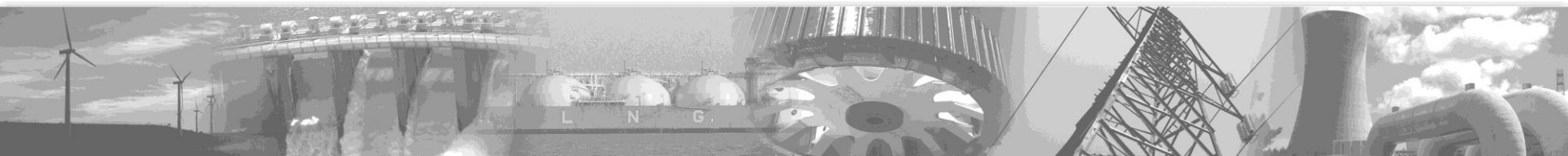


Geração de cenários de energia renovável correlacionados com hidrologia: uma abordagem bayesiana multivariada

[alessandro@psr-inc.com]



Conteúdo

- ▶ Introdução
- ▶ Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- ▶ Transformação em variáveis normais
- ▶ Rede bayesiana
- ▶ Geração de cenários
- ▶ Resultados

Conteúdo

- ▶ **Introdução**
- ▶ Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- ▶ Transformação em variáveis normais
- ▶ Rede bayesiana
- ▶ Geração de cenários
- ▶ Resultados

Introdução

- ▶ Modelo proposto não depende de uma premissa sobre a distribuição de probabilidade
- ▶ A distribuição de probabilidade de cada série é estimada através das observações históricas
- ▶ O método de estimação é chamado *Kernel Density*
- ▶ O método é utilizado para obter funções de transformações que serão aplicadas nas observações do histórico

Introdução

- ▶ A série histórica transformada será aplicada num modelo auto regressivo convencional, que não dependerá de sua distribuição de probabilidade original
- ▶ Um modelo de rede bayesiana será utilizado para determinar a correlação entre as séries transformadas de energia renovável (vento ou irradiância) e hidrologia (vazões)
- ▶ A geração de cenários é feito nas séries transformadas, que podem ser transformadas de volta nas séries originais

Conteúdo

- ▶ Introdução
- ▶ **Estimação não paramétrica (*Kernel density*)**
- ▶ Transformação em variáveis normais
- ▶ Rede bayesiana
- ▶ Geração de cenários
- ▶ Resultados

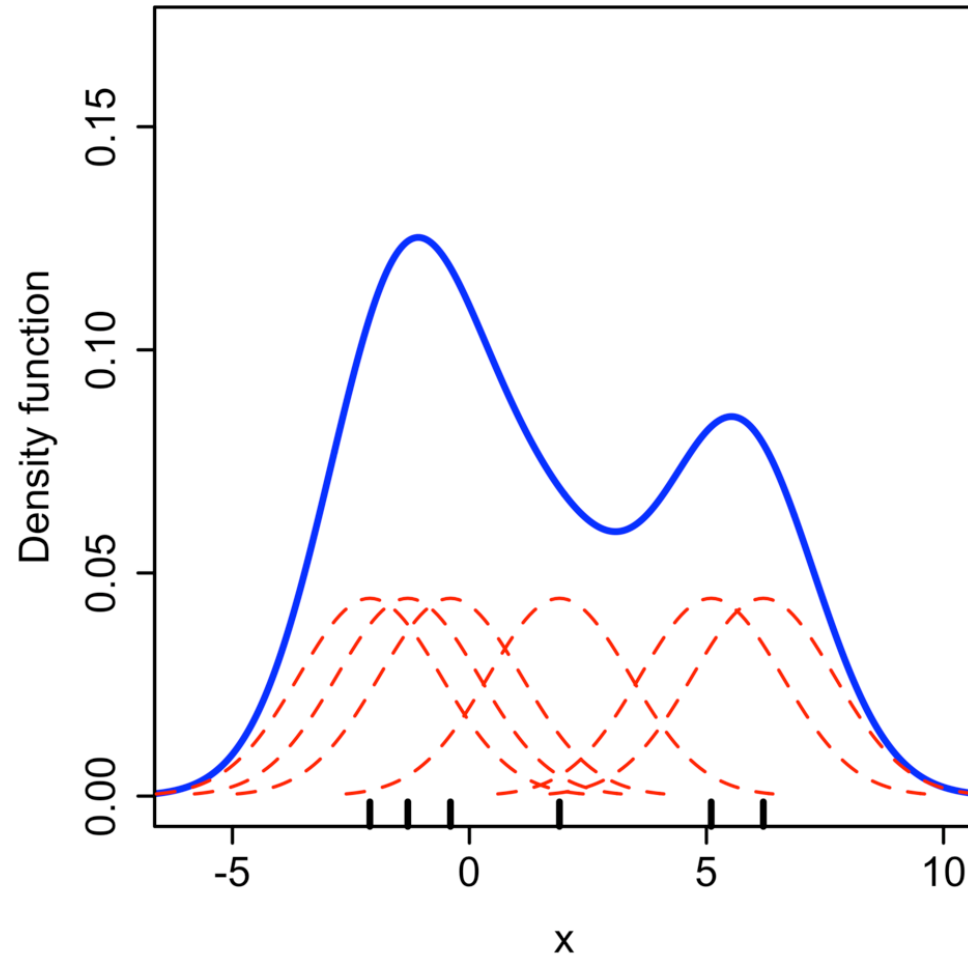
Estimação não-paramétrica

- Dado uma variável aleatória X , com densidade de probabilidade $f(x)$, a aproximação de $f(x)$ é dada por:

$$f(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_i)^2}{h^2}}$$

- Dizemos que h é a largura de banda (ou parâmetro de alisamento), que é um parâmetro que deve ser otimizado para garantir que a estimação da distribuição fique adequada

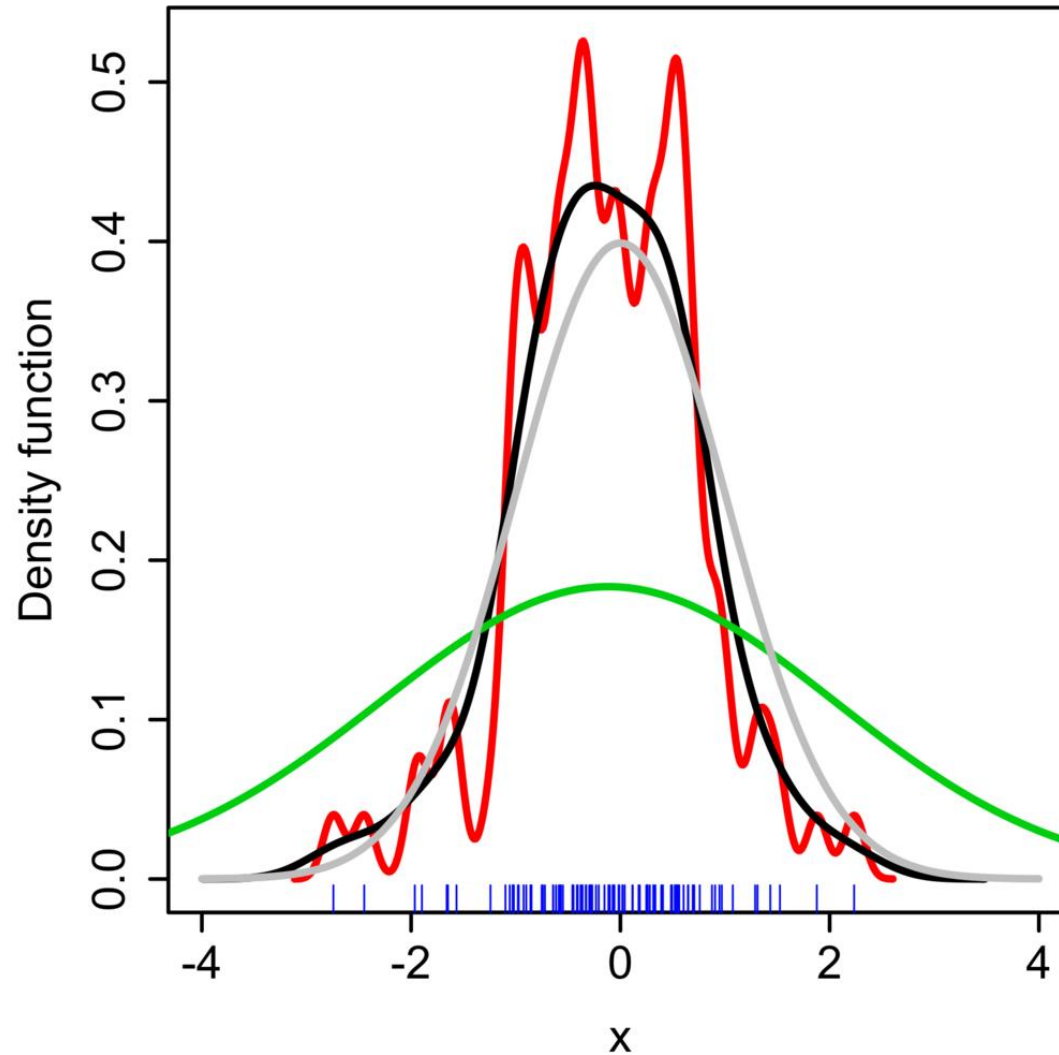
Estimação não-paramétrica



Estimação não-paramétrica

- ▶ Podemos estimar h resolvendo um problema de minimização do erro quadrático
- ▶ Porém não conhecemos a distribuição de probabilidade original, então não podemos resolver o problema de forma direta
- ▶ Para isso, alguns problemas de otimização relativamente complexos foram propostos, e com eles algumas estimativas para h ótimo.

Estimação não-paramétrica



Estimação não-paramétrica

- Foi utilizado um estimador para h que gera bons resultados para as variáveis aleatórias consideradas aqui:

$$h = 1.06\hat{\sigma}n^{-1/5}$$

- Esta estimativa gera bons resultados quando a densidade da variável aleatória é aproximadamente gaussiana

Estimação não-paramétrica

- ▶ Como estamos tratando de grandezas estritamente positivas (vento e vazão por exemplo) temos que garantir que a estimação da densidade represente isso (estimação com suporte)
- ▶ Para isso, basta introduzir uma transformação a partir de uma função que possua o mesmo domínio ($\ln(x)$ por exemplo)

Estimação não-paramétrica

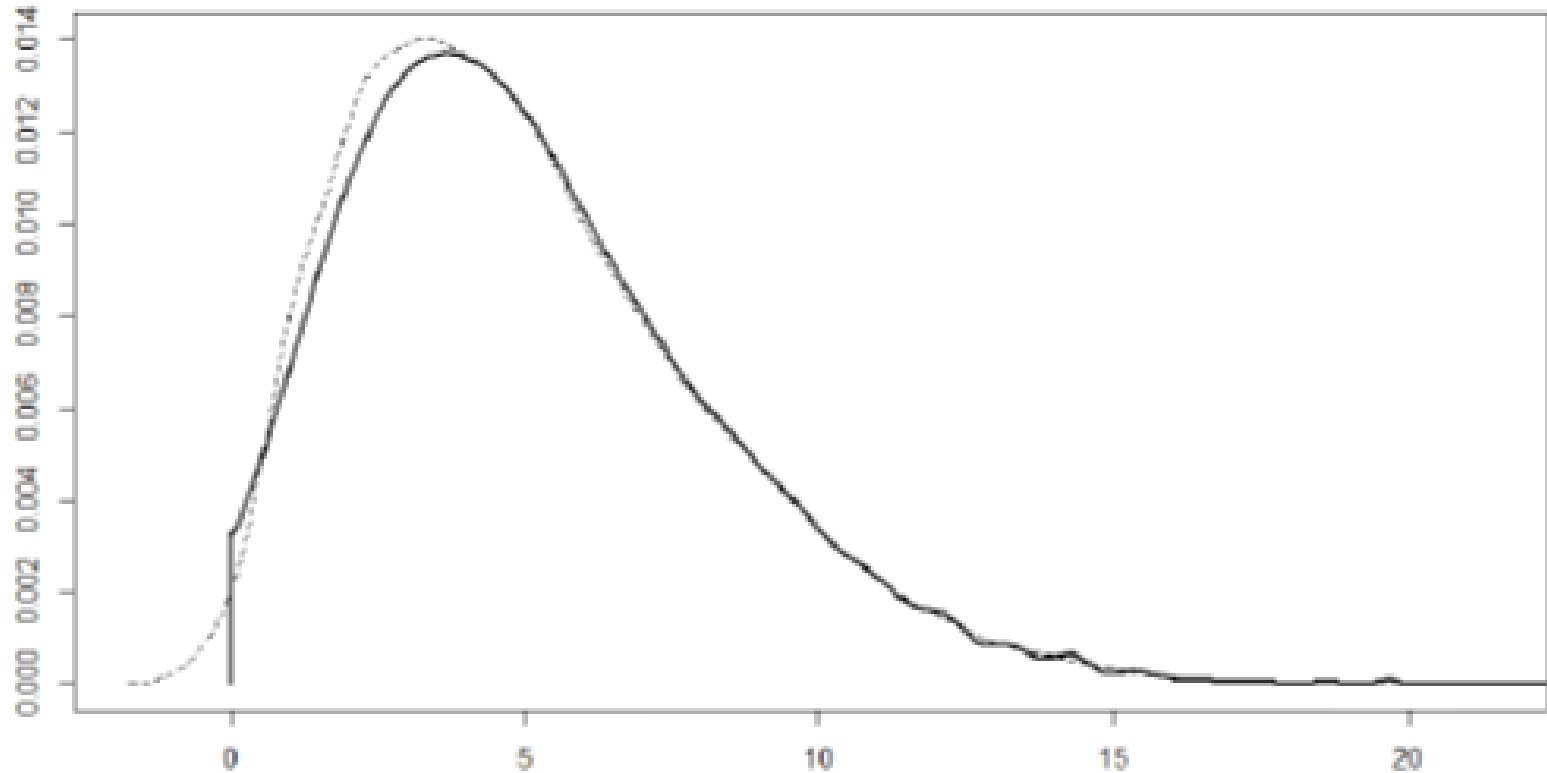
- ▶ Seja $t(x)$ a função de transformação e $g(y)$ distribuição de probabilidade de Y :

$$y = t(x) \quad \Rightarrow \quad f(x) = g(t(x))t'(x)$$

- ▶ Calcula-se $y_i = t(x_i)$
- ▶ Aplica-se normalmente o método para obter uma estimativa de $g(y)$
- ▶ Obtemos uma estimativa para $f(x)$ usando

$$\hat{f}(x) = \hat{g}(t(x))t'(x)$$

Estimação não-paramétrica



Conteúdo

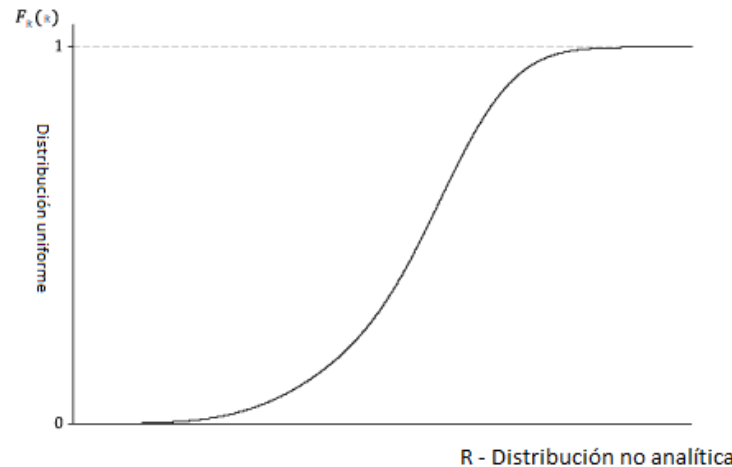
- ▶ Introdução
- ▶ Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- ▶ **Transformação em variáveis normais**
- ▶ Rede bayesiana
- ▶ Geração de cenários
- ▶ Resultados

Transformação em variáveis normais

- ▶ A estimação da densidade probabilidade do histórico será utilizada para transformar a série de observações históricas, em séries normalmente distribuídas.
- ▶ Esta transformação irá permitir a utilização de métodos que assumem normalidade nas variáveis aleatórias envolvidas.
- ▶ O primeiro passo é obter as PITs (Probability Integral Transform) do histórico

Transformação em variáveis normais

- ▶ Para isso basta integrar $f(x)$ estimada, obtendo $F(x)$
- ▶ Se aplicarmos a função de distribuição acumulada $F(x)$ nas observações históricas originais ($F(r_t)$), o resultado será conjuntos de observações uniformemente distribuídos.



Transformação em variáveis normais

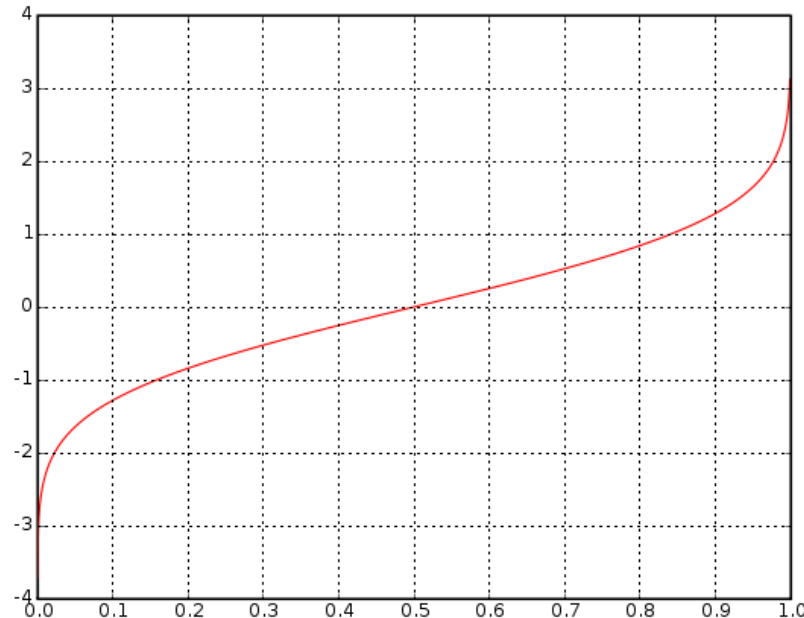
► Então:

$$\mathbf{u}_t = F(\mathbf{r}_t)$$

► E se $F(x)$ for uma boa aproximação para a função acumulada real da variável aleatória, então $\mathbf{u}_t$ é uniformemente distribuída

Transformação em variáveis normais

- Agora vamos transformar cada conjunto de observações uniformemente distribuídas (u_t), em observações normais. Para isso utilizamos a função acumulada inversa da normal (função que mapeia os seus quantis).



Transformação em variáveis normais

- ▶ A função que mapeia os quantis de uma normal não tem forma analítica exata:

$$Q(u) = \inf\{x \in R: u \leq F_N(x)\}$$

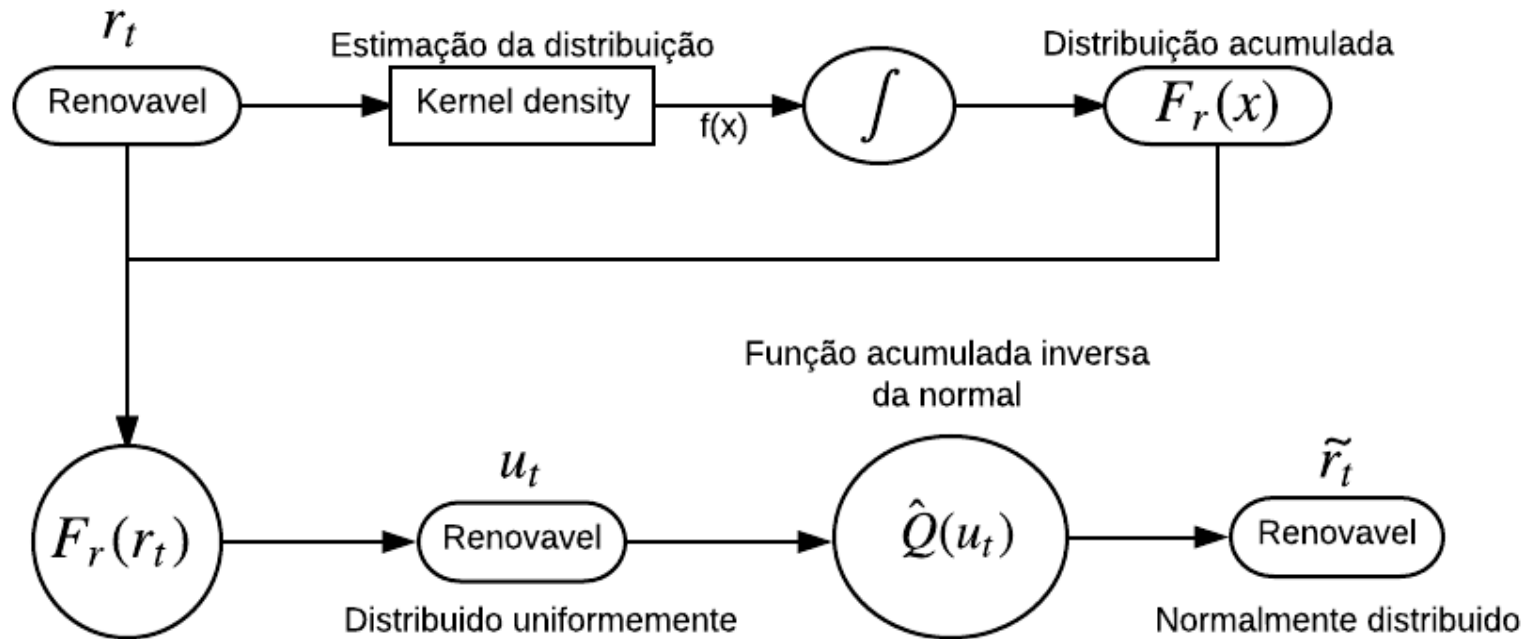
- ▶ Seja $\hat{Q}(u)$ uma aproximação numérica de $Q(u)$
- ▶ Transformando as PITs do histórico, temos:

$$\tilde{r}_t = \hat{Q}(u_t)$$

Transformação em variáveis normais

- ▶ Se $\hat{Q}(u)$ for uma boa aproximação para $Q(u)$, então o conjunto de observações transformadas $\tilde{r}_t$ é normalmente distribuído
- ▶ r_t é a observação histórica original, com distribuição analítica não conhecida, e $\tilde{r}_t$ é a observação histórica transformada com distribuição normal

Transformação em variáveis normais



Conteúdo

- ▶ Introdução
- ▶ Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- ▶ Transformação em variáveis normais
- ▶ **Rede bayesiana**
- ▶ Geração de cenários
- ▶ Resultados

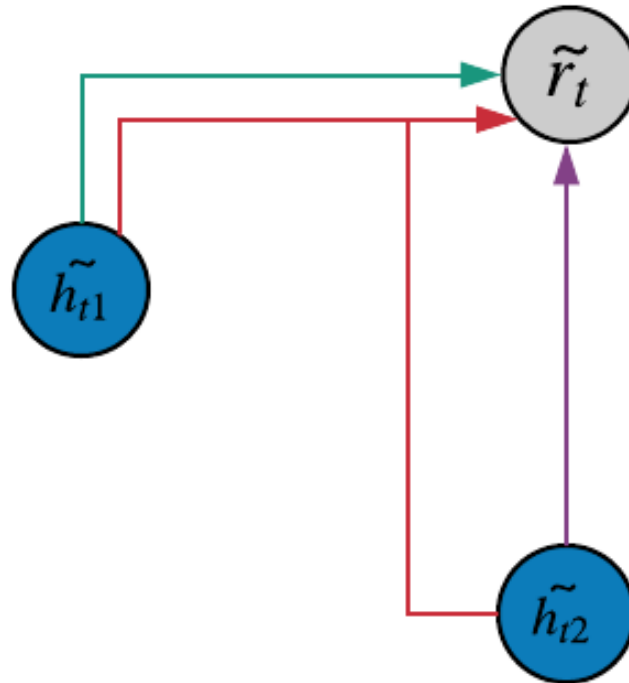
Rede bayesiana

- ▶ Grafo direcional e acíclico onde os nós são as variáveis e as arestas a dependencia condicional entre as mesmas
- ▶ Método procura a menor topologia (o menor grafo) que representa corretamente a probabilidade conjunta das variáveis aleatórias

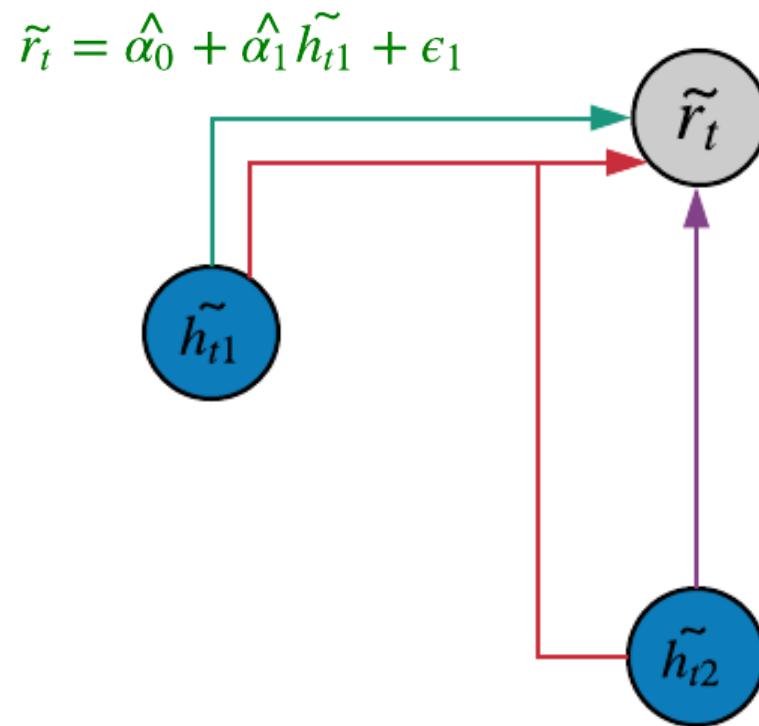
Rede bayesiana

- ▶ Por exemplo, seja um caso com 100 séries hidrológicas e 1 série renovável. Provavelmente nem todas as séries de hidrologia têm algum tipo de dependencia com a renovável
- ▶ A topologia ótima da rede dirá que grupo das 100 series hidrológicas têm alguma estrutura de dependencia linear significativa com a renovável a ponto de ser utilizada no modelo
- ▶ Esse grupo mais importante forma a topologia ótima da rede bayesiana

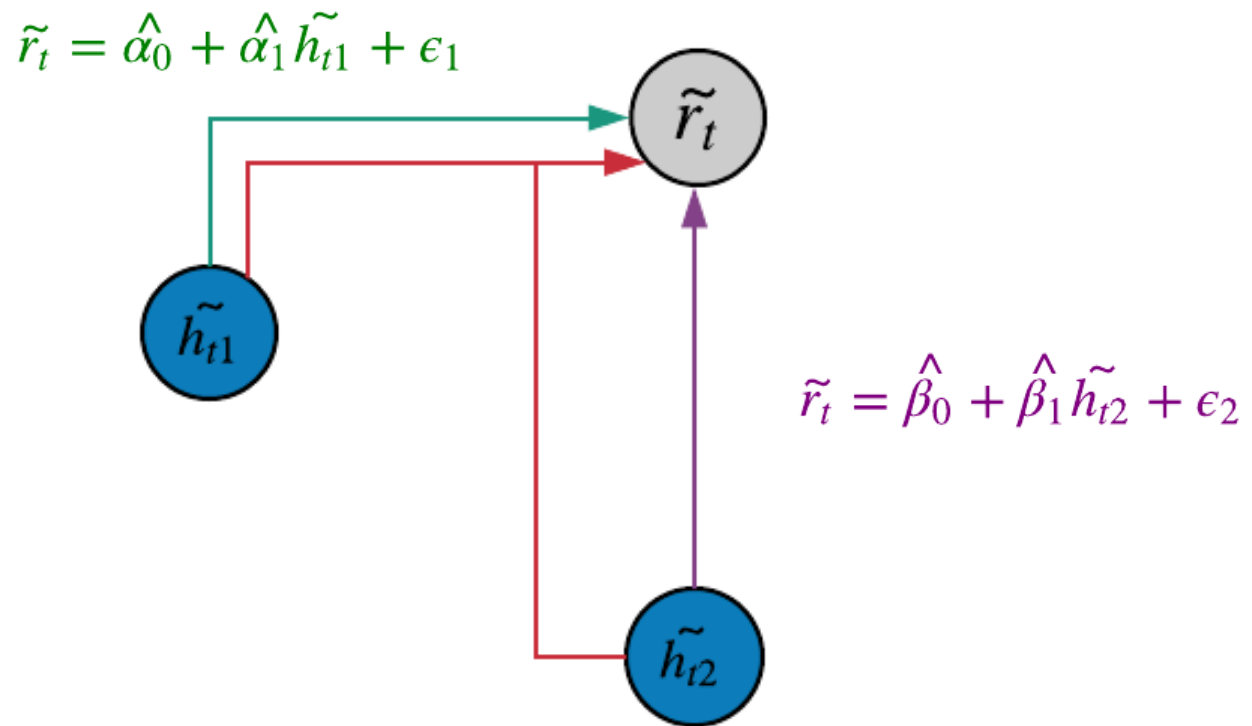
Rede bayesiana



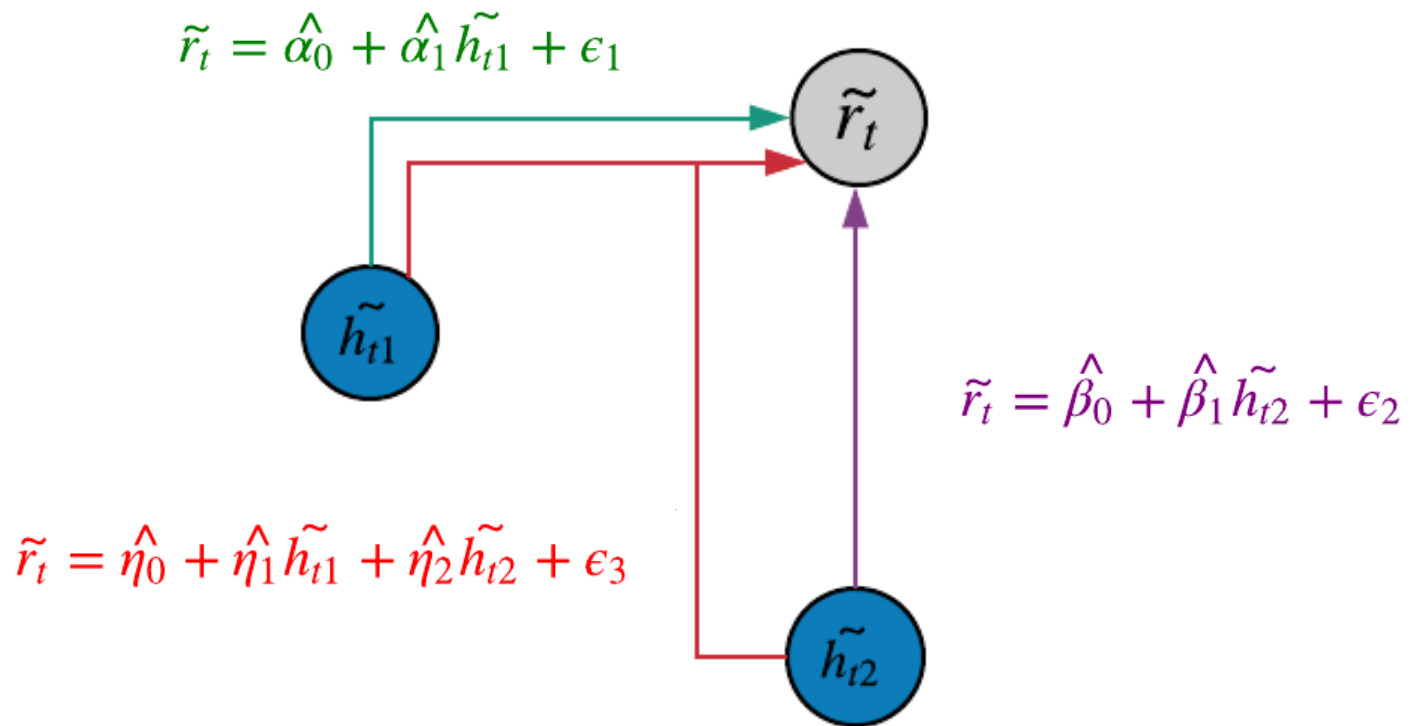
Rede bayesiana



Rede bayesiana



Rede bayesiana



Rede bayesiana

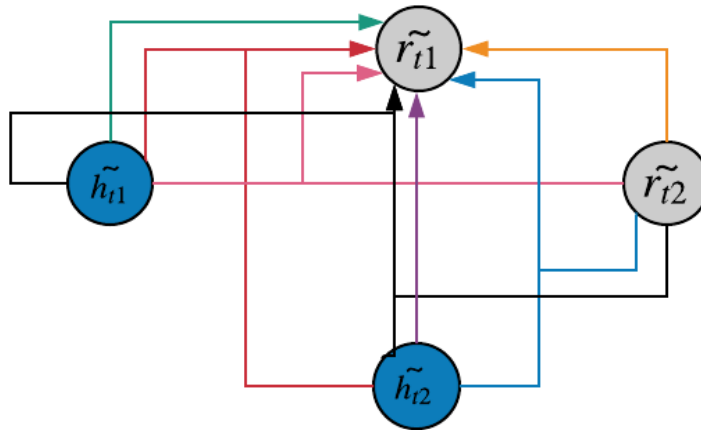
- ▶ Cada aresta é um modelo de regressão simples, onde seus parâmetros são facilmente estimados
- ▶ Todo nó da rede corresponde à uma variável aleatória transformada, ou seja, todas as variáveis na rede são normalmente distribuídas
- ▶ Como só estamos interessados em modelar as series renovaveis, basta escolher entre os modelos que as têm como variáveis dependentes

Rede bayesiana

- ▶ Para isso, o critério de akaike (AIC) é utilizado em todas as arestas da rede
- ▶ O melhor deles é escolhido como o modelo da renovavel
- ▶ Esse método é feito para todas as renovaveis do caso, onde ainda podemos ter correlações entre elas, por exemplo:

$$\widetilde{r}_{t1} = \alpha_0 + \alpha_1 \widetilde{r}_{t2} + \alpha_2 \widetilde{h}_{t3} + \epsilon$$

Rede bayesiana



$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_1$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_3$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t2} + \epsilon_1$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t2} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t2} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \hat{\alpha}_3 \tilde{r}_{t2} + \epsilon_3$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_1$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_3$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t1} + \epsilon_1$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2$$

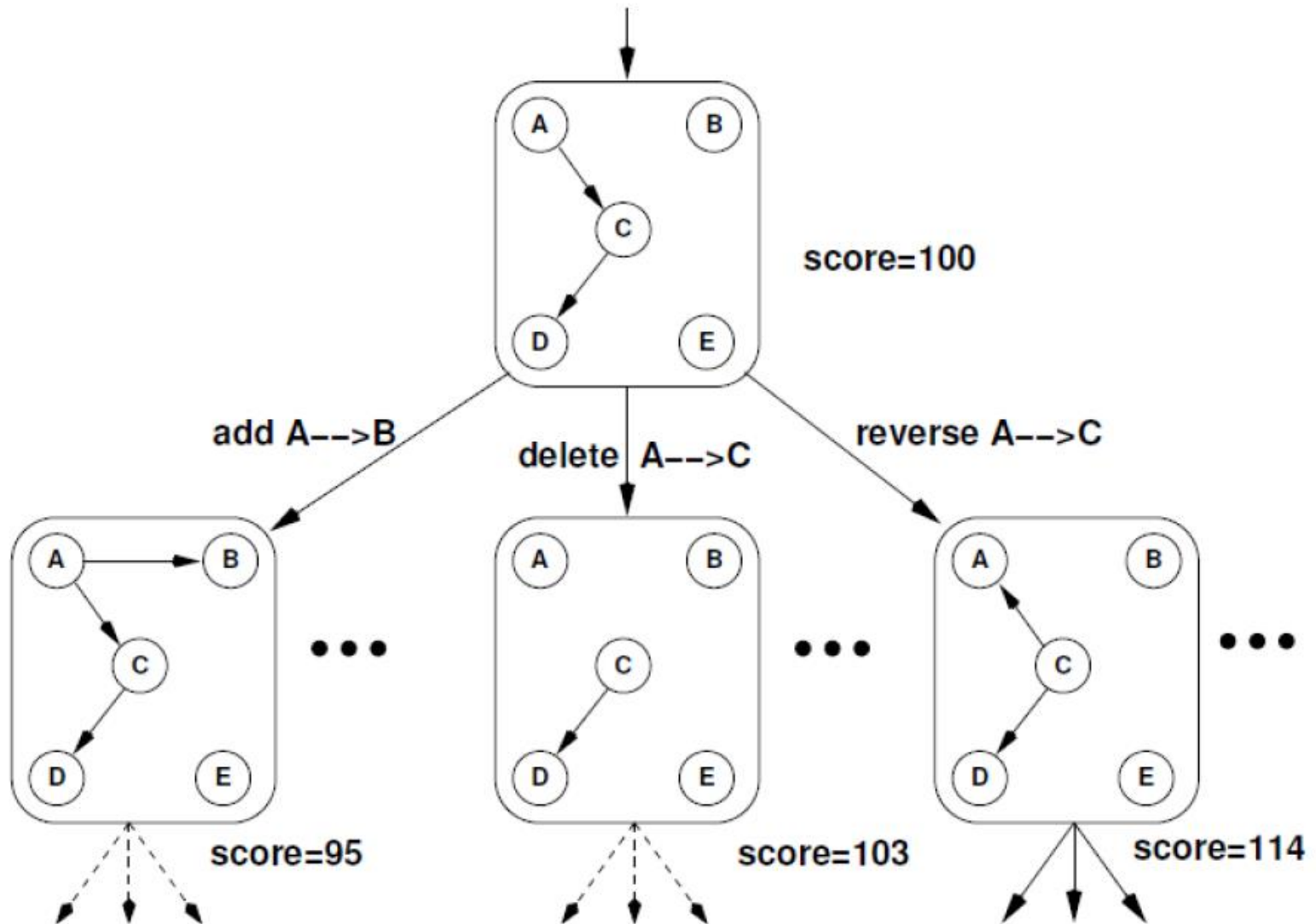
$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \hat{\alpha}_3 \tilde{r}_{t1} + \epsilon_3$$

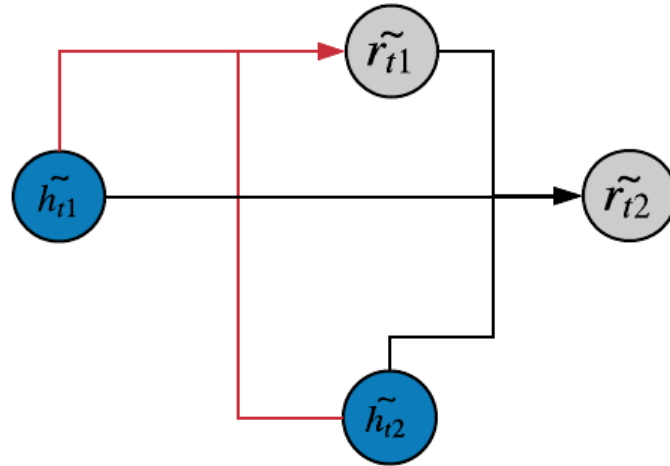
Rede bayesiana

- ▶ A estimação da rede bayesiana é um processo de complexidade alta, pois é um problema combinatório
- ▶ Para um conjunto grande de variáveis, avaliar todas as possíveis conexões da rede é computacionalmente inviável
- ▶ Algumas heurísticas são aplicadas para reduzir o espaço de busca
- ▶ O método de estimação é baseado no algoritmo *Hill Climbing*

Rede bayesiana



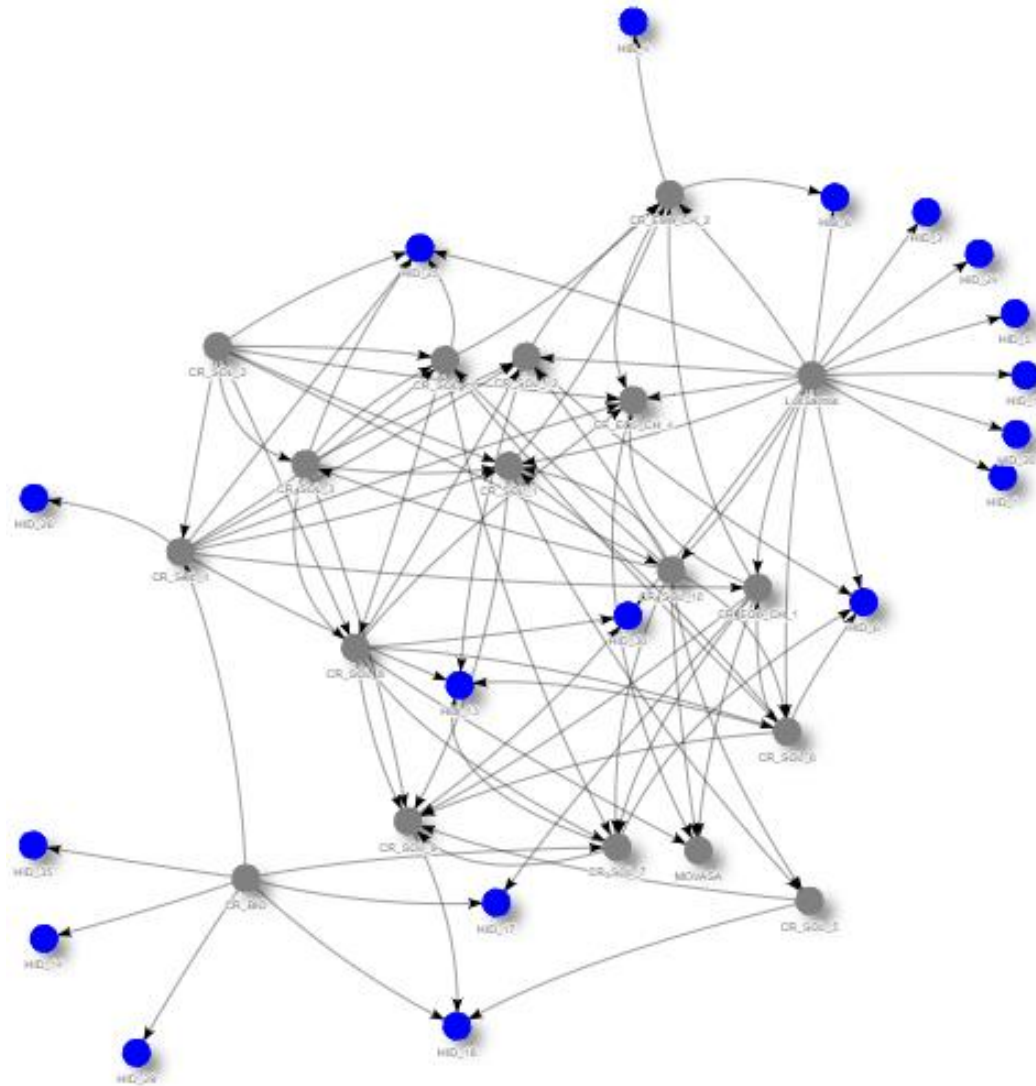
Rede bayesiana



$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_3$$

$$\tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \hat{\alpha}_3 \tilde{r}_{t1} + \epsilon_3$$

Rede bayesiana



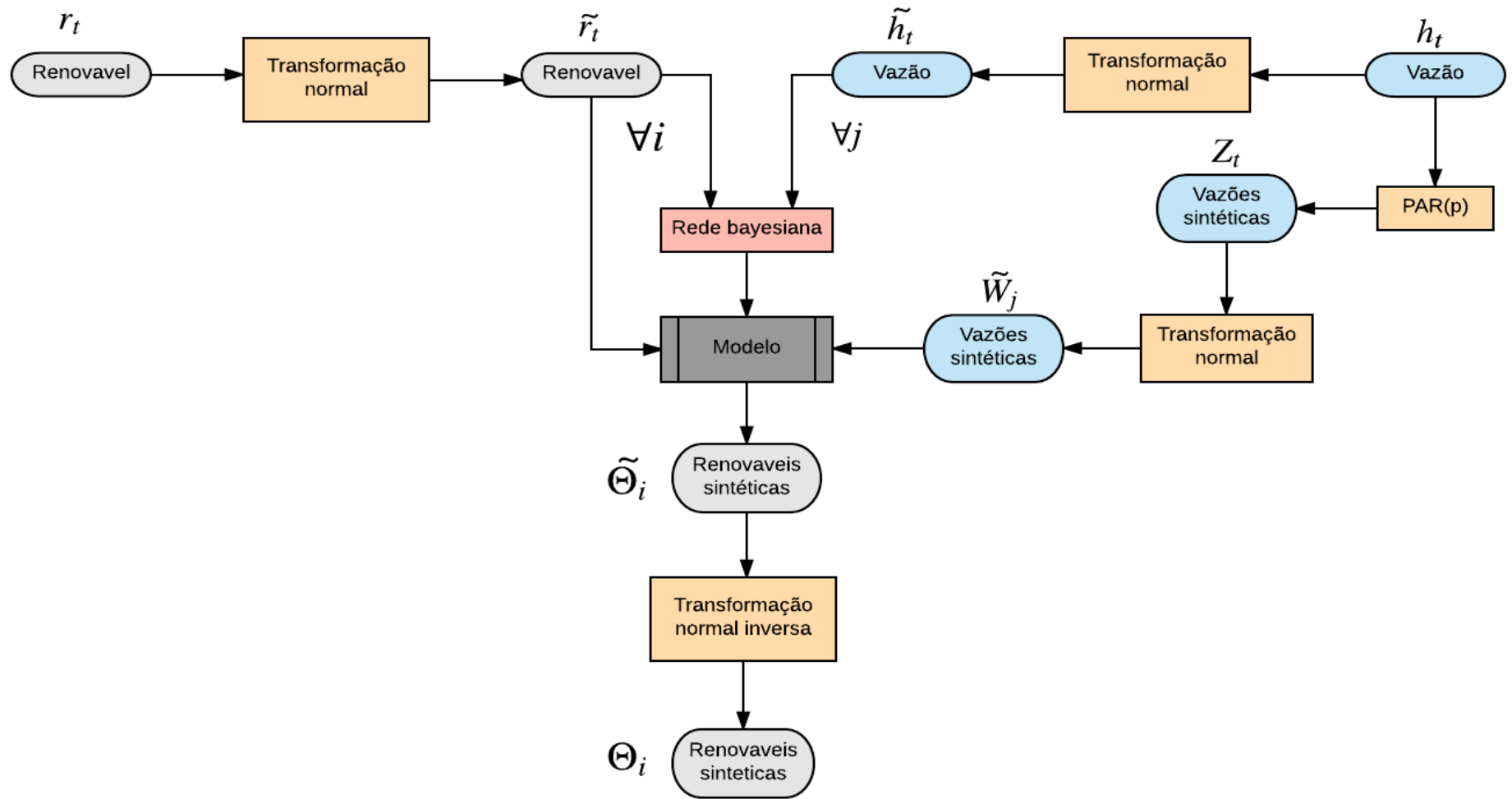
Conteúdo

- ▶ Introdução
- ▶ Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- ▶ Transformação em variáveis normais
- ▶ Rede bayesiana
- ▶ **Geração de cenários**
- ▶ Resultados

Geração de cenários

- ▶ Temos um modelo para “série de renovável transformada”
- ▶ Para as series hidrológicas, utilizaremos os cenários gerados por outro modelo (PAR(p) por exemplo)
- ▶ Cada cenário de vazão será transformado para o mundo da normal, onde entrará no modelo da rede bayesiana e gerará cenários transformados de séries renováveis
- ▶ Para cada cenário transformado, basta fazer o caminho inverso e obter cenários reais de séries de renováveis

Geração de cenários



Conteúdo

- ▶ Introdução
- ▶ Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- ▶ Transformação em variáveis normais
- ▶ Rede bayesiana
- ▶ Geração de cenários
- ▶ **Resultados**

Resultados

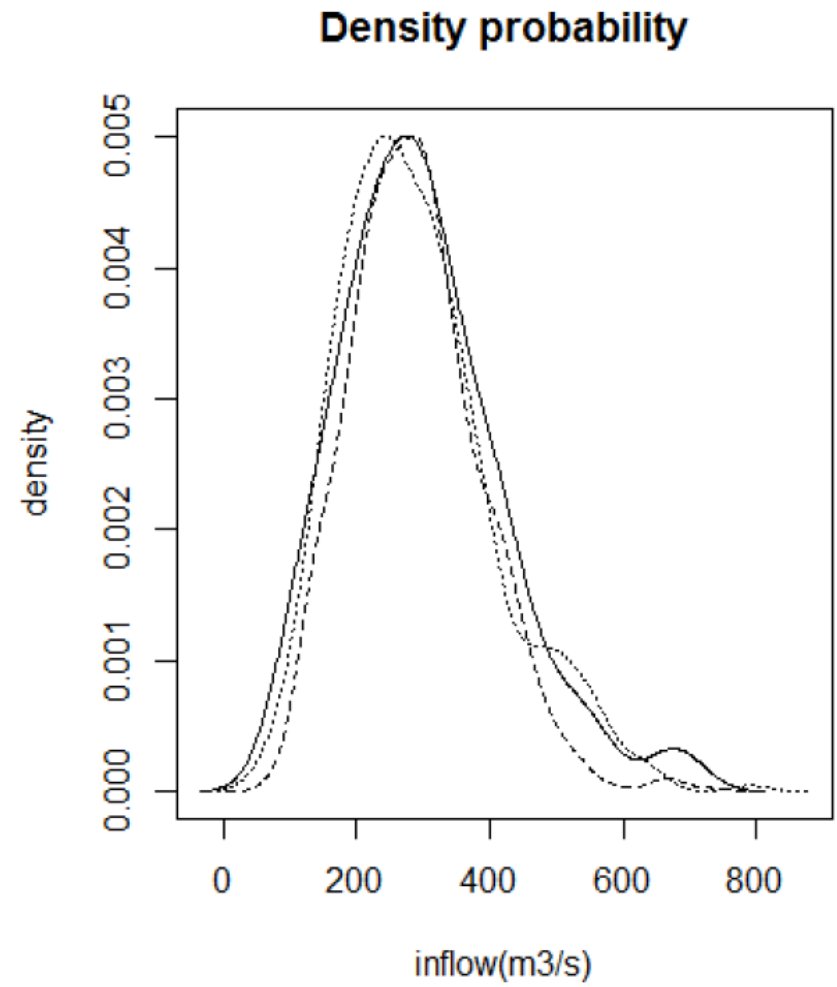
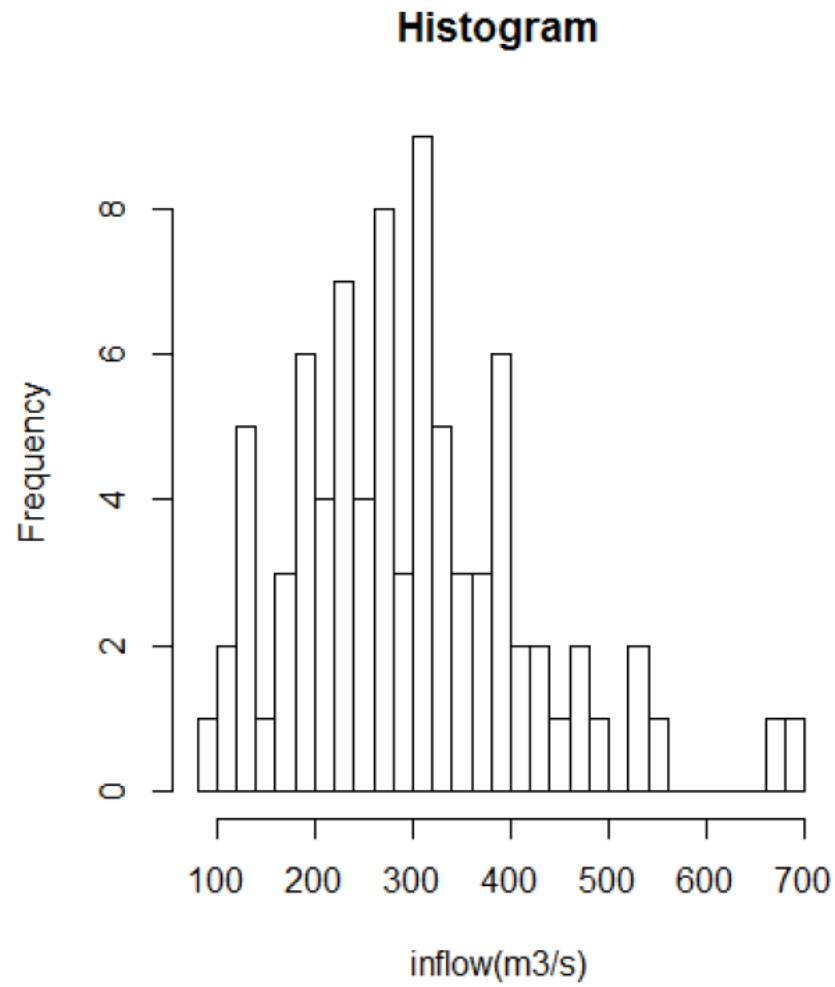
- ▶ Vamos comparar o modelo não-paramétrico proposto com modelos paramétricos, que assumem distribuição log-normal para as séries
- ▶ Vamos analisar duas séries, onde a série 1 apresenta uma distribuição que pode ser adequadamente representada por uma log-normal, e a série 2 não é tão bem representada assim

Resultados

- Um teste de normalidade no log das séries comprova que a série 1 pode ser modelada por uma log-normal, mas a serie 2 não.

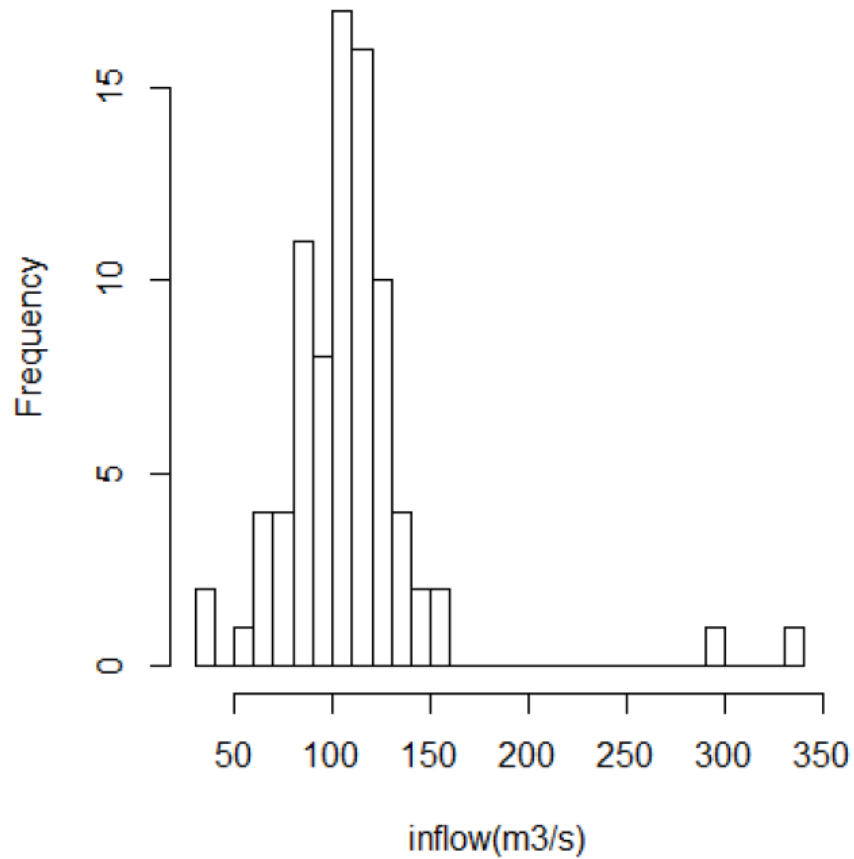
Series	p-valor
Log(Serie1)	0.543
Log(Serie2)	6.3e-06

Resultados – Serie 1

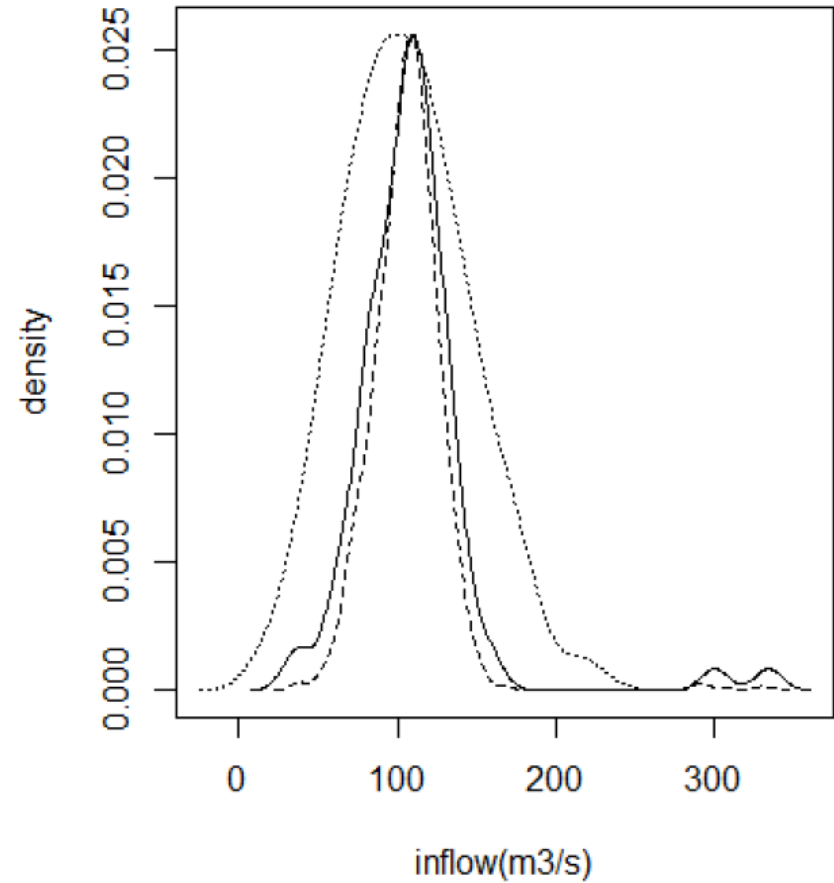


Resultados – Serie 2

Histogram

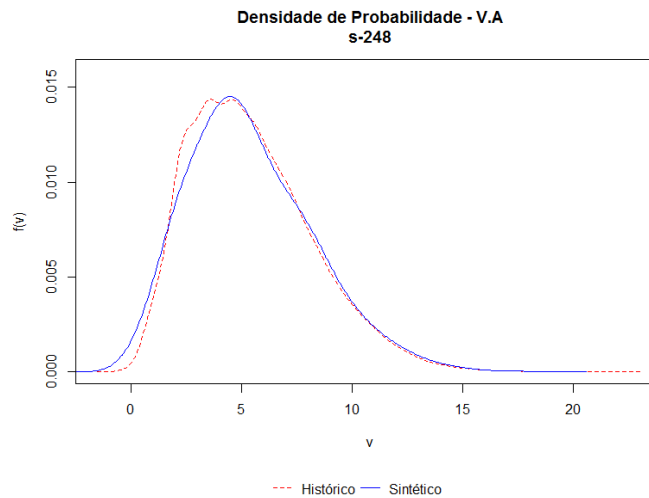
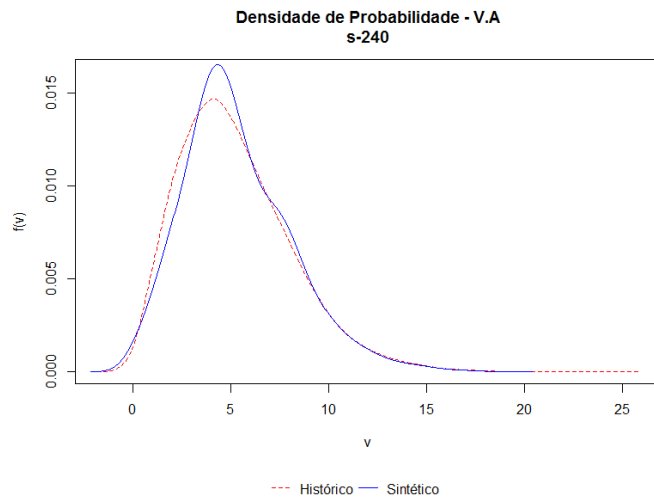
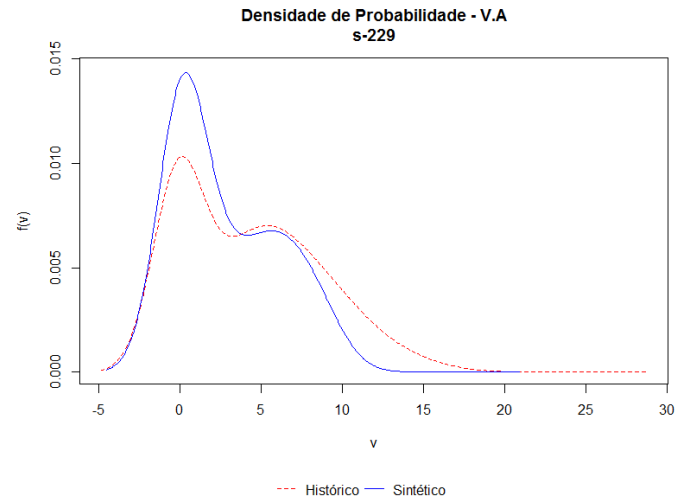
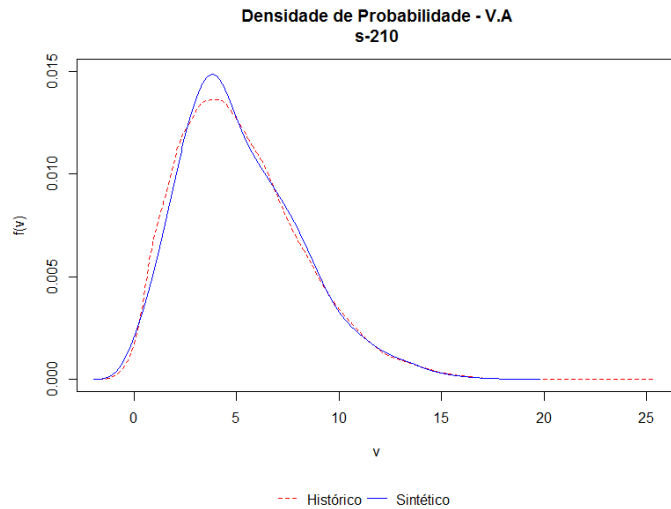


Density probability



Resultados

► Series sintéticas de vento geradas:



Conclusões

- ▶ Desenvolvimento de um modelo para representação de elementos variantes no tempo estatisticamente dependentes
- ▶ Abordagem não paramétrica na caracterização de funções de densidade de probabilidade
- ▶ Os resultados mostram que o modelo proposto tem resultados melhores que modelos convencionais (paramétricos) na maioria das séries reais
- ▶ Modelo genérico, podendo ser utilizado para representar outros tipos de série

Trabalhos Futuros

- ▶ Capturar estruturas de dependência não linear na rede bayesiana, através da Máxima Informação Mútua
- ▶ Adicionar variáveis exógenas na rede bayesiana, que automaticamente detectará se vale a pena ou não adicioná-la no modelo de cada renovável

Geração de cenários de energia renovável correlacionados com hidrologia: uma abordagem bayesiana multivariada

Obrigado!

alessandro@psr-inc.com



www.psr-inc.com



psr@psr-inc.com



+55 21 3906-2100



+55 21 3906-2121