. 2000.
- [17] Von Der Fehr, N.H., Harbord, D., Competition in Electricity Spot Markets Economic Theory and International Experience, Memorandum, Departmente of Economics, University of Oslo, February, 1998
- [18] Hobbs B.F. and Helman U., “Complementarity-based equilibrium modeling for electric power markets”, in D. Bunn, ed., Modeling Prices in Competitive Electricity Markets, J. Wiley, in press (2004)
- [19] Fudenberg D. e J. Tirole – Game Theory, MIT Press, Fifth Printing (1996)
- [20] Hobbs B.F., "LCP of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets," IEEE Trans. Power Syst., 16(2), 2001.
- [21] Scott,T. ; Read,E. – Modeling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market, International Transactions in Operational Research 3 (3-4):243-253, 1996
- [22] Barroso, L.A.N, Esquemas competitivos em sistemas hidrotérmicos: comportamento estratégico de agentes geradores em ambiente de mercado, Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Maio 2000

- [23] Kelman, R., Barroso, L. A. and Pereira M. V., “Market power assessment in hydrothermal systems”, IEEE Trans. Power Syst, Vol. 16, No.3, 2001
- [24] Bushnell, J., “A mixed complementarity model of hydrothermal electricity competition in the western United States”, Operations research, Vol. 51, No. 1, pp. 80-93, 2003.
- [25] Flach, B.C., Estratégia de oferta de agentes hidroelétricos sob incerteza e múltiplos estágios, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Novembro de 2004
- [26] Pereira, M; Campodónico, N.; Kelman,R. – Valoración Económica de Sistemas Hidroeléctricos en Cascada, relatório técnico, PSRI, Dezembro de 1997
- [27] Lino, P, Operação Descentralizada de Sistemas Hidrotérmicos em Ambiente de Mercado, Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Setembro 2001
- [28] Lino, P., Barroso, L. A., Fampa, M., Pereira, M. V. and Kelman, R., “Bid-Based Dispatch of Hydrothermal Systems in Competitive Markets”, Annals of Operations Research, Vol. 120, pp. 81-97, 2003
- [29] BPA Slice of the system product: disponível em <http://www.bpa.gov/power/>
- [30] L.Ausubel and P.Cramptom, “Auctioning Many Divisible Goods”, Journal of the European Economic Association, 2, 480-493.
- [31] Xian, W., Yuzeng Li, Shaohua Z., Oligopolistic equilibrium analysis for electricity markets: a nonlinear complementarity approach, IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 19, Issue: 3, Aug. 2004
- [32] Ramos, A., Ventosa, M. and Rivier, M., “Modeling Competition in Electric Energy Markets by Equilibrium Constraints” Utilities Policy, Vol. 7 Issue 4 pp 233-242, Apr. 1999
- [33] Klemperer, P. e M. Meyer – Supply Function Equilibria in Oligopoly Under Uncertainty, Econometrica, 57, 1989, pp. 1243-1277
- [34] Day C.J., Hobbs B.F., e Pang J.S., “Oligopolistic competition in power networks: A conjectured supply function approach,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 17, pp. 597–607, Aug. 2002

- [35] Baillo, A., Ventosa, M., Rivier M. and Ramos, A., “Optimal Offering Strategies for Generation Companies Operating in Electricity Spot Markets”, IEEE Trans. Power Syst, Vol. 19, No.2, 2004.
- [36] Baillo, A., Ventosa, M., Rivier, M., Ramos, A., Strategic Bidding in a Competitive Electricity Market: A Decomposition Approach, IEEE Porto PowerTech, Portugal, September, 2001
- [37] Pereira M.V., Granville S., Fampa M., Dix R., Barroso L.A.. “Strategic Bidding Under Uncertainty: A Binary Expansion Approach”. IEEE Trans. on Power Syst., 2004
- [38] Torre, S., Arroyo, J. M., Conejo, A. J. and Contreras, J., “Price Maker Self Scheduling in a Pool-Based Electricity Market: A MILP Approach”, IEEE Trans. Power Syst, Vol. 17, No.4, 2002
- [39] Flatabo, N., Haugstad A, Mo B., Fosso O. (1998). Short and Medium-term Generation Scheduling in the Norwegian Hydro System under a Competitive Power Market Structure, Proceedings of EPSOM Conference, Zurich.
- [40] Gjelsvik A., Belsnes M., Haugstad A. (1998). An algorithm for stochastic medium-term hydrothermal scheduling under spot price uncertainty. Proceedings of 13th Power Systems Computation Conference, Trondheim, Norway
- [41] Pritchard, G., Zakeri, G. (2003): Market offering strategies for hydroelectric generators. Operations Research 51, 602-612
- [42] Rudnick H., Villar J, - Hydrothermal Market Simulator: an assessment using game theory. IEEE Trans. on Power Syst., 2004
- [43] Zucarato, A.N., Simulação de Mercados de energia elétrica com predominância hidroelétrica, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Março 2003
- [44] Oliveira, A.M.S., Estratégia ótima de oferta de preços no mercado de curto prazo em sistemas com predominância hidrelétrica, Dissertação de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Dezembro 2003
- [45] Camara de Gestão da Crise, Resolução No 109, Junho de 2001.
- [46] [X-Press, Dash Optimization, http://www.dashoptimization.com](http://www.dashoptimization.com)

- [47] Wallace, S.W., Fleten S.-E. (2003): Stochastic programming models in energy. In: Stochastic Programming: Handbooks in OR & MS, Vol.10 (A.Ruszczynski, A. Shairo eds), Elsevier Science.
- [48] Newbery D. – Competition, Contracts and Entry in the Electricity Spot Market; RAND Journal of Economics, Vol 29 No4 (1998)
- [49] Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico, Relatório de Progresso N° 2, Documento de Apoio A – Resumo do Marco Regulatório Brasileiro. 01/2002
- [50] Baldick R., “Electricity market equilibrium models: The effect of parameterization,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 17, pp. 1170–1176, Nov. 2002
- [51] Barroso, L.A., Trinkenreich J., Pereira M.V., Lino, P. “Managing hydrological risks in hydro-based portfolios”, proceedings of IEEE General Meeting 2003, Toronto.
- [52] Kelman, R. – Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos: Eficiência Econômica e Comportamento Estratégico ; Tese de M.Sc, COPPE/UFRJ, Agosto 1999
- [53] Lino, P.R., Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos: Operação Descentralizada de Sistemas Hidrotérmicos em Ambientes de Mercado; Tese de M.Sc, IM-NCE/UFRJ, Agosto 2001
- [54] Pereira, M.; Granville S; Barroso, L.A. – *Nash Equilibrium in Strategic Bidding: A Binary Expansion Approach*. Este artigo foi submetido em 2005 à revista IEEE – Transactions Power Systems.
- [55] Gibbons, R., *Game Theory for Applied Economists*, Princeton University Press, New Jersey, 1992.

## Anexo A

### Reforma do setor elétrico brasileiro

#### A.1 Introdução

Antes da reforma, todos os segmentos do setor elétrico eram de propriedade pública (federal e estadual, no caso de produção e transmissão; estadual e municipal, no caso de comercialização e consumo). O novo Setor Elétrico é o resultado de um processo de reforma institucional iniciado em meados da década de 1990. Os objetivos básicos desse processo foram:

- Assegurar os investimentos necessários para a expansão da oferta de energia, uma vez que havia a percepção de esgotamento da capacidade do Estado de investir em infra-estrutura na escala necessária para atender ao aumento da demanda;
- Assegurar que o Setor fosse economicamente eficiente, utilizando os recursos disponíveis para garantir um suprimento confiável de energia elétrica ao menor custo possível.

Para atingir estes objetivos, foram adotados como hipótese dois princípios básicos:

- Estabelecer a *competição nos segmentos de geração e comercialização para consumidores livres*, com o objetivo de estimular o aumento da eficiência e reduzir os preços;
- Estabelecer *monopólios regulados nas atividades de transmissão, distribuição e comercialização para consumidores cativos*. Por questões de economia de escala (transmissão) ou impossibilidade física (duplicação de redes de distribuição), estas atividades não podem ser competitivas.

Entretanto, a coexistência de setores regulados e competitivos tornou necessária a

adoção das seguintes medidas:

- *livre acesso às redes* de transmissão e distribuição, permitindo dessa forma a competição na geração e comercialização. A garantia de livre acesso foi possível pela *desverticalização* das atividades das empresas, ou seja, separação das atividades de geração, transmissão, distribuição e comercialização.
- *Defesa da concorrência*, através de ações que estimulem a eficiência e modicidade dos preços dos segmentos regulados.

O modelo regulatório foi construído dentro de uma perspectiva de *privatização* generalizada da geração, com exceção das nucleares (parcela relativamente pequena do sistema) e Itaipu (totalmente contratada por empresas privadas). A principal motivação para a privatização foi separar entre atividades empresariais e atividades típicas de governo.

Para a implementação efetiva destes princípios foram necessárias elaborações não só de regras comerciais, mas também de toda uma estrutura de regulamentação técnica e econômica, além da criação de agentes específicos para exercerem funções integradoras.

## **A.2 Novas entidades**

A nova estrutura do Setor não só provocou o surgimento de funções que não existiam antes, como modificou profundamente o conteúdo e a forma de várias atividades, por exemplo, a regulamentação. O exercício dessas funções modificadas ou mesmo até então inexistentes tornou necessária a criação de novas entidades. Dentre as mais relevantes no novo setor podemos salientar as seguintes:

### **A.2.1 Agência nacional de energia elétrica – ANEEL**

É o órgão regulador e fiscalizador do Setor Elétrico. Suas atribuições incluem, dentre outras, “promover as licitações destinadas à contratação de concessionárias de serviço público para produção, transmissão e distribuição de energia elétrica e para a outorga de concessão para aproveitamento de potenciais hidráulicos”; “celebrar e gerir os contratos

de concessão ou de permissão de serviços públicos de energia elétrica, de concessão de uso de bem público, expedir as autorizações, bem como fiscalizá-los”; além de “regular as tarifas e estabelecer as condições gerais de contratação do acesso e uso dos sistemas de transmissão e de distribuição de energia elétrica por concessionário, permissionário e autorizado, bem como pelos consumidores livres”. Além disso, cabe a ANEEL definir as regras de participação no Mercado Atacadista de Energia Elétrica - MAE, homologar o Acordo de Mercado e autorizar as atividades do Operador Nacional do Sistema - ONS.

### **A.2.2 Mercado atacadista de energia elétrica – MAE**

É o local onde são realizadas as transações de compra e venda de energia elétrica no Sistema Interligado Brasileiro. O MAE é regido por uma Assembléia Geral, composta por representantes de Produção e Consumo, e por um Comitê Executivo cujos membros com direito a voto são eleitos pela Assembléia Geral. Cabe a ANEEL homologar quaisquer decisões ou alterações das Regras de Mercado que venham a ser aprovadas pela Assembléia Geral.

Empresas varejistas, grandes consumidores e todos os geradores com capacidade instalada igual ou maior que 50 MW, varejistas com faturamento anual igual ou maior a 100 GWh deverão fazer parte compulsoriamente do MAE ou ser nele representados. Grandes consumidores com demanda acima de 10 MW, chamados consumidores livres, poderão participar do MAE, se assim o desejarem.

Os principais objetivos do MAE são: estabelecer um preço que reflita, a qualquer instante, o custo marginal da energia no sistema; estabelecer um preço que possa ser usado para balizar os contratos bilaterais de longo prazo; prover um mercado onde geradores e distribuidores possam comercializar sua energia não contratada; e criar um ambiente multilateral, onde distribuidores possam comprar energia de qualquer produtor e os geradores possam vender a qualquer comprador.

Em 2004 o Mercado Atacadista de Energia passou a chamar-se Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE.

### **A.2.3 Operador nacional do sistema elétrico – ONS**

É uma entidade de direito privado que atua mediante autorização da ANEEL. É integrado pelos detentores de concessão, permissão ou autorização e consumidores livres e tem como membros participantes um representante do Conselho de Consumidores e um representante do Poder Concedente, indicado pelo MME. São atribuídas ao ONS as responsabilidades de coordenar e controlar a operação e o despacho centralizado da geração e transmissão de energia elétrica no sistema interligado, tendo como princípio a dissociação de interesses comerciais, a igualdade de tratamento e a neutralidade no estabelecimento dos parâmetros e na formulação dos despachos e coordenação e controle da operação.

## **Anexo B**

### **O mecanismo de realocação de energia**

#### **B.1 Introdução**

O Mecanismo de Realocação de Energia – MRE – é um mecanismo financeiro que objetiva o compartilhamento dos riscos hidrológicos que afetam os geradores na busca de garantir a otimização dos recursos hidrelétricos do sistema elétrico interligado e a correção de uma distorção econômica na remuneração econômica de geradores hidrelétricos e reservatórios. O objetivo deste anexo é apresentar uma breve descrição do MRE e de seu funcionamento. O detalhamento completo das regras do MRE pode ser encontrado em [[www.ccee.org.br](http://www.ccee.org.br)].

#### **B.2 Motivação**

##### **B.2.1 Riscos hidrológicos de usinas hidrelétricas**

Os contratos bilaterais entre empresas no Setor Elétrico Brasileiro constituem apenas instrumentos financeiros. Isto significa que a produção física das usinas é completamente desvinculada dos contratos firmados por seus proprietários.

No caso de usinas térmicas, os contratos bilaterais permitem gerenciar adequadamente a volatilidade: se o preço *spot* é reduzido, a usina não é despachada e atende seu contrato através da compra de energia no mercado *spot*, evitando assim os custos de produção; se o preço *spot* é elevado, a usina é despachada e atende seu contrato através de geração própria, evitando assim compras onerosas de energia.

No caso de usinas hidrelétricas, entretanto, a contratação não é suficiente para reduzir os riscos a um nível adequado. Devido à predominância da produção hidrelétrica no sistema brasileiro, os preços *spot* são mais elevados em situações de seca, quando as hidrelétricas necessitam comprar energia para cumprir seus contratos. Como

conseqüência, a hidrelétrica contratada corre riscos em ambos os extremos: se estiver pouco contratada, está exposta a preços baixos no *spot*; e se estiver muito contratada, está exposta ao risco de ser obrigada a comprar energia a preços elevados [51]. Este risco é conhecido como *risco hidrológico*. Em particular, no caso de racionamento de energia, as hidrelétricas teriam que pagar o equivalente à diferença entre a energia contratada e produzida multiplicada pelo custo de racionamento.

A situação se agrava devido à variabilidade da produção de cada usina individual, uma vez que a energia produzida por cada hidrelétrica em cada período depende do nível de armazenamento dos demais reservatórios e das condições hidrológicas nas diversas bacias do sistema. Como conseqüência, a produção individual da usina é muito variável em relação ao valor contratado, o que leva a compras e vendas freqüentes das diferenças no *spot* e afeta o fluxo de caixa da mesma, fato que é indesejável para a viabilização de qualquer *project finance*.

### **B.2.2 Eficiência econômica da remuneração *spot***

A implementação do esquema *spot* em sistemas hidrotérmicos não deveria apresentar dificuldades conceituais: uma vez calculado o despacho ótimo do sistema, no balanço de pagamentos no mercado *spot* cada agente receberia/pagaria o produto do preço *spot* e sua produção/consumo, de energia. Uma das justificativas básicas para a implantação de um esquema de pagamento *spot* é a eficiência de seus sinais econômicos. Mostra-se em [52]. que, sob condições de concorrência perfeita, a expansão descentralizada do sistema, onde os agentes tentam maximizar seu lucro, coincide com a expansão centralizada do sistema, onde um agente central, o operador do sistema, procura encontrar a solução de mínimo custo total.

Entretanto, conforme mostrado em [52,53], o mecanismo de remuneração *spot* só fornece sinais econômicos corretos quando as usinas hidrelétricas estão isoladas ou quando todas as usinas de uma mesma cascata pertencem a uma única empresa. Num caso extremo podemos imaginar um sistema composto de um reservatório *puro*, isto é, sem geração associada, a montante de usinas a fio d'água. Este reservatório é obviamente benéfico para o sistema, pois regula a vazão afluente às usinas e, portanto, aumenta sua capacidade de produção firme de energia. Entretanto, dado que o esquema

*spot* remunera somente a energia gerada, o reservatório não seria remunerado, enquanto as usinas a jusante ficariam com toda a receita. Isto indica que há uma distorção na alocação dos benefícios econômicos aos agentes.

É importante observar que esta distorção ocorre mesmo se as usinas com reservatório têm capacidade de turbinamento, isto é, estamos discutindo um efeito geral para as usinas em cascata, não um caso particular para reservatórios sem máquina. A compensação pelo serviço de regularização prestado pelos reservatórios numa cascata é essencial para corrigir os sinais econômicos. Conforme discutido em [52,53], esta distorção pode ser corrigido através da criação de um mercado *spot* de água, que tem com relação à compra a venda deste recurso uma função análoga à do mercado *spot* de energia, e permite remunerar este serviço de maneira a restabelecer a eficiência econômica.

### **B.3 Mecanismo de realocação de energia - MRE**

O MRE apresenta uma proposta de solução para os dois tópicos anteriores. O MRE é um mecanismo de *hedge* compulsório entre as usinas hidrelétricas que compõe o sistema. Nesse contexto, cada usina hidrelétrica recebe a cada período um crédito de energia (MWh) proporcional à produção hidrelétrica total (soma da produção de todas as usinas hidrelétricas) nessa mesma etapa. O fator de proporção é dado pela razão entre o certificado de energia assegurada da hidrelétrica e a soma dos certificados de todas as usinas participantes do MRE. Este crédito de energia, e não a energia produzida fisicamente pela mesma, é então utilizado para atender o contrato da usina.

Como a produção total de energia hidrelétrica, e portanto o crédito de energia, é muito mais constante que a produção individual das usinas hidrelétricas, conclui-se que o MRE é um esquema eficiente de redução da volatilidade e risco hidrológico<sup>27</sup>.

Por outro lado, conforme mostrado em [52], o MRE procura corrigir a distorção

---

<sup>27</sup> Entretanto, conforme discutido em [52], o MRE não mitiga o risco hidrológico global: se a produção total de energia das UHES for inferior à soma de seus certificados de energias asseguradas, os créditos do MRE distribuídos às UHES serão inferiores às seus certificados energias asseguradas.

econômica da remuneração *spot* das hidrelétricas através de uma representação implícita do mercado *spot* de água. A razão é que este esquema de compensação se baseia na observação de que se todas as usinas numa cascata pertencem ao mesmo agente, a receita *spot* total da cascata, ou seja, soma dos pagamentos *spot* a todas as usinas da cascata, está correta. Portanto, pode-se interpretar o MRE como uma empresa fictícia chamada *Brasil S/A* cujos *acionistas* são as usinas da cascata. As *ações* da *empresa* *Brasil S/A* são os Certificados de Energia Assegurada – CEA – e tudo funciona como se a *empresa* *Brasil S/A* recebesse o pagamento *spot* total e o distribuísse entre seus *acionistas* como *lucros*, em proporção às *ações* que cada um possui, e não à produção individual. Com isto, um reservatório puro, por exemplo, é remunerado com base nos seus Certificados de Energia Assegurada e não com base na sua produção individual, que é nula.

Portanto, conclui-se que o MRE atinge os dois objetivos a que se propõe. Finalmente, o valor do CEA de cada usina, ou seja, a quantidade de MW, é determinada pela ANEEL e pode ser revisto a cada 5 anos. Em cada revisão, o mesmo não pode ser alterado em mais (menos) de 5% e o limite para sua alteração total ao longo de toda a concessão do empreendimento é 10%.

#### **B.4 Vantagens do MRE**

O MRE apresenta vários aspectos atraentes:

1. Desvincula a produção física da usina de seu crédito de geração. Isto permite que o Operador do Sistema despache os recursos hidrelétricos do sistema de maneira ótima global (por exemplo, mantendo um grande reservatório cheio por vários meses, com geração reduzida, para aumentar a segurança futura do sistema) sem afetar o fluxo de caixa do proprietário.
2. O crédito de geração de cada usina, por ser proporcional à geração hidrelétrica total na cascata, apresenta menos variabilidade que a geração individual da mesma. Em outras palavras, há menos risco do crédito de geração ser inferior ao contrato, o que evita a compra de energia no *spot*.

3. Os investidores em usinas hidrelétricas na realidade não estão comprando ativos físicos, mas *cotas* de uma *empresa* fictícia. Isto torna possível vender as usinas hidrelétricas como simples *papéis* financeiros, isto é, não é necessário dividir as empresas por bacia, etc. para sua venda.

Uma possível desvantagem do MRE seria a falta de incentivo que o proprietário teria para operar e manter em boas condições sua usina. Prevê-se no marco regulatório a aplicação de multas por não manter um nível adequado de disponibilidade dos equipamentos, que seriam inspecionados periodicamente.

Em resumo:

- O MRE é um mecanismo cujos objetivos principais são (i) reduzir o risco hidrológico individual e (ii) restaurar a eficiência econômica dos sinais *spot* do mercado *spot* de energia para usinas em cascata, de maneira análoga à do mercado *spot* de água;
- As *ações* de cada usina hidrelétrica na *empresa* MRE são os certificados de energia assegurada, que portanto influenciam diretamente a rentabilidade da mesma. Isto ilustra a importância do seu cálculo e de sua correta alocação entre os agentes evitando transferências incorreta de receitas entre agentes.

## Anexo C

### Dados do estudo de caso para a metodologia de oferta de preços

#### C.1 Descrição do estudo de caso do sistema elétrico colombiano

Os dados e parâmetros utilizados no estudo de caso para a aplicação da metodologia de oferta de preços apresentada no Capítulo III, correspondem à configuração do sistema elétrico colombiano de 2004. A oferta é composta por 113 geradores, dos quais 59 são hidrelétricas e 54 são térmicas. A demanda média é aproximadamente 6,000 MW.

Embora os geradores hidrelétricos do sistema colombiano pertençam a um grande número de empresas, considerou-se neste trabalho que todas as usinas pertencem a três agentes estratégicos. Portanto algumas empresas foram agregadas. Por conveniência, o nome da empresa resultante (agente estratégico) é formado pelos nomes das empresas que foram agregadas.

Agente	Potência instalada (MW)
EMGESA	1750
EEPPM/ISAGEN	4475
CHIVOR/CHEC/BETANIA	3011

Como ilustrado nas figuras (C-1, C-2, C-3), cada um destes agentes fictícios é proprietário de usinas hidrelétricas localizadas na mesma cascata. Com a agregação das empresas, evitou-se casos onde usinas pertencentes a empresas distintas estão localizadas na mesma cascata.

#### C.2 Dados gerais

Sistema: Colômbia

Início do estudo: Jan/2005

Número de etapas do horizonte de estudo: 48 meses (4 anos)

Número de etapas adicionais além do horizonte de estudo: 12 meses (1 ano)

Patamares de demanda: 1 (demanda representada por energia média mensal)

Taxa de desconto: 12% ao ano

Custo de déficit: \$300 / MWh

Número de séries hidrológicas para simulação: 30

Número de séries hidrológicas geradas por um modelo auto-regressivo, condicionadas às vazões anteriores na construção da FCF: 15.

Tolerância de convergência:

despacho de mínimo custo: 5 iterações do SDDP

despacho por ofertas:  $\xi = 0.5\%$  da menor demanda energética do estudo;

### C.3 Tabelas

Ano	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
2005	4007	3773	4138	3985	4139	3953	4120	4164	4083	4200	4076	4197
2006	4154	3911	4290	4131	4290	4098	4271	4317	4232	4354	4225	4351
2007	4305	4054	4446	4281	4447	4247	4427	4474	4386	4512	4379	4509
2008	4440	4332	4571	4415	4602	4404	4579	4643	4552	4686	4561	4701

**Tabela C–1. Demanda mensal (GWh)**

Ano	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
2005	2148	1799	2255	3178	4430	4800	4682	4108	3612	3983	3647	2866
2006	2100	1755	2063	3072	4359	4470	4290	3796	3587	3930	3639	2819
2007	2086	1807	2162	3103	4308	4399	4647	4064	3587	4103	3896	2932
2008	2026	1692	2095	2945	4418	4273	4424	4063	3430	3942	3553	2744

**Tabela C–2. Energia afluyente média mensal (GWh)**

Nome da Usina	Capacidade instalada (MW)	Custo variável (\$/MWh)	Nome da Usina	Capacidade instalada (MW)	Custo variável (\$/MWh)
COG_INGRIOPA	0.98	11.49	PAIPA 2	60.36	26.60
MENTEQUEN	12.61	11.49	PAIPA 1	24.70	28.02
TPIEDRAS	1.05	11.49	TERMO YOPAL2	24.00	29.72
MENSANANT	12.35	11.49	TEBSAB	697.05	29.77

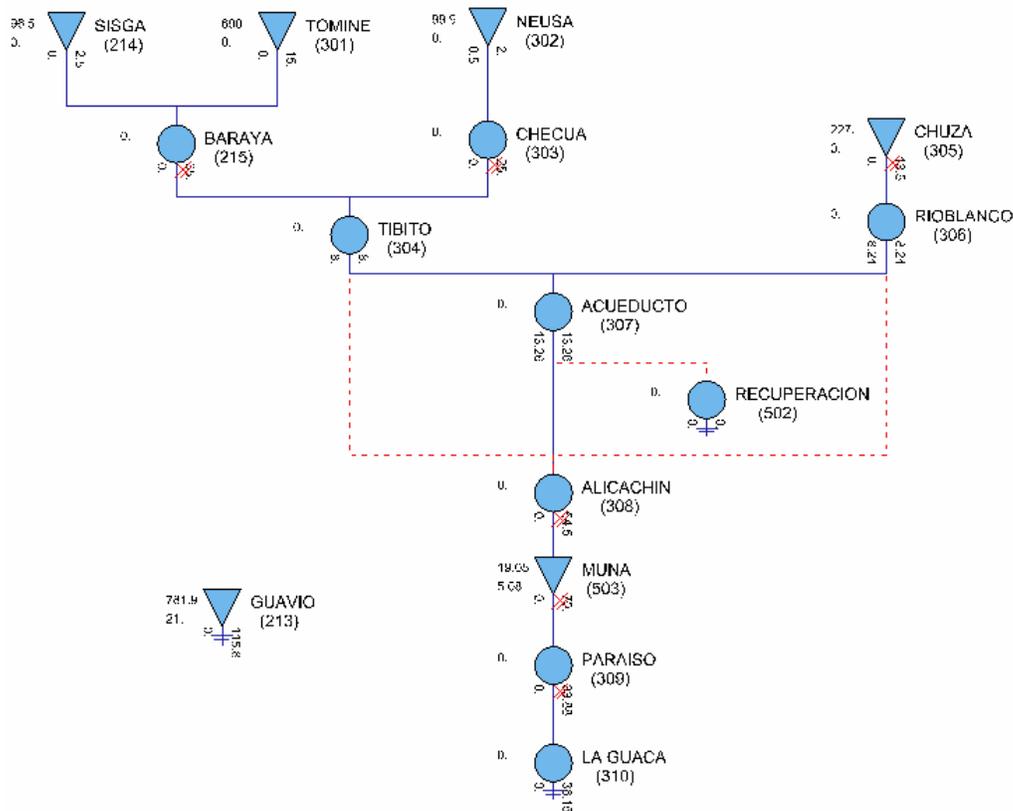
Nome da Usina	Capacidade instalada (MW)	Custo variável (\$/MWh)	Nome da Usina	Capacidade instalada (MW)	Custo variável (\$/MWh)
MEN EMG-CUND	5.15	11.49	FLORES 1	140.88	30.19
MEN QQR-CHEC	14.43	11.49	PROELECTRIC2	31.57	32.37
MENTINTA	12.61	11.49	PROELECTRIC1	31.57	32.37
COG_CASTILLA	0.65	11.49	TERMOSIERRA	274.90	32.66
MEN TUL-EP SA	3.63	11.49	GUAJIRA 1	86.69	34.38
MEN EADE-GEN	31.33	11.49	TERMOCENTRO	244.42	34.47
MEN NORDESTE	4.33	11.49	BARRANQUILL3	52.73	34.83
MEN CAUCA	11.42	11.49	FLORES 3	143.35	34.88
MEN TOLIMA	5.76	11.49	GUAJIRA 2	120.00	35.03
MEN ANTIOQUI	31.31	11.49	BARRANQUILL4	59.67	35.23
COG_PROENCA	1.24	11.49	CANDELARIA1	140.75	35.53
MENCHARQUITO	12.35	11.49	CANDELARIA2	84.39	35.68
MENLIMONAR	11.70	11.49	CARTAGENA 3	49.41	35.74
MEN EPM JEPI	10.73	11.49	FLORES 2	87.86	35.86
COG_INCAUCA	9.00	11.49	CARTAGENA 1	40.76	36.17
COG_RISARALD	3.90	11.49	MERIELECTRICA	136.00	38.25
OCOAF0	12.94	22.16	TERMOVALLE 2	189.78	40.65
ZIPAEMG5	63.94	24.50	CARTAGENA 2	24.83	41.82
TASAJERO 1	138.01	24.60	EMCALI	217.65	41.94
ZIPAEMG3	61.52	24.93	TERMODORADA1	45.58	42.84
PAIPA 4	132.36	25.32	BARRANCA 3	0.03	53.79
ZIPAEMG4	62.79	25.35	PALENQUE 3	12.00	59.21
ZIPAEMG2	30.78	25.50	Déficit	∞	300.00
PAIPA 3	60.17	26.46			

Tabela C-3. Usinas térmicas

Usina	Potência instalada (MW)	Coefficiente de produção (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turbinamento máximo (m <sup>3</sup> /s)	Vol. Armaz mínimo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. Armaz máximo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. inicial (p.u.)
GUAVIO	1150	10.0	116	21	782	1.00
SISGA			3		97	0.93
BARAYA			35			
TOMINE			15		690	0.68
NEUSA			2		100	0.68
CHECUA			25			
TIBITO			8			
CHUZA			14		227	0.88
RIOBLANCO			8			

Usina	Potência instalada (MW)	Coefficiente de produção (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turbinamento máximo (m <sup>3</sup> /s)	Vol. Armaz mínimo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. Armaz máximo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. inicial (p.u.)
ACUEDUCTO			13			
ALICACHIN			65			
PARAISO	276	8.6	34			
LA GUACA	324	9.5	36			
RECUPERACION						
MUNA			70	5	19	0.78

**Tabela C-4. Usinas hidrelétricas do agente EMGESA**



**Figura C-1. Topologia das usinas do agente EMGESA**

Usina	Potência instalada (MW)	Coefficiente de produção (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turbinamento máximo (m <sup>3</sup> /s)	Vol. Armaz mínimo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. Armaz máximo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. inicial (p.u.)
GUATAPE	560	7.7	73	70	1070	0.92
JAGUAS	170	2.4	72	18	180	0.63
PLAYAS	201	1.7	118	18	68	0.81
SAN CARLOS	1240	5.2	240	6	61	0.10
CALDERAS			15			

Usina	Potência instalada (MW)	Coefficiente de produção (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turbinamento máximo (m <sup>3</sup> /s)	Vol. Armaz mínimo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. Armaz máximo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. inicial (p.u.)
NECHI			6			1.00
PAJARITO			10			1.00
DOLORES			16			1.00
MIRAFLORES			24	6	101	0.85
TENCHE			24			
TRONERAS	40	0.7	61	10	31	0.55
GUADALUPE 3	270	4.7	58			
GUADALUPE 4	202	4.0	56			
LA TASAJERA	306	8.1	38	48	187	0.89
TAFETANES			6			
QUEBRADONA			10			
RIOGRANDE 1	25	2.4	11			
NIQUIA			2			
GUARINO						
MANSO						
MIEL I	396	1.8	217	48	473	0.04
PORCE II	405	2.1	194	53	149	0.73
PORCE III	660	2.8	235	44	155	1.00

Tabela C-5. Usinas hidrelétricas do agente EPPM/ISAGEN

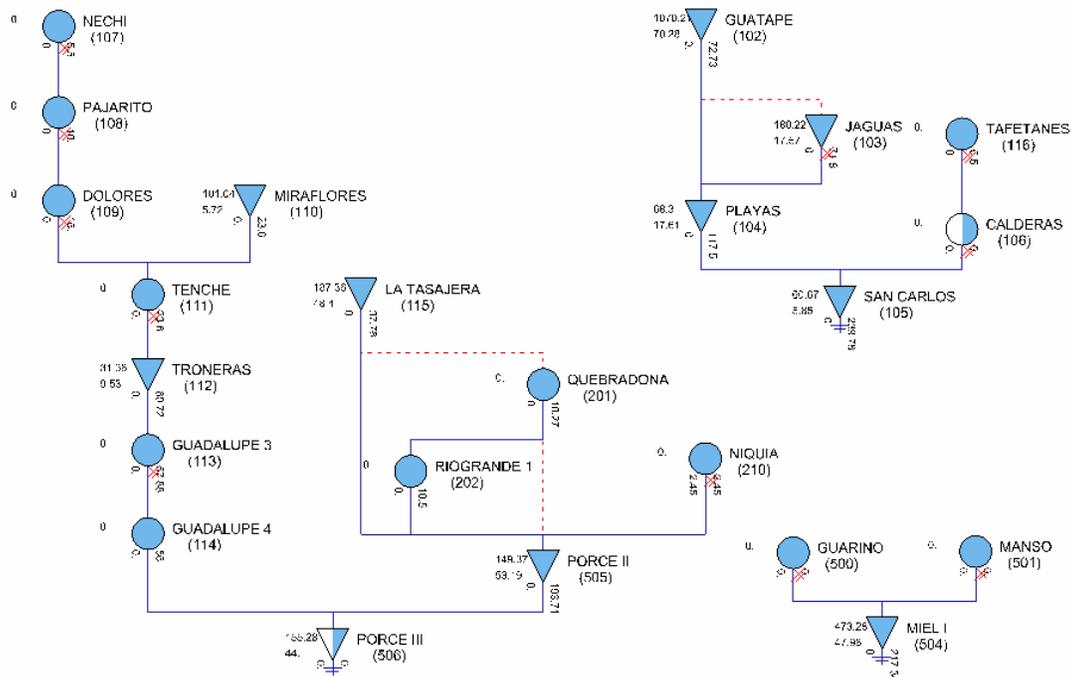
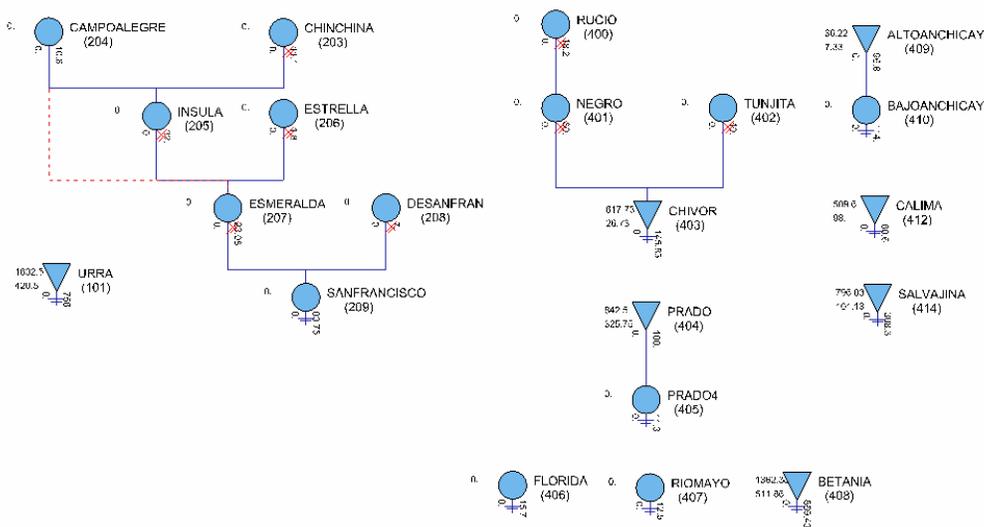


Figura C-2. Topologia das usinas do agente EPPM/ISAGEN

Usina	Potência instalada (MW)	Coefficiente de produção (MW/m <sup>3</sup> /s)	Turbinamento máximo (m <sup>3</sup> /s)	Vol. Armaz mínimo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. Armaz máximo (Hm <sup>3</sup> )	Vol. inicial (p.u.)
URRA	334	0.5	756	421	1633	0.64
CHINCHINA			11			
CAMPOALEGRE			11			
INSULA	19	0.9	32			
ESTRELLA			2			
ESMERALDA	30	1.3	23			
DESANFRAN			7			
SANFRANCISCO	135	1.6	84			
RUCIO			18			1.00
NEGRO			80			1.00
TUNJITA			40			1.00
CHIVOR	1000	6.9	146	27	618	0.94
PRADO	45	0.5	100	326	843	0.49
PRADO4	5	0.5	11			
FLORIDA	26	0.8	16			
RIOMAYO	21	1.7	13			
BETANIA	540	0.6	869	512	1362	0.88
ALTOANCHICAY	365	3.8	97	7	36	0.14
BAJOANCHICAY	74	0.7	114			
CALIMA	132	1.9	69	98	510	0.48
SALVAJINA	285	0.9	308	101	797	0.34

**Tabela C-6. Usinas hidrelétricas do agente CHIVOR/CHEC/BETANIA**



**Figura C-3. Topologia das usinas do agente CHIVOR/CHEC/BETANIA**

## Anexo D

### Implementação do despacho e formação de preços no sistema elétrico brasileiro

#### D.1 Introdução

O despacho e formação de preços baseado em ofertas, proposto para o setor elétrico Brasileiro, procuram conciliar dois objetivos fundamentais:

1. Ter um processo de despacho e formação de preços que seja consistente e que permita que os agentes assumam responsabilidades e gerenciem seus próprios riscos, o que é essencial para a existência de um mercado;
2. Continuar assegurando a otimização operativa das usinas hidrelétricas em cascata e a integração inter-bacias.

O despacho e a formação de preços serão realizados nas seguintes etapas.

Etapa	Atividade	Estágio
1	Oferta de Preços	$\{t-1$
2	Despacho Físico	$\{t$
3	Despacho Comercial	$\{t+1$
4	Despacho comercial com aversão a risco	
5	Contabilização e Liquidação	

**Tabela D-1. Etapas do despacho e formação de preços**

#### D.2 Oferta de preços

Todos os agentes hidrelétricos informam os preços pelos quais estão dispostos a vender sua energia armazenada. Deve ser ofertada, obrigatoriamente, toda a energia

armazenada que o agente disponha em cada submercado no momento da oferta. Para cada submercado, a oferta em si consistirá em NH pares [Quantidade; Preço], válidos para todo o estágio. O último preço (mais alto) será considerado válido não só para a última parcela de energia armazenada, como também para toda a energia afluyente armazenável que venha a ser atribuída ao agente durante o próximo estágio no submercado em questão, de modo que a oferta se aplique a toda a energia hidrelétrica disponível para o agente. Para que isto possa ser realizado, o agente deverá também realizar uma única oferta em cada submercado no qual não disponha de energia armazenada.

A energia afluyente não-armazenável é ofertada implicitamente à Tarifa de Energia de Otimização – TEO, estabelecida pela ANEEL e destinada à cobertura dos custos incrementais incorridos na operação e manutenção das usinas hidrelétricas e pelo pagamento da compensação financeira pelo uso dos recursos hídricos. No mesmo processo, cada agente termoelétrico informa NT pares [Quantidade; Preço] para cada período de comercialização do próximo estágio. A quantidade total ofertada em cada período de comercialização está limitada pela potência máxima de geração da usina, porém as ofertas das usinas térmicas serão limitadas *ex-post* no despacho comercial pela potência disponível nas usinas correspondentes.

Outros agentes, tais como importadores e exportadores de energia, também podem realizar suas ofertas de compra e venda de energia.

Finalmente, cabe observar que uma parte da energia armazenada pode pertencer a agentes que não são produtores hidrelétricos. Estes agentes deverão ofertar sua energia armazenada da mesma forma que o fazem os agentes hidrelétricos.

Após todos os agentes participantes (geradores e demandantes) realizarem suas ofertas, o MAE deverá determinar, por submercado, os geradores que tiveram suas ofertas aceitas (geradores comercialmente despachos), os montantes de energia de todos os geradores hidrelétricos despachados e deverá calcular também os preços *spot* e a demandas contratadas. Estas informações deverão ser resultados do seguinte problema de programação linear:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{n=1}^{NH_k} PHO_{nk} * GH_{nk} + \sum_{n=1}^{NT_k} PTO_{nk} * GT_{nk} - \sum_{n=1}^{NC_k} PDO_{nk} * D_k \right\} \quad (\text{D.1.1})$$

sujeito a:

$$\sum_{n=1}^{NH_k} GH_{nk} + \sum_{n=1}^{NT_k} GT_{nk} - \sum_{n=1}^{NC_k} D_n + \sum_{l \in \Omega_k} f_{lk} - \sum_{l \in \Omega_k} f_{kl} = 0 \quad (\text{D.1.2})$$

$$GH_{nk} \leq QHO_{nk} \quad (\text{D.1.3})$$

$$GT_{nk} \leq QTO_{nk} \quad (\text{D.1.4})$$

$$D_{nk} \leq QDO_{nk} \quad (\text{D.1.5})$$

$$f_{lk} \leq \bar{F}_{lk} \quad (\text{D.1.6})$$

para  $k = 1, \dots, K$

$PHO_{nk}$	$n$ -ésimo preço da energia hidrelétrica ofertada no submercado $k$	R\$/MWh
$QHO_{nk}$	$n$ -ésima quantidade de energia hidrelétrica ofertada a preço $PHO_{nk}$	MWh
$GH_{nk}$	$n$ -ésima quantidade de energia hidrelétrica gerada no submercado $k$	MWh
$PTO_{nk}$	$n$ -ésimo preço da energia térmica ofertada no submercado $k$	R\$/MWh
$QTO_{nk}$	$n$ -ésima quantidade de energia térmica ofertada a preço $PTO_{nk}$	MWh
$GT_{nk}$	$n$ -ésima quantidade de energia hidrelétrica gerada no submercado $k$	MWh
$PDO_{nk}$	$n$ -ésimo preço da energia ofertada pela demanda no submercado $k$	R\$/MWh
$QDO_{nk}$	$n$ -ésima quantidade de energia ofertada pela demanda a preço $PDO_{nk}$	MWh
$D_{nk}$	$n$ -ésima quantidade de energia demandada no submercado $k$	MWh
$\bar{F}_{lk}$	Capacidade de intercâmbio entre os subsistemas $l$ e $k$	MWh
$f_{lk}$	Intercambio de energia entre os submercados $l$ e $k$	MWh
$k$	Indexa submercado, $K$ é o número de submercados	

Submercado único

### D.3 Despacho físico

Em termos da formação de preços, esta etapa consiste essencialmente em dois passos: a construção das FCF, efetuada pelo MAE, a partir das ofertas realizadas pelos agentes, e no despacho propriamente dito, executado pelo ONS.

#### D.3.1 Construção das funções de custo futuro - FCF

Neste passo, o MAE constrói a FCF para o final do estágio corrente em cada submercado. A construção destas funções consiste na colocação, em ordem decrescente, das ofertas de preços realizadas pelos agentes para sua energia armazenada no submercado em questão.

Em seguida, a função de *Valor Marginal da Água* – VMA – relativa a um submercado é construída da seguinte forma:

1. Para  $0 \leq EAR \leq QHO_{1k}$ ,  $VMA_k(EAR) = PHO_{1k}$ ;

2. Para  $NH \geq 2$  e  $\sum_{n=1}^{NH-1} QHO_{nk} \leq EAR \leq \sum_{n=1}^{NH} QHO_{nk}$ ,  $VMA_k(EAR) = PHO_{nk}$ ;

onde:

$PHO_{nk}$	$n$ -ésimo preço de oferta ordenado em ordem decrescente no submercado $k$	R\$/MWh
$QHO_{nk}$	Quantidade de energia correspondente à oferta que originou $PHO_{nk}$	MWh
$EAR$	Energia armazenada	MWh
$VMA_k(\cdot)$	Valor Marginal da Água no submercado $k$	R\$/MWh
$k$	Submercado	

A FCF relativa a cada submercado  $FCF_k(EAR)$  é obtida pela integração dos valores marginais da água calculados acima, a partir de  $EAR = 0$ .

O resultado é, para cada submercado, uma função Preço x Energia Armazenada, que será considerada como sendo a FCF do submercado correspondente, independentemente

de afluições recentes. Estas afluições recentes não necessitam ser consideradas nestas funções porque as variáveis relativas à tendência hidrológica já terão sido devidamente levadas em conta pelos diversos agentes na formulação de suas ofertas de preços.

### **D.3.2 Despacho propriamente dito**

As decisões de despacho têm por base a resolução de um problema de otimização que leva devidamente em conta:

- Restrições de transmissão
- Balanço hidráulico e restrições operativas nas várias cascatas
- Afluições projetadas
- Demanda prevista
- Disponibilidade prevista das unidades
- Metas de geração hidrelétrica total em cada submercado
- Custos de oportunidade dos agentes
- E todas as demais características do sistema que possam ser representadas e modeladas.

O problema de otimização será feito para um único estágio, ao invés de vários estágios, como é realizada atualmente. O objetivo da utilização de vários estágios, como é feito hoje, é obter a FCF que é utilizada como base para as decisões de despacho do primeiro estágio. Por outro lado, a otimização com base em ofertas de preços não necessita dos estágios posteriores ao primeiro, sendo a FCF utilizada ao final deste estágio único exatamente àquela construída pelo MAE a partir das ofertas dos agentes, as funções  $FCF_k(EAR)$ , obtidas conforme especificado no tópico precedente, e informada pelo MAE ao ONS.

## **D.4 Despacho comercial**

O despacho comercial consiste essencialmente em uma repetição do processo de cálculo do despacho físico. Porém, existem algumas diferenças importantes nas informações que os modelos utilizam no cálculo do despacho e formação de preços:

<b>Despacho físico</b>	<b>Despacho comercial</b>
Representação de todo o sistema elétrico	Representação apenas das restrições de fluxo de energia entre submercados
Utilização da curva de aversão a risco	Sem curva de aversão a risco
Afluências projetadas	Afluências efetivas
Mercado previsto	Mercado efetivo
Disponibilidades previstas das unidades	Disponibilidade efetiva

**Tabela D-2. Diferenças entre despacho físico e despacho comercial**

Ou seja: o despacho comercial é o que teria sido o despacho físico se não tivessem sido levadas em conta as curvas de aversão a risco, se as únicas restrições de fluxo de energia fossem as restrições entre submercados (i.e, como se a energia pudesse fluir livremente dentro de cada submercado), e se conhecesse exatamente as afluências, demandas, equipamentos efetivamente disponíveis, etc. que permitissem calcular o despacho físico.

Portanto, o despacho comercial também é um despacho de um estágio, utilizando as FCF, calculadas com base nas ofertas de preços realizadas pelos agentes *antes* da etapa em questão.

## **D.5 Despacho comercial com aversão a risco**

O despacho comercial com aversão a risco é análogo ao despacho comercial sem aversão a risco, porém levando em consideração as curvas de aversão ao risco. Isto significa que se nenhuma curva de aversão a risco tiver sido violada no despacho comercial sem aversão a risco, então o resultado do despacho comercial com aversão a risco será idêntico ao despacho comercial sem aversão a risco.

Dessa forma, o despacho comercial com aversão a risco também é um despacho de um estágio, utilizando as FCF calculadas com base nas ofertas de preços realizadas pelos agentes *antes* da etapa em questão e modificadas pela introdução das restrições de aversão a risco.

## **D.6 Contabilização e liquidação**

Esta etapa é realizada pelo MAE e executada nos seguintes passos.

1. Repartição da energia afluyente
2. Alocação da produção hidrelétrica
3. Cálculo dos saldos de energia armazenada
4. Contabilização e liquidação

### **D.6.1 Repartição da energia afluyente**

Este passo consiste na repartição de toda a energia afluyente ao sistema no estágio entre os vários produtores hidrelétricos. Esta repartição é feita proporcionalmente às Energias Asseguradas dos agentes. Para cada agente são repartidas tanto as energias afluentes armazenável como a energia afluyente não-armazenável. A alocação entre submercados é realizada conforme especificado nas regras atuais do MRE.

### **D.6.2 Alocação da produção hidrelétrica**

A produção hidrelétrica efetiva medida no despacho físico do sistema e a produção hidrelétrica contábil obtidos no despacho comercial, e a produção hidrelétrica contábil considerando a curva de aversão a risco obtidos no despacho comercial com aversão a risco, são alocados entre os agentes, resultando em produção hidrelétrica efetiva alocada a cada agente hidráulico em cada submercado no período de comercialização e a produção hidrelétrica contábil considerando a curva de aversão a risco alocada a cada agente hidráulico em cada submercado no período de comercialização. Apenas a produção contábil formará a base para a contabilização do MAE. Enquanto que os valores comparados da produção física com os da produção contábil considerando a curva de aversão a risco servirão para calcular os *encargos de serviços do sistema*<sup>28</sup>.

A alocação em si é feita com base no princípio de que a produção em cada período deve ser alocada aos agentes cujas ofertas tinham preço menor ou igual ao preço do

---

<sup>28</sup> Valor em R\$/MWh a ser aplicado ao consumo total num submercado, refletindo os custos que devem ser pagos pela prestação de serviços considerados do sistema.

MAE no período em questão, proporcionalmente aos montantes de energia ofertados.

### **D.6.3 Cálculo dos saldos de energia armazenada**

Esta etapa consiste no cálculo do saldo de energia armazenada de cada agente no início do próximo estágio. Ela é executada em quatro passos:

1. Cálculo do saldo sem restrição de capacidade de armazenamento, no qual a *conta corrente* de cada agente recebe um *crédito* igual à energia afluyente armazenável a ele atribuída, e um *débito* igual à energia gerada atribuída ao desestoque do agente
2. Correção dos saldos para considerar curvas de aversão a risco. Neste passo surgem montantes de energia armazenada como *pertencentes ao sistema*. Trata-se, dos montantes correspondentes à redução de produção hidráulica devido ao acionamento da curva de aversão a risco. Estes montantes devem ser leiloados a quaisquer agentes que desejem adquiri-los a um preço compatível com a última unidade acionada devido à curva de aversão a risco
3. Correção dos saldos para considerar restrições de capacidade de armazenamento. Corrige-se o saldo obtido no passo precedente de forma a levar em conta o eventual esgotamento da capacidade dos reservatórios. O resultado desta etapa é a energia armazenada no final do estágio
4. Correção dos saldos para levar em conta eventuais alterações na configuração hidráulica (por exemplo: entrada em operação de uma nova usina a fio d'água a jusante de um reservatório existente). O resultado desta correção é o saldo no início do próximo estágio.

### **D.6.4 Contabilização e liquidação do MAE**

Uma vez concluídos os passos precedentes, a próxima etapa, executada pelo MAE, é realizar a contabilização e liquidação propriamente ditas. Nesta etapa são calculados os pagamentos a serem efetuados no MAE, inclusive as parcelas de Encargos de Serviços do Sistema.

Os pagamentos são calculados em quatro passos:

Pagamentos do mercado de curto prazo, calculados a partir dos valores obtidos no Despacho Comercial (montantes hidráulicos e térmicos e montantes de consumo correspondentes, subtraídos dos respectivos contratos e valorados aos respectivos preços do MAE)

1. Rateio do Excedente Financeiro. O Excedente Financeiro é o saldo (R\$) obtido na etapa precedente. O rateio deve ser realizado de acordo com as regras que estiverem em vigor para tal
2. Cálculo do Encargo de Serviços do Sistema, o qual, para cada agente hidrelétrico, corresponde a diferença – positiva ou negativa – entre sua produção no despacho físico e sua produção no despacho comercial multiplicada pelo preço de sua última oferta que tenha sido despachada no despacho físico. No caso de agentes térmicos, o encargo devido a cada um vale a diferença – positiva ou negativa – entre sua produção no despacho físico e sua produção no despacho comercial multiplicada pelo preço de sua última oferta que tenha sido despachada no despacho físico
3. Desconto, do Encargo de Serviços do Sistema devido pelos consumidores, do resultado obtido pela venda de saldos de energia armazenada em mãos do sistema.

## Anexo E

### Formulação do problema de despacho e formação de preços no sistema elétrico brasileiro

#### E.1 Definições

A seguinte nomenclatura foi adotada no desenvolvimento das fórmulas e expressões algébricas utilizadas na formulação do problema de despacho por ofertas do capítulo V.

##### E.1.1 Índices

Os símbolos abaixo têm os seguintes significados:

$i, m$	Agente
$k, l$	Submercado
$t$	Estágio
$s$	Série hidrológica
$h$	Usina hidráulica
$j$	Usina térmica

##### E.1.2 Conjuntos

Os seguintes conjuntos são usados nas expressões algébricas para denotar domínios nas operações de somatório:

$H_k$	Conjunto de todas as usinas hidráulicas $h$ , localizadas no submercado $k$
$H_{ik}$	Conjunto das usinas hidráulicas $h$ , localizadas no submercado $k$ , para as quais o agente $i$ detém alguma participação
$J_{ik}$	Conjunto das usinas termelétricas $j$ , localizadas no submercado $k$ , para as quais o agente $i$ detém alguma participação

### E.1.3 Suffixos

Por razões de clareza, sempre que conveniente, os seguintes sufixos são usados nas expressões algébricas para denotar o nível de agregação ou a natureza de uma grandeza:

$x_H$	Valor da grandeza $x$ da usina hidráulica
$x_A$	Valor da grandeza $x$ do agente
$x_S$	Valor da grandeza $x$ do submercado
$x_T$	Valor da grandeza $x$ do sistema
$x_O$	Valor ofertado da variável $x$
$x_D$	Valor alocado da variável $x$

## E.2 Provisão de dados

Apresentam-se, a seguir, os dados e parâmetros de entrada no modelo.

### E.2.1 Agente

Os seguintes dados deverão ser fornecidos para cada agente  $i$ :

$FH_{ih}$	Participação (p.u. – por unidade) do agente $i$ , na usina hidráulica $h$
$FT_{ij}$	Participação (p.u.) do agente $i$ , na usina térmica $j$
$FD_{ik}$	Participação média (p.u.) do agente $i$ , na carga do submercado $k$ . Aproxima a carga própria do agente $i$ , no submercado $k$ , em todo estágio $t$
$CB_{imkt}$	Montante (GWh) do contrato de venda de energia do agente vendedor $i$ para o agente comprador $m$ , no submercado $k$ , no estágio $t$
$VB_{imkt}$	Valor (R\$/MWh) do contrato $CB_{imkt}$

### E.2.2 Usina

Além dos dados cadastrais, como por exemplo: tipo e submercado, os seguintes dados dinâmicos deverão ser fornecidos para cada ativo usina:

$EA_{H_{ht}}$	Certificado de energia assegurada (Gwh) da usina hidráulica $h$ , no estágio $t$
$PD_{jt}$	Potência (MW) disponível da usina térmica $j$ , passível de ser ofertada no estágio $t$
$C_{jt}$	Custo (R\$/MWh) de geração da térmica $j$ , no estágio $t$
$GTMN_{jt}$	Geração (Gwh) mínima da térmica $j$ , no estágio $t$

### E.2.3 Submercado

Além dos dados cadastrais, os seguintes dados dinâmicos deverão ser fornecidos para cada submercado  $k$ :

$EARM_{S_k}$	Energia armazenada inicial (Gwh) do submercado $k$
$EARMX_{S_{kt}}$	Energia armazenada máxima (Gwh) do submercado $k$ , no estágio $t$
$D_{S_{kt}}$	Carga (Gwh) do submercado $k$ , no estágio $t$
$EAF_{S_{kts}}$	Energia (Gwh) afluyente líquida ao submercado $k$ , no estágio $t$ , na série $s$ , descontadas as perdas por evaporação, irrigação e perdas por enchimento de volume morto
$FMX_{klt}$	Capacidade de intercâmbio (Gwh) do submercado $k$ para o submercado $l$ , no estágio $t$
$PVE_{kt}$	Preço médio de venda da energia ao consumidor final (R\$/MWh), no submercado $k$ , no estágio $t$ , usado apenas para efeito de cálculo do balanço financeiro
$\Omega_{kt}$	Conjunto de submercados conectados ao submercado $k$ , no estágio $t$

### E.2.4 Parâmetros

As seguintes informações adicionais devem ser fornecidas:

$CDEF$	Custo de déficit (R\$/MWh) do sistema
--------	---------------------------------------

<i>DUR</i>	Duração média (Horas) de um estágio (730 horas). Usado na conversão de valores de potência (MW) em energia (MWh)
<i>TCV</i>	Tarifa de custo variável (R\$/MWh) referente à operação das usinas hidráulicas
<i>TXD</i>	Taxa de desconto (p.u.), por estágio, utilizada nas avaliações de valor presente
<i>VNOR</i>	Valor normativo

### E.3 Agregação de dados

A seguir, descreve-se os diversos tipos de agregações de dados utilizados do modelo.

#### E.3.1 Energia assegurada do agente num submercado ( $EA_{A_{ikt}}$ )

Para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , a energia assegurada do agente num submercado ( $EA_{A_{ikt}}$ ), em GWh, é dada por:

$$EA_{A_{ikt}} = \sum_{h \in H_{ik}} [FH_{ih} * EA_{H_{ht}}]$$

#### E.3.2 Energia assegurada do submercado ( $EA_{S_{kt}}$ )

Para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , a energia assegurada do submercado ( $EA_{S_{kt}}$ ), em GWh, é dada por:

$$EA_{S_{kt}} = \sum_i EA_{A_{ikt}}$$

#### E.3.3 Energia assegurada do sistema ( $EA_{T_t}$ )

Para todo estágio  $t$ , a energia assegurada do sistema ( $EA_{T_t}$ ), em GWh, é dada por:

$$EA_{T_t} = \sum_k EA_{S_{kt}}$$

#### E.3.4 Energia afluenta ao sistema ( $EAF_{T_t}$ )

Para todo estágio  $t$ , para toda série hidrológica  $s$ , a energia afluyente ao sistema ( $EAF_{Ts}$ ), em GWh, é dada por:

$$EAF_{Ts} = \sum_k EAF_{S_{kts}}$$

### **E.3.5 Participação do agente na energia assegurada do submercado ( $FEA_{ikt}$ )**

Para todo agente  $i$ , para todo o submercado  $k$ , e para todo o estágio  $t$ , a participação na energia assegurada do submercado ( $FEA_{ikt}$ ), em p.u., será dada por:

$$FEA_{ikt} = \frac{EA_{A_{ikt}}}{EA_{S_{kt}}}$$

### **E.3.6 Carga do agente no submercado ( $D_{A_{ikt}}$ )**

Para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , para todo o estágio  $t$ , a carga do agente no submercado ( $D_{A_{ikt}}$ ), em GWh, será aproximada por:

$$D_{A_{ikt}} = FD_{ik} * D_{S_{kt}}$$

### **E.3.7 Disponibilidade líquida de geração térmica do agente ( $DISP_{ijt}$ )**

Para todo agente  $i$ , para toda usina térmica  $j$ , para todo estágio  $t$ , a disponibilidade líquida de geração do agente na térmica ( $DISP_{ijt}$ ), em GWh, será dada por:

$$DISP_{ijt} = FT_{ij} * (PD_{jt} * DUR - GTMN_{jt})$$

### **E.3.8 Energia armazenada máxima do agente no submercado ( $EARMX_{A_{ikt}}$ )**

Para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , a energia armazenada máxima do agente no submercado ( $EARMX_{A_{ikt}}$ ) é dada por:

$$EARMX_{A_{ikt}} = FEA_{ikt} * EARMX_{S_{kt}}$$

## E.4 Inicialização de variáveis do algoritmo

A seguir, serão apresentadas as expressões algébricas de inicialização das variáveis do problema.

### E.4.1 Saldo de partida ( $P\_SDE_{ikts}$ )

Para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , no estágio  $t$ , para toda série  $s$ , o saldo de partida ( $P\_SDE_{ikts}$ ) da conta de direito de energia, em GWh, no início do estágio, é definido como:

Se  $t = 1$  Então

$$(a) \quad P\_SDE_{ikts} = FEA_{ikt} * EARM\_S_k$$

Caso contrário

$$(b) \quad P\_SDE_{ikts} = F\_SDE_{ikt-1s}$$

### E.4.2 Saldo corrigido ( $C\_SDE_{ikts}$ )

Para todo estágio  $t > 1$ , para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , para toda série  $s$ , o saldo corrigido ( $C\_SDE_{ikts}$ ) da conta de direito de energia, em GWh, no início do estágio, será calculado segundo a expressão:

$$C\_SDE_{ikts} = P\_SDE_{ikts} * \frac{EARMX\_S_{kt}}{EARMX\_S_{kt-1}}$$

### E.4.3 Energia afluyente do agente no submercado ( $EAF\_A_{ikts}$ )

#### E.4.3.1 Proporção de energia afluyente ao sistema ( $PAF\_T_{ts}$ )

Para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , a proporção de energia afluyente ao sistema ( $PAF\_T_{ts}$ ), em p.u., é definida como:

$$PAF\_T_{ts} = \frac{EAF\_T_{ts}}{EA\_T_t}$$

#### E.4.3.2 Proporção de energia afluyente ao submercado ( $PAF_{S_{kts}}$ )

Para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , a proporção de energia afluyente ao submercado ( $PAF_{S_{kts}}$ ), em p.u., é definida como:

$$PAF_{S_{kts}} = \frac{EAF_{S_{kts}}}{EA_{S_{kt}}}$$

#### E.4.3.3 Sobra de energia afluyente no submercado ( $SEAF_{S_{kts}}$ )

Para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , a sobra de energia afluyente ao submercado ( $SEAF_{S_{kts}}$ ), em GWh, é definida como:

$$SEAF_{S_{kts}} = EA_{S_{kt}} * \max(0; PAF_{S_{kts}} - PAF_{T_{ts}})$$

#### E.4.3.4 Sobra de energia afluyente ao sistema ( $SEAF_{T_{ts}}$ )

Para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , a sobra de energia afluyente ao sistema ( $SEAF_{T_{ts}}$ ), em GWh, é definida como:

$$SEAF_{T_{ts}} = \sum_k SEAF_{S_{kts}}$$

#### E.4.3.5 Fator de distribuição das sobras de energia afluyente do submercado ( $FSEAF_{kts}$ )

Para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , o fator distribuição das sobras de energia afluyente do submercado ( $FSEAF_{kts}$ ), em p.u., é definido com base nas expressões:

Se  $SEAF_{T_{ts}} > 0$  Então

$$\mathbf{a) } FSEAF_{kts} = \frac{SEAF_{S_{kts}}}{SEAF_{T_{ts}}}$$

Caso contrário

$$\mathbf{b) } FSEAF_{kts} = 0$$

#### E.4.3.6 Alocação da energia afluyente nos submercados onde o agente detém ativos

Para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$  onde o

agente  $i$  tem participação em ativos de geração hidráulica ( $EA_{A_{ikt}} > 0$ ), a energia afluyente do agente no submercado ( $EAF_{A_{ikts}}$ ), é calculada com base no seguinte algoritmo:

Para todo  $i$

$$FALTA_{its} = PAF_{T_{ts}} * \sum_k EA_{A_{ikt}}$$

Para todo  $k \mid EA_{S_{ikt}} > 0$

$$EAF_{A_{ikts}} = EA_{A_{ikt}} * \min(PAF_{S_{kts}}, PAF_{T_{ts}})$$

$$FALTA_{its} = FALTA_{its} - EAF_{A_{ikts}}$$

..... Fim k

Fim  $i$

#### E.4.3.7 Alocação da energia afluyente nos demais submercados

Para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$  onde há sobra de aflluência ( $FSEAF_{kts} > 0$ ), a Energia Afluyente do Agente no Submercado ( $EAF_{A_{ikts}} > 0$ ), é calculada com base no seguinte algoritmo:

Para todo  $i$

Se  $FALTA_{its} > 0$  Então faça:

Para todo  $k$  tal que  $FSEAF_{kts} > 0$

$$EAF_{A_{ikts}} = EAF_{A_{ikts}} + FSEAF_{kts} * FALTA_{its}$$

Fim  $k$

..... Fim Então

Fim  $i$

#### E.4.4 Saldo de início ( $I_{SDE_{ikts}}$ )

Para todo agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , para toda série  $s$ , para todo estágio  $t$ , o saldo de início ( $I_{SDE_{ikts}}$ ), em GWh, é dado pela expressão:

$$I_{SDE_{ikts}} = C_{SDE_{ikts}} + EAF_{A_{ikts}}$$

#### E.4.5 Vertimento previsto do Agente ( $IVERT_{A_{ikts}}$ )

Para todo estágio  $t$ , para todo submercado  $k$ , para toda a série  $s$ , o vertimento previsto do agente ( $IVERT_{A_{ikts}}$ ), é definido com base no armazenamento do submercado no início do mês ( $\sum_i I_{SDE_{ikts}}$ ), de acordo com as seguintes expressões:

$$\text{Se } \sum_i I_{SDE_{ikts}} > EARMX_{S_{kt}}$$

Então:

- a. Para todo agente  $i$ , o vertimento máximo previsto do agente ( $IVERTMX_{A_{ikts}}$ ) no submercado é dado por:

$$IVERTMX_{A_{ikts}} = \text{Max} (0; I_{SDE_{ikts}} - EARMX_{A_{ikt}})$$

- b. O vertimento máximo previsto do submercado ( $IVERTMX_{S_{kts}}$ ) é dado por:

$$IVERTMX_{S_{kts}} = \sum_i IVERTMX_{A_{ikts}}$$

- c. O vertimento previsto do submercado ( $IVERT_{S_{kts}}$ ) é dado por:

$$IVERT_{S_{kts}} = \sum_i I_{SDE_{ikts}} - EARMX_{S_{kt}}$$

- d. Para todo agente  $i$ , o vertimento previsto do agente ( $IVERT_{A_{ikts}}$ ) é dado por:

$$IVERT_{A_{ikts}} = IVERT_{S_{kts}} * \frac{IVERTMX_{A_{ikts}}}{IVERTMX_{S_{kts}}}$$

Caso contrário:

- e. Para todo agente  $i$ , o vertimento previsto do agente ( $IVERT_{A_{ikts}}$ ) é dado por:

$$IVERT_{A_{ikts}} = 0$$

#### E.4.6 Armazenamento inicial do submercado ( $IEARM_{S_{kts}}$ )

Para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , para toda a série  $s$ , o armazenamento inicial do submercado ( $IEARM_{S_{kts}}$ ), é definido como:

$$IEARM_{S_{kts}} = \sum_i I_{SDE_{ikts}}$$

## E.5 Ofertas

A seguir, serão apresentadas as expressões algébricas das ofertas dos agentes hidrelétricos e térmicos.

### E.5.1 Ofertas dos geradores hidrelétricos

Para todo estágio  $t$ , para todo o submercado  $k$ , para toda série  $s$ , para todo agente  $i$ , o saldo de início ( $I_{SDE_{ikts}}$ ) deverá ser ofertado ao sistema. A oferta será composta de um conjunto de  $NH_{ikts}$  pares:

$GH_{O_{inkts}}$	Montante (GWh) do $n$ -ésimo segmento da oferta de geração hidrelétrica do agente $i$ , no submercado $k$ , no estágio $t$ , na série $s$
$PH_{O_{inkts}}$	Preço (R\$/MWh) do $n$ -ésimo segmento da oferta de geração hidrelétrica do agente $i$ , no submercado $k$ , no estágio $t$ , na série $s$

#### Nota

Os blocos ofertados pelo agente  $i$ , no submercado  $k$ , devem satisfazer a seguinte relação:

$$\sum_{n=1}^{NH_{ikts}} GH_{O_{inkts}} = I_{SDE_{ikts}}$$

### E.5.2 Ofertas de geradores termelétricos

Para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , todo agente  $i$  deverá ofertar, em todo submercado  $k$ , toda a energia disponível nas usinas térmicas  $j$ , localizadas no submercado  $k$ , nas quais o agente  $i$  tem participação ( $j \in J_{ik}$ ). A oferta será composta de um conjunto de  $NT_{ijnkts}$  pares:

$GT_{O_{ijnkts}}$	Montante (GWh) do $n$ -ésimo segmento da oferta de geração da usina térmica $j$ , localizada no submercado $k$ , na qual o agente $i$ tem participação ( $FT_{ij} > 0$ ), no estágio $t$ , na série $s$
$PT_{O_{ijnkts}}$	Preço (R\$/MWh) do $n$ -ésimo segmento de oferta de geração da usina térmica $j$ , localizada no submercado $k$ , na qual o agente $i$ tem participação ( $FT_{ij} > 0$ ), no estágio $t$ , na série $s$

#### Nota:

Os blocos ofertados pelo agente  $i$ , na térmica  $j$ , na qual detém participação ( $FT_{ij} > 0$ ), localizada no submercado  $k$ , devem satisfazer a seguinte relação:

$$\sum_{n=1}^{NT_{ijkts}} GT\_O_{ijnkts} = DISP_{ijt}$$

## E.6 Despacho comercial

Neste item apresentaremos em detalhe a formulação do problema de otimização do despacho comercial de um sistema hidrotérmico com múltiplos submercados interconectados. O problema minimiza a soma do preço–da–oferta\*quantidade–ofertada dos geradores hidrelétricos e térmicos e sujeito as seguintes restrições:

- Restrições de balanço de energia em cada submercado (soma das energias geradas pelas hidrelétricas e térmicas + soma dos fluxos que chegam – os fluxos que saem = demanda de energia – geração térmica mínima)
- Limites na energia gerada e
- Limites de intercâmbio entre submercados

### E.6.1 Despacho

Para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , são conhecidas:

- Ofertas de todos os geradores hidráulicos  $\{GH\_O_{inkts}; PH\_O_{inkts}\}$
- Ofertas de todos os geradores térmicos  $\{GT\_O_{ijnkts}; PT\_O_{ijnkts}\}$
- Gerações térmicas mínimas ( $GTMN_{jk}$ ) e
- Cargas dos submercados ( $D_{Skt}$ )

O despacho de geração do sistema está composto de:

- Gerações hidráulicas e térmicas despachadas ( $GH\_D_{inkts}, GT\_D_{ijnkts}$ ), em GWh
- Intercâmbios entre subsistemas ( $F_{kts}$ ), em GWh
- Déficit de energia ( $DEF_{kts}$ ), em GWh
- Custo marginal de operação dos submercados – CMO, em  $10^3$  R\$/MWh. Este corresponde ao multiplicadores de *Lagrange* associados às restrições de

atendimento à demanda ( $\pi_{d_{kts}}$ )

Será obtido pela resolução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z = & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^{NH_{ikts}} PH_{O_{inkts}} * GH_{D_{inkts}} + \\
 & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j \in k} \sum_{n=1}^{NT_{ijkts}} PT_{O_{ijnkts}} * GT_{D_{ijnkts}} + \\
 & \text{FT}_{ij} > 0 \\
 & \sum_{k=1}^K DEF_{kts} * CDEF + 0.1 * \sum_{k=1}^K \sum_{l \in \Omega_{kt}} F_{klts}
 \end{aligned} \tag{E.1.1}$$

Sujeito a

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^{NH_{ikts}} GH_{D_{inkts}} + \sum_{i=1}^I \sum_{j \in k} \sum_{n=1}^{NT_{ijkts}} GT_{D_{ijnkts}} + DEF_{kts} + \\
 & \text{FT}_{ij} > 0 \\
 & \sum_{l \in \Omega_{kt}} F_{l_{kts}} - \sum_{l \in \Omega_{kt}} F_{k_{lts}} = D_{S_{kt}} - \sum_{j \in K} GTMN_{jk}, \quad k = 1, \dots, K
 \end{aligned} \tag{E.1.2}$$

$$GH_{D_{inkts}} \leq GH_{O_{inkts}}, \quad i = 1, \dots, I; \quad n = 1, \dots, NH_{ikts}; \quad k = 1, \dots, K \tag{E.1.3}$$

$$GT_{D_{ijnkts}} \leq GT_{O_{ijnkts}}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J; \quad n = 1, \dots, NT_{ijkts}; \quad k = 1, \dots, K \tag{E.1.4}$$

$$F_{klts} \leq FMX_{klts}, \quad k = 1, \dots, K; \quad l \in \Omega_{kt} \tag{E.1.5}$$

$$F_{l_{kts}} \leq FMX_{l_{kts}}, \quad k = 1, \dots, K; \quad l \in \Omega_{kt} \tag{E.1.6}$$

## E.7 Atualização das contas

### E.7.1 Saldo final irrestrito ( $U_{SDE_{ikts}}$ )

A cada estágio  $t$ , para cada série  $s$ , para cada agente  $i$ , para todo submercado  $k$ , o saldo final irrestrito ( $U_{SDE_{ikts}}$ ) da conta de energia, em GWh, é definido como:

$$U_{SDE_{ikts}} = I_{SDE_{ikts}} - \sum_{n=1}^{NH_{ikts}} GH_{D_{inkts}}$$

### E.7.2 Saldo final corrigido ( $F\_SDE_{ikts}$ )

Para todo estágio  $t$ , para todo submercado  $k$ , para toda a série  $s$ , o saldo final corrigido ( $F\_SDE_{ikts}$ ), é definido com base no armazenamento do submercado no final do mês ( $\sum_i U\_SDE_{ikts}$ ), de acordo com as seguintes expressões:

$$\text{Se } \sum_i U\_SDE_{ikts} > EARMX\_S_{kt}$$

Então:

- f. Para todo agente  $i$ , o vertimento máximo do agente ( $VERTMX\_A_{ikts}$ ) no submercado é dado por:

$$VERTMX\_A_{ikts} = \text{Max}(0; U\_SDE_{ikts} - EARMX\_A_{ikt})$$

- g. O vertimento máximo do submercado ( $VERTMX\_S_{kts}$ ) é dado por:

$$VERTMX\_S_{kts} = \sum_i VERTMX\_A_{ikts}$$

- h. O Vertimento do submercado ( $VERT\_S_{kts}$ ) é dado por:

$$VERT\_S_{kts} = \sum_i U\_SDE_{ikts} - EARMX\_S_{kt}$$

- i. Para todo agente  $i$ , o vertimento do agente ( $VERT\_A_{ikts}$ ) é dado por:

$$VERT\_A_{ikts} = VERT\_S_{kts} * \frac{VERTMX\_A_{ikts}}{VERTMX\_S_{kts}}$$

- j. Para todo agente  $i$ , o saldo final corrigido ( $F\_SDE_{ikts}$ ) é dado por:

$$F\_SDE_{ikts} = U\_SDE_{ikts} - VERT\_S_{kts}$$

$$\text{Se } \sum_i U\_SDE_{ikts} \leq EARMX\_S_{kt}$$

- a. Para todo agente  $i$ , o saldo final corrigido ( $F\_SDE_{ikts}$ ) é dado por:

$$F\_SDE_{ikts} = U\_SDE_{ikts}$$

### E.7.3 Energia armazenada final no submercado ( $EARM\_S_{kts}$ )

Para todo submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , para toda a série  $s$ , a energia armazenada final do submercado ( $EARM\_S_{kts}$ ), é definida com base nos saldos das contas dos agentes no submercado segundo a expressão:

$$EARM_{S_{kts}} = \sum_i F_{SDE_{ikts}}$$

## E.8 Balanços financeiros

### E.8.1 Atualização dos balanços financeiros

A cada estágio  $t$ , para cada série  $s$ , para cada agente  $i$ , após o débito da energia alocada, o balanço financeiro será calculado com base na seguinte expressão:

#### E.8.1.1 Receita de contratos ( $RC_{it}$ )

Para todo agente  $i$ , para todo estágio  $t$  e para todos os agentes  $m$  para os quais  $i$  tem contrato de venda no submercado  $k$ , a receita de contratos ( $RC_{it}$ ), em Mil R\$, é dado por:

$$RC_{it} = \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^I CB_{imkt} * VB_{imkt}$$

#### E.8.1.2 Despesa de contratos ( $DC_{it}$ )

Para todo agente  $m$ , para os quais o agente  $i$  tem contrato de compra no submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , a despesa de contratos ( $DC_{it}$ ), em Mil R\$, é dado por:

$$DC_{it} = \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^I CB_{mikt} * VB_{mikt}$$

#### E.8.1.3 Balanço no MAE ( $BM_{its}$ )

Para todo agente  $i$ , no estágio  $t$ , para toda série  $s$ , o Balanço no MAE ( $BM_{its}$ ), em Mil R\$, é dado por:

$$BM_{its} = (-1)^* \sum_{k=1}^K \left( \begin{array}{c} D_{A_{ikt}} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^I CB_{imkt} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^I CB_{mikt} - \\ \sum_{n=1}^{NT_{ijks}} GH_{D_{inkts}} - \sum_{\substack{j \in k \\ FT_{ij} > 0}} \sum_{n=1}^{NT_{ijks}} GT_{D_{ijnkts}} - \sum_{\substack{j \in k \\ FT_{ij} > 0}} FT_{ij} * GTMN_{jt} \end{array} \right) * \pi_{dks}$$

#### E.8.1.4 Receita operacional ( $RO_{it}$ )

Para todo agente  $i$ , no estágio  $t$ , a receita operacional ( $RO_{it}$ ), em Mil R\$, é dada por:

$$RO_{it} = PVE_{kt} * \sum_k D_{Aikt}$$

#### E.8.1.5 Custo operacional ( $CO_{its}$ )

Para todo agente  $i$ , no estágio  $t$ , para toda série  $s$ , o custo operacional ( $CO_{its}$ ), em Mil R\$, é dado por:

$$CO_{its} = TCV * \sum_k \sum_{n=1}^{NH_{ikts}} GH_{D_{ikts}} + \sum_k \sum_{\substack{j \in k \\ FT_{ij} > 0}} \left\{ \sum_{n=1}^{NT_{ijks}} GT_{D_{ijnkts}} + FT_{ij} * GTMN_{jt} \right\} * C_{jt}$$

#### E.8.1.6 Balanço financeiro ( $BF_{its}$ )

Para todo agente  $i$ , no estágio  $t$ , para toda série  $s$ , o Balanço Financeiro ( $BF_{its}$ ) é dado por:

$$BF_{its} = RC_{it} - DC_{it} + BM_{its} + RO_{it} - CO_{its}$$

## Anexo F

### Preparação automática das ofertas utilizadas no simulador de oferta de preços SOPEE

#### F.1 Introdução

Para cada estágio e série, as ofertas de geração hidráulica e térmica dos agentes, em todos os submercados, serão preparadas segundo diferentes perfis de comercialização, a serem atribuídos aos agentes. Neste anexo apresenta-se a descrição dos perfis de oferta: *normal (moderado)*, e *agressivo*.

#### F.2 Perfil normal (moderado)

Para o agente alocado a este perfil, as ofertas de geração hidráulica são diferenciadas por submercado, conforme o seguinte esquema:

- Nos submercados, onde o agente tem requisito de venda (carga ou contrato de venda), a oferta de geração hidráulica é feita em 4 blocos cujos montantes e preços são definidos com base numa avaliação conjunta do armazenamento do submercado e do saldo de sua conta
- Nos submercados onde o agente não tem requisito de venda, a oferta de geração hidráulica é feita com base no nível de armazenamento do submercado.

Nesse perfil, a oferta de geração térmica é feita pelo custo do combustível das usinas onde o agente tem participação, independentemente do fato do agente ter ou não requisito de venda no submercado.

##### F.2.1 Requisito de venda do agente no submercado

Para todo agente  $i$ , para todo o submercado  $k$ , para todo estágio  $t$ , o Requisito de Venda do Agente no Submercado ( $REQ_{ikt}$ ) é definido como:

$$REQ_{ikt} = \text{Max} \left\{ 0; D_{A_{ikt}} + \sum_l CB_{ilkt} - \sum_l CB_{lik} - \sum_{j \in J_{ik}} FT_{ij} * GTMN_{jt} \right\}$$

## F.2.2 Ofertas de geração hidráulica

### A. Submercado onde o agente tem requisito de venda

#### A.1 Nível de oferta do agente no submercado

Para todo submercado  $k$  onde o agente  $i$  tem Requisito de Venda ( $REQ_{ikt} > 0$ ), para todo estágio  $t$ , para toda série  $s$ , o Estado da Oferta do Agente no Submercado ( $ESTADO_{ikts}$ ), que contempla a situação do submercado e a do agente, é definido com base no seguinte algoritmo:

$$ESTADO_{ikts} = 0$$

$$\text{Se } IEARM_{S_{kts}} < 0.90 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } IEARM_{S_{kts}} < 0.65 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } IEARM_{S_{kts}} < 0.40 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } IEARM_{S_{kts}} < 0.10 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } I_{SDE_{ikts}} < 0.90 * EARMX_{A_{ikt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } I_{SDE_{ikts}} < 0.65 * EARMX_{A_{ikt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } I_{SDE_{ikts}} < 0.40 * EARMX_{A_{ikt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

$$\text{Se } I_{SDE_{ikts}} < 0.10 * EARMX_{A_{ikt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = ESTADO_{ikts} + 1$$

#### A.2 Montantes e preços ofertados

Para todo submercado  $k$  onde o agente  $i$  tem requisito de venda ( $REQ_{ikts} > 0$ ), os montantes de geração hidráulica ofertados e preços respectivos são definidos a partir do estado da oferta ( $ESTADO_{ikts}$ ), com base na tabela a seguir.

Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	
Montantes Ofertados Limitados ao Saldo Disponível ( $I_{SDE_{ikts}}$ ) (GWh)			
$GH_{O_{i1kts}}$	$GH_{O_{i2kts}}$	$GH_{O_{i3kts}}$	$GH_{O_{i4kts}}$
$0.95 * tREQ_{ikts}$	$0.05 * tREQ_{ikts}$	$0.05 * tREQ_{ikts}$	Saldo restante
Valor das Ofertas (R\$/MWh)			

$ESTADO_{ikts}$	$PH_{O_{i1kts}}$	$PH_{O_{i2kts}}$	$PH_{O_{i3kts}}$	$PH_{O_{i4kts}}$
0	$TCV$	$TCV + 1$	$TCV + 2$	$VNOR/2$
1	$TCV$	$TCV + 1$	$TCV + 2$	$VNOR$
2	$TCV$	$TCV + 1$	$VNOR/2$	$VNOR$
3	$TCV$	$TCV + 1$	$VNOR/2$	$CDEF/2$
4	$TCV$	$TCV + 1$	$VNOR$	$CDEF/2$
5	$TCV$	$VNOR/2$	$VNOR$	$CDEF/2$
6	$TCV$	$VNOR/2$	$VNOR$	$CDEF - 1$
7	$TCV$	$VNOR/2$	$CDEF/2$	$CDEF - 1$
8	$TCV$	$VNOR$	$CDEF/2$	$CDEF - 1$

Onde:  $IREQ_{ikts} = REQ_{ikt} + IVERT_{A_{ikts}}$

## B. Submercado onde o agente não tem requisito de venda

### B.1 Estado da oferta do agente no submercado

Para todo submercado  $k$  onde o agente  $i$  não tem requisito de geração ( $REQ_{ikts} = 0$ ), o Estado da Oferta do Agente no Submercado ( $ESTADO_{ikts}$ ) é definido com base no seguinte algoritmo:

$$ESTADO_{ikts} = 0$$

$$\text{Se } 0.65 * EARMX_{S_{kt}} \leq IEARM_{S_{kts}} < 0.90 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = 1$$

$$\text{Se } 0.40 * EARMX_{S_{kt}} \leq IEARM_{S_{kts}} < 0.65 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = 2$$

$$\text{Se } 0.10 * EARMX_{S_{kt}} \leq IEARM_{S_{kts}} < 0.40 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = 3$$

$$\text{Se } IEARM_{S_{kts}} < 0.10 * EARMX_{S_{kt}} \text{ Então } ESTADO_{ikts} = 4$$

### B.2 Montantes e preços ofertados

Para todo submercado  $k$  onde o agente  $i$  não tem requisito de venda ( $REQ_{ikts} = 0$ ), a oferta de geração hidráulica é feita em um único bloco cujo montante é saldo da conta do agente no submercado ( $I_{SDE_{ikts}}$ ) e cujo valor é definido com base no estado da oferta ( $ESTADO_{ikts}$ ), com base na seguinte tabela.

Oferta		
Estado	$GH_{O_{i1kts}}$ (Gwh)	$PH_{O_{i1kts}}$ (R\$/MWh)
0	$I_{SDE_{ikts}}$	$TCV$
1	$I_{SDE_{ikts}}$	$VNOR/2$
2	$I_{SDE_{ikts}}$	$VNOR$
3	$I_{SDE_{ikts}}$	$CDEF/2$
4	$I_{SDE_{ikts}}$	$CDEF-1$

### F.2.3 Ofertas de geração térmica

Para toda térmica  $j$ , tal que o agente  $i$  possua participação ( $FT_{ij} > 0$ ), para todo submercado, a oferta de geração térmica será feita em um único bloco, conforme as expressões:

$$GT_{O_{ij1kts}} = DISP_{jt}, \forall j \mid FT_{ij} > 0$$

$$PT_{O_{ij1kts}} = C_{jt}, \forall j \mid FT_{ij} > 0$$

## F.3 Perfil agressivo

### F.3.1 Montantes e preços ofertados

	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
Montantes Ofertados Limitados ao Saldo Disponível ( $I_{SDE_{ikts}}$ ) (GWh)				
	$GH_{O_{i1kts}}$	$GH_{O_{i2kts}}$	$GH_{O_{i3kts}}$	$GH_{O_{i4kts}}$
	$0.95 * tREQ_{ikts}$	$0.05 * tREQ_{ikts}$	$0.05 * tREQ_{ikts}$	Saldo restante
Valor das Ofertas (R\$/MWh)				
$ESTADO_{ikts}$	$PH_{O_{i1kts}}$	$PH_{O_{i2kts}}$	$PH_{O_{i3kts}}$	$PH_{O_{i4kts}}$
0	$TCV$	$TCV + 1$	$VNOR/2$	$VNOR$
1	$TCV$	$TCV + 1$	$VNOR$	$CDEF/2$
2	$TCV$	$TCV + 1$	$VNOR$	$CDEF/2$
3	$TCV$	$TCV + 1$	$CDEF/2$	$CDEF/2$
4	$TCV$	$TCV + 1$	$CDEF/2$	$CDEF - 1$

	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
Montantes Ofertados Limitados ao Saldo Disponível ( $I_{SDE_{ikts}}$ ) (GWh)				
	$GH_{O_{i1kts}}$	$GH_{O_{i2kts}}$	$GH_{O_{i3kts}}$	$GH_{O_{i4kts}}$
	$0.95 * tREQ_{ikts}$	$0.05 * tREQ_{ikts}$	$0.05 * tREQ_{ikts}$	Saldo restante
Valor das Ofertas (R\$/MWh)				
$ESTADO_{ikts}$	$PH_{O_{i1kts}}$	$PH_{O_{i2kts}}$	$PH_{O_{i3kts}}$	$PH_{O_{i4kts}}$
5	TCV	VNOR/2	CDEF/2	CDEF -1
6	TCV	VNOR/2	CDEF -1	CDEF -1
7	TCV	VNOR/2	CDEF -1	CDEF -1
8	TCV	VNOR	CDEF -1	CDEF -1

### F.3.2 Montantes e preços ofertados

Para todo submercado  $k$  onde o agente  $i$  não tem requisito de venda ( $REQ_{ikts} = 0$ ), a oferta de geração hidráulica é feita em um único bloco cujo montante é saldo da conta do agente no submercado ( $I_{SDE_{ikts}}$ ) e cujo valor é definido com base no estado da oferta ( $ESTADO_{ikts}$ ), com base na seguinte tabela.

Oferta		
Estado	$GH_{O_{i1kts}}$ (GWh)	$PH_{O_{i1kts}}$ (R\$/MWh)
0	$I_{SDE_{ikts}}$	VNOR
1	$I_{SDE_{ikts}}$	CDEF/2
2	$I_{SDE_{ikts}}$	VNOR
3	$I_{SDE_{ikts}}$	CDEF-1
4	$I_{SDE_{ikts}}$	CDEF-1

## Anexo G

### Glossário

Acrônimo	Dimensão	Unidade	Descrição
BF	its	R\$	Balanço financeiro do agente $i$ , no estágio $t$ , na série $s$
BM	its	R\$	Balanço de pagamentos/recebimentos no MAE relativos ao agente $i$ , no estágio $t$ , na série $s$
C	jt	R\$/MWh	Custo de geração da usina térmica $j$ , no estágio $t$
C_SDE	ikts	GWh	Saldo da conta de energia do agente $i$ , no submercado $k$ , no início do estágio $t$ , na série $s$ , corrigido pela variação da energia armazenada do submercado
CB	imkt	GWh	Montante do contrato de venda de energia do agente vendedor $i$ , para o agente comprador $m$ , no submercado $k$ , no estágio $t$
CDEF		R\$/MWh	Custo de déficit
CO	it	Mil R\$	Custo operacional do agente $i$ , no estágio $t$ , referente à geração de suas usinas hidráulicas e térmicas
D_A	ikt	GWh	Carga do agente $i$ , no submercado $k$ , no estágio $t$
D_S	kt	GWh	Carga do submercado $k$ , no estágio $t$
DC	it	Mil R\$	Despesa total com os contratos de compra de energia do agente $i$ , no estágio $t$

Acrônimo	Dimensão	Unidade	Descrição
DISP	ijt	GWh	Parcela da energia disponível para ser ofertada na usina térmica j, relativa ao agente i, no estágio t
DUR		Horas	Duração média de um estágio (730 horas)
EA_A	ikt	GWh	Energia assegurada do agente i, no submercado k, no estágio t
EA_H	ht	GWh	Energia assegurada da usina hidráulica h, no estágio t
EA_S	kt	GWh	Energia assegurada do submercado k, no estágio t
EA_T	t	GWh	Energia assegurada do sistema, no estágio t
EAF_A	ikts	GWh	Parcela da energia afluyente ao sistema correspondente ao agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
EAF_S	kts	GWh	Energia afluyente líquida, descontada as perdas por evaporação, irrigação e enchimento de volume morto, no submercado k, no estágio t, na série s
EAF_T	ts	GWh	Energia natural afluyente ao sistema no estágio t, na série s
EARM_S	k	GWh	Energia armazenada inicial do submercado k, no estágio $t = 0$
EARMX_A	ikt	GWh	Energia armazenada máxima do agente i, no submercado k, no estágio t
EARMX_S	kt	GWh	Energia armazenada máxima do submercado k, no estágio t
F	klts	GWh	Intercâmbio do submercado k para o submercado l, no estágio t, da série s

Acrônimo	Dimensão	Unidade	Descrição
F_SDE			
FALTA	ikts	GWh	Parcela da energia assegurada do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s, não alocada em nenhum submercado
FD	ik	p.u.	Participação do agente i na carga do submercado k
FEA	ikt	p.u.	Fator de participação do agente i na energia assegurada do submercado k, no estágio t
FH	ih	p.u.	Participação do agente i na usina hidráulica h
FMX	klt	GWh	Capacidade de intercâmbio do submercado k para o submercado l, no estágio t
FSEAF	kts	GWh	Fator de distribuição das sobras de energia afluyente no submercado k, no estágio t, na série s
FT	ij	p.u.	Participação do agente i na usina térmica j
GH_D	inkts	GWh	Geração alocada ofertada no bloco n, da conta de direito de energia do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
GH_O	inkts	GWh	Geração hidrelétrica ofertada no bloco n, da conta de direito de energia do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
GT_D	ijnkts	GWh	Geração térmica alocada no bloco n, da usina térmica j, do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
GT_O	ijnkts	GWh	Geração ofertada despachada no bloco n, da usina térmica j, do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
GTMN	jt	GWh	Geração mínima da térmica j, no estágio t

Acrônimo	Dimensão	Unidade	Descrição
IEARM_S	kts	GWh	Energia armazenada inicial do submercado k, no início do estágio t, na série s
I_SDE	ikts	GWh	Saldo de início da conta de energia do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
IVERT_A	ikts	GWh	Vertimento previsto do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
IVERT_S	kts	GWh	Vertimento previsto do submercado k, no estágio t, na série s
IVERTMX_A	ikts	GWh	Vertimento máximo previsto do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
IVERTMX_S	kts	GWh	Vertimento máximo previsto do submercado k, no estágio t, na série s
NH	ikts		Número de blocos de geração hidrelétrica ofertados pelo agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
NT	ijkts		Número de blocos de geração térmica ofertados pelo agente i, para a usina j, no submercado k, no estágio t, na série s
P_SDE	ikts	GWh	Saldo da conta de direito de energia do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
PAF_S	kts	p.u.	Fator de proporção da energia afluyente ao submercado k, no estágio t, na série s
PAF_T	ts	p.u.	Fator de proporção da energia afluyente ao sistema no estágio t, série s
PD	jt	MW	Potência disponível na usina j, no estágio t
PH_O	inkts	R\$/MWh	Preço do bloco n da oferta de geração hidráulica do agente i, no submercado k, no

---

Acrônimo	Dimensão	Unidade	Descrição
			estágio t, na série s
PT_O	ijnkts	R\$/MWh	Preço do bloco n da oferta de geração térmica do agente i, na térmica j, no submercado k, no estágio t, na série s
PVE		R\$/MWh	Preço médio da energia
RC	it	R\$	Recebimento total do agente i, no estágio t, referente a seus contratos de venda e compra de energia em todos os submercados
RO	it	Mil R\$	Receita operacional do agente i, no estágio t, referente ao atendimento da sua carga própria
SEAF_S	kts	GWh	Sobra de energia afluyente no submercado k, no estágio t, na série s
SEAF_T	ts	GWh	Sobra de energia afluyente no sistema, no estágio t, na série s
TCV		R\$/MWh	Tarifa de custo variável de operação das usinas hidráulicas
TXD		p.u.	Taxa de desconto, por estágio
U_SDE	ikts	GWh	Saldo da conta de direito de energia do agente i, no submercado k, no final do estágio t, na série s, sem a consideração do vertimento
VB	imkt	R\$/MWh	Valor do contrato de venda de energia do agente vendedor i, para o agente comprador m, no submercado k, no estágio t
VERT_A	ikts	GWh	Vertimento do agente i, no submercado k, no estágio t, na série s
VERT_S	kts	GWh	Vertimento do submercado k, no estágio t, na série s

---

---

Acrônimo	Dimensão	Unidade	Descrição
VERTMX_A	ikts	GWh	Vertimento máximo do agente $i$ , no submercado $k$ , no estágio $t$ , na série $s$
VERTMX_S	kts	GWh	Vertimento máximo previsto para o submercado $k$ , no estágio $t$ , na série $s$
VNOR			Valor normativo
$\pi_d$	kts	R\$/MWh	Preço spot do submercado $k$ , no estágio $t$ , na série $s$
$\Omega$	kt		Conjunto de submercados conectados ao submercado $k$

---

## Anexo H

### Modelos de Equilíbrio de Mercado

#### H.1 Equilíbrio de *Nash*

O equilíbrio de *Nash*, no contexto de teoria de jogos, considera que cada jogador escolherá sua estratégia de forma simultânea; esta simultaneidade não significa atuar ao mesmo tempo, e sim que cada jogador fará sua escolha conhecidas as escolhas dos demais participantes do jogo. O benefício de cada jogador será uma consequência de sua escolha e das estratégias dos demais participantes. Podemos dizer que o equilíbrio de *Nash* estabelece uma convenção entre os participantes do jogo, onde a estratégia determinada por cada jogador deve ser a melhor resposta às soluções dadas pelos outros jogadores, e nenhum jogador tentará desviar-se de sua própria estratégia. Estes jogos são denominados jogos estáticos, onde a função que determina o lucro de cada jogador é conhecida por todos os outros participantes.

Antes de apresentar a definição matemática do equilíbrio de *Nash* e suas principais propriedades, estabeleceremos a seguir as definições da representação normal e das estratégias estritamente dominadas para um problema geral de teoria de jogos.

##### **Definição 2.1**

Dado um conjunto de  $n$  jogadores, suas estratégias definidas por  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ , onde  $S_i$  representa o conjunto de estratégias do jogador  $i$  e  $u_i(s_1, s_2, \dots, s_n)$  o lucro da agente  $i$ , dado um conjunto de estratégias  $(s_1, s_2, \dots, s_n)$  com  $s_i \in S_i, \forall i = 1, \dots, n$ . A representação da forma normal do jogo  $G$  é definida por  $G = (S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n)$ .

##### **Definição 2.2**

Seja  $G = (S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n)$  a representação da forma normal do jogo, e  $s_i'$  e  $s_i''$  duas estratégias viáveis para o jogador  $i$  ( $s_i', s_i'' \in S_i$ ). A estratégia  $s_i'$  é *estritamente dominada* pela estratégia  $s_i''$  se, para cada combinação das estratégias dos outros jogadores, o lucro de  $s_i'$  é estritamente menor que o lucro para a estratégia  $s_i''$ :

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \dots, s_n) < u_i(s_1, \dots, s_i'', s_{i+1}, \dots, s_n) \\ \forall (s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n) \in (s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

A noção de equilíbrio de *Nash*, definida a seguir, estabelece que um jogador não terá incentivo para mudar sua estratégia, considerando que as estratégias dos outros participantes são conhecidas. Se uma solução de um problema resulta em um conjunto de estratégias que não representa um equilíbrio de *Nash*, existirá ao menos um jogador que terá incentivo para mudar sua estratégia, de forma a aumentar seu próprio lucro.

### **Definição 2.3**

Na representação da forma normal do jogo, definida por  $G = (S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n)$ , um conjunto de estratégias  $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$  é um *equilíbrio de Nash* se, para cada jogador  $i$ ,  $s_i^*$  é a melhor resposta do jogador  $i$  às estratégias especificadas pelos outros jogadores  $(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ . Mais especificamente:

$$u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$$

para cada estratégia viável  $s_i \in S_i$ . Equivalentemente,  $s_i^*$  pode pensar-se como a solução do seguinte problema de otimização:

---


$$\text{Max } u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \\ s_i \in S_i$$

O equilíbrio de *Nash*, definido acima, pode ser considerado com um equilíbrio *homogêneo* e *não cooperativo*. *Homogêneo* no sentido em que todos os participantes têm acesso à mesma informação em relação às estratégias dos outros participantes, e sua própria estratégia é escolhida dependendo somente de esta informação. *Não cooperativo* porque a formulação não leva em consideração junção de estratégias por parte de alguns participantes em prejuízo dos outros.

Nas proposições a seguir são enunciadas as principais propriedades que estabelecem a relação entre uma solução de equilíbrio de *Nash*, e a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, baseadas na Definição 2.2. Uma análise mais profunda e detalhada destas propriedades pode ser encontrada em [55].

**Proposição 2.1**

Dada a representação normal do jogo  $G = (S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n)$ , se a eliminação iterativa das estratégias *estritamente dominadas* elimina todas as estratégias salvo  $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$ , então estas estratégias são a única solução para o equilíbrio de *Nash*.

**Proposição 2.2**

Dada a representação normal do jogo  $G = (S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n)$ , se as estratégias  $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$  são um equilíbrio de *Nash*, então elas sobreviverão à eliminação iterativa das estratégias *estritamente dominadas*.

Observe-se que o conceito de equilíbrio de *Nash* é um conceito mais restrito que o conceito de eliminação sucessiva de estratégias *estritamente dominadas*. Uma solução que representa um equilíbrio de *Nash* sobrevive à eliminação sucessiva de estratégias *estritamente dominadas*. Por outro lado, sobreviver à eliminação sucessiva de estratégias *estritamente dominadas* não necessariamente significa estar na presença de um equilíbrio de *Nash*.

A seguir serão apresentados os modelos clássicos de equilíbrio: *Cournot* e *Bertrand* para mercados duopolistas, os quais podem ser considerados como casos particulares do modelo de equilíbrio *Nash*.

**H.2 Equilíbrio de Cournot**

O modelo de *Cournot* deriva seu nome do matemático, filósofo e economista francês Antoine Augustin *Cournot* (1801 – 1877), quem formulou um modelo clássico de teoria de jogos no contexto específico de problemas de duopólio, e foi um predecessor da formulação de equilíbrio de *Nash* enunciada no item anterior.

Suponha um mercado duopolista com  $q_1$  e  $q_2$  as quantidades associadas aos agentes 1 e 2, respectivamente. Seja  $q := q_1 + q_2$  a quantidade agregada,  $P(q_1, q_2) := a - (q_1 + q_2)$  o preço de equilíbrio do mercado com “a” constante e  $C_i(q_i) := cq_i$  (com  $c > a$ ) o custo de produção do agente  $i$ , para  $i = 1, 2$ . Assume-se que os agentes escolhem suas quantidades simultaneamente. Por facilidade de acesso à informação, os dados do mercado são representados na Tabela H-1.

Descrição	Dados
Quantidade agente $i$ ( $i = 1, 2$ )	$q_i$
Quantidade agregada	$q := q_1 + q_2$
Preço de equilíbrio	$P(q) := a - (q_1 + q_2)$
Custo de produção agente $i$	$c_i(q_i) := cq_i$ ( $c > a$ )

**Tabela H-1. Dados do mercado duopolista *Nash-Cournot***

No contexto de equilíbrio de *Nash*, seja este problema definido em sua *forma normal* com seus *jogadores* definidos pelos dois agentes, a *estratégia* de cada agente  $i$  como a quantidade que pode produzir  $q_i \geq 0$ ,  $s_i := [0, \infty)$  e o *lucro* definido como  $u_i(q_i, q_j) = q_i[P(q_i, q_j) - c] = q_i[a - (q_i + q_j) - c]$  para  $i = 1, 2$  ( $j = 2, 1$ ). Seja esta representação normal resumida na Tabela H-2.

Descrição dados	Representação normal
Número de jogadores	$n := 2$
Conjunto de estratégias agente $i$	$s_i := [0, \infty)$
Lucro agente $i$ ( $i, j = 1, 2$ )	$u_i(q_i, q_j) := q_i[a - (q_i, q_j) - c]$
Forma normal	$G := \{s_1, s_2; u_1, u_2\}$

**Tabela H-2. Representação Normal Equilíbrio *Nash-Cournot***

Referindo-se ao equilíbrio de *Nash*, um par de quantidades  $(q_1^*, q_2^*)$  é um equilíbrio de *Nash-Cournot* se, para cada agente  $i$ ,  $q_i^*$  é solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{0 \leq q_i < \infty} u_i(q_i, q_j^*) &= \text{Max}_{0 \leq q_i < \infty} q_i [a - (q_i + q_j^*) - c] \quad i = 1, 2 \quad (j = 2, 1) \end{aligned} \quad (\text{H.1})$$

Supondo que  $q_j^* < a - c$  (como será mostrado ser válido mais na frente), as condições de otimalidade de primeira ordem para (H.1) representam condições necessárias e suficientes para o agente  $i$ , com solução igual a:

$$q_i = \frac{1}{2}(a - q_j^* - c) \quad i = 1, 2 \quad (j = 2, 1) \quad (\text{H.2})$$

Dessa forma, se o par  $(q_1^*, q_2^*)$  é um equilíbrio de *Nash–Cournot*, de (H.2) resultam as quantidades escolhidas iguais a:

$$q_1^* = \frac{1}{2}(a - q_2^* - c) \quad (\text{H.3})$$

$$q_2^* = \frac{1}{2}(a - q_1^* - c) \quad (\text{H.4})$$

Resolvendo (H.3) – (H.4) obtém-se a solução ótima, representada em função dos dados do problema:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3} \quad (\text{H.5})$$

Dessa forma a quantidade agregada e o lucro de cada agente serão iguais a:

$$q_1^* + q_2^* = \frac{2}{3}(a - c) \quad (\text{quantidade agregada}) \quad (\text{H.6})$$

$$u_1^*(q_1^*, q_2^*) = u_2^*(q_1^*, q_2^*) = \frac{(a - c)^2}{9} \quad (\text{lucro cada agente}) \quad (\text{H.7})$$

### H.3 Equilíbrio de Bertrand

O modelo de equilíbrio de Bertrand, para mercados duopolistas, se diferencia do modelo de equilíbrio de *Cournot* na escolha, por parte dos agentes participantes, de ofertas de preços em lugar de ofertas de quantidades. Em ambos os modelos, a noção de equilíbrio considerada é representada por um modelo de equilíbrio de *Nash*, como definido ao início desta seção.

Sejam os agentes 1 e 2, com preços  $p_1$  e  $p_2$  e quantidade demandada, do produto produzido pelo agente  $i$ , definido por:

$$q_i(p_i, p_j) = a - p_i + bp_j \quad i = 1, 2 \quad (j = 1, 2)$$

onde  $b > 0$ . O custo marginal do sistema é  $c$  ( $c < a$ ), com os agentes 1 e 2 atuando de forma simultânea. Análogo ao modelo duopolista de *Cournot*, sejam os dados do equilíbrio duopolista de Bertrand resumidos na Tabela H-3.

Descrição	Dados
Preço do agente $i$ ( $i = 1, 2$ )	$p_i$
Quantidade demandada agente $i$	$q_i(p_i, p_j) := a - p_i + bp_j$ (a dado, $b > 0$ )
Custo marginal do sistema	$c$

**Tabela H-3. Dados do mercado duopolista *Nash-Bertrand***

Na busca do equilíbrio de *Nash*, seja o problema definido na sua *forma normal*, com 2 jogadores e suas *estratégias* definidas pelos diferentes preços, onde estes não podem assumir valores negativos. Dessa forma, o conjunto de estratégias para cada agente  $i$  está restrito a  $S_i := [0, \infty)$ , com  $s_i := p_i$  para  $i = 1, 2$ . O *lucro* de cada agente é definido por:

$$u_i(p_i, p_j) = q_i(p_i, p_j)[p_i - c] = [a - p_i + bp_j][p_i - c] \quad i = 1, 2 \quad (j = 2, 1)$$

A *forma normal* do equilíbrio de *Nash-Bertrand* é resumida na Tabela H-4.

Descrição dados	Representação normal
Número de jogadores	$n := 2$
Conjunto de estratégias do agente $i$	$S_i := [0, \infty)$
Lucro agente $i$ ( $i, j = 1, 2$ )	$u_i(p_i, p_j) = [a - p_i + bp_j][p_i - c]$
Forma normal	$G := \{S_1, S_2; u_1, u_2\}$

**Tabela H-4. Representação normal equilíbrio *Nash-Bertrand***

Assim, o par  $(p_1^*, p_2^*)$  é um equilíbrio de *Nash-Bertrand* se, para cada  $i$ , o preço  $p_i^*$  é solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{0 \leq p_i < \infty} u_i(p_i, p_j^*) &= \text{Max}_{0 \leq p_i < \infty} [a - p_i + bp_j^*][p_i - c] \quad i = 1, 2 \quad (j = 2, 1) \end{aligned} \quad (\text{H.8})$$

A solução de (H.8) é dada por:

$$p_i^* = \frac{1}{2}(a + bp_j + c) \quad i = 1, 2 \quad (j = 2, 1)$$

Portanto, um par  $(p_1^*, p_2^*)$  é um equilíbrio de *Nash-Bertrand* se os preços dos agentes 1 e 2, respectivamente, satisfazem as seguintes equações:

$$p_1^* = \frac{1}{2}(a + bp_2 + c) \quad (\text{H.9})$$

$$p_2^* = \frac{1}{2}(a + bp_1 + c) \quad (\text{H.10})$$

Resolvendo (H.9) – (H.10) obtemos a seguinte solução para o equilíbrio duopolista de *Nash-Bertrand*:

$$p_1^* = p_2^* = \frac{a + c}{(2 - b)}$$

O modelo de equilíbrio de *Stackelberg*, como introduzido no próximo item, propõe um modelo dinâmico no qual os agentes tomam suas decisões de forma seqüencial, diferente dos modelos de equilíbrio estático de *Nash-Cournot* e *Nash-Bertrand*.

#### **H.4 Equilíbrio de *Stackelberg***

O modelo de equilíbrio proposto por *Stackelberg* (1934) para mercados duopolistas, diferente dos modelos de equilíbrio de *Bertrand* e *Cournot*, considera que os agentes participantes tomam suas decisões de forma seqüencial, onde o agente dominante (grupo *líder*) toma suas decisões primeiro e o agente subordinado (grupo *seguidor*) determina sua estratégia em segundo lugar. Assumiremos, como no modelo de *Cournot*, que os agentes escolhem quantidades; um raciocínio análogo pode ser desenvolvido para um equilíbrio de *Stackelberg* baseado em preços no lugar de quantidades. O problema pode ser definido na seguinte seqüência:

- 1) O agente 1 escolhe uma quantidade  $q_1 \geq 0$ ;
- 2) O segundo agente observa a estratégia do agente 1,  $q_1$ , e escolhe uma quantidade  $q_2 \geq 0$ ;
- 3) O lucro do agente  $i$  é dado por:  $u_i(q_i, q_j) = q_i[P(q_i, q_j) - c] = q_i[a - (q_i + q_j) - c]$  com  $a$ ,  $c$  e  $q_i$  ( $i = 1, 2$ ) como definidos anteriormente no modelo de equilíbrio duopolista de *Cournot*.

Para resolver o problema de equilíbrio de *Stackelberg*, seja a reação do agente 2, dada

uma determinada quantidade  $q_1$  previamente determinada pelo agente 1:

$$\begin{aligned} \text{Max } u_2(q_1, q_2) &= \text{Max } q_2[a - q_1 - q_2 - c] \\ 0 \leq q_2 < \infty & \quad 0 \leq q_2 < \infty \end{aligned}$$

com solução igual a:

$$q_2(q_1) = \frac{1}{2}(a - q_1 - c) \quad (\text{H.11})$$

assumindo que  $q_1 < a - c$ .

Considerando-se que o agente 1 pode antecipar a quantidade  $q_2(q_1)$  a ser escolhida pelo agente 2, o problema do agente 1 pode ser redefinido como:

$$\begin{aligned} \text{Max } u_1(q_1, q_2(q_1)) &= \text{Max } q_1[a - q_1 - (q_2(q_1)) - c] \\ 0 \leq q_1 < \infty & \quad 0 \leq q_1 < \infty \\ &= \text{Max } \frac{q_1[a - q_1 - c]}{2} \\ 0 \leq q_1 < \infty & \end{aligned} \quad (\text{H.12})$$

Resolvendo (H.12) e a seguir (H.11) obtemos a seguinte solução para o equilíbrio de *Stackelberg* proposto:

$$\begin{aligned} q_1^* &= \frac{1}{2}(a - c) \\ q_2^* &= \frac{1}{4}(a - c) \end{aligned} \quad (\text{H.13})$$

De (H.13) obtém-se a produção agregada e as remunerações de cada agente:

$$q_1^* + q_2^* = \frac{3}{4}(a - c) \quad (\text{quantidade agregada}) \quad (\text{H.14})$$

$$u_1^*(q_1^*, q_2^*) = \frac{(a - c)^2}{8} \quad (\text{lucro agente 1}) \quad (\text{H.15})$$

$$u_2^*(q_1^*, q_2^*) = \frac{(a - c)^2}{16} \quad (\text{lucro agente 2}) \quad (\text{H.16})$$

Uma importante análise para visualizar o comportamento dos agentes nos diferentes modelos de mercado é a comparação das soluções dos problemas de equilíbrio de *Stackelberg* e de *Nash-Cournot*. Pode-se observar, comparando as quantidades

agregadas para os problemas (H.6) e (H.14), respectivamente, que a solução agregada do equilíbrio de *Cournot* é menor que a solução agregada de *Stackelberg* e, portanto, o preço de mercado resultará menor no equilíbrio de *Stackelberg*. No entanto, o agente 1 lucra mais na formulação de *Stackelberg*, onde tem privilégio de decisão, em relação à solução de equilíbrio de *Nash-Cournot*, onde os dois agentes estão na mesma situação de privilégio (comparar (H.15) e (H.7)). Por sua vez, o agente 2 lucrará menos na solução de *Stackelberg* se comparada com a solução do equilíbrio de *Nash-Cournot* (ver (H.16) e (H.7)).

## Anexo I

### Modelo estocástico de Vazões

#### I.1 Objetivo

Neste Anexo descreve-se o modelo estocástico de vazões utilizados no modelo SDDP.

O modelo busca caracterizar, da forma mais realista e simples possível:

- a dependência de uma seqüência de vazões afluentes a um reservatório com o ciclo anual e com seu próprio histórico recente;
- a natureza da distribuição do vetor de ruídos em cada intervalo de tempo;
- a natureza da interdependência entre as afluições aos diferentes reservatórios.

O modelo de vazões é capaz de determinar e aplicar diferentes ordens de autocorrelação para cada período do modelo. Neste texto, procura-se simplificar a representação matemática do modelo, considerando o tipo  $AR(1)$ . Esperamos que isto facilite a compreensão do modelo. O modelo de vazões afluentes a um reservatório é descrito na Seção I.2, incluindo procedimentos para a estimação dos parâmetros do modelo autoregressivo, caracterização da distribuição de ruídos, e teste para verificar se o modelo é adequado.

A Seção I.3 descreve como se modela e estima a relação entre as vazões afluentes a diferentes reservatórios.

O modelo gera séries sintéticas de vazões que são utilizadas na fase *forward* do algoritmo do SDDP, ou na simulação da operação do sistema. o modelo de vazões também gera seqüências de vazões condicionadas, utilizadas na fase *backward* do algoritmo. A Seção I.4 descreve como o programa SDDP gera seqüências sintéticas de vazões para o modelo e estima os parâmetros.

## I.2 Modelagem em uma variável para seqüências de vazões afluentes a um único reservatório

### I.2.1 O Modelo ARP(1)

#### I.2.1.1 Introdução

Os parâmetros que caracterizam as seqüências de vazões (i.e. média, desvio padrão, assimetria e correlação temporal) geralmente apresentam um comportamento periódico ao longo do ano. Estas seqüências podem ser analisadas por modelos auto-regressivos periódicos, *ARP*. Neste texto assume-se um modelo auto-regressivo de ordem 1 para cada período, i.e. toda a informação de correlação entre vazões presente e passada está contida na correlação com o período anterior. Neste modelo, a autocorrelação se reduz exponencialmente à medida que o número de períodos auto-regressivos lineares aumenta.

Usaremos a seguinte notação para descrever o modelo:

$m$  para períodos,  $m = 1, 2, \dots, s$ , onde  $s$  é o número de estágios do ano ( $s = 12$  para séries mensais,  $s = 52$  para séries semanais)

$T$  para anos,  $T = 1, 2, \dots, N$ , onde  $N$  é o número de anos

$t$  índice dos estágios,  $t = 1, 2, \dots, s \times N$ ,

$Z_t$  seqüência sazonal do estágio  $t$

$\mu_m$  média sazonal do período  $m$

$\sigma_m$  desvio padrão do período  $m$

$\phi_m$  parâmetro autoregressivo (de ordem 1) para o período  $m$

$a_t$  ruídos com média zero e variância  $\theta^2(t)$

Uma autocorrelação de ordem 1 em cada período significa que em cada período as vazões estão relacionadas às vazões do período anterior pela equação:

$$\left( \frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) = \phi_m \left( \frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + a_t \quad (I.1)$$

onde  $a_t$  não depende de  $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots$

### I.2.1.2 Relação entre o parâmetro auto-regressivo e a correlação de vazões

A seguinte equação mostra que com um modelo autoregressivo de primeira ordem, o parâmetro autoregressivo de cada período é o mesmo que o coeficiente de correlação (de primeira ordem) do período correspondente.

Denominaremos  $\rho^m(k)$ , a correlação entre  $Z_t$  e  $Z_{t-k}$  para  $t$  pertencente ao período  $m$ :

$$\rho^m(k) = E\left[\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right)\left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}}\right)\right] \quad (I.2)$$

O conjunto de funções de autocorrelação  $\rho^m(k)$  dos períodos  $m = 1, \dots, s$  descrevem a estrutura com dependência temporal das séries de vazões. Substituindo a equação (I.2) em (I.1), obtém-se:

$$\rho^m(k) = \phi_m E\left[\left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right)\left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}}\right)\right] + E\left[\alpha_t \left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}}\right)\right] \quad (I.3)$$

Em função da independência dos ruídos em relação ao histórico, o segundo termo do lado direito da equação é zero. Assim:

$$\begin{aligned} \rho^m(k) &= \phi_m \rho^{m-1}(k-1) & k \geq 1 \\ &= \phi_m \phi_{m-1} \rho^{m-2}(k-2) & k \geq 2 \end{aligned} \quad (I.4)$$

Se aplicamos a mesma relação continuamente e observamos que  $\rho^m(k-k) = \rho^m(0) = 1$ , obtemos

$$\rho^m(k) = \phi_m \phi_{m-1} \dots \phi_{m-k+1} \quad (I.5)$$

No caso particular em que  $k = 1$ , temos a seguinte relação

$$\rho^m(1) = \phi_m \quad (I.6)$$

Portanto, em um modelo  $ARP(I)$ , o parâmetro autoregressivo  $\phi_m$  é idêntico à correlação entre as vazões do período  $m$  e o período  $m-1$ . Por isso podemos expressar a variância

do ruído em termos dos parâmetros autoregressivos.

### I.2.1.3 o vetor de ruídos transformados

A geração de seqüências de vazões que serão usadas pelo modelo SDDP requer o conhecimento dos parâmetros e da forma da distribuição associada às vazões. Em particular, é necessário determinar os parâmetros da distribuição de ruídos das vazões. Estes parâmetros não estão diretamente relacionados às vazões anteriores por meio das autocorrelações.

Se assumirmos que o ruído tem uma distribuição *log-normal*, com média 0, variância  $\theta^2(t)$  e um limite inferior  $\psi_t$ , então sabemos da teoria Estatística, que  $a_t - \psi_t$  tem distribuição *log-normal* com média  $-\psi_t$  e variância  $\theta^2(t)$ . Se transformarmos estas variáveis  $a_t - \psi_t$  aplicando seus logaritmos, as variáveis resultantes têm uma distribuição normal. Assim, precisamos determinar os parâmetros da distribuição normal desde os parâmetros calculados das vazões observadas.

Inicialmente obtemos a variância dos ruídos em termos do parâmetro autoregressivo.

Como  $a_t$  tem média zero,

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(a_t) &= E(a_t^2) \\
 &= E\left[\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} - \phi_m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right)^2\right] - \phi_m^2 E\left[\left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right)^2\right] - 2\phi_m E\left[\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right) - \phi_m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right)\right] \\
 &= \rho^m(0) + \phi_m^2 \rho^{m-1}(0) - 2\phi_m \rho^m(1) \\
 &= 1 + \phi_m^2 - 2\phi_m^2 \\
 &= 1 - \phi_m^2
 \end{aligned}$$

$$\text{Portanto } \theta^2(t) = 1 - \phi_m^2 \quad (\text{I.7})$$

As vazões não podem ser negativas, o que implica um limite inferior para  $a_t$ ,

$\psi_t$ . Definiremos  $\psi_t$  da seguinte maneira:  $Z_t$  será positivo se:

$$a_t > -\frac{\mu_m}{\sigma_m} - \phi_m \left( \frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) = \Psi_t \quad (\text{I.8})$$

Agora vamos deduzir os parâmetros das distribuições normais  $\log(a_t - \psi_t)$ , isto é, a média  $\mu_v$  e a variância  $\sigma_v^2$ . Os valores de  $\mu_v$  e  $\sigma_v^2$  podem ser deduzidos pela função geradora de momentos de  $a_t - \psi_t$ . Para simplicidade de notação, deixaremos de lado o índice do tempo  $t$ . Também assumiremos o índice  $\lambda$  para simplificar a notação.

A função densidade de probabilidade de  $a_t$ , que tem distribuição log-normal de 3 parâmetros  $(\psi_t, \mu_n, \sigma_n)$  é:

$$f_{a_t} = \frac{1}{(a_t - \Psi_t)(2\pi\sigma_v)^{0.5}} e^{-0.5 \left( \frac{\log(a_t - \psi_t) - \mu_v}{\sigma_v} \right)^2} \quad \text{para } a_t \geq \Psi_t \quad (\text{I.9})$$

onde

$$\mu_v = E(\log(a_t - \psi_t)) \quad (\text{I.10})$$

$$\sigma_v = E(\log(a_t - \psi_t) - \mu_v)^2 \quad (\text{I.11})$$

A função de probabilidade (I.9) tem as seguintes estatísticas:

$$\text{média: } \mu = \Psi_t + e^{\mu_v + \frac{\sigma_v^2}{2}} \quad (\text{I.12})$$

$$\text{variância: } \theta^2 = e^{2(\mu_v + \sigma_v^2)} - e^{2\mu_v + \sigma_v^2} \quad (\text{I.13})$$

Chamando a variável auxiliar  $\lambda = e^{\sigma_v^2}$  e trabalhando com o segundo momento (I.13), obtém-se:

$$\begin{aligned} \theta^2 &= e^{2\mu_v + \sigma_v^2} (e^{\sigma_v^2} - 1) \\ &= e^{2\mu_v} \lambda(\lambda - 1) \end{aligned}$$

então temos que  $e^{2\mu_v} = \frac{\theta^2}{\lambda(\lambda-1)}$

$$\text{aplicando o logaritmo } \mu_v = 0.5 \log \left( \frac{\theta^2}{\lambda(\lambda-1)} \right) \quad (\text{I.14})$$

$$\text{e } \sigma_v^2 = \log(\lambda) \quad (\text{I.15})$$

A partir dos momentos de primeira ordem (I.12) da distribuição log-normal, tem-se

$$-\Psi = e^{\mu_v + \frac{\sigma_v^2}{2}}$$

$$\text{aplicando logaritmo: } \log(-\Psi) = \mu_v + \frac{\sigma_v^2}{2} \quad (\text{I.16})$$

substituindo (I.14) e (I.15) no lado direito de (I.16):

$$\begin{aligned} &= 0.5 \log \left( \frac{\theta^2}{\lambda(\lambda-1)} \right) + 0.5 \log \lambda \\ &= 0.5 \log \theta^2 - 0.5 \log(\lambda(\lambda-1)) + 0.5 \log \lambda \\ &= 0.5 \log \theta^2 - 0.5 \log \lambda - 0.5 \log(\lambda-1) + 0.5 \log \lambda \\ &= 0.5 \log \left( \frac{\theta^2}{\lambda-1} \right) \end{aligned}$$

$$\text{exponenciando ambos lados : } -\Psi = \left( \frac{\theta^2}{\lambda-1} \right)^{0.5}$$

$$\Psi^2 = \frac{\theta^2}{\lambda-1}$$

$$\text{portanto: } \lambda = \frac{\theta^2}{\Psi^2} + 1 \quad (\text{I.17})$$

substituindo (I.17) em (I.14) e (I.15) obtemos expressões para  $\mu_v$  e  $\sigma_v^2$  em termos da variância e do limite inferior dos ruídos. Estas são utilizadas na geração sintética de vazões (ver Seção I.4).

Consideraremos agora a dependência explícita com  $t$ .

A variável  $v_t = \frac{\log(a_t - \psi_t) - \mu_v}{\sigma_v}$  é chamada ruído transformado.

#### I.2.1.4 Modelo de Ajuste

O modelo de vazões permite a adoção de diferentes ordens de regressão que se aplicam a cada período. *Box* e *Jenkins* propuseram uma metodologia para o ajuste de modelos ARIMA de séries temporais, que também pode ser aplicada aos modelos  $PAR(p)$ . Nesta análise, a seleção do modelo se divide em três partes.

O primeiro passo, chamado *identificação do modelo*, consiste na seleção de uma ordem inicial para o modelo, baseado nos estimadores das funções autoregressivas obtidas do histórico. O segundo passo é a *estimação dos* parâmetros do modelo, e o terceiro passo é chamado *verificação do* modelo, onde testes estatísticos são utilizados para comprovar se as hipóteses adotadas pelo teste anterior são adequadas. Se isto não for verificado deve-se retornar ao primeiro passo, até que os resultados sejam satisfatórios.

### I.2.2 Verificação do Modelo

Pode-se testar o modelo  $PAR(1)$  quanto à independência e normalização das afluições e por *outliers*.

#### I.2.2.1 Independência dos ruídos

Esta hipótese pode ser comprovada pelo cálculo da autocorrelação sazonal dos ruídos transformados, como:

$$r_v^{(m)}(j) = \frac{N^{-1} \sum_{j=1}^N (V_{(i-1)s+m} V_{(i-1)s+m-j})}{\sigma_v^{(m)} \sigma_v^{(m-1)}} \quad (\text{I.18})$$

Se o modelo for adequado,  $r_v^{(m)}(j)$  tem uma distribuição aproximadamente Normal com média zero e variância menor que  $N^{-1}$ . As estatísticas de *Portmanteau*,

$$Q_{m,L} = N \sum_{j=1}^L (r_v^{(m)}(j))^2 + \frac{L(L+1)}{2N} \quad (\text{I.19})$$

são assintoticamente independentes e têm uma distribuição  $\chi^2$  com  $(L - 1)$  graus de liberdade. Um valor (significativamente) alto de  $Q_{m,L}$  indica que a modelação do período  $m$  não é adequada. Neste caso, deve-se tentar variar a ordem do modelo (aumentando a ordem desde 1) até que os ruídos sejam independentes. Neste processo, pode-se analisar as funções de autocorrelação parciais da amostra.

O modelo também deverá ser provado para todo o conjunto, usando a estatística:

$$Q_L = \sum_{j=1}^s Q_{m,L} \quad (\text{I.20})$$

onde  $Q_L$  tem uma distribuição  $\chi^2$  com  $s(L-1)$  graus de liberdade.

### I.2.2.2 Ruídos normalizados

Esta hipótese pode ser verificada através do cálculo da assimetria sazonal:

$$\gamma_v^m = N^{-1} \sum_{i=1}^N (V_{(i-1)s+m})^3 \quad (\text{I.21})$$

Por ter o estimador da assimetria uma distribuição aproximadamente normal, com média zero e variância  $6N^{-1}$ , a hipótese que a *distribuição transformada* tem uma distribuição Normal é recusada (com nível de significância  $\alpha$ ) sempre que  $|\gamma_v^m| > z_{n_\alpha} [6N^{-1}]^{0.5}$ , onde  $n_\alpha$  é o limite superior do intervalo de confiança para um  $\alpha$  dado, de uma distribuição normal padrão.

### I.2.2.3 Pontos fora da curva

O cálculo da seqüência histórica  $\{v_1, v_2, \dots\}$  caracteriza como *suspeito* qualquer valor  $Z_t$

que resulte em um valor  $v_t$  fora do intervalo de confiança de 99% de uma distribuição Normal.

### I.3 Modelo multivariado para múltiplos reservatórios

Seja:

$$v_t = [v_t(1), v_t(2), \dots, v_t(j)] \quad (\text{I.22})$$

um conjunto de ruídos transformados espacialmente dependentes, onde  $v_t(1)$  corresponde à primeira estação hidrológica,  $v_t(2)$  a segunda, e assim em diante, para  $j$  estações.

O modelo espacial é representado por:

$$v_t = A w_t \quad (\text{I.23})$$

onde  $w_t$  é um vetor com  $j$  componentes, todos com distribuição normal padrão, e independentes entre si. A matriz  $A$ , conhecida como matriz de carga é calculada pela seguinte equação:

$$A A' = \text{Cov}(v_t) = \Sigma \quad (\text{I.24})$$

onde  $A'$  é a transposta de  $A$  e  $\text{Cov}(v_t)$  é a matriz de covariância de  $v_t$ , chamada  $\Sigma$ , a que se estima desde as observações simultâneas de  $v_t(1), v_t(2), \dots, v_t(j)$ .

Uma maneira de resolver (I.24) é por decomposição em autovetores de  $\Sigma$ :

$$\Sigma = X \Lambda X'$$

onde  $\Lambda$  é uma matriz diagonal com os autovalores e  $X$  é uma matriz de autovetores. Assim,

$$A = X\Lambda^2$$

#### I.4 Geração sintética de vazões

A geração de vazões em um período qualquer  $m$  se faz tomando uma amostra, em cada tempo  $t$ , com  $j$  variáveis dependentes de distribuição normal padrão, onde  $j$  é o número de usinas hidráulicas do estudo:  $\tilde{w}_t(1), \tilde{w}_t(2), \dots, \tilde{w}_t(j)$

O vetor de ruídos transformado com dependência espacial  $\tilde{v}_t = [\tilde{v}_t(1), \tilde{v}_t(2), \dots, \tilde{v}_t(j)]$  é calculado pela equação (I.23), isto é,  $\tilde{v}_t = A \tilde{w}_t$ . Cada ruído  $\tilde{v}_t(i)$ ,  $i = 1, \dots, j$  recebe uma transformação específica para resultar no ruído  $\tilde{a}_t(i)$  do modelo autoregressivo periódico.

$$\tilde{a}_t(i) = \exp(\tilde{v}_t(i) \times \tilde{\sigma}_v + \tilde{\mu}_v) + \tilde{\Psi}_t \quad (\text{I.25})$$

onde  $\tilde{\mu}_v$ ,  $\tilde{\sigma}_v$  e  $\tilde{\Psi}_t$  estão relacionados aos resíduos sintéticos da mesma maneira que  $\mu_v$ ,  $\sigma_v$  e  $\Psi_t$  estão aos ruídos reais (equações (I.14), (I.15) e (I.8) respectivamente).

A variável normalizada para cada local satisfaz a equação autoregressiva específica da variável local  $i$ :

$$\tilde{X}_t(i) = \varphi_m(i) \tilde{X}_{t-1}(i) + \tilde{a}_t \quad (\text{I.26})$$

A vazão sintética  $\tilde{Z}_t(i)$  satisfaz:

$$\tilde{Z}_t(i) = \tilde{X}_t(i) \sigma_m(i) + \mu_m(i) \quad (\text{I.27})$$

onde  $\mu_m(i)$  e  $\sigma_m(i)$  correspondem à média e desvio padrão da amostra das vazões reais afluentes ao reservatório  $i$  no período  $m$ .

No programa SDDP, é necessário que sejam simultaneamente gerados um conjunto de vazões sintéticos no estágio de otimização, é necessário que estas seqüências tenham

um limite inferior comum em cada passo de tempo. Estas seqüências se chamarão seqüências separadas de  $\tilde{z}(t,k)$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

Na prática, devido à natureza iterativa dos cálculos, utiliza-se o procedimento seguinte.

Em cada instante de tempo calcula-se:

$$\tilde{\Psi}_t(i,k) = -\frac{\mu_m(i)}{\sigma_m(i)} - \varphi_m(i) \frac{\tilde{Z}_{t-1}(i,k) - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}(i)}$$

O valor máximo dos limites inferiores calculados para as seqüências individuais, é o limite inferior comum, isto é,

$$\tilde{\Psi}_t(i) = \underset{k=1}{\overset{K}{\text{Max}}} \tilde{\Psi}_t(i,k)$$

Desta maneira calculam-se  $\tilde{\lambda}$ ,  $\tilde{\mu}_v$  e  $\tilde{\sigma}_v$  por:

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}(t,i) &= 1 + \frac{1 - \varphi_m(i)^2}{\tilde{\Psi}_t(i)^2} \\ \tilde{\mu}_v(t,i) &= 0.5 \log \left[ \frac{1 - \varphi_m(i)^2}{\tilde{\lambda}(t,i)(\tilde{\lambda}(t,i) - 1)} \right] \\ \tilde{\sigma}_v(t,i) &= \left[ \log(\tilde{\lambda}(t,i)) \right]^{0.5} \end{aligned}$$

Finalmente calculam-se as vazões sintéticas como

$$\tilde{z}_t(i,k) = \sigma_m(i) \left[ \exp \left( \tilde{\mu}_v(t,i) + \tilde{\sigma}_v(t,i) \tilde{v}_t(i) \right) + \tilde{\Psi}_t(i) - \tilde{\Psi}_t(i,k) \right]$$

O único outro requisito é a existência de um ponto inicial, isto é, um valor de  $\tilde{Z}_{t-1}$  para o primeiro instante de tempo. Em alguns casos, este valor pode ser conhecido, como no caso da simulação de continuidade de uma seqüência de vazões reais. Caso contrário pode-se assumir um valor arbitrário, por exemplo,  $\tilde{Z}_{t-1} = \mu_{m-1}$ .