

APLICAÇÃO DE TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO COM O CÁLCULO DE
MULTIPLICADORES IMPLÍCITOS NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA
GERAÇÃO E REDE DE TRANSMISSÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS

Fernanda Souza Thomé

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO
DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

Prof^a. Márcia Helena Costa Fampa, D.Sc.

Prof. Paulo Roberto Oliveira, Ph.D.

Dr. Silvio Binato, D.Sc.

Prof. Abílio Pereira de Lucena Filho, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2008

THOMÉ, FERNANDA SOUZA

Aplicação de Técnica de Decomposição
com o Cálculo de Multiplicadores Implícitos
no Planejamento da Expansão da Geração e
Rede de Transmissão de Sistemas Elétricos
[Rio de Janeiro] 2008

X, 132 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,
Engenharia de Sistemas e Computação, 2008)

Dissertação – Universidade Federal do
Rio de Janeiro, COPPE

1. Planejamento Ótimo da Expansão de Sis-
temas Elétricos
 2. Cálculo de Multiplicadores Implícitos de
Lagrange
 3. Decomposição de Benders
- I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Agradecimentos

A toda a minha família, em especial aos meus pais e às minhas irmãs por todo o suporte emocional, incentivo e dedicação que contribuíram muito para a realização deste trabalho de dissertação.

Ao meu namorado Luiz Carlos da Costa Júnior por toda a ajuda indispensável à implementação deste trabalho, e por toda a paciência e compreensão.

Aos amigos Mario Veiga, Silvio Binato, Nora Campodónico e Rafael Kelman pelo incentivo técnico e disponibilidade de recursos necessários à realização deste trabalho.

A todos os meus colegas da PSR pelo apoio e sugestões.

À professora Márcia Fampa pela atenção e orientação acadêmica conferidas a mim durante estes anos.

Aos professores e funcionários do PESC/COPPE pelos ensinamentos que compõem a minha formação e por todo o auxílio burocrático envolvido neste processo.

À família Valinoti, à família Costa e aos meus queridos amigos Felipe Gullo, Gustavo Audi, Gustavo Wo, Leticia Fonti, Juliana Netto, Ingrid Delpy, Jucyleia Pompeu, Tissiana Prazeres e toda a Galera Zacca pelo apoio, atenção e pelos momentos de descontração.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

APLICAÇÃO DE TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO COM O CÁLCULO DE
MULTIPLICADORES IMPLÍCITOS NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA
GERAÇÃO E REDE DE TRANSMISSÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS

Fernanda Souza Thomé

Março/2008

Orientador: Márcia Helena Costa Fampa

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Esta dissertação apresenta a aplicação da técnica de decomposição de Benders e o cálculo de multiplicadores implícitos para a solução do problema de planejamento da expansão de sistemas elétricos. Com o objetivo de reduzir a complexidade deste problema, são eliminadas do subproblema Escravo as restrições associadas aos elementos não adicionados ao sistema para uma determinada solução do problema Mestre. Mostra-se então a necessidade em se obter relações entre os multiplicadores de Lagrange do problema Escravo para a construção dos cortes de Benders. Para a formulação do problema de expansão são apresentados dois modelos lineares inteiros mistos para a representação da rede de transmissão: o modelo de transporte e o modelo disjuntivo. Em especial, a derivação de um modelo disjuntivo compacto mostra a importância do cálculo dos multiplicadores implícitos e a possibilidade de se utilizar esquemas de relaxação de restrições não-ativas na solução do problema Escravo. Resultados numéricos são apresentados em um problema real de planejamento da expansão do sistema elétrico boliviano.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for degree of Master of Science (M.Sc.)

APPLICATION OF DECOMPOSITION TECHNIQUE WITH EVALUATION OF
IMPLICIT MULTIPLIERS IN ELECTRICAL SYSTEMS GENERATION AND
NETWORK EXPANSION PLANNING

Fernanda Souza Thomé

March/2008

Advisor: Márcia Helena Costa Fampa

Department: Computer and System Engineering

This work presents the application of Benders decomposition technique and the evaluation of implicit multipliers for solving electrical systems expansion planning problems. In order to reduce the problem complexity, it is proposed the elimination of the constraints in the Slave subproblem which are associated to the elements that were not added into the system by a Master problem solution. In consequence, it is shown that a relationship between the Lagrange's multipliers of the Slave problem must be evaluated in order to construct the Benders's cuts. For the expansion problem formulation, this work presents two different mixed-integer linear models to represent the electrical network: the transportation model and the disjunctive model. A compact disjunctive model which can be derived shows the importance in the evaluation of implicit multipliers and the relaxation scheme of non-active constraints in the Slave problem. Numerical results are presented for a real expansion planning problem of the Bolivian electrical system.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Objetivo.....	2
1.2	Organização.....	5
2	Problema de Planejamento da Expansão do Sistema de Geração	7
2.1	Introdução	7
2.2	Modelo do Sistema de Geração.....	8
2.3	Formulação do Problema de Expansão do Sistema de Geração	10
3	Decomposição de Benders no Problema de Planejamento da Expansão do Sistema de Geração.....	13
3.1	Introdução	13
3.2	Decomposição de Benders	14
3.2.1	Formulação do Subproblema de Operação	15
3.2.2	Subproblema de Operação Estocástico	17
3.3	Modelo de Decomposição para Expansão do Sistema de Geração.....	20
3.3.1	Cálculo dos Multiplicadores Implícitos	24
3.4	Algoritmo de Solução	27
4	Problema de Planejamento da Expansão da Transmissão	29
4.1	Introdução	29
4.1.1	Planejamento Hierárquico.....	30
4.1.2	Planejamento Integrado	31
4.2	Modelo da Rede de Transmissão	33
4.2.1	Primeira Lei de Kirchhoff.....	34
4.2.2	Segunda Lei de Kirchhoff.....	36
4.2.3	Limite de Carregamento	36
4.3	Formulação do Problema de Expansão Integrada de Geração e Transmissão.....	37

4.3.1	Formulação Não-Linear	40
4.3.2	Formulação de Transporte	42
4.3.3	Formulação Disjuntiva.....	43
4.3.4	Formulação Disjuntiva Compacta.....	46
5	Decomposição de Benders no Problema de Planejamento da Expansão do Sistema de Geração e Rede de Transmissão	50
5.1	Introdução	50
5.2	Modelo de Transporte	51
5.2.1	Cálculo dos Multiplicadores Implícitos	54
5.3	Modelo Disjuntivo	57
5.3.1	Cálculo dos Multiplicadores Implícitos	60
5.4	Modelo Compacto	62
5.4.1	Cálculo dos Multiplicadores Implícitos	63
5.5	Corte de Benders	66
5.6	Algoritmo de Solução	67
5.6.1	Decomposição do Problema de Expansão	68
5.6.2	Esquema de Relaxação do Problema de Operação	72
6	Estudo de Caso	76
6.1	Introdução	76
6.2	Características do Sistema.....	77
6.3	Implementação Computacional.....	81
6.4	Casos Teste.....	84
6.4.1	Sem Expansão	84
6.4.2	Planejamento Hierárquico – Modelo de Transporte	85
6.4.3	Planejamento Integrado – Modelo de Transporte	88
6.4.4	Planejamento Hierárquico – Modelo Disjuntivo	93
6.4.5	Planejamento Integrado – Modelo Disjuntivo	96
7	Conclusão.....	100

A	Decomposição de Benders	108
A.1	Introdução	108
A.2	Princípio de Decomposição de Benders.....	108
A.3	Derivação do Princípio de Decomposi-ção de Benders	111
A.4	Algoritmo de Solução	115
B	Modelo de Fluxo de Potência	117
B.1	Introdução	117
B.2	Problema de Fluxo de Potência.....	117
B.3	Fluxo de Potência Linearizado	120
C	Constante Disjuntiva M.....	122
C.1	Introdução	122
C.2	Cálculo da Constante.....	122
D	Dados do Sistema Elétrico.....	127

Lista de Figuras

Figura 2.1 Configuração Hidroelétrica	9
Figura 3.1 Decomposição do Problema de Expansão	14
Figura 3.2 Programação Dinâmica Estocástica	17
Figura 3.3 Programação Dinâmica Dual Estocástica	19
Figura 3.4 Decomposição do Problema de Expansão com PDDE	20
Figura 4.1 Planejamento Hierárquico	30
Figura 4.2 Planejamento Integrado	32
Figura 4.3 Sistema Geração–Transmissão–Demanda	33
Figura 4.4 Solução do Subproblema de Operação com Esquema de Relaxação	49
Figura 5.1 Esquema de Solução do Modelo Disjuntivo Compacto	68
Figura 6.1 Rede de Transmissão do Sistema Elétrico da Bolívia – 2004	77
Figura 6.2 Projetos candidatos de geração e transmissão	78
Figura 6.3 Demanda máxima x Capacidade	79
Figura 6.4 Custo unitário de Investimento em \$/KW	80
Figura 6.5 Custo unitário de Operação em \$/MWh	80
Figura 6.6 Implementação Computacional – Planejamento Integrado	81
Figura 6.7 Implementação Computacional – Planejamento Hierárquico	82
Figura 6.8 Planejamento Hierárquico - Capacidade instalada geração	85
Figura 6.9 Planejamento Hierárquico Modelo de Transporte - Configuração Final	86
Figura 6.10 Planejamento Integrado Modelo de Transporte - Capacidade instalada geração	88
Figura 6.11 Planejamento Integrado Modelo de Transporte - Configuração Final	89
Figura 6.12 Fluxo de Potência Linearizado - Circuitos com capacidade de fluxo violada	91
Figura 6.13 Redespacho - Carregamento dos circuitos e cortes de carga	92
Figura 6.14 Planejamento Hierárquico Modelo Disjuntivo - Configuração Final	94
Figura 6.15 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo - Capacidade instalada de geração	96
Figura 6.16 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo - Configuração Final	97
Figura A.1 Problema de decisão em dois estágios	109
Figura A.2 Custo de Investimento × Custo de Operação	110
Figura A.3 Função linear por partes $\alpha(x)$	113

Lista de Tabelas

Tabela 6.1 Capacidade térmica disponível	78
Tabela 6.2 Tempo de CPU do Subproblema de Operação	83
Tabela 6.3 Sem Expansão - Custo Total.....	84
Tabela 6.4 Planejamento Hierárquico Modelo de Transporte - Custo Total	87
Tabela 6.5 Planejamento Hierárquico Modelo de Transporte – Convergência	87
Tabela 6.6 Planejamento Integrado Modelo de Transporte - Custo Total.....	89
Tabela 6.7 Planejamento Integrado Modelo de Transporte – Convergência.....	90
Tabela 6.8 Redespacho - Custo Total.....	92
Tabela 6.9 Planejamento Hierárquico Modelo Disjuntivo - Custo Total	94
Tabela 6.10 Planejamento Hierárquico Modelo Disjuntivo – Convergência	95
Tabela 6.11 Planejamento Hierárquico Modelo Compacto – Tempo CPU.....	96
Tabela 6.12 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo - Custo Total	97
Tabela 6.13 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo – Convergência.....	98
Tabela 6.14 Planejamento Integrado Modelo Compacto – Tempo CPU	98
Tabela 7.1 Resumo do Estudo de Caso – Custo Total.....	101
Tabela D.2 Dados das Barras	127
Tabela D.3 Dados de Demanda (GWh).....	128
Tabela D.4 Dados de Geração Hidroelétrica Existente	128
Tabela D.5 Dados de Geração Térmica Existente	129
Tabela D.6 Dados de Geração Térmica Candidata.....	130
Tabela D.7 Dados de Circuitos Existentes	131
Tabela D.8 Dados de Circuitos Candidatas	132

1 Introdução

O problema de planejamento da expansão da geração se origina das mudanças necessárias no sistema elétrico em face ao crescimento da demanda de energia, exigindo que novos geradores sejam construídos com o objetivo de atender a essas necessidades [1]. Idealmente, poderíamos construir as novas unidades geradoras sob medida para o suprimento das novas necessidades dos mercados consumidores. Contudo, quase sempre não é possível fisicamente, ou economicamente, construir as novas unidades geradoras próximas aos centros consumidores, de forma que muitas vezes são construídas em lugares distantes. Com isto, torna-se necessária também a construção de novas linhas de transmissão com a finalidade de transmitir a potência elétrica produzida por estas usinas.

As decisões do processo de planejamento estão associadas à seleção das melhores unidades geradoras e das melhores rotas de transmissão para a distribuição da energia produzida nas unidades geradoras. Este processo de decisão dá origem a um problema de otimização de grande porte que deve ser solucionado pelos engenheiros de planejamento. É necessário o desenvolvimento de estratégias e técnicas que assegurem que as decisões tomadas durante o processo de planejamento são as decisões ótimas ou estão economicamente próximas da decisão ótima.

Em diversos países, a metodologia aplicada ao planejamento da expansão de sistemas elétricos baseia-se geralmente em um procedimento hierárquico que reduz a complexidade do problema através de um esquema de solução em duas etapas. A primeira etapa do planejamento hierárquico consiste em resolver um problema de expansão somente do sistema de geração. A segunda etapa consiste em fixar o plano ótimo de investimento de geração que foi obtido na primeira etapa e resolver um problema de expansão somente da rede de transmissão para obter os reforços necessários ao atendimento da demanda.

Uma alternativa para o planejamento da expansão de sistemas elétricos é considerar em conjunto a expansão do sistema de geração e da rede de transmissão. Desta forma, o problema de expansão do sistema elétrico torna-se mais complexo à medida que aumentam o número de restrições e variáveis do problema. O processo de planejamento deve ser capaz de considerar conjuntamente todas as alternativas disponíveis e realizar uma análise de compromisso entre custo de investimento e custo de operação de cada alternativa em busca da solução mais econômica que satisfaça às restrições do problema.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho consiste em apresentar a aplicação da técnica de decomposição de Benders ([2], [3], [35]) na solução do problema da expansão de sistemas elétricos, segundo o procedimento de planejamento hierárquico e integrado, considerando o cálculo de multiplicadores implícitos para a construção dos cortes de Benders.

Independente do procedimento adotado para o planejamento da expansão de sistemas elétricos, o seu objetivo básico é selecionar, no tempo e no espaço, o conjunto de unidades geradoras e linhas de transmissão que devem ser construídas para garantir o atendimento ao mercado consumidor previsto, a um custo mínimo.

Genericamente, o problema de planejamento pode ser formulado como a determinação de um cronograma de expansão que minimize o custo de investimento e operação do sistema, sujeito a um conjunto de restrições operativas diretamente relacionadas às decisões de investimento no sistema. Esta estrutura especial do problema sugere a utilização de técnicas de decomposição matemática. A metodologia de decomposição de Benders aplicada ao problema de planejamento da expansão consiste em um processo iterativo que, para uma dada proposta de investimento, resolve o subproblema de operação. A partir do vetor de multiplicadores de Lagrange do subproblema de operação é construído um corte de Benders, que é adicionado às restrições do subproblema de investimento, visando obter assim uma nova proposta de expansão. As técnicas de decomposição permitem que os problemas de investimento e operação sejam modelados separadamente através de um problema de programação

inteira e um problema de programação linear, respectivamente, visando reduzir a complexidade do problema original.

Os modelos de investimento e operação possuem algoritmos de solução independentes de tal maneira que, na prática, a formulação do problema de operação não requer a informação de quais são os elementos existentes e candidatos, necessitando conhecer apenas a informação dos elementos que estão presentes no sistema para um determinado plano de expansão, já que as restrições associadas aos elementos candidatos que não foram adicionados ao sistema são indiferentes na solução do problema de operação. No entanto, para a construção do corte de Benders que é adicionado ao problema de investimento é necessário conhecer todos os multiplicadores de Lagrange associados às restrições que envolvem os elementos do sistema. Desta forma, os multiplicadores associados às restrições dos elementos que não foram adicionados ao sistema são obtidos implicitamente através da relação entre os multiplicadores disponíveis. Os multiplicadores implícitos, como são conhecidos, estão associados às restrições cuja representação explícita no problema de operação não é obrigatoriamente necessária para a obtenção da solução ótima do problema. O cálculo destes multiplicadores torna-se ainda mais vantajoso ao permitir que sejam realizadas simplificações ao problema e consequentemente aumentando a eficiência do algoritmo de solução.

O problema de operação de um sistema de geração hidrotérmico consiste em um modelo de despacho ótimo (metas de geração) cuja característica estocástica e o acoplamento temporal das variáveis de decisões tornam bastante complexa a sua solução. A técnica de decomposição do problema de expansão torna viável a utilização de um algoritmo especializado para a solução do subproblema de operação que consiste no cálculo de uma estratégia, ao invés de determinar uma sequência de decisões operativas. Uma das metodologias utilizadas na solução deste problema de operação baseia-se na chamada Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [4], [5]. Nesta dissertação, é apresentada uma breve descrição sobre esta metodologia, entretanto, todo o desenvolvimento deste trabalho baseia-se em um modelo simplificado para a representação do sistema de geração.

No que diz respeito à representação da rede de transmissão na formulação do problema de expansão, a consideração de um modelo de fluxo de potência [6] introduz uma dificuldade à solução do problema relacionada à representação de restrições correspondentes à Primeira e Segunda Leis de Kirchhoff. A não-linearidade

imposta pela Segunda Lei de Kirchhoff torna a formulação usual do problema não convexo e, portanto, não se pode garantir a otimalidade da solução obtida com o algoritmo de decomposição de Benders para este modelo. Para contornar este problema surgiram diversos modelos alternativos para a representação destas restrições, dentre eles são apresentados neste trabalho o modelo de transporte e o modelo disjuntivo ([33], [37], [38]).

O modelo de transporte utiliza a relaxação de todas as restrições associadas à Segunda Lei de Kirchhoff e, por este motivo, os circuitos que representam as linhas de transmissão do sistema são modelados como linhas de interconexão. O outro modelo, como o próprio nome já diz, apresenta uma formulação disjuntiva associada a essas restrições. Ambos os modelos são convexos e apresentam formulação linear inteira mista cuja estrutura permite a utilização do algoritmo de solução baseado na técnica de decomposição de Benders. Entretanto, a relaxação das restrições torna o modelo de transporte extremamente otimista e a inclusão de uma restrição disjuntiva insere maior complexidade ao problema e o mau-condicionamento devido à utilização de uma constante de valor muito elevado (constante disjuntiva). A escolha do modelo a ser utilizado no problema de expansão de sistemas elétricos deve levar em consideração a existência de um compromisso entre o esforço computacional requerido para a solução do problema e a proximidade dos resultados com a realidade.

A partir de uma manipulação algébrica nas restrições do modelo disjuntivo, pode-se obter uma nova formulação para o problema que dá origem ao modelo disjuntivo compacto, cuja denominação está associada ao fato de apresentar menor número de variáveis de decisão. A grande importância deste modelo consiste na possibilidade em utilizar esquemas de decomposição de Benders associados à técnica de relaxação das restrições de limite de carregamento nos circuitos do subproblema de operação. A solução ótima é encontrada sem que necessariamente todas as restrições de limites de carregamento sejam adicionadas ao problema de programação linear. Isto se deve ao fato de que nem todas as restrições de carregamento estão ativas na solução ótima do problema. Os benefícios associados a este esquema se destacam quando se utiliza o algoritmo PDDE, onde são solucionados um número considerável de problemas de operação associados às realizações das afluições para cada estágio do horizonte de estudo. A técnica de relaxação das restrições não-ativas de cada problema garante a redução do volume de dados armazenados e da complexidade do

problema de operação melhorando o desempenho computacional do algoritmo de solução de um problema de expansão.

Para a incorporação da técnica de decomposição de Benders no esquema de solução do problema com formulação disjuntiva compacta deve-se ressaltar que, apesar de se tratarem de modelos equivalentes, nem todas as restrições do modelo tradicional disjuntivo são explicitamente representadas no modelo compacto. Neste caso torna-se ainda mais importante a obtenção dos multiplicadores implícitos, que são necessários para a construção dos cortes de Benders.

1.2 Organização

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: o capítulo 2 apresenta a formulação do problema de planejamento da expansão de sistemas hidrotérmicos de geração. O capítulo 3 descreve a aplicação da técnica de decomposição de Benders na solução deste problema. Uma breve descrição da metodologia PDDE para a solução do problema de operação reforça as vantagens associadas à decomposição do problema de expansão, entretanto, a metodologia proposta por Benders é mostrada neste capítulo para um modelo simplificado do sistema de geração. Finalmente, a partir da relação entre os multiplicadores do problema de operação são obtidos os multiplicadores implícitos a serem utilizados no esquema de solução do problema de expansão.

O capítulo 4 faz uma análise sobre o processo de planejamento da expansão de sistemas elétricos e destaca a necessidade de um modelo com representação da rede de transmissão do sistema. São consideradas as dificuldades associadas a esta representação e neste capítulo é apresentado o problema de expansão utilizando as formulações de transporte, disjuntiva e a derivação da formulação disjuntiva compacta para a modelagem da rede de transmissão.

No capítulo 5 a metodologia de decomposição de Benders é aplicada ao problema de expansão da geração e rede de transmissão utilizando as formulações descritas no capítulo 4 para a representação do sistema de transmissão. É apresentado o esquema de solução para estes problemas e a descrição para a obtenção dos multiplicadores implícitos que torna-se ainda mais importante em um problema com

formulação disjuntiva compacta. Finalmente, é mostrada a incorporação de um esquema de relaxação de algumas restrições não ativas que tornam a solução deste problema mais eficiente, especialmente quando se utiliza um algoritmo de PDDE integrado ao esquema de decomposição de Benders.

O capítulo 6 descreve o estudo de caso de planejamento da expansão do sistema elétrico da Bolívia utilizado para a comparação dos resultados obtidos com as metodologias apresentadas ao longo do trabalho. Neste caso, para um determinado horizonte de planejamento, são analisados os procedimentos hierárquico e integrado para a solução do problema de expansão segundo as formulações de transporte e disjuntiva para a representação da rede de transmissão.

Finalmente, no capítulo 7, são apresentadas as principais conclusões obtidas neste trabalho e as propostas para estudos futuros relacionados ao problema da expansão ótima de sistemas elétricos.

2 Problema de Planejamento da Expansão do Sistema de Geração

2.1 Introdução

Um sistema de geração de energia elétrica é composto principalmente por usinas hidroelétricas e termoeletricas. O modelo para a expansão de um sistema de geração hidrotérmico tem por objetivo determinar um plano de expansão ótimo que minimize a soma dos custos de investimento e operação. O custo de investimento é dado pela soma atualizada dos custos de construção dos projetos hidráulicos e térmicos e o custo de operação é composto pela soma dos custos com combustíveis nas unidades térmicas mais penalizações por eventuais falhas no atendimento da demanda – custo do déficit de energia.

O sistema elétrico é composto pelo conjunto $\mathcal{H}_E$ de usinas hidroelétricas e o conjunto $\mathcal{T}_E$ de usinas termoeletricas existentes, e ainda o conjunto $\mathcal{H}_C$ de usinas hidroelétricas e o conjunto $\mathcal{T}_C$ de usinas termoeletricas candidatas ao plano de expansão. Para um determinado estágio t e uma usina candidata j está associada uma variável de decisão $x_{j,t}$. Como a decisão a ser tomada representa a construção ou não de uma obra, este problema sugere uma formulação por programação inteira, onde a variável $x_{j,t}$ assume o valor 1 se a decisão é de construir a obra j no estágio t , e 0 caso contrário.

2.2 Modelo do Sistema de Geração

Cada usina hidroelétrica j tem uma capacidade de turbinamento máxima $\bar{q}_j$, um reservatório com capacidade de armazenamento máxima $\bar{v}_j$ e um fator de produtividade ρ_j . Para simplificação do modelo, será considerado constante o fator de produtividade da usina.

A cada estágio t , a usina hidroelétrica j recebe uma vazão incremental afluyente $a_{j,t}$ e as variáveis a serem determinadas são: a vazão turbinada $q_{j,t}$, o volume armazenado $v_{j,t}$ e a vazão vertida $s_{j,t}$. Estas grandezas são expressas em unidades de vazão (m^3/s) e devem satisfazer à seguinte equação de balanço hídrico:

$$v_{j,t+1} = v_{j,t} + a_{j,t} - q_{j,t} - s_{j,t} + \sum_{m \in \Pi_j} (q_{m,t} + s_{m,t})$$

Onde Π_j é o conjunto de usinas hidroelétricas imediatamente a montante da usina j .

Esta restrição indica que o volume armazenado no final do estágio t (início do estágio $t+1$) ($v_{j,t+1}$) é igual ao volume armazenado no início do estágio t ($v_{j,t}$) mais a vazão incremental afluyente ($a_{j,t}$) menos a vazão turbinada ($q_{j,t}$) e vertida ($s_{j,t}$) pela usina j , mais a vazão turbinada e vertida pelas usinas imediatamente a montante da usina j .

Para a hidroelétrica j da Figura 2.1, a equação de balanço hídrico que relaciona o nível de armazenamento do reservatório nos estágios t e $t+1$ é dada como:

$$v_{j,t+1} = v_{j,t} + a_{j,t} - q_{j,t} - s_{j,t} + q_{i,t} + s_{i,t} + q_{k,t} + s_{k,t}$$

As restrições de limite máximo de armazenamento e turbinamento em um estágio t são dadas por:

$$\begin{aligned} v_{j,t} &\leq \bar{v}_j \\ q_{j,t} &\leq \bar{q}_j \end{aligned}$$

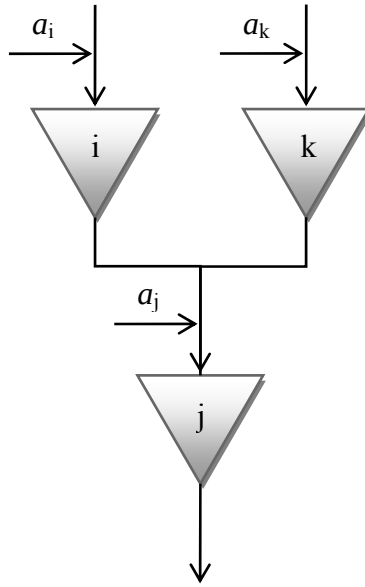


Figura 2.1 Configuração Hidroelétrica

Por sua vez, cada usina térmica j deve satisfazer, num dado estágio t , a restrição de capacidade máxima de geração:

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j$$

O despacho de energia das usinas, isto é, a geração total das usinas hidroelétricas e das usinas térmicas mais o corte de carga devem satisfazer à demanda total do sistema d_t em cada estágio t do horizonte de planejamento, através da seguinte restrição de atendimento à demanda:

$$\sum_{j \in \mathcal{H}} \rho_j q_{j,t} + \sum_{j \in \mathcal{T}} g_{j,t} + r_t = d_t$$

Onde $\mathcal{H}$ é o conjunto de usinas hidroelétricas existentes e candidatas e $\mathcal{T}$ é o conjunto de usinas térmicas existentes e candidatas.

A variável de corte de carga do sistema r_t é de grande importância em implementações computacionais para tratar os problemas de inviabilidade. Considerando-se que o corte de carga pode ser interpretado como um gerador térmico fictício com custo de operação associado elevado, tem-se que, no pior caso, quando

não há geração existente para o atendimento da demanda, é possível cortar toda a carga, isto é, fazer a geração fictícia do sistema igual à demanda total, e obter assim um sistema geração $\times$ demanda viável. Por esta razão, sem perda de generalidade, neste trabalho, o corte de carga será representado como uma usina térmica fictícia com elevado custo de operação e capacidade de geração infinita.

2.3 Formulação do Problema de Expansão do Sistema de Geração

Seja $\mathcal{G}_C = \mathcal{H}_C \cup \mathcal{T}_C$ o conjunto de usinas candidatas. O problema de expansão do sistema de geração pode ser formulado como um problema de programação inteira mista como apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar} \quad z = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j \in \mathcal{G}_C} I_{j,t} x_{j,t} + \sum_{j \in \mathcal{T}} C_{j,t} g_{j,t} \right) \quad (2.1)$$

sujeito a:

(2.1a)

$$v_{j,t+1} = v_{j,t} + a_{j,t} - q_{j,t} - s_{j,t} + \sum_{m \in \Pi_j} (q_{m,t} + s_{m,t}) \quad \forall j \in \mathcal{H}, \forall t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j \in \mathcal{H}} \rho_j q_{j,t} + \sum_{j \in \mathcal{T}} g_{j,t} = d_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1b)$$

$$v_{j,t} \leq \bar{v}_j \quad \forall j \in \mathcal{H}_E, \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1c)$$

$$v_{j,t} \leq \bar{v}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau} \quad \forall j \in \mathcal{H}_C, \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1d)$$

$$q_{j,t} \leq \bar{q}_j \quad \forall j \in \mathcal{H}_E, \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1e)$$

$$q_{j,t} \leq \bar{q}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau} \quad \forall j \in \mathcal{H}_C, \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1f)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \in \mathcal{T}_E, \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1g)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau} \quad \forall j \in \mathcal{T}_C, \forall t = 1, \dots, T \quad (2.1h)$$

$$x_{j,t} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in \mathcal{G}_C \quad (2.1i)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{j,t} \leq 1, \quad \forall j \in \mathcal{G}_C \quad (2.1j)$$

Onde:

$I_{j,t}$ custo atualizado de investimento associado à decisão de construção da unidade geradora candidata j no estágio t .

$C_{j,t}$ custo unitário atualizado de operação associado à geração da unidade térmica j no estágio t .

A função objetivo do problema corresponde à minimização da soma dos custos atualizados de investimento em projetos hidráulicos e térmicos com o custo de operação das unidades térmicas.

As restrições (2.1i) e (2.1j) correspondem às restrições de integralidade e unicidade das variáveis de decisão, respectivamente. As restrições de integralidade garantem que a variável $x_{j,t}$ assume valor igual a 1 se a decisão é de se construir o projeto j no estágio t , e 0 caso contrário. As restrições de unicidade asseguram que a decisão de construção de um projeto j é tomada apenas em uma determinada etapa do horizonte de planejamento.

As restrições do problema que representam o despacho operativo das usinas correspondem respectivamente a: (2.1a) restrição de balanço hídrico de cada usina hidroelétrica; (2.1b) restrição de atendimento à demanda do sistema; (2.1c) e (2.1d) limite de volume armazenado nos reservatórios das usinas hidroelétricas existentes e candidatas; (2.1e) e (2.1f) limite de vazão turbinada pelas usinas hidroelétricas existentes e candidatas; (2.1g) e (2.1h) limite de geração das usinas térmicas existentes e candidatas.

Observa-se que as restrições de limites operativos das unidades candidatas dependem do termo $\sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau}$. Se o projeto j não foi incorporado à configuração

existente até o estágio t , então este somatório é igual a zero. Caso contrário, quando o

projeto foi construído, este somatório é igual a 1 e a partir do estágio de decisão seu limite operativo deve ser igual ao seu respectivo valor máximo.

Em resumo, tem-se que o problema de expansão do sistema de geração é composto por um conjunto de variáveis operativas, um conjunto de variáveis de decisão inteira, sujeitos a um conjunto de restrições de investimento e um conjunto de restrições operativas que dependem da decisão de investimento. Esta estrutura especial do problema sugere a utilização de técnicas de decomposição que se baseiam no seguinte esquema de solução: primeiramente, resolve-se um problema para determinação das variáveis de investimento, em seguida resolve-se um problema puramente operativo, fixadas as variáveis de investimento obtidas na solução do primeiro problema. Neste trabalho será apresentada a técnica de decomposição de Benders aplicada ao problema de expansão de sistemas de energia elétrica.

3 Decomposição de Benders no Problema de Planejamento da Expansão do Sistema de Geração

3.1 Introdução

Como foi visto no capítulo 2, o objetivo do planejamento da expansão de sistemas de geração é estabelecer quais e quando construir unidades geradoras necessárias para um atendimento econômico e confiável da demanda prevista.

Este problema se decompõe naturalmente em dois níveis:

- Determinar os investimentos ótimos em capacidade;
- Determinar o custo de operação e confiabilidade de suprimento associados à construção desta capacidade.

Esta decomposição natural do problema pode ser explorada por técnicas de decomposição de programação matemática. Estas técnicas produzem a otimização global dos custos de investimentos e valor esperado do custo de operação através da solução iterativa de problemas de investimentos e operação que podem ser resolvidos separadamente. Em outras palavras, as técnicas de decomposição permitem que os problemas de investimento e operação sejam modelados separadamente como um problema de programação inteira e um problema de programação linear, respectivamente, e utilizem algoritmos de solução especializados.

Em resumo, as técnicas de decomposição fornecem um compromisso adequado entre a necessidade prática de decompor o complexo problema de expansão em problemas menores e a necessidade de se atingir uma otimização global dos recursos do sistema.

3.2 Decomposição de Benders

A metodologia de decomposição de Benders aplicada ao problema de planejamento da expansão consiste em um processo iterativo que, para uma dada proposta de investimento, resolve o subproblema de operação. A partir do vetor de multiplicadores de Lagrange e do valor da função objetivo do subproblema de operação é construído um corte de Benders, que é adicionado às restrições do problema mestre (subproblema de investimento), obtendo-se assim uma nova proposta de investimento melhor que a anterior. O apêndice A contém uma breve descrição sobre o princípio de decomposição de Benders aplicada ao problema genérico de planejamento da expansão de sistemas elétricos. A Figura 3.1 mostra de forma esquemática o processo de decomposição para a solução iterativa de um problema de investimento e um problema de operação.

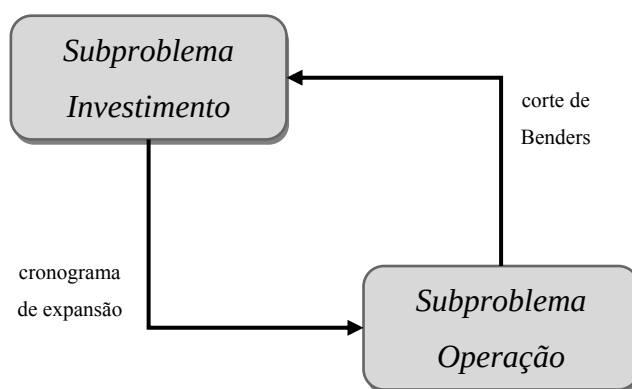


Figura 3.1 Decomposição do Problema de Expansão

A cada iteração do algoritmo de decomposição de Benders são atualizados os limites inferiores e superiores da solução ótima do problema. Estes limites são

utilizados como um critério de convergência do modelo utilizado, como será mostrado no esquema de solução apresentado na seção 3.4.

3.2.1 Formulação do Subproblema de Operação

Supõe-se que para a iteração μ do modelo de decomposição de Benders obtém-se o plano de expansão x^μ como solução do problema de investimento. Fixando $x = x^\mu$ no problema (2.1), obtém-se como subproblema de operação (ou problema *Escravo*) um problema de despacho ótimo de energia, que é representado pelo seguinte problema de programação linear:

$$\text{Minimizar} \quad w(x^\mu) = \sum_{t=1}^T \sum_{j \in \mathcal{T}} C_{j,t} g_{j,t} \quad (3.1)$$

sujeito a:

(3.1a)

$$v_{j,t+1} = v_{j,t} + a_{j,t} - q_{j,t} - s_{j,t} + \sum_{m \in \Pi_j} (q_{m,t} + s_{m,t}) \quad \forall j \in \mathcal{H}, \forall t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j \in \mathcal{H}} \rho_j q_{j,t} + \sum_{j \in \mathcal{T}} g_{j,t} = d_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1b)$$

$$v_{j,t} \leq \bar{v}_j \quad \forall j \in \mathcal{H}_E, \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1c)$$

$$v_{j,t} \leq \bar{v}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau}^\mu \quad \forall j \in \mathcal{H}_C, \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1d)$$

$$q_{j,t} \leq \bar{q}_j \quad \forall j \in \mathcal{H}_E, \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1e)$$

$$q_{j,t} \leq \bar{q}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau}^\mu \quad \forall j \in \mathcal{H}_C, \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1f)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \in \mathcal{T}_E, \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1g)$$

$$g_{j,t} \leq \bar{g}_j \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau}^\mu \quad \forall j \in \mathcal{T}_C, \forall t = 1, \dots, T \quad (3.1h)$$

O objetivo da operação ótima do sistema elétrico é determinar a cada período o despacho (metas de geração) de cada unidade geradora de forma a atender à demanda

no período e minimizar o valor esperado do custo de operação e penalidades no atendimento.

Se o sistema gerador fosse composto unicamente de unidades termoeletricas, a determinação do custo de operação, em sua versão mais simples, se resumiria em colocar as unidades geradoras em ordem crescente de custo do combustível, até atingir o nível de geração requerido. Este processo seria repetido de forma independente em cada estágio do período de planejamento e assim o problema de operação ótima se resolveria de forma trivial.

No entanto, para sistemas predominantemente hidroelétricos, a existência de estoques limitados de energia sob a forma de água armazenada nos reservatórios torna o problema de operação bastante complexo, pois introduz uma ligação entre a decisão no estágio e as consequências futuras desta decisão. Em outras palavras, se deplecionamos a energia hidroelétrica estocada, e no futuro, ocorrer uma seca, pode ser necessário utilizar geração térmica de custo elevado ou mesmo interromper o atendimento à carga. Por outro lado, se conservamos níveis altos nos reservatórios através de uso mais intensivo de geração térmica, e ocorrerem afluências elevadas no futuro, poderá haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia e, conseqüentemente, um aumento no custo operativo.

Portanto, a capacidade de produção de energia elétrica do sistema num dado estágio é determinada pelas afluências passadas e pelas decisões tomadas no passado. Mais ainda, os benefícios associados à produção de energia hidroelétrica são medidos em termos da economia de custos de combustíveis provocada pelo deslocamento da geração térmica. Assim, as funções de custo de operação $w(x)$ envolvem variáveis não-separáveis no tempo.

A impossibilidade de prever as vazões afluentes aos reservatórios, que variam em diferentes estações e de ano para ano, torna o problema de operação essencialmente estocástico. Além disso, a existência de múltiplos reservatórios interligados e a necessidade de uma otimização multiperíodo caracteriza o problema como sendo de grande porte.

3.2.2 Subproblema de Operação Estocástico

A estocasticidade e o acoplamento no tempo do problema de operação para sistemas hidrotérmicos requerem o cálculo de uma estratégia de operação, ao invés de determinar uma seqüência de decisões operativas para cada estágio. Esta estratégia é obtida através do cálculo de aproximações da função que relaciona o custo futuro da operação com a decisão de operação em um determinado estágio t . Este problema pode ser resolvido utilizando-se, por exemplo, a Programação Dinâmica Estocástica (PDE).

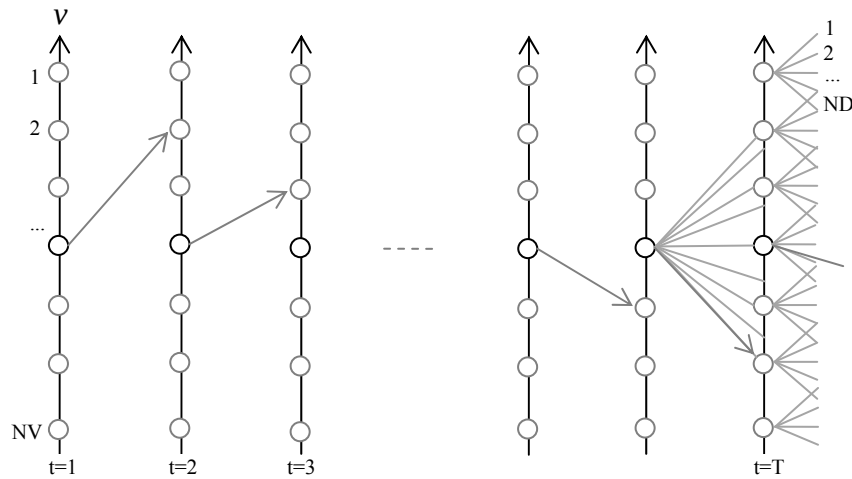


Figura 3.2 Programação Dinâmica Estocástica

O algoritmo de PDE obtém a função de custo futuro de um determinado estágio através da técnica de discretização de estados, sejam os estados de um sistema no estágio t um conjunto de possíveis níveis de volume armazenado no final do estágio $\{v_t\}_i, i = 1, \dots, NV$. Para um estágio t , a decisão de operação ótima para cada estado é determinada através da minimização da soma do custo imediato de operação mais o custo futuro esperado. Partindo-se do estágio final T onde o custo é obtido para todos os estados, o algoritmo obtém a decisão de operação ótima associada a cada estado do estágio $T-1$ minimizando o custo associado a este estado mais o custo futuro associado ao estado no estágio T . Este estado é dado pela equação de transição $E(v_{t+1}) = E(v_t) + E(a_t) - d_t + g_t$ para um número finito de ND realizações do vetor de vazões deste estágio $\{a_t\}_n, n=1, \dots, ND$. Onde $E(v_t)$ é a energia sob a forma de volume

armazenado e $E(a_t)$ é a energia sob a forma de vazão afluyente, d_t é a demanda de energia e g_t é a decisão operativa térmica.

Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as combinações possíveis de estados dos reservatórios e realizações de afluentes, o esforço computacional cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado. Supondo um sistema com NR reservatórios, onde cada um dos NR volumes armazenados e cada um dos NR volumes afluentes são discretizados em M intervalos, tem-se então M^{2NR} estados discretizados no vetor de estados. Isto significa que, arbitrando $M=20$, tem-se:

# reservatórios	# estados
1	400
2	160 mil
3	64 milhões
4	25 bilhões
5	10 trilhões

Com o objetivo de evitar a “explosão combinatória”, foram desenvolvidos métodos capazes de aproximar a solução do problema com um esforço computacional razoável. Uma das metodologias utilizadas baseia-se na chamada Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), onde não é necessário discretizar o espaço de estados do sistema. Neste algoritmo, mostra-se que o custo de operação em um estágio t qualquer até o final do horizonte de planejamento T é uma função linear por partes e, então, uma aproximação desta função de custo futuro, é construída de forma recursiva [9].

A PDDE também se baseia nas técnicas de decomposição de Benders e consiste na decomposição do subproblema de operação em um conjunto de problemas menores, cada um associado a um estágio do planejamento. Desta forma, observa-se que o algoritmo a ser utilizado para solucionar o subproblema de operação consiste em uma aplicação da técnica de decomposição de Benders a um problema de decisão multi-estágios.

A função objetivo de cada problema em um determinado estágio minimiza a soma dos custos de operação desse estágio mais o valor esperado do custo futuro

(para os estágios posteriores). O algoritmo consiste em percorrer todos os estágios desde o primeiro até o estágio final T (simulação forward), passando as soluções destes problemas aos problemas associados aos estágios subseqüentes. Quando o estágio T é atingido, o algoritmo inverte a direção (recursão backward) e cortes são gerados para a atualização da função de custo futuro dos estágios anteriores. Isto é, soluções duais são calculadas no problema associado ao estágio $t+1$ e enviadas ao estágio t sob a forma de restrições que relacionam a variação marginal do custo de operação do estágio $t+1$ até o final do horizonte de planejamento, com a variação marginal da solução primal fornecida pelo estágio t . Quando o estágio 1 for atingido, o ciclo é repetido até ser obtida a convergência do algoritmo.

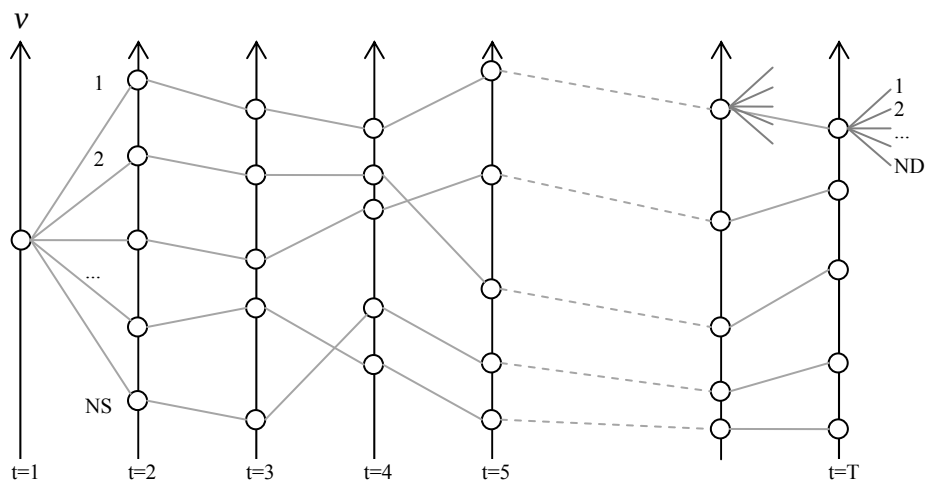


Figura 3.3 Programação Dinâmica Dual Estocástica

A cada estágio t , um conjunto de estados $\{v_t\}_s, s = 1, \dots, NS$ é selecionado através da simulação forward da operação do sistema para um conjunto de NS seqüências de vazões. Durante a recursão backward, a cada estágio t percorrem-se todos os NS estados selecionados e discretiza-se, em um número finito de ND realizações, o vetor de vazões deste estágio $\{a_t\}_n, n=1, \dots, ND$. As variáveis duais utilizadas para a construção do corte de Benders associado ao problema do estágio t e estado s , são obtidas com a média das variáveis duais calculadas para os ND problemas de operação.

A metodologia utilizada para planejamento da expansão do sistema de geração utilizando o algoritmo de PDDE para a solução do subproblema de operação do sistema é representada pela Figura 3.4.

O módulo de investimento do modelo determina um cronograma de expansão para o subproblema de operação. Para um plano dado, o sistema é operado utilizando o algoritmo PDDE. A solução do módulo de operação retorna os multiplicadores de Lagrange associados a cada estágio do horizonte de planejamento que são utilizados para a construção de um novo corte de Benders a ser adicionado ao problema de investimento, para a obtenção de um novo cronograma de expansão.

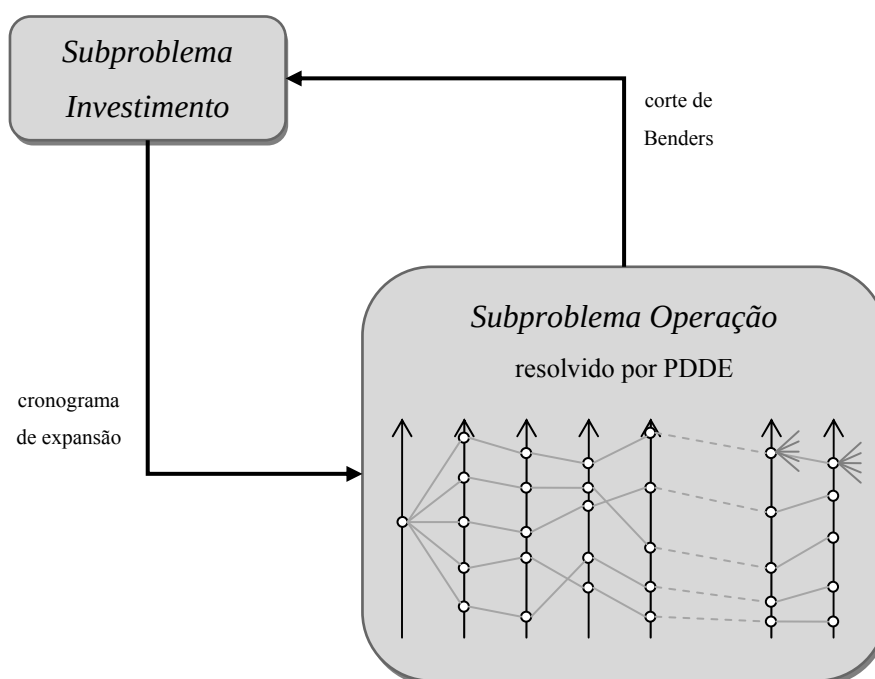


Figura 3.4 Decomposição do Problema de Expansão com PDDE

3.3 Modelo de Decomposição para Expansão do Sistema de Geração

Como foi visto, o problema de planejamento da expansão de sistemas elétricos é caracterizado como sendo de grande complexidade e de grande porte, uma vez sendo necessário um modelo com representação de um sistema de geração hidrotérmico e

incorporação das incertezas associadas, o que tornam o problema essencialmente estocástico. A utilização da metodologia baseada na decomposição do problema de expansão em um módulo de investimento e um módulo de operação, com algoritmo PDDE de solução, garante resultados bastante satisfatórios ao problema de expansão proposto. Uma vez demonstradas as vantagens associadas à aplicação da técnica de decomposição de Benders ao problema, este trabalho não se retém aos detalhes da modelagem explícita das hidroelétricas e da metodologia PDDE.

Desta forma, a fim de dar continuidade à apresentação das metodologias a serem utilizadas ao problema de planejamento, o modelo de expansão que será mostrado ao longo deste trabalho possui representação simplificada do sistema de geração, para um sistema puramente térmico, sem que haja qualquer perda de generalidade nos resultados obtidos. Isto quer dizer que os modelos de otimização apresentados em seqüência são facilmente extensíveis para um sistema de geração hidrotérmico com representação estocástica das vazões, porém não consta do objetivo principal deste trabalho. Simplificando, então, a notação pode-se redefinir:

$$\mathcal{G}_C = \mathcal{T}_C, \mathcal{G}_E = \mathcal{T}_E,$$

O problema de expansão do sistema de geração pode ser expresso da seguinte forma para um problema de um estágio:

$$\text{Minimizar} \quad z = \sum_{j \in \mathcal{G}_C} I_{g_j} x_{g_j} + \sum_{j \in \mathcal{G}_E} C_{Ej} g_{Ej} + \sum_{j \in \mathcal{G}_C} C_{Cj} g_{Cj} \quad (3.2)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in \mathcal{G}_E} g_{Ej} + \sum_{j \in \mathcal{G}_C} g_{Cj} = d \quad (3.2a)$$

$$g_{Ej} \leq \bar{g}_{Ej} \quad \forall j \in \mathcal{G}_E \quad (3.2b)$$

$$g_{Cj} \leq \bar{g}_{Cj} x_{g_j} \quad \forall j \in \mathcal{G}_C \quad (3.2c)$$

$$x_{g_j} \in \{0,1\}, \quad \forall j \in \mathcal{G}_C \quad (3.2d)$$

Onde g_{Ej} e g_{Cj} são as variáveis de geração nas unidades geradoras j existentes e candidatas, respectivamente, e x_{gj} é a variável de decisão associada à construção da unidade geradora candidata j .

Matricialmente, o problema de planejamento da expansão do sistema de geração é expresso da seguinte forma:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (3.3)$$

sujeito a:

$$e^T g_E + e^T g_C = d \quad (3.3a)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (3.3b)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (3.3c)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{G}_C|} \quad (3.3d)$$

Onde:

e corresponde um vetor unitário de dimensão adequada;

$[\bar{g}_C]$ denota uma matriz diagonal formada pelos elementos do vetor $\bar{g}_C$; e

$|\mathcal{G}_C|$ denota a multiplicidade do conjunto $\mathcal{G}_C$;

Como foi visto anteriormente, este problema possui estrutura adequada para decomposição conforme apresentado no apêndice A. Supondo que para a iteração μ do modelo de decomposição de Benders obtém-se x_g^μ como solução do problema de investimento (problema *Mestre*), e fixando $x_g = x_g^\mu$ no problema (3.3), obtém-se o seguinte problema de operação (ou problema *Escravo*):

$$\text{Minimizar} \quad z = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (3.4)$$

sujeito a:

$$e^T g_E + e^T g_C = d \quad (3.4a)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (3.4b)$$

$$g_C \leq [\bar{g}_C] x_g^\mu \quad (3.4c)$$

Depois de solucionado o problema de programação linear (3.4), pode-se calcular os cortes de Benders, conforme descrito na seção A.2, que são representados por:

$$\alpha + \pi^{\mu T} E x \geq \pi^{\mu T} h \quad (3.5)$$

Onde μ é o índice das iterações do método de decomposição de Benders e π^{μ} é o vetor de multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema de operação (3.4) obtido na μ -ésima iteração. π^{μ} é dado por:

$$\pi^{\mu T} = \left[\pi_d^{\mu T} \quad \pi_{g_E}^{\mu T} \quad \pi_{g_C}^{\mu T} \right]$$

Onde π_d^{μ} , $\pi_{g_E}^{\mu}$ e $\pi_{g_C}^{\mu}$ são os multiplicadores de Lagrange associados respectivamente às restrições (3.4a), (3.4b) e (3.4c).

E é a matriz que acopla as restrições de investimento em geração com as restrições de operação, e é expressa por:

$$E^T = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & -[\bar{g}_C] \end{array} \right]$$

h é o vetor que contém o lado direito das restrições e é formado por:

$$h^T = \left[\begin{array}{ccc} d^T & \bar{g}_E^T & 0 \end{array} \right]$$

Substituindo E , h e π^{μ} conforme a equação (3.5), obtém-se a seguinte expressão para o corte de Benders:

$$\alpha - \left(\pi_{g_C}^{\mu T} [\bar{g}_C] \right) x_g \geq \pi_d^{\mu T} d + \pi_{g_E}^{\mu T} \bar{g}_E \quad (3.6)$$

Considerando os μ -primeiros cortes de Benders já calculados, o seguinte problema de programação linear (0-1) representa o problema Mestre da decomposição de Benders para a iteração $\mu+1$:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + \alpha \quad (3.7)$$

sujeito a:

$$\alpha + \pi^{v^T} E x_g \geq \pi^{v^T} h, \quad v = 1, \dots, \mu-1$$

$$\alpha - \left(\pi_{g_c}^{\mu^T} \left[\bar{g}_c \right] \right) x_g \geq \pi_d^{\mu^T} d + \pi_{g_E}^{\mu^T} \bar{g}_E$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|}$$

3.3.1 Cálculo dos Multiplicadores Implícitos

Como foi descrito na seção 3.1, os modelos de investimento e operação possuem algoritmos de solução independentes de tal maneira que, na prática, a formulação do problema de operação não requer a informação de quais são os elementos existentes e candidatos, necessitando conhecer apenas a informação dos elementos que estão presentes no sistema para um determinado plano de expansão, já que as restrições associadas aos elementos candidatos que não foram adicionados ao sistema são indiferentes na solução do problema. Em outras palavras, o mesmo problema de operação (3.4) pode ser obtido sem a representação explícita das variáveis $g_{c_j} \forall j \in \mathcal{G}_C \mid x_{g_j}^{\mu} = 0$ e das respectivas restrições (3.4c).

No entanto, para a construção do corte de Benders que é adicionado ao problema de investimento, conforme a equação (3.6), é necessário conhecer todos os multiplicadores de Lagrange associados às restrições (3.4c), correspondentes ao vetor completo de multiplicadores π_{g_c} . Desta forma, quando não estão sendo representadas as variáveis $g_{c_j} \forall j \in \mathcal{G}_C \mid x_{g_j}^{\mu} = 0$ no problema (3.4), então os multiplicadores associados a estas restrições podem ser obtidos implicitamente através da relação entre os multiplicadores disponíveis.

A seguir são apresentadas duas formas análogas para o cálculo dos multiplicadores implícitos. A primeira baseia-se na teoria da dualidade de programação linear e a segunda utiliza conceitos adquiridos a partir da interpretação econômica do problema.

3.3.1.1 A partir da Teoria de Dualidade

Seja o problema dual ao problema (3.4):

$$\text{Max } z' = d \pi_d + \bar{g}_E^T \pi_{g_E} + x_g^{\mu T} [\bar{g}_C] \pi_{g_C} \quad (3.8)$$

s/a:

$$e \pi_d + \pi_{g_E} \leq C_E \quad (3.8a)$$

$$e \pi_d + \pi_{g_C} \leq C_C \quad (3.8b)$$

$$\pi_d \text{ irrest.}, \pi_{g_E}, \pi_{g_C} \leq 0$$

Da teoria de programação linear, tem-se que na solução ótima, os multiplicadores obtidos no problema (3.4) são idênticos às variáveis do problema dual (3.8).

Como o problema (3.8) é de maximização e $(\pi_{g_C} \leq C_C - e \pi_d)$ e $(\pi_{g_C} \leq 0)$ então na solução ótima deste problema tem-se que:

$$\pi_{g_C} = \min \{0 ; C_C - e \pi_d\} \quad (3.9)$$

Portanto, os multiplicadores associados às restrições de limite de capacidade de geração dos geradores que não foram adicionados ao sistema, podem ser implicitamente calculados através da expressão:

$$\pi_{g_{C_j}} = \min \{0 ; C_{C_j} - \pi_d\} \quad \forall j \in G_C \mid x_{g_j}^{\mu} = 0 \quad (3.10)$$

3.3.1.2 A partir da Interpretação Econômica

Os multiplicadores de Lagrange de um problema de programação linear representam a variação marginal da função objetivo para uma variação marginal do lado direito das restrições. Quando o multiplicador de Lagrange é positivo, isto

significa que um incremento do lado direito da restrição provoca um aumento do valor da função objetivo. Quando o multiplicador é negativo, o incremento do lado direito da restrição provoca redução do valor da função objetivo.

Como a função objetivo do problema (3.4) representa o custo total de operação do sistema, então os multiplicadores positivos são denominados custos marginais e os multiplicadores negativos são benefícios marginais.

O multiplicador π_d representa o custo marginal de atendimento a um incremento marginal na demanda e possui valor igual ao custo de operação do gerador marginal do sistema. O gerador marginal é aquele responsável pelo atendimento ao incremento marginal na demanda. O multiplicador π_{g_j} representa o benefício marginal associado a um incremento marginal na capacidade de geração do gerador candidato j .

Quando o custo de operação de um gerador j é maior ou igual ao custo marginal do sistema ($C_{c_j} \geq \pi_d$) isto significa que não existe benefício para o custo total de operação do sistema associado a um aumento da capacidade de geração do gerador j porque este gerador é o gerador marginal ou é mais caro que este. Neste caso o benefício marginal de capacidade do gerador j é igual a zero ($\pi_{g_j} = 0$).

Caso contrário, se o custo de operação do gerador j é menor que o custo marginal do sistema ($C_{c_j} < \pi_d$) então um incremento na capacidade deste gerador provoca a substituição de uma unidade de geração do gerador marginal por uma unidade de geração do gerador j . Neste caso, o benefício para o custo total de operação é dado pela diferença entre estes custos ($\pi_{g_j} = C_{c_j} - \pi_d$).

A partir desta interpretação pode-se chegar à mesma expressão para o cálculo dos multiplicadores:

$$\pi_{g_j} = \min \{0 ; C_{c_j} - \pi_d\} \quad \forall j \in \mathcal{G}_C \mid x_{g_j}^\mu = 0 \quad (3.11)$$

3.4 Algoritmo de Solução

O algoritmo de solução de um problema de expansão utilizando a técnica de decomposição de Benders é mostrado na seção A.3 do apêndice A e pode ser detalhado para a solução do problema de expansão (3.3) como descrito a seguir:

i. Inicializar:

Número de iterações $\mu = 0$;

Limite superior $\bar{z} = +\infty$;

Tolerância para convergência ξ (dado de entrada).

ii. Atualizar o número de iterações $\mu = \mu + 1$ e resolver o problema *Mestre* de investimento:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + \alpha \quad (3.12)$$

sujeito a:

$$\alpha + \pi^{v^T} E_g x_g \geq \pi^{v^T} h, \quad v = 1, \dots, \mu-1$$

$$x_g \in \{0, 1\}^{|\mathcal{G}_c|}$$

iii. Seja $\{x_g^\mu, \alpha^\mu\}$ a solução ótima do problema (3.12) na μ -ésima iteração.

Dado que este problema é uma relaxação do problema de expansão original (3.3), então o seu valor ótimo é um limite inferior do valor ótimo do problema original. Calcular o limite inferior $\underline{z}$:

$$\underline{z} = I_g^T x_g^{\mu+1} + \alpha^\mu$$

iv. Resolver o problema *Escravo* de operação:

$$\text{Minimizar} \quad w(x_g^\mu) = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (3.13)$$

sujeito a:

$$e^T g_E + e^T g_C = d \quad (3.13a)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (3.13b)$$

$$g_C \leq [\bar{g}_C] x_g^\mu \quad (3.13c)$$

- v. Seja $\{g_E^\mu, g_C^\mu\}$ a solução ótima do problema (3.13), então o conjunto $\{x_g^\mu, g_E^\mu, g_C^\mu\}$ é uma solução viável do problema (3.3), entretanto, não necessariamente a solução ótima. Dado que o custo de uma solução viável do problema original é, por definição, superior ao custo da solução ótima, então determinar o limite superior do problema original $\bar{z}$:

$$\bar{z} = \text{Min} \left\{ \bar{z}, \left(I_g^T x_g^\mu + C_E^T g_E^\mu + C_C^T g_C^\mu \right) \right\}$$

- vi. Se $\bar{z} - \underline{z} \leq \xi$ então o problema está resolvido. A solução associada a $\bar{z}$ é uma solução ξ -ótima. Caso contrário, deve-se gerar um corte de Benders:

Obter os multiplicadores associados às restrições do problema escravo (3.13) e utilizar a relação descrita na seção 3.3.1 para o cálculo dos multiplicadores necessários para a construção do corte de Benders:

$$\alpha - \left(\pi_{g_C}^{\mu T} [\bar{g}_C] \right) x_g \geq \pi_d^{\mu T} d + \pi_{g_E}^{\mu T} \bar{g}_E$$

Onde:

$$\pi_{g_{Cj}} = \min \{ 0 ; C_{Cj} - \pi_d \} \quad \forall j \in \mathcal{G}_C \mid x_{g_j}^\mu = 0$$

- vii. Adicionar o corte ao problema de investimento e retornar ao passo ii.

4 Problema de Planejamento da Expansão da Transmissão

4.1 Introdução

O problema de planejamento da expansão da geração se origina das mudanças necessárias no sistema elétrico em face ao crescimento da demanda de energia, exigindo que novos geradores sejam construídos com o objetivo de atender a essas necessidades. Idealmente, poderíamos construir as novas unidades geradoras sob medida para o suprimento das novas necessidades dos mercados consumidores. Contudo, quase sempre não é possível fisicamente, ou economicamente, construir as novas unidades geradoras próximas aos centros consumidores, de forma que muitas vezes são construídas em lugares distantes. Com isto, torna-se necessária também a construção de novos circuitos de transmissão com a finalidade de transmitir a potência elétrica produzida por estas usinas.

Desta forma, o processo de decisão da expansão do sistema elétrico torna-se mais complexo dando origem a um problema de otimização de grande porte para o qual são necessárias estratégias e técnicas de solução que assegurem que as decisões tomadas durante o processo de planejamento sejam as decisões ótimas ou economicamente próximas da decisão ótima.

4.1.1 Planejamento Hierárquico

Em diversos países, a metodologia aplicada ao planejamento da expansão de sistemas elétricos baseia-se geralmente em um procedimento hierárquico que é composto de duas etapas de solução para o problema ([10],[11],[12]), conforme é mostrado na Figura 4.1.

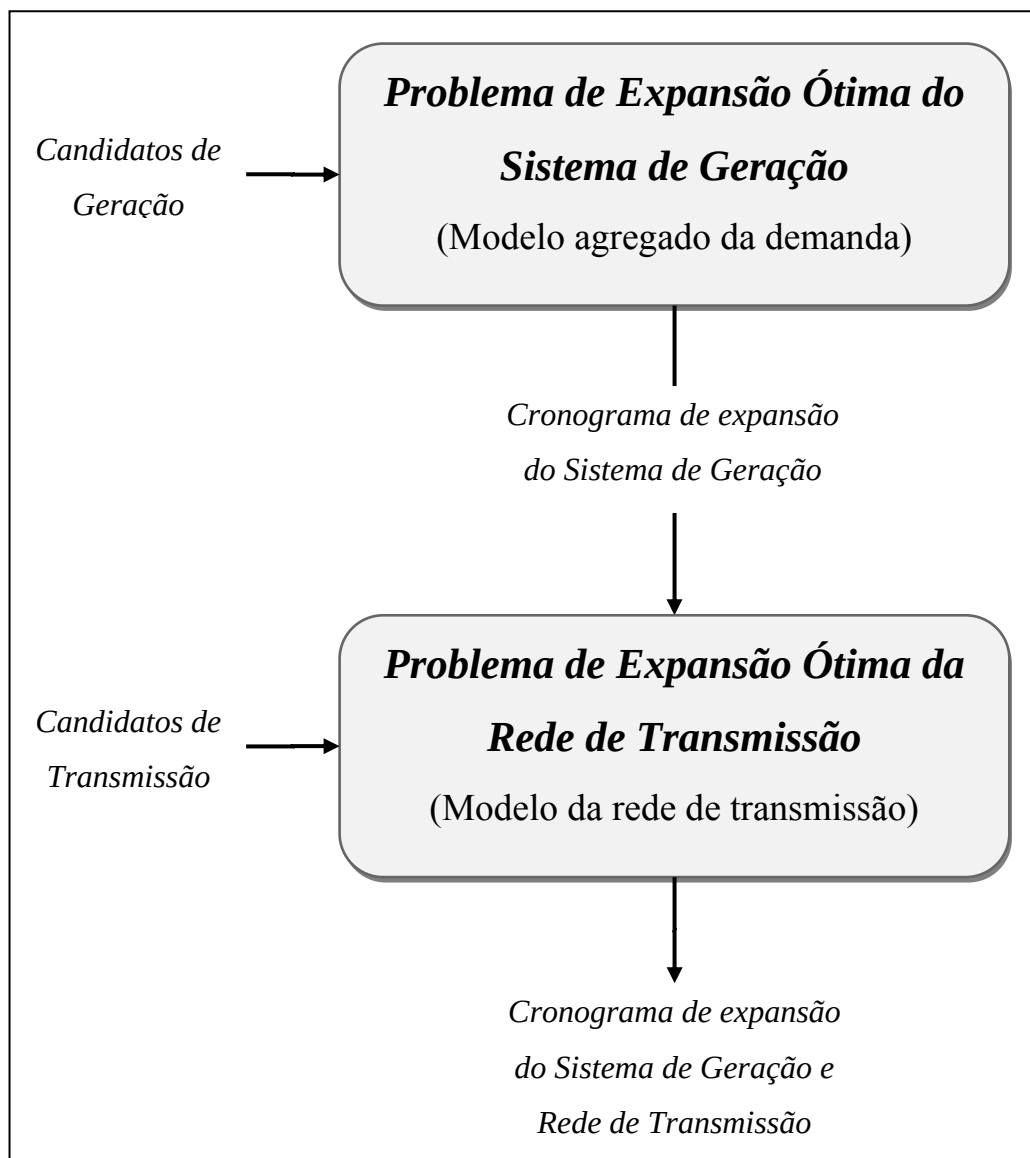


Figura 4.1 Planejamento Hierárquico

A primeira etapa do planejamento hierárquico consiste em resolver um problema de expansão somente do sistema de geração. Como foi apresentado na seção

3.3, este problema utiliza um modelo agregado da demanda e da geração para a representação do sistema elétrico permitindo a redução da complexidade do problema. A segunda etapa do planejamento consiste em fixar o plano ótimo de investimento de geração que foi obtido na primeira etapa do processo e resolver um problema de expansão da rede de transmissão para obter os reforços necessários ao atendimento da demanda.

Por esta razão, os reforços de transmissão são obtidos de tal forma a acomodar as decisões de investimento em geração, que foram feitas sem tomar em conta as congestões na rede de transmissão. Outra simplificação comumente encontrada em métodos que analisam a expansão de sistemas de transmissão é o relaxamento da natureza temporal do problema, isto é, diversos métodos propostos na literatura ([13],[14],[15],[16]) para a expansão da rede de transmissão são, em geral, estáticos e não levam em conta as economias de escala entre as etapas do horizonte de análise.

Países que tem característica hidrotérmica tornam mais complexa a interação entre o sistema de geração e a rede de transmissão. Os sistemas com forte geração hidroelétrica possuem despacho mais flexível o que significa que podem existir diversas soluções ótimas de operação. Por esta razão, a eliminação de todas as restrições associadas à rede de transmissão pode não resultar em uma expansão ótima do sistema de geração.

4.1.2 Planejamento Integrado

Uma alternativa para o planejamento da expansão de sistemas elétricos que também encontra referência na literatura é considerar em conjunto a expansão do sistema de geração e da rede de transmissão ([17],[18],[19]), conforme mostrado na Figura 4.2.

Desta forma, o problema de expansão do sistema elétrico torna-se mais complexo à medida que aumentam o número de restrições e variáveis do problema. O processo de planejamento deve ser capaz de considerar conjuntamente todas as alternativas disponíveis e realizar uma análise de *trade-off* (compromisso) entre custo de investimento e custo de operação de cada alternativa em busca da solução mais econômica que satisfaça às restrições do problema. Em sua forma mais simples, o

algoritmo poderia decidir entre a construção de uma usina térmica próxima ao centro consumidor (decisão de baixo custo de investimento e elevado custo operativo) ou a construção de uma usina hidroelétrica mais uma linha de transmissão até a demanda (decisão de elevado custo de investimento e baixo custo de operação).

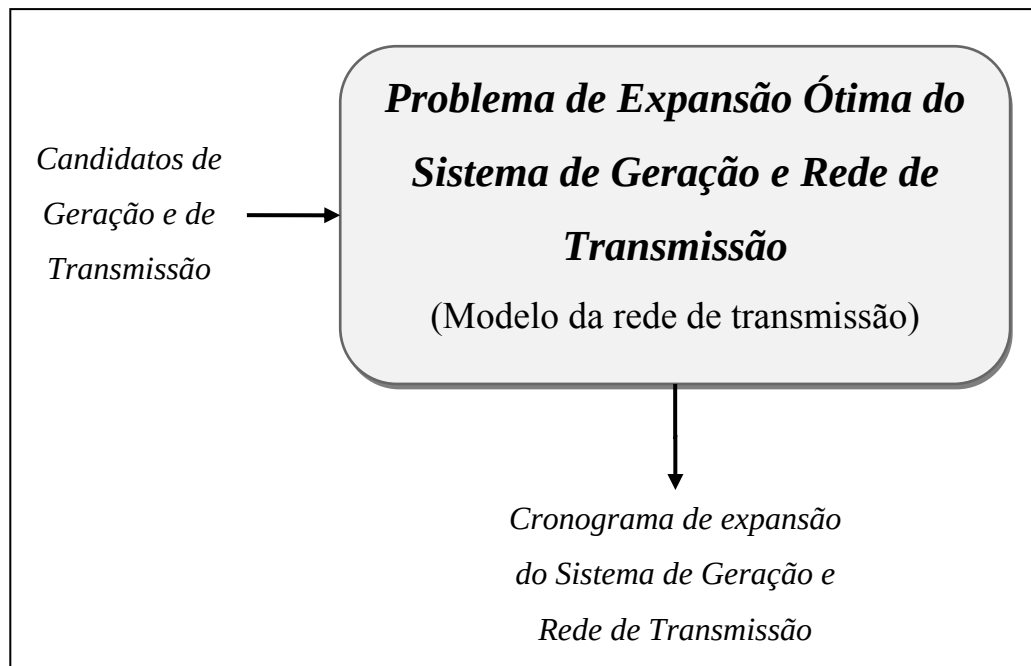


Figura 4.2 Planejamento Integrado

O processo de planejamento da expansão integrada de geração e rede de transmissão pode ser definido como uma análise sistemática e ordenada de informações, com o objetivo de subsidiar a tomada de decisões que envolvem a alocação temporal e espacial das capacidades de geração e das linhas de transmissão necessárias para atender ao crescimento da demanda ao longo do horizonte de planejamento, assegurando padrões pré-estabelecidos de qualidade a um mínimo custo.

Com o planejamento integrado, espera-se que o plano de expansão obtido necessite menos reforços na transmissão. A razão para isto é que com esta metodologia, a expansão do sistema de geração resultante possui os geradores localizados em pontos mais adequados que requerem menos reforços na transmissão.

A seguir é mostrado o modelo para a representação da rede de transmissão que consiste em um modelo de fluxo de potência linearizado. Em seguida este modelo é

utilizado para a formulação do problema de expansão integrada de geração e transmissão envolvendo restrições não-lineares.

Diversas formulações podem ser obtidas para o problema de planejamento da expansão integrada de geração e rede de transmissão dependendo do grau de simplificação adotado para a representação da rede de transmissão. Um dos primeiros trabalhos propostos para a solução deste problema é de Garver [39], datado de 1970. Em 1984, Villasana [38] desenvolveu um aperfeiçoamento do trabalho proposto por Garver e também elaborou uma formulação linear inteira mista. O uso de esquemas de decomposição para este problema teve início com o trabalho de Pereira [35]. Em 1989, Romero ([36], [40]) propôs uma metodologia hierárquica para a solução do problema em três fases: a primeira com um modelo de transporte, a segunda com um modelo híbrido e a terceira com um modelo não-linear. Entre outros modelos que foram desenvolvidos destacam-se [41], [42], [43], [8].

A escolha do modelo deve levar em consideração a existência de um compromisso entre o esforço computacional requerido para a solução do problema e a proximidade dos resultados com a realidade. Para solucionar o problema de não-linearidade é apresentada, neste trabalho, a formulação de transporte, com a relaxação das restrições não-lineares, a formulação disjuntiva e a derivação de uma formulação disjuntiva compacta do modelo cujo esquema de solução permite a utilização de técnicas de relaxação de restrições não-ativas do problema.

4.2 Modelo da Rede de Transmissão

Um sistema de energia elétrica é constituído basicamente por um conjunto de geradores, um conjunto de linhas de transmissão e centros de carga, como sugere a Figura 4.3.

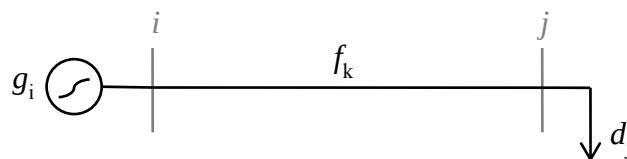


Figura 4.3 Sistema Geração–Transmissão–Demanda

Os geradores transformam energia mecânica em energia elétrica e injetam potência elétrica na rede de transmissão que, por sua vez, é responsável pelo transporte da potência para o atendimento da demanda nos centros de carga [20].

Esquemáticamente, os geradores e as cargas são representados através de injeções de potência nos nós (ou barras) da rede, e as linhas de transmissão são ramos (ou circuitos) que conectam esses nós e são definidas basicamente pelos seguintes parâmetros: a resistência e a reatância. Neste trabalho não serão consideradas as perdas na transmissão, ou seja, a resistência das linhas tem valor igual a zero, e a susceptância da linha é, portanto, o inverso da reatância.

Os fluxos f_k que passam pelos circuitos são calculados a partir de um modelo de cálculo do fluxo de potência [6]. O cálculo de fluxo de potência linearizado [21], [22] permite estimar com baixo custo computacional e precisão aceitável para muitas aplicações, a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão, através da representação da Primeira e Segunda Leis de Kirchhoff. O apêndice B apresenta uma descrição do modelo de cálculo de fluxo de potência linearizado.

4.2.1 Primeira Lei de Kirchhoff

A primeira Lei de Kirchhoff (lei dos nós) representa o balanço de potência em cada barra, ou seja, a soma algébrica dos fluxos que chegam ou partem de uma barra é igual à injeção líquida nesta barra. De injeção líquida de uma barra entende-se pela diferença entre a geração e a demanda desta barra.

Sejam $\mathcal{N}$ o conjunto de barras da rede elétrica e $\mathcal{K}$ o conjunto de circuitos que conectam as barras do sistema, a restrição de atendimento da demanda em cada barra i é:

$$\sum_{k \in \Omega_i^+} f_k - \sum_{k \in \Omega_i^-} f_k + \sum_{j \in \Phi_i} g_j = d_i \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (4.1)$$

Onde d_i é a demanda na barra i , Ω_i^+ é o conjunto de circuitos k que entram na barra i , Ω_i^- é o conjunto de circuitos k que saem da barra i e Φ_i é o conjunto de unidades geradoras j conectadas à barra i .

Apenas para simplificação da notação considera-se, nas formulações apresentadas neste trabalho, que as variáveis de geração são apresentadas para cada barra i :

$$g_i = \sum_{j \in \Phi_i} g_j \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

Reescrevendo a restrição (4.1) utilizando a nova notação, obtém-se:

$$\sum_{k \in \Omega_i^+} f_k - \sum_{k \in \Omega_i^-} f_k + g_i = d_i \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

Matricialmente, esta restrição é expressa da seguinte forma:

$$Sf + g = d \quad (4.2)$$

Onde S é a matriz de incidência barra-circuito de dimensão $|\mathcal{N}| \times |\mathcal{K}|$ que representa as conexões dos circuitos às barras. A k -ésima coluna da matriz S é constituída por zeros em todas as posições exceto naquelas correspondentes às barras terminais do k -ésimo circuito, i e j :

$$S_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ -1 \\ \dots \\ +1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{ barra } i = de(k) \\ \leftarrow \text{ barra } j = para(k) \end{array}$$

Onde $de(k)$ é a barra origem e $para(k)$ é a barra destino do circuito k .

4.2.2 Segunda Lei de Kirchhoff

De acordo com a Segunda Lei Kirchhoff, os fluxos de potência ativa e reativa em linhas de transmissão obedecem a equações não-lineares que são funções das tensões de seus nós terminais. A linearização destas equações aproxima o cálculo do fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão como uma função das aberturas angulares das tensões das barras terminais:

$$f_k = \gamma_k \left(\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)} \right) \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.3)$$

Onde γ_k é a susceptância do circuito k , $\theta_{de(k)}$ e $\theta_{para(k)}$ são variáveis de decisão do problema e representam os ângulos da tensão nas barras $de(k)$ e $para(k)$, respectivamente, conectadas pelo circuito k .

Matricialmente, as restrições (4.3) são expressas como:

$$f = [\gamma] S^T \theta \quad (4.4)$$

Onde $[\gamma]$ denota uma matriz diagonal formada pelos elementos do vetor γ , com sinal negativo.

4.2.3 Limite de Carregamento

Os fluxos nos circuitos devem satisfazer ainda às restrições de capacidade máxima de carregamento da linha de transmissão:

$$-\bar{f}_k \leq f_k \leq \bar{f}_k \quad \forall k \in \mathcal{K}$$

4.3 Formulação do Problema de Expansão Integrada de Geração e Transmissão

Sejam $\mathcal{K}_E$ e $\mathcal{K}_C$ os conjuntos de circuitos existentes e candidatos, respectivamente, o problema de planejamento da expansão integrada de geração e rede de transmissão pode ser formulado como um problema de programação inteira mista como apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar} \quad z = \sum_{i \in \mathcal{N}} I_{g_i} x_{g_i} + \sum_{k \in \mathcal{K}_C} I_{f_k} x_{f_k} + \sum_{i \in \mathcal{N}} (C_{E_i} g_{E_i} + C_{C_i} g_{C_i}) \quad (4.5)$$

sujeito a:

$$\sum_{k \in \Omega_{E_i}^+} f_{E_k} - \sum_{k \in \Omega_{E_i}^-} f_{E_k} + \sum_{k \in \Omega_{C_i}^+} f_{C_k} - \sum_{k \in \Omega_{C_i}^-} f_{C_k} + g_{E_i} + g_{C_i} = d_i, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (4.5a)$$

$$f_{E_k} - \gamma_{E_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{K}_E \quad (4.5b)$$

$$f_{C_k} - \gamma_{C_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) = 0, \quad \text{se } x_{f_k} = 1, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \quad (4.5c)$$

$$-\bar{f}_{E_k} \leq f_{E_k} \leq \bar{f}_{E_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_E \quad (4.5d)$$

$$-\bar{f}_{C_k} x_{f_k} \leq f_{C_k} \leq \bar{f}_{C_k} x_{f_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \quad (4.5e)$$

$$g_{E_i} \leq \bar{g}_{E_i}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (4.5f)$$

$$g_{C_i} \leq \bar{g}_{C_i} x_{g_i}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (4.5g)$$

$$x_{f_k} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \quad (4.5h)$$

$$x_{g_i} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (4.5i)$$

Onde I_{f_k} é o custo atualizado de investimento associado à decisão de construção do circuito candidato k , $\Omega_{E_i}^+$ e $\Omega_{E_i}^-$ são os conjuntos de circuitos existentes k que entram e saem, respectivamente, na barra i , $\Omega_{C_i}^+$ e $\Omega_{C_i}^-$ são os conjuntos de circuitos candidatos k que entram e saem, respectivamente, na barra i .

γ_{E_k} e γ_{C_k} são as susceptâncias dos circuitos k existentes e candidatos, respectivamente.

f_{E_k} e f_{C_k} são as variáveis de fluxo nos circuitos k existentes e candidatos, respectivamente, e x_{f_k} é a variável de decisão associada à construção do circuito candidato k .

A função objetivo do problema corresponde à minimização da soma dos custos atualizados de investimento em projetos de geração e de transmissão e o custo de operação das unidades térmicas.

As restrições operativas do problema correspondem respectivamente a: (4.5a) restrição de atendimento à demanda por barra do sistema; (4.5b) e (4.5c) restrições impostas pelas características físicas das linhas de transmissão; (4.5d) e (4.5e) limite de carregamento das linhas de transmissão existentes e candidatas; (4.5f) e (4.5g) limite de geração das usinas existentes e candidatas.

As restrições (4.5h) e (4.5i) representam a integralidade das variáveis associadas à decisão de construção de projetos de geração e transmissão.

As restrições (4.5a), (4.5b) e (4.5c) correspondem às leis de Kirchhoff do modelo de fluxo de potência linearizado para o sistema de transmissão. Pode-se observar que as restrições que correspondem à segunda lei de Kirchhoff sobre os circuitos candidatos – restrições (4.5c) – devem existir somente para os circuitos que vêm a ser adicionados à rede elétrica. Nesta formulação que está sendo apresentada, estas restrições estão condicionadas ao valor das variáveis x_{f_k} , isto é, a restrição existe para o circuito k se $x_{f_k} = 1$ (circuito construído) e não existe se $x_{f_k} = 0$ (circuito não construído). A existência da restrição (4.5c) para o caso em que $x_{f_k} = 0$ insere ao problema uma relação entre os ângulos das tensões nas barras terminais de um circuito que não foi construído, podendo restringir a solução do problema que leva a investimentos adicionais que não são realmente necessários ao sistema.

A formulação matricial do problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (4.6)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (4.6a)$$

$$(f_E - [\gamma_E] S_E^T \theta) = 0 \quad (4.6b)$$

$$[x_f] (f_C - [\gamma_C] S_C^T \theta) = 0 \quad (4.6c)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (4.6d)$$

$$f_C - [\bar{f}_C] x_f \leq 0 \quad (4.6e)$$

$$f_C + [\bar{f}_C] x_f \geq 0 \quad (4.6f)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (4.6g)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (4.6h)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (4.6i)$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_C|} \quad (4.6j)$$

Onde:

S_E, S_C matrizes de incidência circuito–barra, de dimensões $|\mathcal{N}| \times |\mathcal{K}_E|$ e $|\mathcal{N}| \times |\mathcal{K}_C|$, para as redes existente e candidata.

I_P, x_f vetores de dimensão $|\mathcal{K}_C|$ cujas componentes são I_{fk} e x_{fk} .

I_g, x_g vetores de dimensão $|\mathcal{N}|$ cujas componentes são I_{gi} e x_{gi} .

$C_E, g_E, \bar{g}_E$ vetores de dimensão $|\mathcal{N}|$ cujas componentes são C_{Ei} , g_{Ei} e $\bar{g}_{Ei}$.

$C_C, g_C, \bar{g}_C$ vetores de dimensão $|\mathcal{N}|$ cujas componentes são C_{Ci} , g_{Ci} e $\bar{g}_{Ci}$.

d vetor de dimensão $|\mathcal{N}|$ cujas componentes são d_i .

θ vetor de dimensão $|\mathcal{N}|$ cujas componentes são θ_i .

$f_E, \bar{f}_E, \gamma_E$ vetores de dimensão $|\mathcal{K}_E|$ cujas componentes são f_{Ek} , $\bar{f}_{Ek}$ e γ_{Ek} .

$f_C, \bar{f}_C, \gamma_C$ vetores de dimensão $|\mathcal{K}_C|$ cujas componentes são f_{Ck} , $\bar{f}_{Ck}$ e γ_{Ck} .

A incorporação do modelo de fluxo de potência linearizado implica em uma grande dificuldade à solução do problema (4.6). Esta dificuldade está relacionada ao modelo utilizado para a formulação do problema, mais especificamente, a forma como representar as restrições (4.5c), que devem existir somente se o circuito candidato for construído e, caso contrário, estas restrições não podem estar ativas.

A seguir serão apresentadas as quatro formulações para o problema (4.6) com diferentes formas de representação das restrições (4.5c). A primeira delas consiste em utilizar um modelo não-linear inteiro misto, as três seguintes consistem em formulações lineares inteiras mistas: o modelo de transporte, o modelo disjuntivo e finalmente o modelo disjuntivo compacto.

4.3.1 Formulação Não-Linear

Esta formulação consiste em utilizar a seguinte equação não-linear para a representação da restrição condicional (4.5c):

$$f_{c_k} - x_{f_k} \gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{K}_c \quad (4.7)$$

A equivalência entre as equações (4.7) e (4.5c) é verificada da seguinte maneira: quando o valor de x_{f_k} é igual a 1, ou seja, quando é decidida a construção do circuito candidato k , o fluxo de potência neste circuito que é calculado pela equação (4.7) é dado por:

$$f_{c_k} - \gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) = 0,$$

que corresponde exatamente ao resultado obtido pela restrição (4.5c).

Caso contrário, ou seja, quando o valor de x_{f_k} é igual a 0, então obtém-se, da equação (4.7), $f_{c_k} = 0$, que também corresponde ao resultado obtido no modelo (4.5), pois a restrição (4.5e) assegura que $f_{c_k} = 0$:

$$-0 \bar{f}_{c_k} \leq f_{c_k} \leq 0 \bar{f}_{c_k}$$

Utilizando então a restrição não linear (4.7) no lugar da restrição (4.5c) do modelo para o problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão, obtém-se a seguinte formulação não-linear inteira para este problema:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (4.8)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (4.8a)$$

$$f_E - [\gamma_E] S_E^T \theta = 0 \quad (4.8b)$$

$$f_C - [x_f] [\gamma_C] S_C^T \theta = 0 \quad (4.8c)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (4.8d)$$

$$f_C - [\bar{f}_C] x_f \leq 0 \quad (4.8e)$$

$$f_C + [\bar{f}_C] x_f \geq 0 \quad (4.8f)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (4.8g)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (4.8h)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (4.8i)$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_C|} \quad (4.8j)$$

Esta formulação não-linear insere uma dificuldade a mais para a solução dos problemas que consideram o planejamento da expansão de redes de transmissão, devido às não linearidades impostas pelo termo quadrático $[x_f] [\gamma_C] S_C^T \theta$, uma vez que estamos considerando a multiplicação de duas variáveis de decisão do problema (x_f e θ).

Neste modelo, a formulação do problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão é não-linear e não convexo, o que pode trazer sérias dificuldades para métodos de cortes como o algoritmo de decomposição de Benders. A aplicação de métodos de planos cortantes a um problema não linear e não convexo pode não ser bem sucedida, pois os cortes produzidos podem excluir partes

da região de viabilidade do problema, inclusive a região que contém a solução ótima global [23].

4.3.2 Formulação de Transporte

Esta formulação do problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão assume a sua forma mais simplificada através da relaxação das restrições não-lineares do problema, isto é, eliminando as restrições (4.5c) do modelo.

Utilizando esta simplificação do modelo, o problema pode ser formulado como um problema de programação linear inteira mista como apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (4.9)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (4.9a)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (4.9b)$$

$$f_C - [\bar{f}_C] x_f \leq 0 \quad (4.9c)$$

$$f_C + [\bar{f}_C] x_f \geq 0 \quad (4.9d)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (4.9e)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (4.9f)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (4.9g)$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_c|} \quad (4.9h)$$

Nesta formulação, o modelo utilizado para representar os fluxos de potência ativa na rede de transmissão considera somente as equações de balanço de potência em cada barra do sistema de transmissão (4.9a) correspondentes à Primeira Lei de Kirchhoff e as restrições de capacidade de carregamento máximo (4.9b)–(4.9d). Por este motivo, os circuitos que representam as linhas de transmissão do sistema são modelados como linhas de interconexão entre as barras que apresentam uma determinada capacidade de importação ou exportação de potência.

O problema (4.9) é um problema de programação linear inteira mista, convexo, cuja estrutura permite facilmente a utilização do algoritmo de solução baseado na técnica de decomposição de Benders apresentada no apêndice A.

Em contraposição, este modelo contém a restrição da Primeira Lei de Kirchhoff (lei dos nós) para o atendimento à demanda em cada barra, porém não apresenta a representação da Segunda Lei de Kirchhoff que relaciona o fluxo nos circuitos com a diferença angular das tensões das barras terminais. A representação muito simplificada do fluxo de potência nos circuitos pode levar a resultados muito otimistas em relação à realidade, e consequentemente poucos investimentos em novos circuitos.

4.3.3 Formulação Disjuntiva

Esta formulação sugere uma forma disjuntiva para linearizar as restrições que modelam as equações relativas à segunda lei de Kirchhoff, representadas pelas restrições condicionais (4.5c) no modelo (4.5), como é apresentada a seguir:

$$f_{Ck} - \gamma_{Ck} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq M (1 - x_{fk}), \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \quad (4.10a)$$

$$f_{Ck} - \gamma_{Ck} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \geq -M (1 - x_{fk}), \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \quad (4.10b)$$

A equivalência entre as restrições (4.10a)–(4.10b) e a restrição (4.5c) pode ser verificada da seguinte forma, para $M \approx \infty$:

Quando o valor de x_{fk} é igual a 1, ou seja, quando é decidida a construção do circuito candidato k , as restrições (4.10a)–(4.10b) são dadas por:

$$f_{Ck} - \gamma_{Ck} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq 0$$

$$f_{Ck} - \gamma_{Ck} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \geq 0$$

ou seja:

$$f_{c_k} - \gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) = 0$$

que corresponde exatamente ao resultado obtido pela restrição (4.5c).

Caso contrário, ou seja, quando o valor de x_{f_k} é igual a 0, então obtém-se, das restrições (4.10a)–(4.10b):

$$-\gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq M$$

$$-\gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \geq -M$$

Pois como o circuito candidato k não foi construído então a equação (4.5e) garante que $f_{c_k} = 0$. Como M é um número positivo muito grande ($M \approx \infty$), as restrições (4.10a)–(4.10b) nunca estarão ativas. O objetivo é garantir a relaxação da diferença angular entre as barras terminais do circuito que não está sendo adicionado.

Substituindo as restrições (4.5c) do problema (4.5), pelas restrições do modelo disjuntivo (4.10a)–(4.10b), obtém-se o seguinte problema de programação linear (0–1) para representar o problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (4.11)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (4.11a)$$

$$f_E - [\gamma_E] S_E^T \theta = 0 \quad (4.11b)$$

$$f_C - [\gamma_C] S_C^T \theta \leq M (e - x_f) \quad (4.11c)$$

$$f_C - [\gamma_C] S_C^T \theta \geq -M (e - x_f) \quad (4.11d)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (4.11e)$$

$$f_C - [\bar{f}_C] x_f \leq 0 \quad (4.11f)$$

$$f_C + [\bar{f}_C] x_f \geq 0 \quad (4.11g)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (4.11h)$$

$$g_c - \left[\bar{g}_c \right] x_g \leq 0 \quad (4.11i)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (4.11j)$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_c|} \quad (4.11k)$$

As maiores dificuldades relacionadas à solução do problema (4.11) se devem ao fato de se tratar de um problema que exige a utilização de algoritmos combinatórios e, principalmente, devido às restrições disjuntivas, as quais requerem um valor numérico muito grande para a constante disjuntiva M . Como será apresentado no capítulo 5, a constante disjuntiva está presente nos coeficientes dos cortes de Benders para as variáveis de investimento de transmissão. Desta forma, um valor muito elevado para esta constante resulta em mau condicionamento numérico dos cortes, consequentemente dificultando a convergência do método de decomposição de Benders. Uma alternativa que será explorada neste trabalho é utilizar para o cálculo de cortes de Benders um valor numérico significativamente reduzido para a constante disjuntiva M conforme proposto em [23] e descrito no anexo C.

Em contrapartida às desvantagens indicadas na formulação disjuntiva, o problema de programação resultante quando se utiliza a formulação disjuntiva para o problema de planejamento da expansão integrada de geração e redes de transmissão é um problema de programação linear (0–1) mista. Isto garante que a solução ótima inteira obtida, aplicando-se um algoritmo do tipo *branch-and-bound*, é a solução ótima global do problema de expansão. Além disso, pode-se verificar que a formulação de transporte é uma relaxação da formulação disjuntiva, portanto, esta formulação é mais realista porque considera que os fluxos nos circuitos estão sujeitos, não apenas às restrições associadas à Primeira Lei de Kirchhoff, como também às restrições impostas pelas características físicas das linhas de transmissão através da representação das equações associadas à Segunda Lei de Kirchhoff, obedecendo a um modelo de fluxo de potência linearizado.

Este problema de programação linear pode ser resolvido através de algoritmos de solução padrão. Entretanto, nesta formulação existem três tipos de variáveis de decisão, correspondentes aos vetores g , f e θ . Em uma rede típica de sistema de potência, o número de barras e circuitos é consideravelmente mais elevado do que o número de geradores. A formulação descrita a seguir foi desenvolvida com a

finalidade de reduzir o esforço computacional através da manipulação das equações de tal maneira que a formulação final do problema apresente apenas o vetor de gerações g como variáveis de decisão.

Adicionalmente, a formulação com representação compacta da rede de transmissão permite a utilização de um algoritmo de solução do problema de despacho ótimo de potência que envolve técnicas de relaxação das restrições de fluxo nos circuitos da rede de transmissão. Como será visto a seguir, esta relaxação diminui ainda mais o esforço computacional e o volume de dados armazenados durante o processo de solução do problema de despacho ótimo.

4.3.4 Formulação Disjuntiva Compacta

Lembrando as equações do modelo de fluxo de potência linearizado que representam a Primeira e Segunda Leis de Kirchhoff e são expressas matricialmente como apresentado a seguir:

$$S f + g = d \quad (4.12)$$

$$f = [\gamma] S^T \theta \quad (4.13)$$

Substituindo a variável f de (4.13), na equação (4.12), obtém-se a seguinte equação:

$$B \theta + g = d \quad (4.14)$$

Onde $B = S \gamma S^T$ é a matriz de susceptâncias de dimensão $|\mathcal{N}| \times |\mathcal{N}|$.

O vetor θ é então obtido a partir da solução do sistema de equações lineares (4.14). Como o posto da matriz B é igual a $|\mathcal{N}| - 1$ (ver apêndice B), é necessário eliminar uma linha e uma coluna desta matriz, correspondentes a uma barra s , definida como a barra de referência angular.

$$\tilde{\theta} = \tilde{B}^{-1} (\tilde{d} - \tilde{g}) \quad (4.15)$$

Onde $\tilde{\theta}$, $\tilde{g}$, $\tilde{d}$ e $\tilde{B}$ correspondem aos vetores θ , g , d e à matriz B sem a linha (e a coluna) correspondente à barra s .

O ângulo da tensão da barra s é então fixado em $\theta_s = 0$. Para simplificação da notação, a equação (4.15) é reescrita em termos dos vetores completos de geração e demanda, adicionando uma linha e uma coluna nulas na posição s da matriz $\tilde{B}^{-1}$.

$$\theta = B^{-1} (d - g) \quad (4.16)$$

Substituindo a equação (4.16) na restrição (4.13) correspondente à segunda lei de Kirchhoff, obtém-se a seguinte equação para o fluxo nos circuitos:

$$f = \beta (d - g) \quad (4.17)$$

Onde $\beta = \gamma S^T B^{-1}$ é uma matriz de dimensão $|\mathcal{K}| \times |\mathcal{N}|$ cujo elemento β_{ki} representa a sensibilidade de variação do fluxo de potência no circuito k em relação a uma variação na injeção líquida de potência da barra i . A injeção líquida de potência em cada barra é dada pela diferença entre a potência consumida d_i e a potência fornecida à barra g_i . Pode-se notar que os fatores de sensibilidade correspondentes à barra de referência s são iguais a zero ($\beta_{ks} = 0, \forall k$), isto é, uma variação na injeção desta barra não afeta os fluxos dos circuitos do sistema. Isto se deve ao fato de que o valor da geração para a barra de referência é calculado implicitamente a partir do balanço total de geração e demanda das demais barras. Portanto, tem-se a seguinte equação de balanço total de demanda do sistema:

$$e^T g = e^T d \quad (4.18)$$

Onde e é um vetor unitário de dimensão $|\mathcal{N}|$.

Finalmente, substituindo a equação (4.17) na formulação disjuntiva do problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão é obtida a seguinte forma compacta:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (4.19)$$

sujeito a:

$$e^T g_E + e^T g_C = e^T d \quad (4.19a)$$

$$-\bar{f}_E \leq \beta_E (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_E \quad (4.19b)$$

$$-\bar{f}_{C_k} \leq \beta_{C_k} (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_{C_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k} = 1 \quad (4.19c)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (4.19d)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (4.19e)$$

$$x_g \in \{0, 1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (4.19f)$$

$$x_f \in \{0, 1\}^{|\mathcal{K}_C|} \quad (4.19g)$$

Onde β_{C_k} é a linha da matriz de sensibilidade correspondente a todo circuito candidato k tal que seja construído no sistema, ou seja, $x_{f_k} = 1$.

Apesar de as matrizes de susceptância do sistema (matrizes B) serem, em geral, esparsas, as matrizes de sensibilidade β são extremamente densas, introduzindo uma desvantagem considerável em relação à esparsidade do problema. Para obter uma eficiência computacional maior, é utilizado um esquema de relaxação onde somente as linhas da matriz β correspondentes aos circuitos com limite de carregamento de fluxo violado são calculadas e adicionadas às restrições do problema – restrições (4.19c).

As principais vantagens com relação a esta formulação compacta consistem na possibilidade em utilizar esquemas de decomposição de Benders associados à técnica de relaxação das restrições de limite de carregamento nos circuitos, que será apresentada na seção 5.6.2. O esquema adotado para a solução do problema de operação consiste em soluções alternadas do modelo de despacho ótimo com as restrições (4.19c) relaxadas para os circuitos que não apresentam violação do limite de carregamento, e de um modelo linear de cálculo de fluxo de potência sem perdas para

obtenção dos circuitos violados (solução do sistema de equações (B.7) descrito no apêndice B).

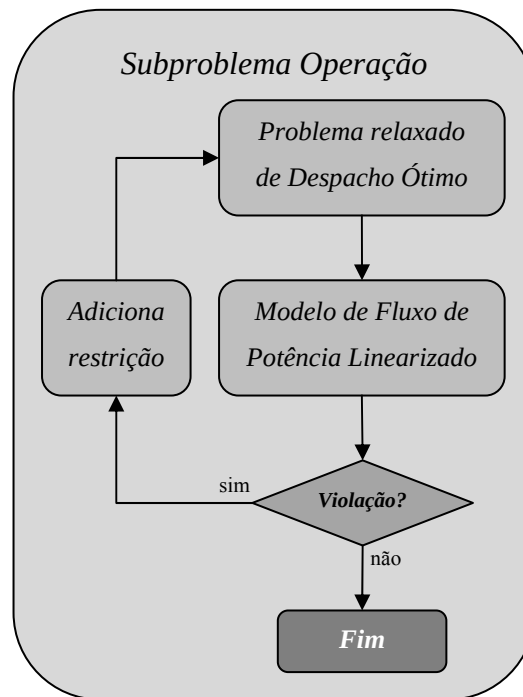


Figura 4.4 Solução do Subproblema de Operação com Esquema de Relaxação

A solução ótima é encontrada sem que necessariamente todas as restrições de limites de carregamento sejam adicionadas ao problema de programação linear. Isto se deve ao fato de que nem todas as restrições de carregamento estão ativas na solução ótima do problema, ou seja, nem todos os circuitos estão sendo estrangulados (fluxo no circuito igual ao limite de carregamento de fluxo).

No algoritmo PDDE são solucionados um número considerável de problemas de operação associados às realizações das afluências para cada estágio do horizonte de estudo. A técnica de relaxação das restrições não-ativas de cada problema garante a redução da complexidade do problema de operação melhorando o desempenho computacional do algoritmo de solução do problema de expansão.

5 Decomposição de Benders no Problema de Planejamento da Expansão do Sistema de Geração e Rede de Transmissão

5.1 Introdução

Neste capítulo será apresentada a aplicação da decomposição de Benders ao problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão de redes elétricas considerando a representação da rede de transmissão segundo a formulação de transporte, a formulação disjuntiva e a formulação disjuntiva compacta, apresentadas no capítulo 4. Para cada modelo apresentado será mostrado o cálculo dos multiplicadores implícitos, destacando a sua importância para o modelo segundo a formulação disjuntiva compacta.

Finalmente, será mostrada em detalhes a derivação do esquema de solução do problema de expansão integrada e as principais vantagens em relação às técnicas de relaxação utilizadas.

5.2 Modelo de Transporte

Lembrando a formulação do problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão segundo o modelo de transporte apresentado na seção 4.3.2:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.1)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (5.1a)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (5.1b)$$

$$f_C - [\bar{f}_C] x_f \leq 0 \quad (5.1c)$$

$$f_C + [\bar{f}_C] x_f \geq 0 \quad (5.1d)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.1e)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (5.1f)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (5.1g)$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_C|} \quad (5.1h)$$

Supondo que para a iteração μ do modelo de decomposição de Benders obtém-se (x_f^μ, x_g^μ) como solução do problema de planejamento da expansão. Fixando $(x_f, x_g) = (x_f^\mu, x_g^\mu)$ no problema (5.1), obtém-se o seguinte problema de operação (ou problema *Escravo*):

$$\text{Minimizar} \quad z = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.2)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (5.2a)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (5.2b)$$

$$-[\bar{f}_C] x_f^\mu \leq f_C \leq [\bar{f}_C] x_f^\mu \quad (5.2c)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.2d)$$

$$g_C \leq [\bar{g}_C] x_g^\mu \quad (5.2e)$$

Após solucionado o problema de programação linear (5.2), pode-se calcular os cortes de Benders, conforme descrito no apêndice A, que são representados por:

$$\alpha + \pi^\mu{}^T E_g x_g + \pi^\mu{}^T E_f x_f \geq \pi^\mu{}^T h \quad (5.3)$$

Onde μ é o índice das iterações do método de decomposição de Benders e π^μ é o vetor de multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema de operação (5.2) obtido na μ -ésima iteração. π^μ é dado por:

$$\pi^\mu{}^T = \left[\pi_d^\mu{}^T \quad \pi_{f_E}^\mu{}^T \quad \pi_{f_C}^\mu{}^T \quad \pi_{g_E}^\mu{}^T \quad \pi_{g_C}^\mu{}^T \right]$$

Onde π_d^μ , $\pi_{f_E}^\mu$, $\pi_{f_C}^\mu$, $\pi_{g_E}^\mu$ e $\pi_{g_C}^\mu$ são os multiplicadores associados respectivamente às restrições (5.2a), (5.2b), (5.2c), (5.2d) e (5.2e). Como as restrições (5.2b) e (5.2c) estão ativas quando são atingidos os limites inferior ou superior de cada restrição, então os seus multiplicadores associados assumem valor maior ou igual zero quando é atingido o limite inferior da restrição, e menor ou igual a zero quando é atingido o limite superior. Esta modelagem implica em uma notação particular para a matriz E_f e o vetor h , como será mostrado em seguida.

E_g e E_f são, respectivamente, as matrizes que acoplam as restrições de investimento em geração e transmissão com as restrições de operação, e são dadas por:

$$E_g{}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -[\bar{g}_C] \end{bmatrix}$$

$$E_f{}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \pm[\bar{f}_C] & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E o vetor h é formado por:

$$h^T = \begin{bmatrix} d^T & \pm\bar{f}_E{}^T & 0 & \bar{g}_E{}^T & 0 \end{bmatrix}$$

O sinal dos elementos da matriz E_f que serão multiplicados pelo vetor π_{f_c} , conforme a equação (5.3), dependem do limite no qual as restrições (5.2c) estão ativas. Entretanto, para um determinado circuito candidato k este produto apresenta os seguintes resultados possíveis:

- Se o limite inferior está ativo então $\pi_{f_{c_k}} \geq 0$ e o elemento da matriz E_f que multiplica esta variável dual é igual a $-\bar{f}_{c_k}$. Logo, o produto destes valores é $\pi_{f_{c_k}} (-\bar{f}_{c_k}) \leq 0$.
- Se o limite superior está ativo então $\pi_{f_{c_k}} \leq 0$ e o elemento da matriz E_f que multiplica esta variável dual é igual a $\bar{f}_{c_k}$. Logo, o produto destes valores é $\pi_{f_{c_k}} \bar{f}_{c_k} \leq 0$.
- Se a restrição não está ativa então $\pi_{f_{c_k}} = 0$. Logo, o produto é igual a 0.

Desta forma, este produto pode ser genericamente expresso por $-\left|\pi_{f_{c_k}}\right| \bar{f}_{c_k}$, onde $\left|\pi_{f_{c_k}}\right|$ corresponde ao valor absoluto de $\pi_{f_{c_k}}$. Analogamente, o produto do vetor π_{f_E} e os elementos correspondentes do vetor h são expressos por $-\left|\pi_{f_{E_k}}\right| \bar{f}_{E_k}$.

Substituindo E_g , E_f , h e π^μ conforme a equação (5.3), obtém-se a seguinte expressão para os cortes de Benders:

$$\alpha - \left(\pi_{g_c}^{\mu T} \left[\bar{g}_c \right] \right) x_g + \left(\left| \pi_{f_c}^{\mu T} \right| \left[\bar{f}_c \right] \right) x_f \geq \text{RHS}^\mu \quad (5.4)$$

$$\text{RHS}^\mu = \pi_d^{\mu T} d - \left| \pi_{f_E}^{\mu T} \right| \bar{f}_E + \pi_{g_E}^{\mu T} \bar{g}_E$$

Considerando os μ -primeiros cortes de Benders já calculados, o seguinte problema de programação linear (0–1) representa o problema Mestre da decomposição de Benders para a iteração $\mu+1$:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + \alpha \quad (5.5)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \alpha + \pi^v{}^T E_g x_g + \pi^v{}^T E_f x_f &\geq \pi^v{}^T h, \quad v = 1, \dots, \mu-1 \\ \alpha - \left(\pi_{g_c}{}^\mu{}^T [\bar{g}_c] \right) x_g + \left(\left| \pi_{f_c}{}^\mu{}^T \right| [\bar{f}_c] \right) x_f &\geq \text{RHS}^\mu \\ \text{RHS}^\mu &= \pi_d{}^\mu{}^T d - \left| \pi_{f_e}{}^\mu{}^T \right| \bar{f}_e + \pi_{g_e}{}^\mu{}^T \bar{g}_e \\ x_g &\in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \\ x_f &\in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_c|} \end{aligned}$$

5.2.1 Cálculo dos Multiplicadores Implícitos

Como foi apresentado no capítulo 3, seção 3.3.1, a formulação do problema de operação obtido para um determinado plano de investimento em um esquema de decomposição de Benders não requer a representação explícita dos elementos candidatos que não foram adicionados ao sistema elétrico, sejam estes elementos geradores ou linhas de transmissão. Isto significa que o mesmo problema de operação (5.2) pode ser escrito eliminando-se as variáveis f_{c_k} e g_{c_i} , $\forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0$ e $\forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 0$, e suas respectivas restrições de limites de capacidade (5.2c) e (5.2e). No entanto, todos os multiplicadores de Lagrange associados a estas restrições, os vetores π_{f_c} e π_{g_c} , são necessários para a construção do corte de Benders representados pela equação (5.4). Desta forma, novamente pode-se fazer uso do cálculo dos multiplicadores implícitos através da relação entre os multiplicadores disponíveis.

A fim de simplificar a notação, sem perda de generalidade, supõe-se que as barras terminais dos circuitos estão convencionadas segundo o sentido do fluxo, ou seja, da barra *de* para a barra *para*. Assim, a restrição de carregamento de um circuito somente poderá estar ativa no seu limite superior e, portanto, a variável dual associada será sempre menor ou igual a zero.

5.2.1.1 A partir da Teoria de Dualidade

Seja o problema dual ao problema (5.2):

$$\text{Max } z' = d^T \pi_d + \bar{f}_E^T \pi_{f_E} + x_f^{\mu T} [\bar{f}_C] \pi_{f_C} + \bar{g}_E^T \pi_{g_E} + x_g^{\mu T} [\bar{g}_C] \pi_{g_C} \quad (5.6)$$

s/a:

$$S_E^T \pi_d + \pi_{f_E} = 0 \quad (5.6a)$$

$$S_C^T \pi_d + \pi_{f_C} = 0 \quad (5.6b)$$

$$\pi_d + \pi_{g_E} \leq C_E \quad (5.6c)$$

$$\pi_d + \pi_{g_C} \leq C_C \quad (5.6d)$$

$$\pi_d \geq 0, \pi_{f_E}, \pi_{f_C}, \pi_{g_E}, \pi_{g_C} \leq 0$$

Da teoria de programação linear, tem-se que na solução ótima, os multiplicadores obtidos no problema (5.2) são idênticos às variáveis do problema dual (5.6).

Da restrição (5.6b) tem-se que:

$$\pi_{f_C} = -S_C^T \pi_d \quad (5.7)$$

Portanto:

$$\pi_{f_{Ck}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C$$

Como o problema (5.6) é de maximização e $(\pi_{g_C} \leq C_C - \pi_d)$ e $(\pi_{g_C} \leq 0)$ então na solução ótima deste problema tem-se que:

$$\pi_{g_C} = \min \{0 ; C_C - \pi_d\} \quad (5.8)$$

Portanto:

$$\pi_{g_{C_i}} = \min \{0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i}\} \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

Desta forma, os multiplicadores associados às restrições de limite de capacidade de transmissão e geração dos elementos que não foram adicionados ao sistema, podem ser implicitamente calculados através das expressões:

$$\pi_{f_{C_k}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0 \quad (5.9)$$

$$\pi_{g_{C_i}} = \min \{0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i}\} \quad \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 0 \quad (5.10)$$

5.2.1.2 A partir da Interpretação Econômica

O multiplicador π_{d_i} representa o custo marginal de atendimento a um incremento marginal na demanda da barra i . O multiplicador $\pi_{g_{C_i}}$ representa o benefício marginal associado a um incremento marginal na capacidade de geração da barra i . O multiplicador $\pi_{f_{C_k}}$ representa o benefício marginal associado a um incremento marginal na capacidade de carregamento do circuito candidato k .

Quando o sistema não apresenta congestões na rede de transmissão, então os custos marginais são iguais em todas as barras do sistema, pois como os fluxos de potência em todas as linhas de transmissão são menores que os respectivos limites de carregamento, então só existe um gerador marginal no sistema. Por analogia, quando existem barras adjacentes com custos marginais diferentes isto significa que um incremento na capacidade em uma linha que conecta estas barras permite o escoamento de geração de menor custo para a barra de maior custo marginal. Logo, pode-se calcular o benefício associado a um incremento na capacidade de carregamento de um circuito pela diferença entre os custos marginais das suas barras terminais.

$$\pi_{f_{C_k}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0 \quad (5.11)$$

Da mesma forma como foi mostrado na seção 3.3.1, o benefício associado a um incremento na capacidade de geração de um gerador conectado à barra i é calculado como a diferença entre o custo marginal da barra i e o custo de operação do gerador i , se o custo de operação é menor que o custo marginal, e é igual a zero caso contrário.

$$\pi_{g_{C_i}} = \min \{0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i}\} \quad \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 0 \quad (5.12)$$

5.3 Modelo Disjuntivo

A formulação linear (0–1) disjuntiva para o problema de planejamento de geração e transmissão consiste em representar o problema de expansão pelo seguinte problema de programação linear (0–1) mista:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.13)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C + r = d \quad (5.13a)$$

$$f_E - [\gamma_E] S_E^T \theta = 0 \quad (5.13b)$$

$$f_C - [\gamma_C] S_C^T \theta \leq M (e - x_f) \quad (5.13c)$$

$$f_C - [\gamma_C] S_C^T \theta \geq -M (e - x_f) \quad (5.13d)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (5.13e)$$

$$f_C - [\bar{f}_C] x_f \leq 0 \quad (5.13f)$$

$$f_C + [\bar{f}_C] x_f \geq 0 \quad (5.13g)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.13h)$$

$$g_C - [\bar{g}_C] x_g \leq 0 \quad (5.13i)$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|} \quad (5.13j)$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_C|} \quad (5.13k)$$

Supondo que para a iteração μ do modelo de decomposição de Benders obtém-se (x_f^μ, x_g^μ) como solução do problema de planejamento da expansão. Fixando $(x_f, x_g) = (x_f^\mu, x_g^\mu)$ no problema (5.13), obtém-se o seguinte problema de operação (ou problema *Escravo*):

$$\text{Minimizar} \quad z = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.14)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (5.14a)$$

$$f_E - [\gamma_E] S_E^T \theta = 0 \quad (5.14b)$$

$$-M(e - x_f^\mu) \leq f_C - [\gamma_C] S_C^T \theta \leq M(e - x_f^\mu) \quad (5.14c)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (5.14d)$$

$$-[\bar{f}_C] x_f^\mu \leq f_C \leq [\bar{f}_C] x_f^\mu \quad (5.14e)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.14f)$$

$$g_C \leq [\bar{g}_C] x_g^\mu \quad (5.14g)$$

Após solucionado o problema de programação linear (5.14), pode-se calcular os cortes de Benders, conforme descrito no apêndice A, que são representados por:

$$\alpha + \pi^{\mu T} E_g x_g + \pi^{\mu T} E_f x_f \geq \pi^{\mu T} h \quad (5.15)$$

Onde μ é o índice das iterações do método de decomposição de Benders e π^μ é o vetor de multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema de operação (5.14) obtido na μ -ésima iteração. π^μ é dado por:

$$\pi^{\mu T} = \left[\pi_d^{\mu T} \quad \pi_{\gamma_E}^{\mu T} \quad \pi_{\gamma_C}^{\mu T} \quad \pi_{f_E}^{\mu T} \quad \pi_{f_C}^{\mu T} \quad \pi_{g_E}^{\mu T} \quad \pi_{g_C}^{\mu T} \right]$$

Onde π_d^μ , $\pi_{\gamma_E}^\mu$, $\pi_{\gamma_C}^\mu$, $\pi_{f_E}^\mu$, $\pi_{f_C}^\mu$, $\pi_{g_E}^\mu$ e $\pi_{g_C}^\mu$ são os multiplicadores associados respectivamente às restrições (5.14a), (5.14b), (5.14c), (5.14d), (5.14e), (5.14f) e (5.14g).

E_g e E_f são, respectivamente, as matrizes que acoplam as restrições de investimento em geração e transmissão com as restrições de operação, e são dadas por:

$$E_g^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -[\bar{g}_C] \end{bmatrix}$$

$$E_f^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \pm M & 0 & \pm[\bar{f}_C] & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

h é um vetor formado por:

$$h^T = \begin{bmatrix} d^T & 0 & \pm e^T M & \pm \bar{f}_E^T & 0 & \bar{g}_E^T & 0 \end{bmatrix}$$

Esta notação é equivalente à notação discutida na seção anterior a respeito dos sinais dos elementos da matriz E_p e do vetor h . Para o produto do vetor π_{γ_C} e os elementos correspondentes na matriz E_p , utiliza-se a expressão $|\pi_{\gamma_{Ck}}| M$.

Substituindo E_g , E_p , h e π^μ conforme a equação (5.15), obtém-se a seguinte expressão para os cortes de Benders:

$$\alpha - \left(\pi_{g_C}^{\mu T} [\bar{g}_C] \right) x_g + \left(-|\pi_{\gamma_C}^{\mu T}| M + |\pi_{f_C}^{\mu T}| [\bar{f}_C] \right) x_f \geq \text{RHS}^\mu \quad (5.16)$$

$$\text{RHS}^\mu = \pi_d^{\mu T} d - |\pi_{\gamma_C}^{\mu T}| M e - |\pi_{f_E}^{\mu T}| \bar{f}_E + \pi_{g_E}^{\mu T} \bar{g}_E$$

Considerando os μ -primeiros cortes de Benders já calculados, o seguinte problema de programação linear (0–1) representa o problema Mestre da decomposição de Benders para a iteração $\mu+1$:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + \alpha \quad (5.17)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \alpha + \pi^{v^T} E_g x_g + \pi^{v^T} E_f x_f &\geq \pi^{v^T} h, \quad v = 1, \dots, \mu-1 \\ \alpha - \left(\pi_{g_c}^{\mu^T} \left[\bar{g}_c \right] \right) x_g + \left(- \left| \pi_{\gamma_c}^{\mu^T} \right| M + \left| \pi_{f_c}^{\mu^T} \right| \left[\bar{f}_c \right] \right) x_f &\geq \text{RHS}^\mu \\ \text{RHS}^\mu &= \pi_d^{\mu^T} d - \left| \pi_{\gamma_c}^{\mu^T} \right| M e - \left| \pi_{f_e}^{\mu^T} \right| \bar{f}_e + \pi_{g_e}^{\mu^T} \bar{g}_e \\ x_g &\in \{0, 1\}^{|\mathcal{N}|} \\ x_f &\in \{0, 1\}^{|\mathcal{K}_c|} \end{aligned}$$

5.3.1 Cálculo dos Multiplicadores Implícitos

Como foi visto, pode-se utilizar o mesmo problema de operação (5.14) sem a representação explícita dos elementos candidatos que não foram adicionados ao sistema elétrico, isto é, eliminando do problema as variáveis f_{c_k} e g_{c_i} , $\forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0$ e $\forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 0$, e as suas respectivas restrições (5.14c), (5.14e) e (5.14g). Desta forma, o esquema de decomposição utilizado requer que os multiplicadores de Lagrange associados a estas restrições, os vetores π_{γ_c} , π_{f_c} e π_{g_c} , sejam calculados para a construção do corte de Benders representado pela equação (5.16).

Lembrando que quando um circuito k não é adicionado ao sistema, ou seja $x_{f_k}^\mu = 0$, então a restrição disjuntiva (5.14c) associada a este circuito deve estar relaxada pela constante M . Por esta razão, como esta restrição não está ativa, o multiplicador de Lagrange associado a esta restrição tem valor igual a zero. Portanto:

$$\pi_{\gamma_{c_k}} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0 \quad (5.18)$$

Seja o problema dual ao problema (5.14):

$$\text{Max} \quad z' = d^T \pi_d + \bar{f}_E^T \pi_{f_E} + x_f^{\mu T} [\bar{f}_C] \pi_{f_C} + \bar{g}_E^T \pi_{g_E} + x_g^{\mu T} [\bar{g}_C] \pi_{g_C} \quad (5.19)$$

s/a:

$$S_E^T \pi_d + \pi_{\gamma_E} + \pi_{f_E} = 0 \quad (5.19a)$$

$$S_C^T \pi_d + \pi_{\gamma_C} + \pi_{f_C} = 0 \quad (5.19b)$$

$$\pi_d + \pi_{g_E} \leq C_E \quad (5.19c)$$

$$\pi_d + \pi_{g_C} \leq C_C \quad (5.19d)$$

$$\pi_d \geq 0, \pi_{\gamma_E}, \pi_{\gamma_C}, \pi_{f_E}, \pi_{f_C}, \pi_{g_E}, \pi_{g_C} \leq 0$$

Este problema considera a convecção para o fluxo dos circuitos partindo da barra *de* para a barra *para* como foi descrita na seção 5.2.1.

Da restrição (5.19b) tem-se que:

$$\pi_{f_C} = -S_C^T \pi_d - \pi_{\gamma_C} \quad (5.20)$$

Portanto:

$$\pi_{f_{Ck}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} - \pi_{\gamma_{Ck}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \quad (5.21)$$

Como $\forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^{\mu} = 0$ tem-se que $\pi_{\gamma_{Ck}} = 0$, substituindo (5.18) em (5.21):

$$\pi_{f_{Ck}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^{\mu} = 0 \quad (5.22)$$

Da mesma forma como foi obtido no problema com formulação de transporte pela equação (5.10):

$$\pi_{g_{Ci}} = \min \{0; C_{Ci} - \pi_{d_i}\} \quad \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^{\mu} = 0 \quad (5.23)$$

Em resumo, os multiplicadores associados às restrições que não são explicitamente representadas para os elementos não adicionados ao sistema podem ser calculados pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
\pi_{\gamma_{C_k}} &= 0 & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 0 \\
\pi_{f_{C_k}} &= \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 0 \\
\pi_{g_{C_i}} &= \min \{ 0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i} \} & \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu &= 0
\end{aligned}$$

5.4 Modelo Compacto

Aplicando-se a decomposição de Benders à formulação compacta do problema de planejamento da expansão e lembrando que as restrições (4.19c) do problema (4.19) só existem quando $x_{f_k}^\mu = 1$, então o problema Escravo, ou de despacho ótimo, pode ser escrito da seguinte forma para a iteração μ :

$$\text{Minimizar} \quad z = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.24)$$

sujeito a:

$$e^T g_E + e^T g_C = e^T d \quad (5.24a)$$

$$-\bar{f}_E \leq \beta_E (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_E \quad (5.24b)$$

$$-\bar{f}_{C_k} \leq \beta_{C_k} (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_{C_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1 \quad (5.24c)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.24d)$$

$$g_C \leq [\bar{g}_C] x_g^\mu \quad (5.24e)$$

Onde π_λ , π_{f_E} , π_{f_C} , π_{g_E} e π_{g_C} são os multiplicadores de Lagrange associados respectivamente às restrições (5.24a), (5.24b), (5.24c), (5.24d) e (5.24e).

Em comparação com o problema que utiliza a formulação tradicional disjuntiva (5.14), nota-se que no problema (5.24) não são representados os circuitos candidatos $k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0$, que não foram adicionados ao sistema. Como já foi visto, a

representação destes circuitos não afeta a solução do problema e portanto pode-se garantir que os problemas de operação (5.14) e (5.24) são equivalentes.

Desta forma, como o problema Mestre de planejamento da expansão obtido a partir da formulação compacta é o mesmo da formulação tradicional disjuntiva, então é necessário calcular o mesmo corte de Benders para estes problemas. Lembrando o corte de Benders do problema com formulação tradicional disjuntiva:

$$\alpha - \left(\pi_{g_c}^{\mu^T} \left[\bar{g}_c \right] \right) x_g + \left(- \left| \pi_{\gamma_c}^{\mu^T} \right| M + \left| \pi_{f_c}^{\mu^T} \right| \left[\bar{f}_c \right] \right) x_f \geq \text{RHS}^\mu \quad (5.25)$$

$$\text{RHS}^\mu = \pi_d^{\mu^T} d - \left| \pi_{\gamma_c}^{\mu^T} \right| M e - \left| \pi_{f_e}^{\mu^T} \right| \bar{f}_e + \pi_{g_e}^{\mu^T} \bar{g}_e$$

No entanto, para a formulação compacta não são conhecidos explicitamente os valores para os multiplicadores $\pi_{d_i} \forall i \in \mathcal{N}$, $\pi_{\gamma_{c_k}} \forall k \in \mathcal{K}_C$ e $\pi_{f_{c_k}} \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 0$ associados, respectivamente, às restrições (5.14a), (5.14c) e (5.14e) do problema com formulação tradicional disjuntiva. Faz-se necessário então conhecer a relação entre os multiplicadores do problema com formulação tradicional disjuntiva e do problema com formulação compacta para que se possam calcular os mesmos cortes de Benders utilizados na formulação do problema tradicional disjuntivo, no problema Mestre do modelo compacto.

5.4.1 Cálculo dos Multiplicadores Implícitos

A relação entre os multiplicadores do problema (5.14) e a equivalência entre os problemas de despacho ótimo possibilitam o cálculo dos multiplicadores que não são obtidos na solução do problema (5.24) mas são utilizados na construção dos cortes de Benders para o problema Mestre. Desta forma, a partir da solução do problema de despacho ótimo pela formulação compacta são obtidos os valores para os multiplicadores a partir dos quais serão calculados os valores para os multiplicadores associados às equações que representam a primeira e a segunda Leis de Kirchhoff π_d e π_{γ_c} , e à restrição de limite de carregamento para os circuitos não-adicionados π_{f_c} .

Como foi obtido na seção 5.3.1, o problema (5.19), que é dual ao problema (5.14) com formulação tradicional disjuntiva, fornece a seguinte relação entre os multiplicadores de Lagrange:

$$S_c^T \pi_d + \pi_{\gamma_c} + \pi_{f_c} = 0 \quad (5.26)$$

$$\pi_d + \pi_{g_c} \leq C_c \quad (5.27)$$

Lembrando que como o problema (5.19) é de maximização e $\pi_{g_c} \leq 0$ então:

$$\pi_{g_c} = \min \{0 ; C_c - \pi_d\} \quad (5.28)$$

Seja o problema dual ao problema (5.24):

$$\text{Max } z' = e^T d \pi_\lambda + \bar{f}_E^T \pi_{f_E} + x_f^{\mu T} [\bar{f}_c] \pi_{f_c} + \bar{g}_E^T \pi_{g_E} + x_g^{\mu T} [\bar{g}_c] \pi_{g_c} \quad (5.29)$$

s/a:

$$\pi_\lambda e - \beta_E^T \pi_{f_E} - \beta_c^T \pi_{f_c} + \pi_{g_E} \leq C_E \quad (5.29a)$$

$$\pi_\lambda e - \beta_E^T \pi_{f_E} - \beta_c^T \pi_{f_c} + \pi_{g_c} \leq C_c \quad (5.29b)$$

$$\pi_\lambda \geq 0, \pi_{f_E}, \pi_{f_c}, \pi_{g_E}, \pi_{g_c} \leq 0$$

Analogamente ao problema (5.19), a partir da restrição (5.29b) tem-se que:

$$\pi_{g_c} = \min \{0 ; C_c - \pi_\lambda e + \beta_E^T \pi_{f_E} + \beta_c^T \pi_{f_c}\} \quad (5.30)$$

Das equações (5.28) e (5.30) pode-se chegar à seguinte relação:

$$C_c - \pi_d = C_c - \pi_\lambda e + \beta_E^T \pi_{f_E} + \beta_c^T \pi_{f_c} \quad (5.31)$$

Rearranjando os termos da equação (5.31) é obtida a seguinte expressão para o multiplicador π_d :

$$\pi_d = \pi_\lambda e - \beta_E^T \pi_{f_E} - \beta_c^T \pi_{f_c} \quad (5.32)$$

Portanto:

$$\pi_{d_i} = \pi_\lambda - \sum_{k \in \mathcal{K}_E} \beta_{E_k,i} \pi_{f_{E_k}} - \sum_{k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 1} \beta_{E_k,i} \pi_{f_{E_k}} \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (5.33)$$

Da restrição (5.26) tem-se que:

$$\pi_{\gamma_C} = -S_C^T \pi_d - \pi_{f_C} \quad (5.34)$$

Como $\pi_{\gamma_{C_k}} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 0$, porque quando o circuito k não é adicionado a restrição disjuntiva está relaxada, então:

$$\pi_{\gamma_{C_k}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} - \pi_{f_{C_k}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 1 \quad (5.35)$$

Os multiplicadores das restrições associadas às Leis de Kirchhoff são calculados para o problema com formulação compacta através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} \pi_{d_i} &= \pi_\lambda - \sum_{k \in \mathcal{K}_E} \beta_{E_k,i} \pi_{f_{E_k}} - \sum_{k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 1} \beta_{E_k,i} \pi_{f_{E_k}} \quad \forall i \in \mathcal{N} \\ \pi_{\gamma_{C_k}} &= \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} - \pi_{f_{C_k}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 1 \end{aligned}$$

Uma vez calculados os multiplicadores π_d para o problema com formulação compacta, os multiplicadores associados às restrições de capacidade operativa para os elementos não adicionados ao sistema também podem ser obtidos implicitamente através da mesma relação encontrada para o problema com formulação tradicional disjuntiva, por se tratarem de problemas equivalentes:

$$\begin{aligned} \pi_{\gamma_{C_k}} &= 0 & \forall k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 0 \\ \pi_{f_{C_k}} &= \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} & \forall k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 0 \\ \pi_{g_{C_i}} &= \min \{ 0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i} \} & \forall i \in \mathcal{N} | x_{g_i}^\mu = 0 \end{aligned}$$

5.5 Corte de Benders

Utilizando-se então a relação obtida entre os multiplicadores do problema operativo, conforme descrito na seção 5.2, na seção 5.3 e na seção 5.4, pode-se calcular os cortes de Benders do problema Mestre de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão a partir da seguinte expressão genérica:

$$\alpha - \left(\pi_{g_c}^{\mu^T} \left[\bar{g}_c \right] \right) x_g + \left(- \left| \pi_{\gamma_c}^{\mu^T} \right| M + \left| \pi_{f_c}^{\mu^T} \right| \left[\bar{f}_c \right] \right) x_f \geq \text{RHS}^\mu$$

$$\text{RHS}^\mu = \pi_d^{\mu^T} d - \left| \pi_{\gamma_c}^{\mu^T} \right| M e - \left| \pi_{f_e}^{\mu^T} \right| \bar{f}_e + \pi_{g_e}^{\mu^T} \bar{g}_e$$

Onde:

$$\begin{aligned} \pi_{\gamma_{C_k}} &= 0 & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 0 \\ \pi_{f_{C_k}} &= \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 0 \\ \pi_{g_{C_i}} &= \min \{ 0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i} \} & \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu &= 0 \end{aligned}$$

Para o modelo de transporte:

$$\pi_{\gamma_{C_k}} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1$$

Para o modelo disjuntivo compacto:

$$\begin{aligned} \pi_{\gamma_{C_k}} &= \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} - \pi_{f_{C_k}} & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 1 \\ \pi_{d_i} &= \pi_\lambda - \sum_{k \in \mathcal{K}_E} \beta_{E,k,i} \pi_{f_{E_k}} - \sum_{k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1} \beta_{E,k,i} \pi_{f_{E_k}} & \forall i \in \mathcal{N} \end{aligned}$$

5.6 Algoritmo de Solução

A seguir é apresentado em detalhes o esquema de solução do problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão utilizando os modelos descritos para a representação da rede de transmissão. Para o modelo disjuntivo compacto se descreve a possibilidade do emprego de técnicas de relaxação do problema de operação.

Basicamente, o algoritmo de solução é dividido em soluções iterativas de um módulo de investimento e um módulo de operação, conforme descrito no apêndice A. O modelo de investimento utiliza a técnica de relaxação dos cortes de Benders, que são adicionados ao problema a cada iteração do algoritmo, a fim de obter um novo plano de expansão que é utilizado no modelo de operação.

O modelo de operação, por sua vez, é constituído por um problema de programação linear de despacho ótimo do sistema. A utilização da formulação compacta do problema permite que a solução deste problema seja obtida através de soluções alternadas do modelo de despacho ótimo com relaxação das restrições de limite de carregamento dos circuitos, e de um modelo de cálculo de fluxo de potência que determina os circuitos cujas restrições de capacidades estão sendo violadas e, portanto, são adicionadas ao problema de despacho ótimo. A Figura 5.1 mostra o esquema de solução utilizado para o modelo disjuntivo compacto.

A seguir é apresentado o esquema de solução da decomposição de um problema genérico de planejamento da expansão integrada em um problema de investimento e um problema de operação (despacho ótimo). Em seguida é mostrado em detalhes o esquema de solução do problema de despacho segundo o esquema de relaxação do modelo disjuntivo compacto.

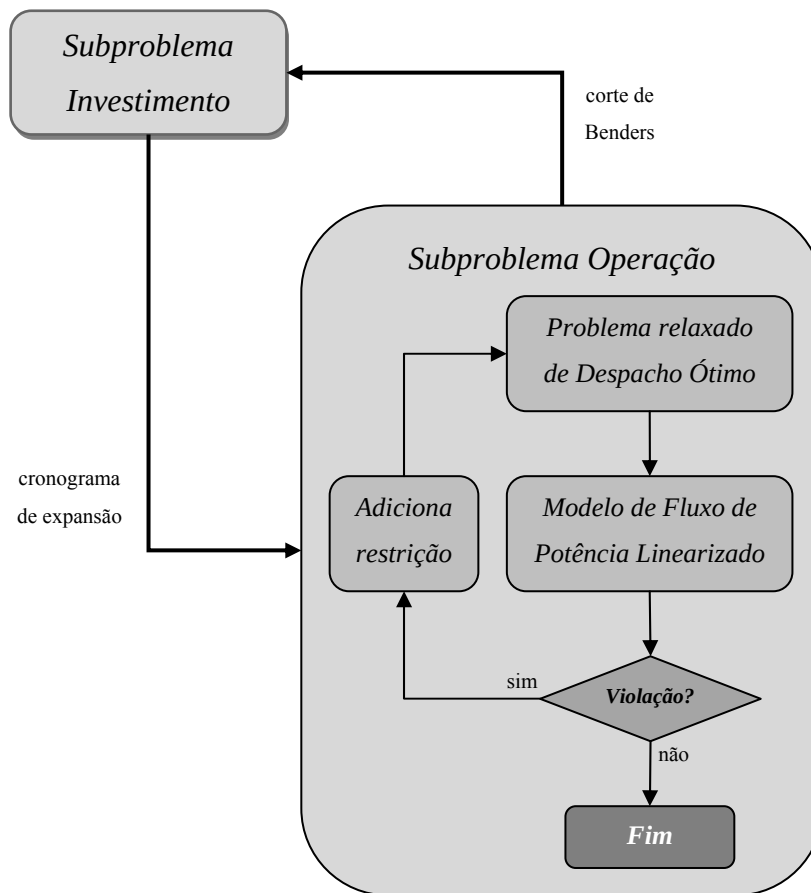


Figura 5.1 Esquema de Solução do Modelo Disjuntivo Compacto

5.6.1 Decomposição do Problema de Expansão

i. Inicializar:

Número de iterações $\mu = 0$;

Limite superior $\bar{z} = +\infty$;

Tolerância para convergência ξ (dado de entrada).

ii. Atualizar o número de iterações $\mu = \mu + 1$ e resolver o problema *Mestre* de investimento:

$$\text{Minimizar} \quad z = I_g^T x_g + I_f^T x_f + \alpha \quad (5.36)$$

sujeito a:

$$\alpha + \pi^v{}^T E_g x_g + \pi^v{}^T E_f x_f \geq \pi^v{}^T h, \quad v = 1, \dots, \mu-1$$

$$x_g \in \{0,1\}^{|\mathcal{N}|}$$

$$x_f \in \{0,1\}^{|\mathcal{K}_c|}$$

- iii. Seja $\{x_g^\mu, x_f^\mu, \alpha^\mu\}$ a solução ótima do problema (5.36) na μ -ésima iteração. Dado que este problema é uma relaxação do problema de expansão original, então o seu valor ótimo é um limite inferior do valor ótimo do problema original. Calcular o limite inferior $\underline{z}$:

$$\underline{z} = I_g^T x_g^\mu + I_f^T x_f^\mu + \alpha^\mu$$

- iv. Resolver o problema *Escravo* de operação segundo a formulação utilizada para a representação da rede de transmissão:

Para o modelo de transporte:

$$\text{Minimizar} \quad w(x_g^\mu, x_f^\mu) = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.37)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (5.37a)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (5.37b)$$

$$-\bar{f}_{c_k} \leq f_{c_k} \leq \bar{f}_{c_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1 \quad (5.37c)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.37d)$$

$$g_{c_i} \leq \bar{g}_{c_i}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 1 \quad (5.37e)$$

Para o modelo disjuntivo:

$$\text{Minimizar} \quad w(x_g^\mu, x_f^\mu) = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.38)$$

sujeito a:

$$S_E f_E + S_C f_C + g_E + g_C = d \quad (5.38a)$$

$$f_E - [\gamma_E] S_E^T \theta = 0 \quad (5.38b)$$

$$f_{C_k} - \gamma_{C_k} (\theta_{\text{de}(k)} - \theta_{\text{para}(k)}) = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1 \quad (5.38c)$$

$$-\bar{f}_E \leq f_E \leq \bar{f}_E \quad (5.38d)$$

$$-\bar{f}_{C_k} \leq f_{C_k} \leq \bar{f}_{C_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1 \quad (5.38e)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.38f)$$

$$g_{C_i} \leq \bar{g}_{C_i}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 1 \quad (5.38g)$$

Para o modelo disjuntivo compacto:

$$\text{Minimizar} \quad w(x_g^\mu, x_f^\mu) = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.39)$$

sujeito a:

$$e^T g_E + e^T g_C = e^T d \quad (5.39a)$$

$$-\bar{f}_E \leq \beta_E (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_E \quad (5.39b)$$

$$-\bar{f}_{C_k} \leq \beta_{C_k} (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_{C_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1 \quad (5.39c)$$

$$g_E \leq \bar{g}_E \quad (5.39d)$$

$$g_{C_i} \leq \bar{g}_{C_i}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu = 1 \quad (5.39e)$$

Para a solução do problema (5.39) utiliza-se o esquema de relaxação que será apresentado na seção 5.6.2 para as restrições (5.39b) e (5.39c).

- v. Seja $\{g_E^\mu, g_C^\mu\}$ a solução ótima do problema (5.37), (5.38) ou (5.39), então o conjunto $\{x_g^\mu, x_f^\mu, g_E^\mu, g_C^\mu\}$ é uma solução viável do problema de expansão original, entretanto, não necessariamente a solução ótima. Dado que o custo de uma solução viável do problema original é, por

definição, superior ao custo da solução ótima, então determinar o limite superior do problema original $\bar{z}$:

$$\bar{z} = \text{Min} \left\{ \bar{z}, \left(I_g^T x_g^\mu + I_f^T x_f^\mu + C_E^T g_E^\mu + C_C^T g_C^\mu \right) \right\}$$

vi. Se $\bar{z} - \underline{z} \leq \xi$ então o problema está resolvido. A solução associada a $\bar{z}$ é uma solução ξ -ótima. Caso contrário, deve-se gerar um corte de Benders:

vii. Obter os multiplicadores associados às restrições do problema escravo (5.37), (5.38) ou (5.39) e utilizar a relação descrita na seção 5.5 para o cálculo dos multiplicadores necessários para a construção do corte de Benders:

$$\alpha - \left(\pi_{g_C}^{\mu T} \left[\bar{g}_C \right] \right) x_g + \left(- \left| \pi_{\gamma_C}^{\mu T} \right| M + \left| \pi_{f_C}^{\mu T} \right| \left[\bar{f}_C \right] \right) x_f \geq \text{RHS}^\mu$$

$$\text{RHS}^\mu = \pi_d^{\mu T} d - \left| \pi_{\gamma_C}^{\mu T} \right| M e - \left| \pi_{f_E}^{\mu T} \right| \bar{f}_E + \pi_{g_E}^{\mu T} \bar{g}_E$$

Onde:

$$\begin{aligned} \pi_{\gamma_{C_k}} &= 0 & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 0 \\ \pi_{f_{C_k}} &= \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} & \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu &= 0 \\ \pi_{g_{C_i}} &= \min \{ 0 ; C_{C_i} - \pi_{d_i} \} & \forall i \in \mathcal{N} \mid x_{g_i}^\mu &= 0 \end{aligned}$$

Para o modelo de transporte:

$$\pi_{\gamma_{C_k}} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1$$

Para o modelo disjuntivo compacto:

$$\pi_{\gamma_{C_k}} = \pi_{d_{de(k)}} - \pi_{d_{para(k)}} - \pi_{f_{C_k}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1$$

$$\pi_{d_i} = \pi_\lambda - \sum_{k \in \mathcal{K}_E} \beta_{E_k,i} \pi_{f_{E_k}} - \sum_{k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 1} \beta_{E_k,i} \pi_{f_{E_k}} \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

Com o esquema de relaxação das restrições (5.39b) e (5.39c) não são obtidos todos os valores para os multiplicadores $\pi_{f_{C_k}} \quad \forall k \in \mathcal{K}_C | x_{f_k}^\mu = 1$ e $\pi_{f_k} \quad \forall k \in \mathcal{K}_E$. Os valores não obtidos não são necessários para a construção do corte porque possuem valor nulo uma vez que a restrição associada a esse multiplicador não está ativa. Se estivesse ativa teria sido adicionada ao problema através do esquema de solução.

viii. Adicionar o corte ao problema de investimento e retornar ao passo ii.

5.6.2 Esquema de Relaxação do Problema de Operação

A seguir é apresentado o algoritmo que descreve os passos necessários para cada etapa do esquema de solução do problema de despacho ótimo (problema de operação) (5.39) obtido na μ -ésima iteração do esquema de decomposição do modelo disjuntivo compacto:

- i. Inicializar os conjuntos de circuitos existentes e candidatos com violação do limite de carregamento de fluxo, Ω_{V_E} e Ω_{V_C} , como conjuntos vazios;
- ii. Solucionar o problema de despacho relaxado, com restrições de capacidade para os circuitos dos conjuntos Ω_{V_E} e Ω_{V_C} . Nota-se que, na primeira iteração, os conjuntos Ω_{V_E} e Ω_{V_C} são vazios e o problema se reduz a um problema de despacho de geração apenas com restrição de atendimento à demanda.

$$\text{Minimizar} \quad w(x_g^\mu, x_f^\mu) = C_E^T g_E + C_C^T g_C \quad (5.40)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} e^T g_E + e^T g_C &= e^T d \\ -\bar{f}_{E_k} &\leq \beta_{E_k} (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_{E_k} & \forall k \in \Omega_{V_E} \\ -\bar{f}_{C_k} &\leq \beta_{C_k} (d - g_E - g_C) \leq \bar{f}_{C_k} & \forall k \in \Omega_{V_C} \\ g_E &\leq \bar{g}_E \\ g_C &\leq [\bar{g}_C] x_g^\mu \end{aligned}$$

Onde β_{E_k} e β_{C_k} são, respectivamente, as linhas das matrizes de sensibilidade correspondente aos circuitos violados $k \in \mathcal{K}_E$ e $k \in \mathcal{K}_C \mid x_{f_k}^\mu = 1$.

- iii. Seja $\{g_E^\mu, g_C^\mu\}$ a solução do problema (5.40), determinar o vetor de ângulos das tensões nas barras correspondentes através da solução do seguinte sistema de equações lineares:

$$\theta = B^{-1} (d - g_E^\mu - g_C^\mu) \quad (5.41)$$

Deve-se ressaltar que são utilizadas técnicas de esparsidade para a fatoração LDU da matriz de susceptâncias B ([24], [25]). O sistema é então solucionado através de retro-substituição sem que haja a necessidade de inversão explícita da matriz B .

- iv. Para todo circuito $k \notin \Omega_{V_E}$ e $k \notin \Omega_{V_C}$, repetir:

Calcular o fluxo de potência do circuito k utilizando os ângulos das tensões nas barras obtidos a partir da solução do sistema de equações (5.41).

$$f_{E_k} = \gamma_{E_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \quad (5.42)$$

$$f_{C_k} = \gamma_{C_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \quad (5.43)$$

Se o fluxo calculado for maior que o limite de carregamento, $|f_{E_k}| \geq \bar{f}_{E_k}$

ou $|f_{C_k}| \geq \bar{f}_{C_k}$ então:

- Calcular a linha da matriz de sensibilidade correspondente ao circuito k , β_{E_k} ou β_{C_k} , a partir da solução do seguinte sistema de equações lineares:

$$\beta_{E_k} B = \gamma_{E_k} S_{E_k}^T \quad (5.44)$$

$$\beta_{C_k} B = \gamma_{C_k} S_{C_k}^T \quad (5.45)$$

Onde $S_{E_k}^T$ e $S_{C_k}^T$ são, respectivamente, a k -ésima linha das matrizes de incidência transposta S_E^T e S_C^T .

Para estes sistemas, novamente são utilizadas técnicas de esparsidade para que não seja necessária a inversão explícita da matriz B .

- Adicionar o circuito k ao conjunto de circuitos violados Ω_{V_E} ou Ω_{V_C} :

$$\Omega_{V_E} \leftarrow \Omega_{V_E} \cup \{k\}$$

$$\Omega_{V_C} \leftarrow \Omega_{V_C} \cup \{k\}$$

- Se nenhuma violação de restrição de carregamento de fluxo nos circuitos é detectada no passo anterior, então a solução ótima do problema (5.39) foi encontrada, caso contrário, retornar ao passo ii.

A solução ótima é encontrada sem que necessariamente todas as restrições de limites de carregamento – restrições (5.39b) e (5.39c) – sejam adicionadas ao problema de programação linear. Isto se deve ao fato de que nem todas as restrições de carregamento estão ativas na solução ótima do problema, ou seja, nem todos os circuitos estão sendo estrangulados (fluxo no circuito igual ao limite de carregamento de fluxo). Como foi mencionado na seção 4.3.4, este esquema é bastante vantajoso

para solucionar os inúmeros subproblemas de operação obtidos em um modelo de PDDE cuja aplicação é extremamente importante em problemas de despacho de sistemas hidrotérmicos.

6 Estudo de Caso

6.1 Introdução

Este capítulo ilustra os resultados obtidos pelo método de decomposição de Benders para a solução de problemas de planejamento da expansão do sistema de geração e redes de transmissão, segundo os modelos propostos neste trabalho para a representação da rede de transmissão.

Primeiramente são apresentadas as principais características do sistema elétrico que foi utilizado para o estudo de casos e a descrição da implementação computacional das metodologias de planejamento.

O caso exemplo apresentado é então utilizado para uma comparação entre as metodologias de planejamento hierárquico e planejamento integrado da expansão de um sistema elétrico utilizando o modelo de transporte para a representação da rede de transmissão. Em seguida, uma análise dos resultados da solução obtida para o planejamento integrado mostra as desvantagens desta representação da rede segundo o modelo de transporte. Finalmente, são mostradas as soluções obtidas para o planejamento hierárquico e o planejamento integrado da expansão utilizando o modelo disjuntivo apresentado no capítulo 4. Para este modelo são enfatizados os ganhos computacionais resultantes da utilização da formulação compacta.

Como foi visto, a diferença entre o modelo de transporte e o modelo disjuntivo está na forma como está sendo representado o fluxo de potência dos circuitos no problema de despacho ótimo de geração (que corresponde ao problema escravo do esquema de decomposição de Benders). Enquanto o modelo de transporte representa somente as restrições associadas à Primeira Lei de Kirchhoff, o modelo disjuntivo apresenta ainda as restrições associadas à Segunda Lei de Kirchhoff, caracterizando a

representação de um modelo de fluxo de potência linearizado (apêndice B) e, portanto, um cálculo mais preciso dos fluxos na rede de transmissão.

6.2 Características do Sistema

O sistema que será utilizado para ilustrar os desenvolvimentos realizados neste trabalho de dissertação é um caso real do sistema elétrico da Bolívia com a rede de 69kV, 115kV e 230 kV do ano de 2004. Esta rede é formada por 46 barras e 53 circuitos existentes, e está representada na Figura 6.1. O parque de geração existente é constituído de 28 usinas hidroelétricas e 25 usinas térmicas.

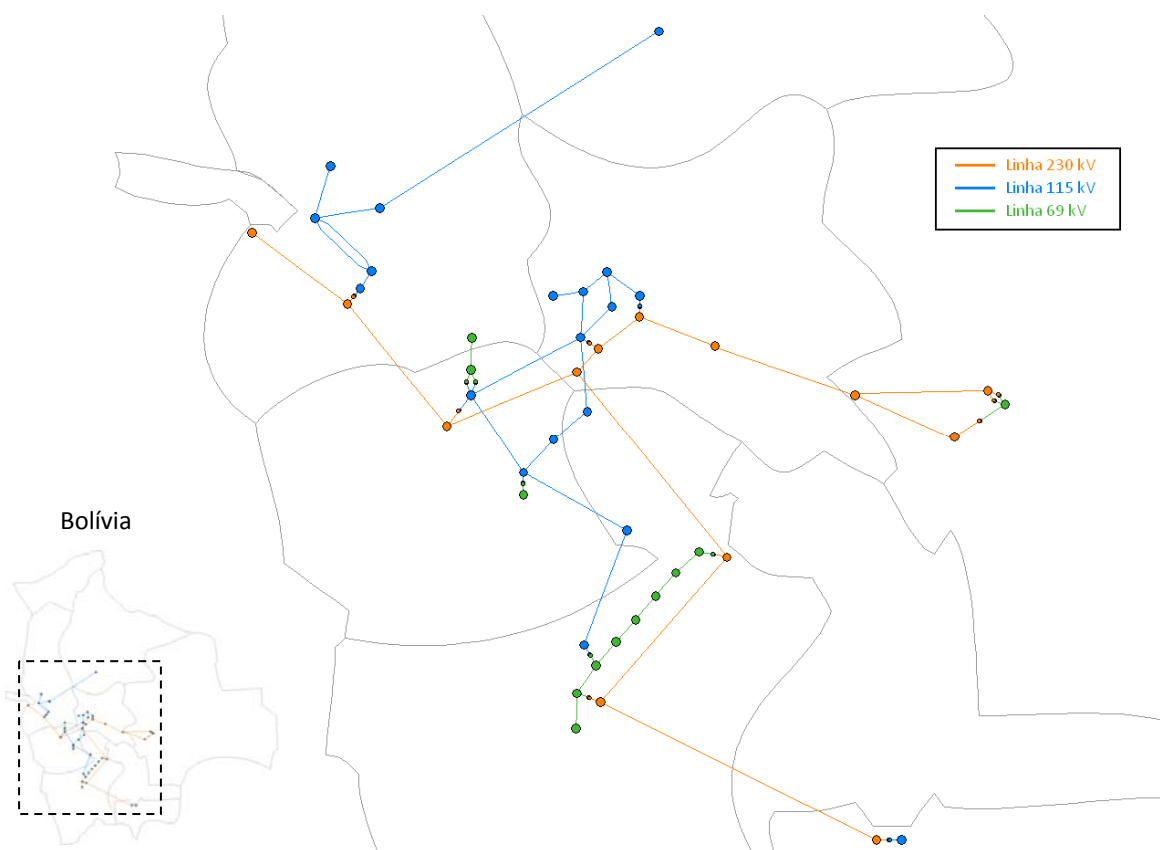


Figura 6.1 Rede de Transmissão do Sistema Elétrico da Bolívia – 2004

Para este estudo de planejamento são considerados 26 circuitos candidatos e 30 usinas térmicas candidatas à expansão em um horizonte de 7 anos (2004-2010). A

Figura 6.2 mostra em destaque a disposição dos elementos candidatos e suas respectivas regiões dentro do território boliviano.

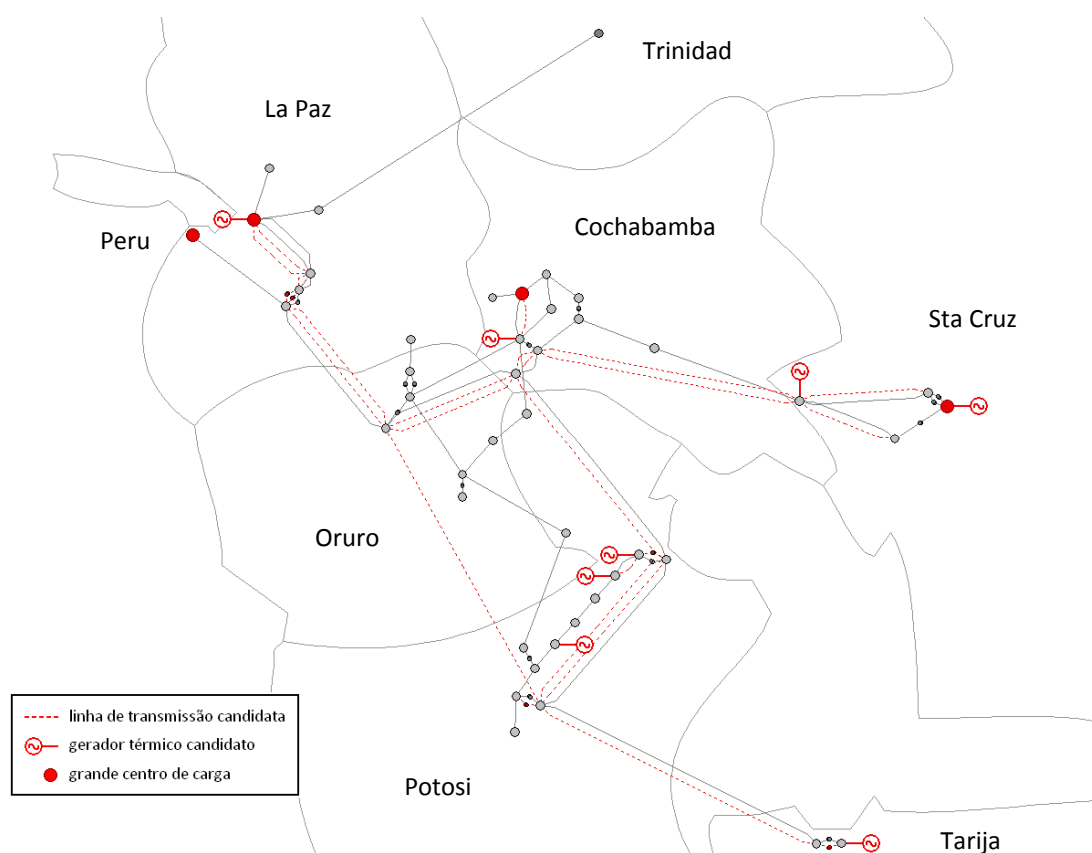


Figura 6.2 Projetos candidatos de geração e transmissão

A Tabela 6.1 apresenta a capacidade de cada tipo de geração térmica disponível para expansão em cada região.

Tabela 6.1 Capacidade térmica disponível

Região	Ciclo Aberto	Ciclo Combinado
La Paz	1 x (35 MW)	1 x (53 MW)
Cochabamba	6 x (44 MW)	1 x (66 MW)
Santa Cruz	9 x (44 MW)	5 x (66 MW)
Potosi	3 x (44 MW)	2 x (66 MW)
Tarija	2 x (44 MW)	

As barras em destaque na Figura 6.2 indicam à localização dos quatro maiores centros de carga do sistema que correspondem a:

- Exportação ao Peru
- Centro de carga de La Paz
- Centro de carga de Cochabamba
- Centro de carga de Santa Cruz

O custo unitário do corte de carga é, para todas as barras do sistema, igual a 1500\$/MWh. A Figura 6.3 mostra o comportamento da demanda total máxima de potência prevista para o horizonte do estudo e a capacidade instalada do sistema.

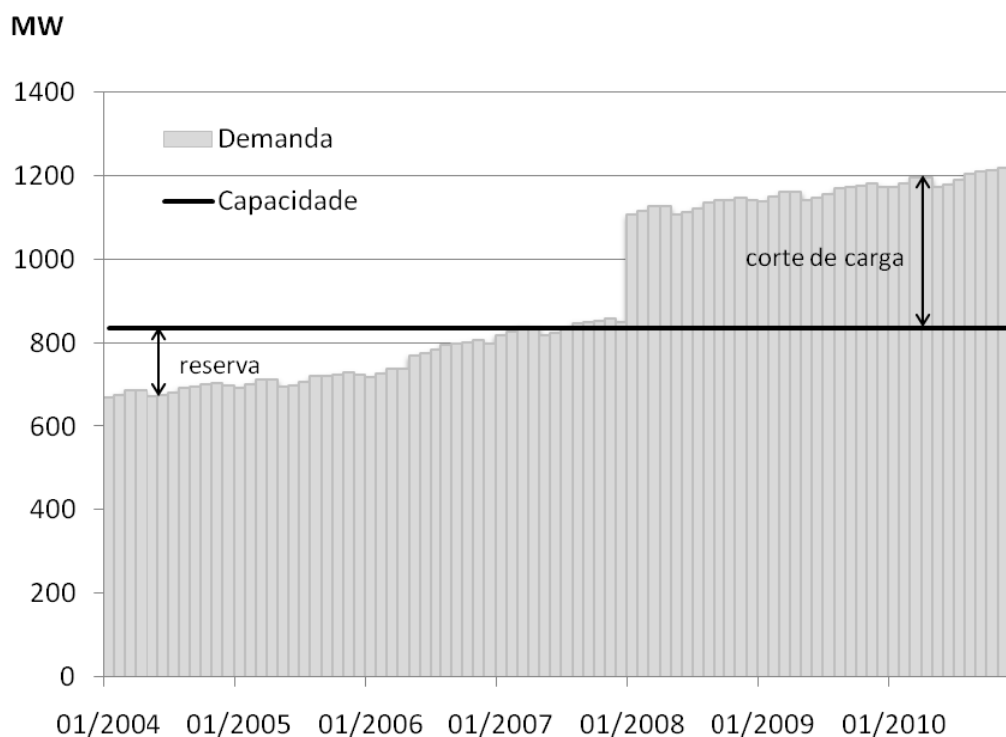


Figura 6.3 Demanda máxima x Capacidade

Os custos de investimento e operação dos geradores variam de acordo com a região em que se encontram. Isto ocorre devido principalmente às condições geográficas e disponibilidade dos combustíveis em cada região. Os custos de cada gerador em cada região podem ser comparados conforme seguem a Figura 6.4 e a Figura 6.5.

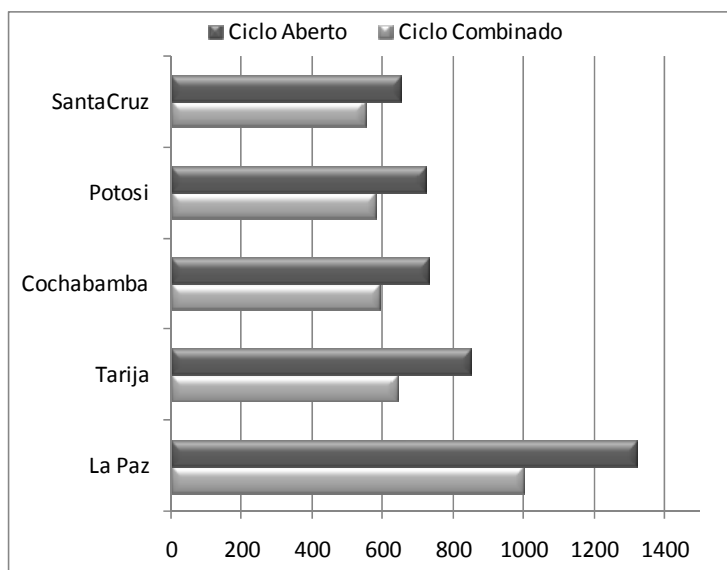


Figura 6.4 Custo unitário de Investimento em \$/KW

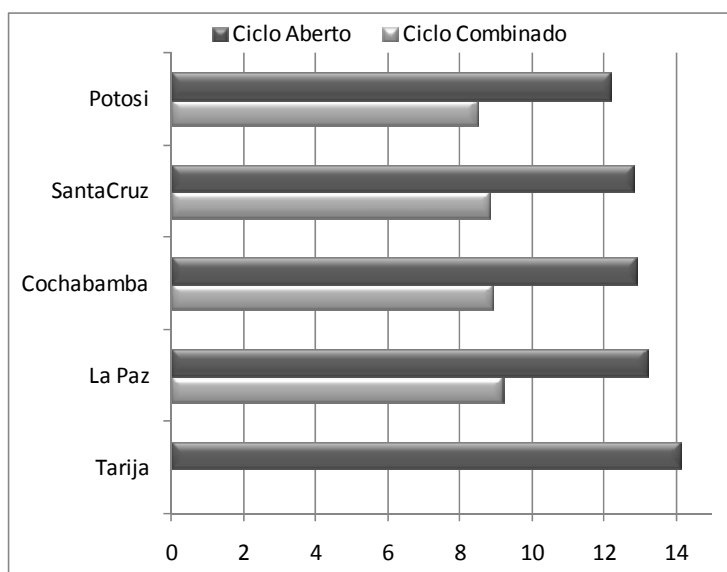


Figura 6.5 Custo unitário de Operação em \$/MWh

Todos os dados relevantes para este estudo de planejamento da expansão do sistema elétrico da Bolívia podem ser obtidos no apêndice D.

6.3 Implementação Computacional

Neste trabalho foram implementados os modelos de planejamento da expansão integrada da geração e da transmissão, descritos no capítulo 4, que utilizam a técnica de decomposição de Benders e cujo algoritmo de solução foi apresentado na seção 5.6. Como foi visto, a implementação de cada um dos modelos (transporte, disjuntivo e disjuntivo compacto) se difere na formulação do problema escravo ou subproblema de operação, conforme é mostrado na Figura 6.6.

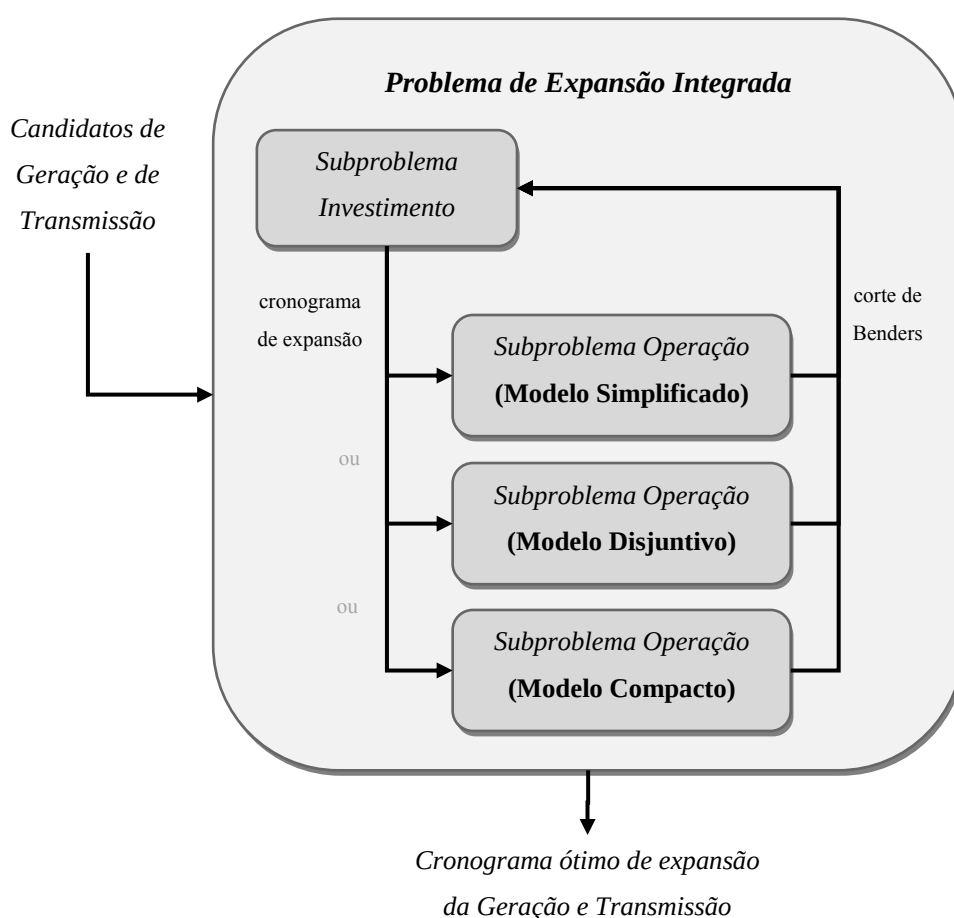


Figura 6.6 Implementação Computacional – Planejamento Integrado

Para a realização de um planejamento segundo a metodologia hierárquica, utilizou-se o modelo de expansão integrada para fazer a expansão do sistema de geração e a expansão da rede de transmissão separadamente, através do procedimento ilustrado na Figura 6.7.

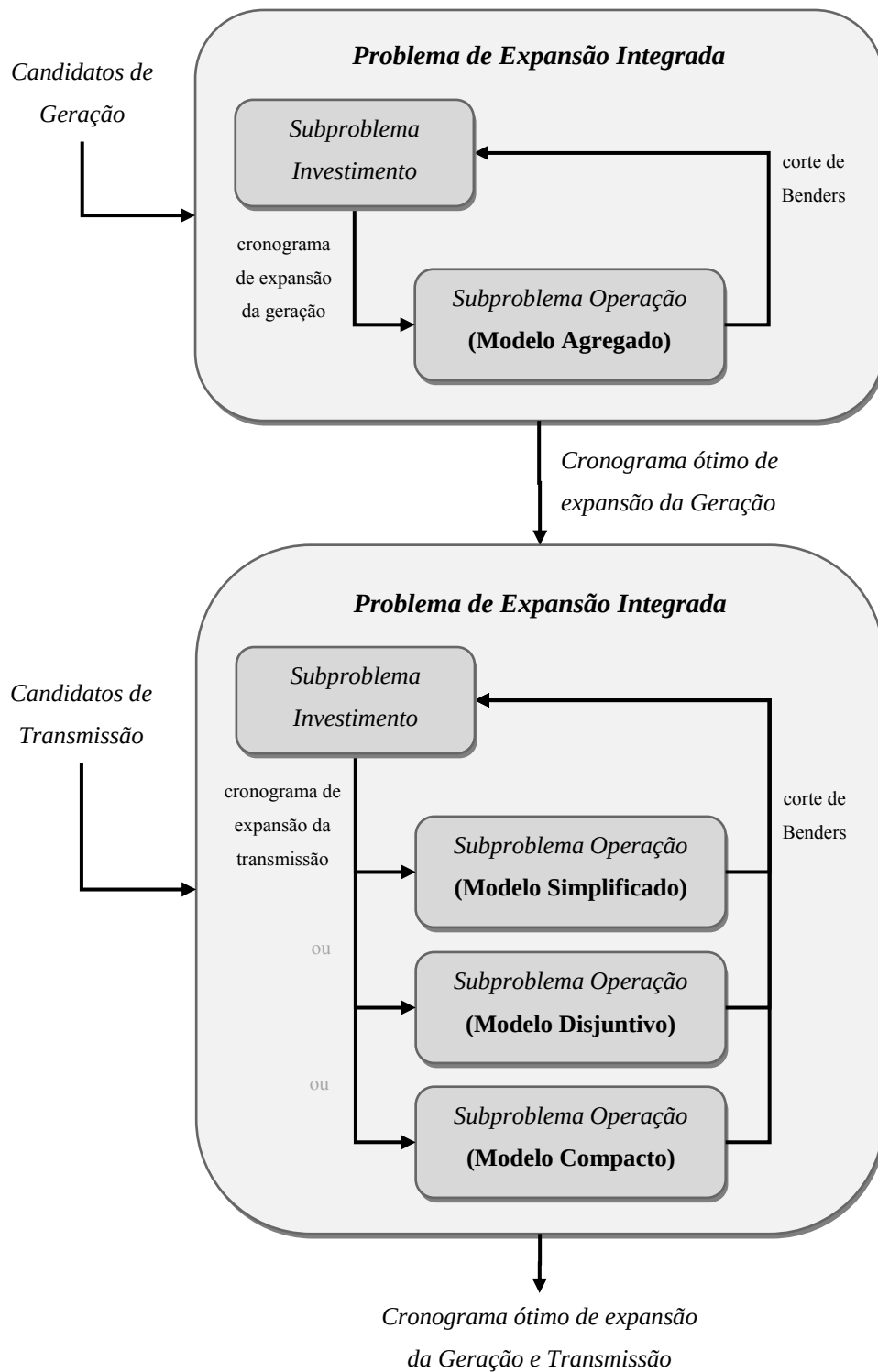


Figura 6.7 Implementação Computacional – Planejamento Hierárquico

Para a expansão da geração, como foi proposto no capítulo 3, assumiu-se que:

- somente os candidatos de geração são considerados; e
- não são representadas as restrições associadas à Segunda Lei de Kirchhoff (modelo de transporte) e as capacidades de carregamento dos circuitos da rede de transmissão são infinitas. Desta forma, é representado o modelo agregado da demanda e da geração.

Para a expansão da transmissão assumiu-se que:

- somente os candidatos de transmissão são considerados; e
- o cronograma de expansão da geração é fixo.

Todos os casos foram executados a partir de um mesmo conjunto de dados e em um mesmo computador composto de um processador Pentium 4, 2.8 GHz e 1 Mb de memória RAM. Para solucionar os problemas de otimização inteira e linear, correspondentes aos modelos de investimento e operação do esquema de decomposição de Benders, foi utilizado o pacote de otimização XPRESS ([26], [27]), versão 17.01.02.

A seguir é apresentada uma tabela comparativa contendo o tempo aproximado, em segundos, de execução de um subproblema de operação do sistema boliviano para cada modelo proposto para a representação da rede de transmissão.

Tabela 6.2 Tempo de CPU do Subproblema de Operação

Subproblema de Operação	Tempo de CPU / iteração
Modelo Agregado (sem rede)	3 seg
Modelo de Transporte	13 seg
Modelo Disjuntivo	15 seg
Modelo Disjuntivo Compacto	8 seg

A partir da Tabela 6.2 pode-se observar que o ganho computacional associado à utilização do modelo disjuntivo compacto em relação ao modelo disjuntivo tradicional

é de aproximadamente 47%. Este ganho computacional representa uma vantagem considerável para a utilização do modelo compacto tendo em vista que, em geral, são necessárias muitas iterações para a convergência do processo de decomposição de Benders.

6.4 Casos Teste

6.4.1 Sem Expansão

Quando não existe planejamento para a expansão do sistema, isto significa que não há investimentos em novas capacidades para o atendimento da demanda prevista. Para uma curva de demanda como mostrada na Figura 6.3, a solução para o problema em que não existem elementos candidatos é caracterizada pela ocorrência de cortes de carga no sistema. Este resultado é obtido a partir da solução do problema de despacho ótimo de geração fixando as variáveis de decisão de investimento iguais a zero, o que corresponde exatamente à solução do problema escravo da primeira iteração do esquema de decomposição de Benders. Esta solução apresenta um custo de investimento nulo, porém o custo de operação é muito elevado devido ao valor indicado para o custo de interrupção no atendimento. Esta solução indica a necessidade de investimentos em novas capacidades.

Tabela 6.3 Sem Expansão - Custo Total

Custo Total	2069.29 M\$
Custo de investimento	0.00 M\$
Geração	0.00 M\$
Transmissão	0.00 M\$
Custo de Operação	2069.29 M\$

6.4.2 Planejamento Hierárquico – Modelo de Transporte

Para o estudo de planejamento hierárquico, o cálculo do cronograma de expansão do sistema elétrico é realizado através de dois passos: primeiramente determina-se o plano ótimo de expansão da geração, com as restrições de limite de fluxo relaxadas. Conhecidos os reforços de geração, obtidos no primeiro passo, é então determinada a expansão ótima da transmissão.

6.4.2.1 Expansão da Geração

O problema de planejamento da expansão da geração conforme apresentado no capítulo 3 é representado por um modelo agregado da demanda e da geração e por esse motivo não leva em consideração as restrições impostas pela representação da rede de transmissão. Desta forma, a solução ótima deste problema consiste na construção das usinas mais econômicas independentemente das suas localizações geográficas.

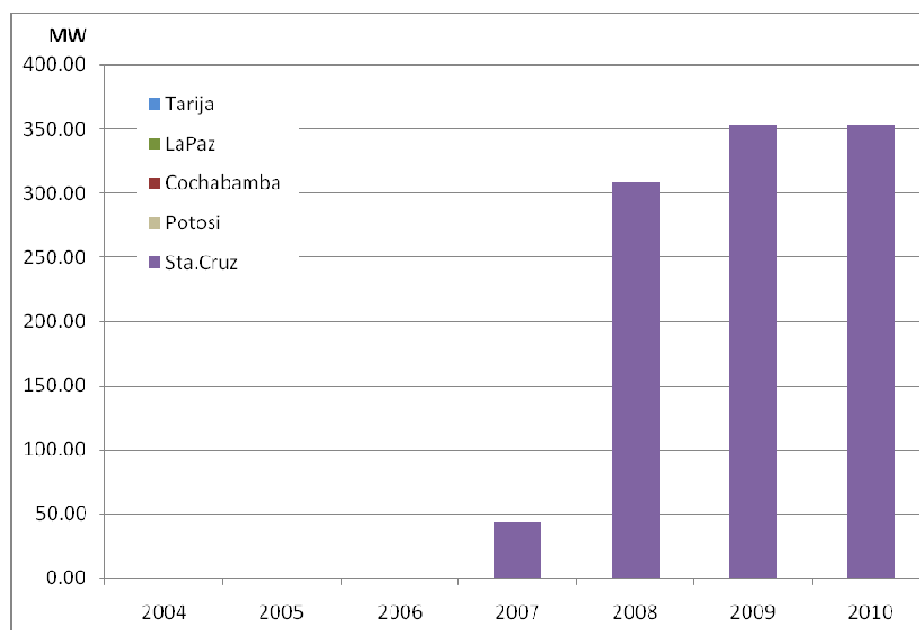


Figura 6.8 Planejamento Hierárquico - Capacidade instalada geração

A Figura 6.8 mostra o cronograma de investimento em capacidade de geração em termos da capacidade acumulada para cada ano do horizonte do estudo. Observa-se que toda a expansão em nova capacidade de geração (aproximadamente 350 MW) está concentrada na região de Santa Cruz, onde se encontra o menor custo de investimento dos geradores, conforme a Figura 6.4.

6.4.2.2 Expansão da Transmissão

O problema da expansão da transmissão leva em consideração a solução obtida no problema de expansão da geração e tem como objetivo obter o reforço da rede necessário para o atendimento da demanda em um sistema cujos circuitos estão sujeitos à uma capacidade máxima de fluxo, conforme apresentado na formulação do modelo de transporte na seção 4.3.2.

A Figura 6.9 mostra a solução obtida para o planejamento hierárquico da expansão do sistema elétrico boliviano.

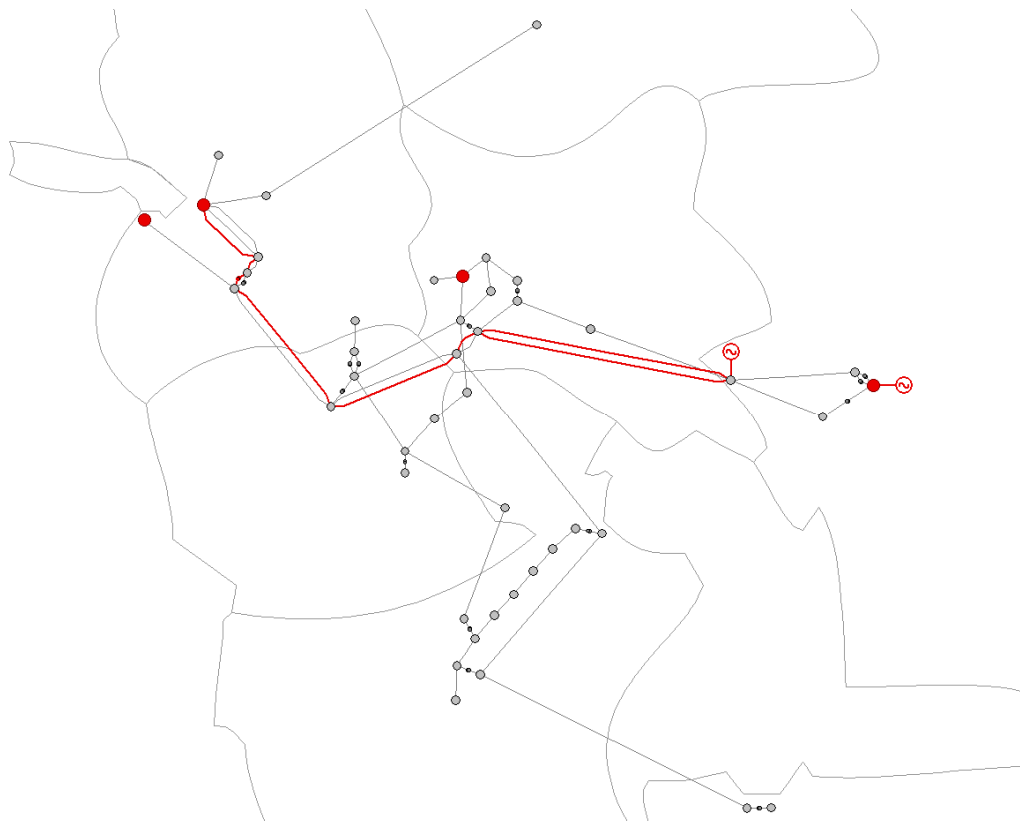


Figura 6.9 Planejamento Hierárquico Modelo de Transporte - Configuração Final

Em resumo, a solução do problema de expansão da geração determinou a construção das unidades geradoras mais econômicas e não levou em consideração a localização geográfica dos centros de carga e restrições de transporte na rede de transmissão. Por esta razão, a solução do problema de planejamento da expansão das linhas de transmissão deve permitir que a nova capacidade de geração alocada na região de Santa Cruz possa atender aos grandes centros de carga das regiões de Cochabamba, La Paz e Peru.

A Tabela 6.4 apresenta cada parcela que compõe o custo total associado à solução ótima do problema de planejamento hierárquico utilizando o modelo de transporte para a rede de transmissão.

Tabela 6.4 Planejamento Hierárquico Modelo de Transporte - Custo Total

Custo Total	270.09 M\$
Custo de investimento	96.51 M\$
Geração	58.69 M\$
Transmissão	37.82 M\$
Custo de Operação	173.58 M\$

A Tabela 6.5 apresenta o resultado de convergência do algoritmo utilizado para solucionar este problema.

Tabela 6.5 Planejamento Hierárquico Modelo de Transporte – Convergência

Tempo de CPU	188.4 seg
Expansão da Geração	57.0 seg
Investimento	10.8 seg
Operação (Modelo Agregado)	40.2 seg
Expansão da Transmissão	131.4 seg
Investimento	4.2 seg
Operação (Modelo de Transporte)	109.8 seg
Número Total de Iterações	21
Expansão da Geração	12
Expansão da Transmissão	9

Gap de Convergência	
Expansão da Geração	1.93 %
Expansão da Transmissão	0.875 %

6.4.3 Planejamento Integrado – Modelo de Transporte

O estudo de planejamento integrado consiste na determinação conjunta de um plano de expansão de geração e transmissão. Neste estudo, é levada em consideração a relação de compromisso entre o custo de investimento e o custo de operação para todas as possíveis alternativas de expansão do sistema elétrico.

A Figura 6.10 e a Figura 6.11 mostram a solução ótima obtida para o planejamento integrado da expansão do sistema boliviano segundo o modelo de transporte.

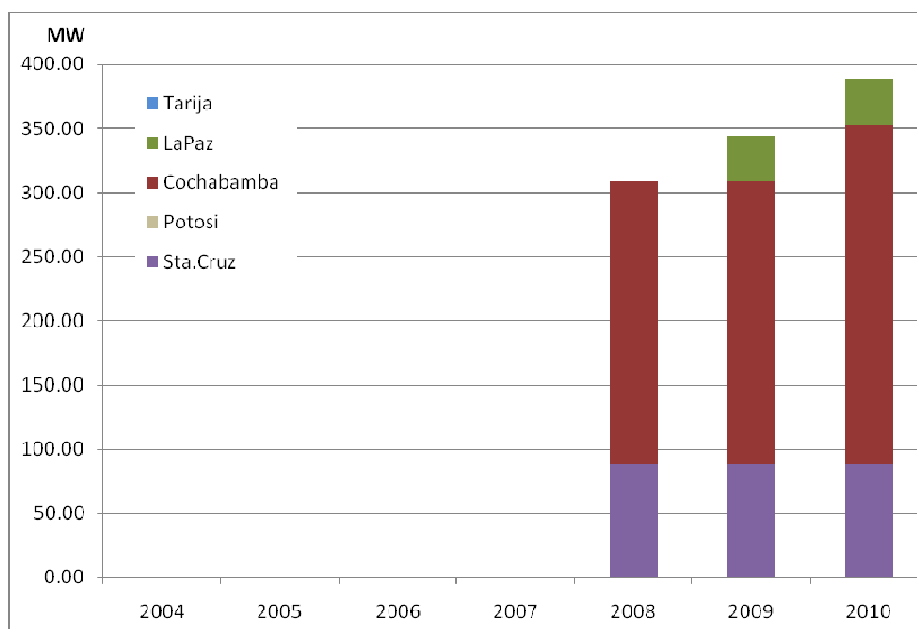


Figura 6.10 Planejamento Integrado Modelo de Transporte - Capacidade instalada geração

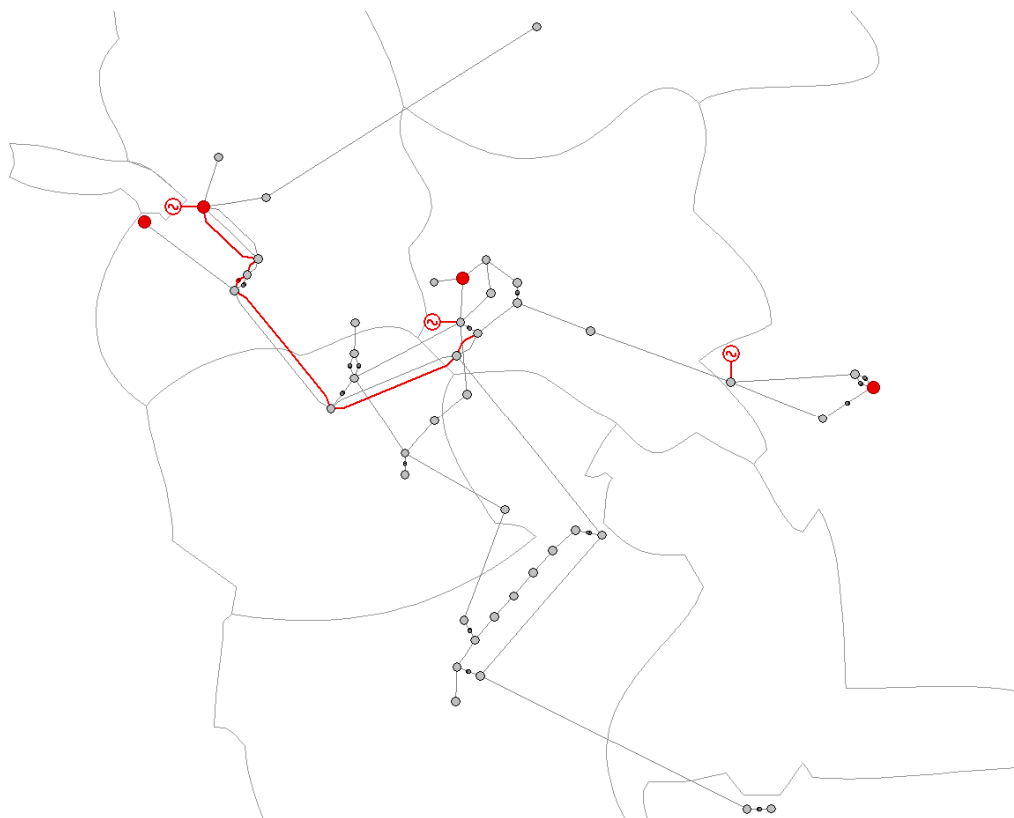


Figura 6.11 Planejamento Integrado Modelo de Transporte - Configuração Final

Para este caso, o cronograma de investimento em capacidade de geração (aproximadamente 390 MW) se mostrou mais diversificado ao longo das regiões do país, em relação ao cronograma obtido no planejamento hierárquico. Observa-se que existe a expansão de novos geradores próximos a todos os grandes centros consumidores o que possibilitou o investimento em menos reforços de transmissão no sistema. A Tabela 6.6 apresenta as parcelas que compõem o custo total associado à solução ótima do problema de planejamento integrado utilizando o modelo de transporte para a representação da rede de transmissão:

Tabela 6.6 Planejamento Integrado Modelo de Transporte - Custo Total

Custo Total	264.28 M\$
Custo de investimento	92.92 M\$
Geração	67.26 M\$
Transmissão	25.66 M\$
Custo de Operação	171.36 M\$

Esta solução indica que o planejamento da expansão, quando é realizado de maneira integrada, busca obter o cronograma ótimo de expansão cuja soma total dos custos é a mais econômica dentre todas as combinações possíveis de projetos. Este resultado pode ser alcançado porque a localização dos projetos geradores candidatos é considerada durante o processo de decisão, e a importância disto é observada pela diferença de custo total dos planos de expansão obtidos segundo as metodologias de planejamento hierárquico e integrado.

De acordo com a Tabela 6.4 e a Tabela 6.6 pode-se concluir que um acréscimo de expansão de geração no sistema, levando-se em conta o sinal locacional, requer menos reforços de linhas de transmissão e permite a obtenção de um despacho mais econômico do sistema, resultando em um menor custo de investimento, operação e, conseqüentemente, em um menor custo total.

A Tabela 6.7 apresenta o resultado de convergência do algoritmo utilizado para solucionar este problema.

Tabela 6.7 Planejamento Integrado Modelo de Transporte – Convergência

Tempo de CPU	752.4 seg
Expansão Integrada	
Investimento	170.4 seg
Operação (Modelo de Transporte)	544.8 seg
Número Total de Iterações	42
Gap de Convergência	1.92 %

6.4.3.1 Fluxo de Potência

O modelo de fluxo de potência (apêndice B) é utilizado para um cálculo mais preciso dos fluxos nos circuitos, visando identificar aqueles cujas capacidades estão realmente sendo violadas. Fixando o despacho de geração obtido como solução ótima do problema de expansão integrada (modelo de transporte), é solucionado o modelo de fluxo de potência linearizado e se observam as violações de capacidade de fluxo na rede de transmissão conforme mostrado pelos circuitos destacados na Figura 6.12.

Desta forma, pode-se observar que a solução obtida (cronograma de expansão e despacho de geração) a partir do problema de planejamento integrado da expansão da geração e transmissão utilizando o modelo de transporte é uma solução inviável para o problema que utiliza o modelo disjuntivo. Como foi visto na seção 4.3.3, o modelo disjuntivo utiliza as equações do modelo de fluxo de potência linearizado para representar os fluxos nos circuitos do sistema de transmissão.

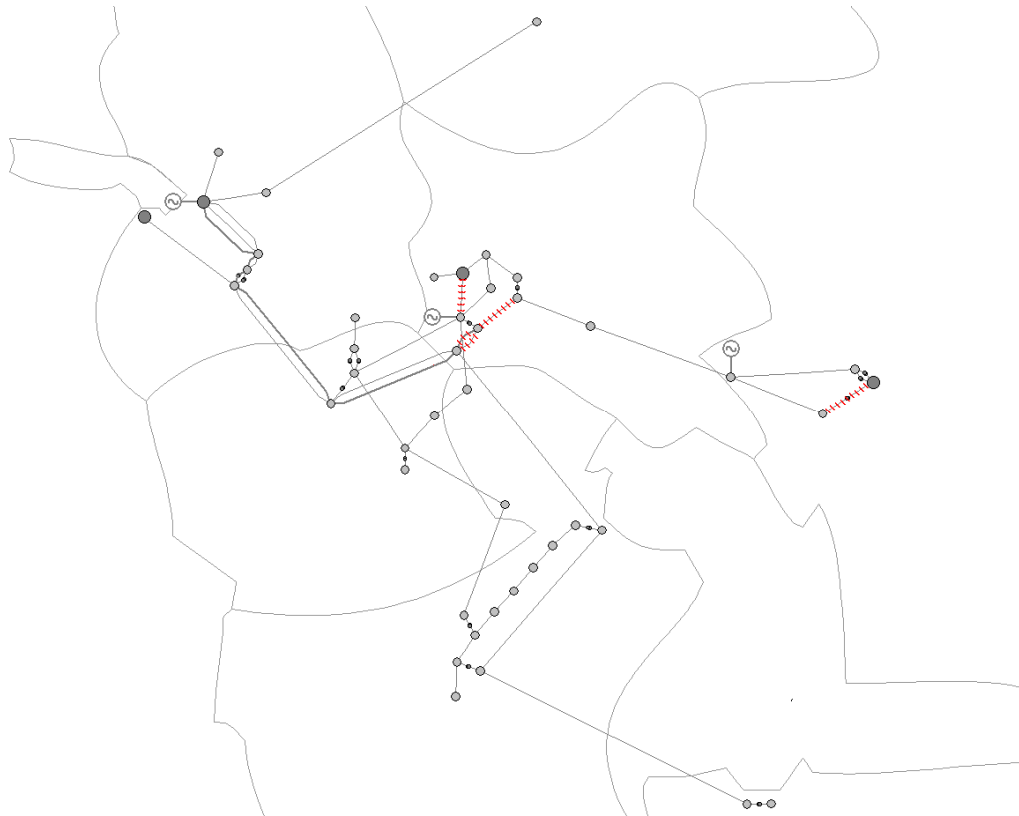


Figura 6.12 Fluxo de Potência Linearizado - Circuitos com capacidade de fluxo violada

6.4.3.2 Fluxo de Potência com Redespacho

Com o objetivo de tentar eliminar as violações observadas com o cálculo do fluxo de potência, utiliza-se o modelo de despacho ótimo de geração com representação da transmissão segundo o modelo disjuntivo. Fixando o plano de expansão obtido a partir da solução ótima do problema de expansão integrada com o modelo de transporte, é determinado um novo despacho ótimo a partir da solução do problema escravo com o modelo disjuntivo. Desta forma, é garantido o atendimento

às restrições de um modelo de fluxo de potência linearizado. Para este problema foi encontrada uma nova solução de despacho ótimo de geração, entretanto, foram observados significativos cortes de cargas no sistema.



Figura 6.13 Redespacho - Carregamento dos circuitos e cortes de carga

A Figura 6.13 mostra, para a última etapa do horizonte de estudo, os circuitos cujas restrições de carregamento máximo estão ativas e as barras que apresentaram cortes de carga. A Tabela 6.8 apresenta a atualização do custo de operação associado ao novo despacho de geração obtido a partir do modelo disjuntivo, utilizando o cronograma de expansão obtido com o modelo de transporte.

Tabela 6.8 Redespacho - Custo Total

Custo Total	305.21 M\$
Custo de investimento	92.92 M\$
Custo de Operação	212.29 M\$

Esta solução indica que para o cronograma de expansão obtido a partir do problema de planejamento integrado da expansão de geração e transmissão utilizando o modelo de transporte não há possibilidade de atendimento às equações do fluxo de potência sem que haja corte de carga no sistema. Em outras palavras, o plano de expansão de mínimo custo total obtido para o problema mostrou-se, na verdade, com elevado custo de operação, uma vez que o cálculo mais realista dos fluxos nos circuitos determinou a inviabilidade de atendimento de toda a demanda do sistema.

6.4.4 Planejamento Hierárquico – Modelo Disjuntivo

Como foi descrito na seção 4.1.1, o modelo de planejamento hierárquico é realizado em duas etapas. Na primeira etapa é obtido apenas o cronograma de expansão do sistema de geração desconsiderando as restrições associadas aos limites impostos pela rede de transmissão. Por esta razão, a solução do problema da primeira etapa do planejamento hierárquico independe do tipo de representação do fluxo de potência do sistema (modelo de transporte ou modelo disjuntivo). A solução obtida para este problema é mostrada na Figura 6.8.

6.4.4.1 Expansão da Transmissão

A segunda etapa do planejamento hierárquico consiste na solução do problema da expansão da transmissão, levando em consideração a solução obtida no problema de expansão da geração. Utilizando agora a formulação do modelo disjuntivo para este problema, são obtidos os reforços da rede de transmissão necessários para o atendimento da demanda. A Figura 6.14 mostra a solução obtida para o planejamento hierárquico da expansão do sistema segundo o modelo disjuntivo.

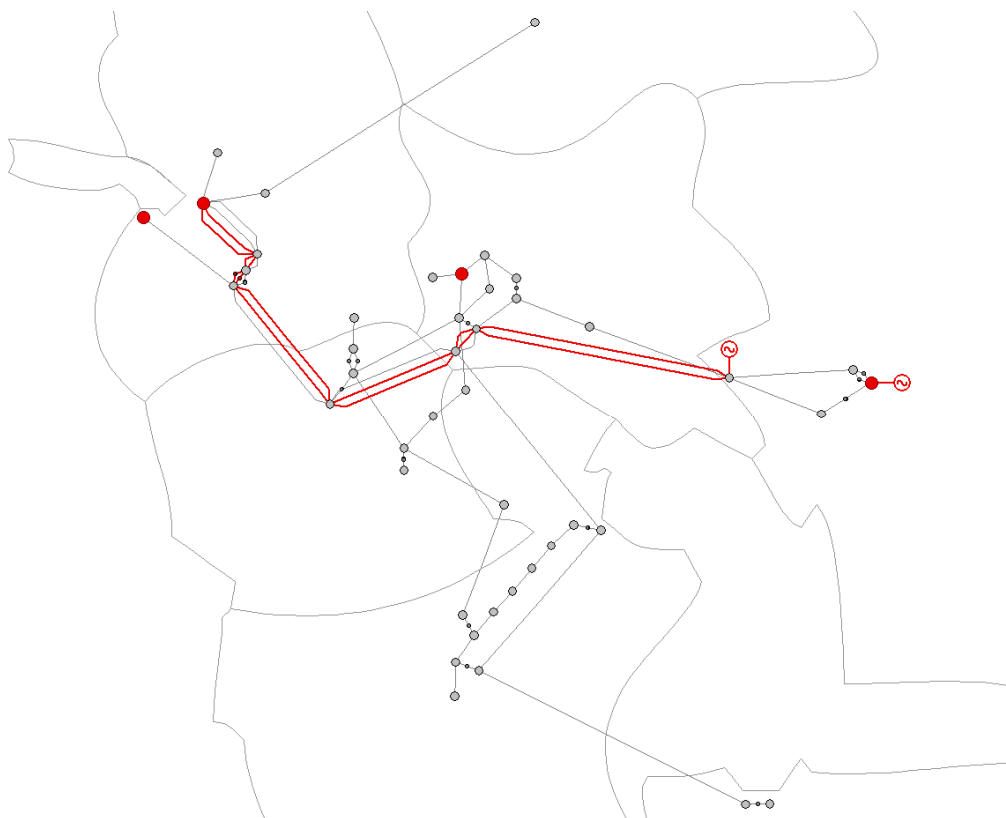


Figura 6.14 Planejamento Hierárquico Modelo Disjuntivo - Configuração Final

Como foi visto no caso apresentado na seção 6.4 a solução do problema de planejamento da expansão das linhas de transmissão é obtida de tal maneira a acomodar os investimentos em capacidade de geração que foram obtidos na primeira etapa do processo de planejamento e estão alocados na região de Santa Cruz.

A Tabela 6.9 apresenta as parcelas que compõem o custo total associado à solução ótima do problema de planejamento hierárquico utilizando o modelo disjuntivo para a rede de transmissão:

Tabela 6.9 Planejamento Hierárquico Modelo Disjuntivo - Custo Total

Custo Total	277.48 M\$
Custo de investimento	105.24 M\$
Geração	58.69 M\$
Transmissão	46.55 M\$
Custo de Operação	172.24 M\$

Pode-se observar que esta solução apresenta um custo total maior que as soluções obtidas para o planejamento segundo o modelo de transporte (Tabela 6.4 e Tabela 6.6). Isto se deve ao fato de que a inclusão das restrições do modelo de fluxo de potência linearizado pode inviabilizar as soluções obtidas para o modelo de transporte, sendo, portanto, estas consideradas como soluções otimistas em relação à realidade. Por esta razão pode-se notar que o custo total resultante da expansão obtida com o modelo de transporte e redespacho com o modelo disjuntivo (Tabela 6.8) é maior que a solução do modelo disjuntivo, utilizando o procedimento hierárquico.

A Tabela 6.10 apresenta o resultado de convergência do algoritmo utilizado para solucionar este problema.

Tabela 6.10 Planejamento Hierárquico Modelo Disjuntivo – Convergência

Tempo de CPU	490.8 seg
Expansão da Geração	57.0 seg
Investimento	10.8 seg
Operação (Modelo Agregado)	40.2 seg
Expansão da Transmissão	433.8 seg
Investimento	29.4 seg
Operação (Modelo Disjuntivo)	378.6 seg
Número Total de Iterações	37
Expansão da Geração	12
Expansão da Transmissão	25
Gap de Convergência	
Expansão da Geração	1.93 %
Expansão da Transmissão	0.735 %

Utilizando o modelo disjuntivo compacto no lugar do modelo disjuntivo tradicional é obtido um ganho de aproximadamente 2 minutos no tempo total de solução do problema, como mostra a Tabela 6.11.

Tabela 6.11 Planejamento Hierárquico Modelo Compacto – Tempo CPU

Tempo de CPU	316.2 seg
Expansão da Geração	57.0 seg
Investimento	10.8 seg
Operação (Modelo Agregado)	40.2 seg
Expansão da Transmissão	259.2 seg
Investimento	29.4 seg
Operação (Modelo Disjuntivo)	204.0 seg

6.4.5 Planejamento Integrado – Modelo Disjuntivo

Finalmente, é calculado o plano ótimo de expansão da geração e transmissão do sistema elétrico boliviano a partir da solução do problema de planejamento integrado com representação do modelo disjuntivo apresentado na seção 4.3.3. A Figura 6.15 e a Figura 6.16 mostram a solução obtida para este estudo.

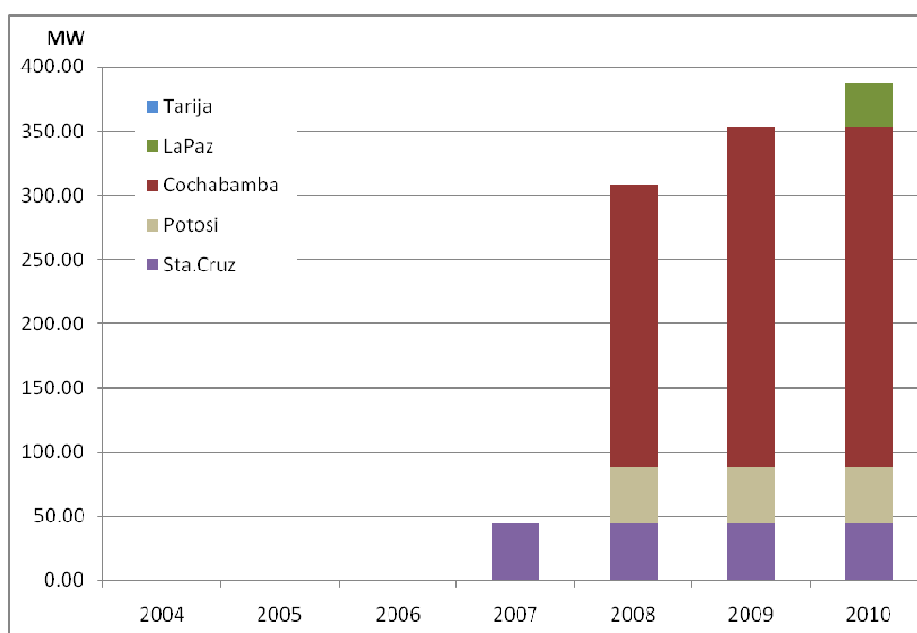


Figura 6.15 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo - Capacidade instalada de geração

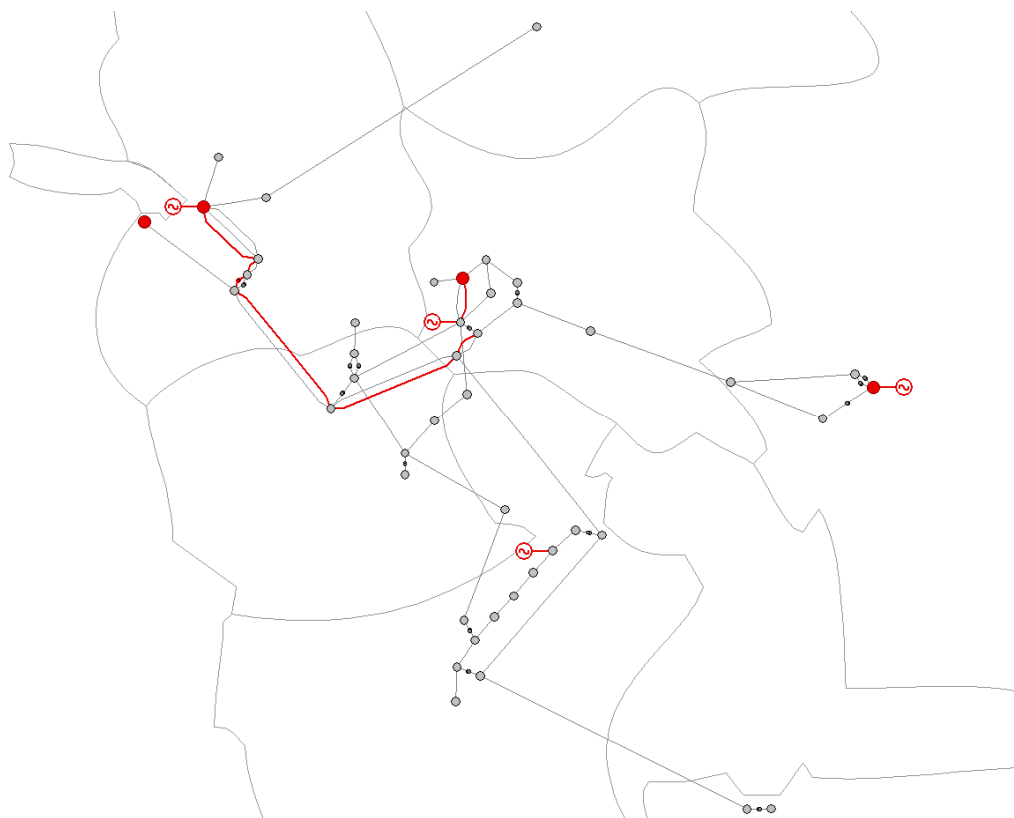


Figura 6.16 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo - Configuração Final

A Tabela 6.12 apresenta as parcelas que compõem o custo total associado à solução ótima do problema de planejamento integrado utilizando o modelo disjuntivo para a rede de transmissão:

Tabela 6.12 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo - Custo Total

Custo Total	265.32 M\$
Custo de investimento	97.23 M\$
Geração	71.22 M\$
Transmissão	26.01 M\$
Custo de Operação	168.09 M\$

Fazendo uma comparação entre os problemas de planejamento integrado com o modelo de transporte e com o modelo disjuntivo, pode-se observar que o custo total associado à solução do modelo de transporte (Tabela 6.6) é inferior à do modelo disjuntivo por se tratar exatamente de um modelo menos detalhado da rede de

transmissão e, portanto, mais otimista. Quando a solução do modelo de transporte é submetida às mesmas restrições do modelo disjuntivo, observa-se que esta solução não é mais viável, porque há violação das restrições de capacidade de carregamento máximo.

Pode-se concluir finalmente que para o cronograma ótimo de expansão obtido a partir do modelo de transporte não há despacho de geração do sistema sem que haja corte de carga em algumas barras, tornando o custo de operação da solução do modelo de transporte mais elevado. Através do modelo disjuntivo foi possível obter uma solução para o problema de planejamento da expansão integrada de geração e transmissão que atenda às restrições de transporte e de atendimento aos centros de carga, levando-se em conta a representação mais realista dos fluxos de potência nos circuitos.

A Tabela 6.13 apresenta o resultado de convergência do algoritmo utilizado para solucionar este problema.

Tabela 6.13 Planejamento Integrado Modelo Disjuntivo – Convergência

Tempo de CPU	6336.6 seg
Expansão Integrada	
Investimento	4453.8 seg
Operação (Modelo Disjuntivo)	1896.6 seg
Número Total de Iterações	130
Gap de Convergência	1.65 %

Utilizando o modelo disjuntivo compacto no lugar do modelo disjuntivo tradicional é obtido um ganho de aproximadamente 15 minutos no tempo total de solução do problema, como mostra a Tabela 6.14.

Tabela 6.14 Planejamento Integrado Modelo Compacto – Tempo CPU

Tempo de CPU	5461.8 seg
Expansão da Geração	
Investimento	4453.8 seg
Operação (Modelo Compacto)	1021.8 seg

Computacionalmente, os tempos de execução obtidos para cada caso mostraram que a utilização do modelo disjuntivo para a representação da rede de transmissão torna o processo de decisão mais lento em relação à utilização do modelo de transporte. Isto se deve ao aumento da complexidade do problema que é formulado segundo o modelo disjuntivo, que leva em consideração (implícita ou explicitamente) as equações associadas à Segunda Lei de Kirchhoff de um modelo de cálculo de fluxo de potência. Entretanto, em se tratando de um estudo de planejamento da expansão para um horizonte de 7 anos, pode-se considerar bastante razoável um modelo cujo tempo de execução apresenta a ordem de grandeza observada. Além disso, mostrou-se que a utilização do modelo disjuntivo compacto permite um ganho de aproximadamente 47% no tempo de execução de subproblemas de operação, tornando a convergência do algoritmo mais rápida em relação ao modelo disjuntivo tradicional.

7 Conclusão

Este capítulo tem como objetivo sintetizar as principais conclusões sobre os resultados obtidos neste trabalho e ainda apresentar recomendações para pesquisas de trabalhos futuros.

Neste trabalho foi visto que a aplicação da técnica de decomposição do problema de planejamento da expansão de sistemas elétricos em um módulo de operação e um módulo de investimento permite a utilização de algoritmos especializados para a solução de cada subproblema. Para o problema de operação, em particular, a metodologia de decomposição de Benders permite considerar características de estocasticidade e acoplamento temporal das variáveis através da utilização de algoritmos de programação dinâmica, em especial, a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE).

Foi possível observar que a importância do cálculo dos multiplicadores implícitos origina-se da necessidade em se obter os coeficientes dos cortes de Benders para a solução do problema de expansão, uma vez que o problema de operação não requer a informação dos elementos que não foram adicionados ao sistema para um determinado plano de investimento. Para a representação da rede de transmissão segundo o modelo disjuntivo compacto, este cálculo torna-se indispensável para a obtenção dos multiplicadores associados às restrições que não são explicitamente representadas devido à compactação do problema.

A vantagem associada à utilização do modelo disjuntivo compacto na formulação do problema de expansão consiste na incorporação de um esquema de relaxação de restrições de carregamento máximo das linhas de transmissão no algoritmo de solução do problema de operação de um esquema de decomposição do problema original. O problema de operação que apresenta relaxamento de restrições é um problema menos complexo e, portanto, mais fácil de ser solucionado.

Com a utilização de um algoritmo de PDDE é solucionado um número considerável de problemas de operação associados às realizações das afluições para cada estágio do horizonte de estudo. Portanto, a metodologia de decomposição de Benders com formulação disjuntiva compacta visa tornar computacionalmente viável e eficiente a utilização de um modelo PDDE em um problema de planejamento da expansão de sistemas hidrotérmicos.

A partir do estudo de caso utilizando o sistema elétrico boliviano, foram obtidos os seguintes resultados, resumidamente apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 Resumo do Estudo de Caso – Custo Total

Tipo de Planejamento	Modelo da Transmissão	Custo Total	Tempo CPU
Nenhum	Relaxado	2069.29 M\$	15 seg
Hierárquico	Transporte	270.09 M\$	188.4 seg
Integrado	Transporte	264.28 M\$	752.4 seg
Redespacho	Disjuntivo	305.21 M\$	24.6 seg
Hierárquico	Disjuntivo	277.48 M\$	490.8 seg
Hierárquico	Compacto		316.2 seg
Integrado	Disjuntivo	265.32 M\$	6336.6 seg
Integrado	Compacto		5461.8 seg

Como foi visto, o planejamento hierárquico da expansão de sistemas elétricos consiste em um processo de decisão cuja obtenção dos reforços de transmissão é realizada visando-se acomodar as decisões de investimento em geração, que foram feitas sem tomar em conta as congestões na rede de transmissão. Por esta razão, este procedimento conduz a um maior custo total em relação ao planejamento integrado porque não considera a otimização conjunta das alternativas de expansão de geração e transmissão.

Observou-se também que o problema de planejamento da expansão integrada formulado segundo o modelo de transporte para a representação da rede de transmissão consiste em uma relaxação do modelo segundo a formulação disjuntiva, portanto, a complexidade do problema é menor e a solução é obtida com menor esforço computacional. Em contrapartida, a solução de um problema relaxado é

possivelmente uma solução inviável para o problema segundo o modelo disjuntivo. Desta forma, a solução obtida a partir de um modelo de transporte pode não atender às necessidades de um planejador, uma vez que este problema pode resultar em solução de operação otimista e cronograma de investimento insatisfatório.

Com respeito aos trabalhos futuros relacionados ao problema que foi abordado nesta dissertação, destacam-se os seguintes:

- Além da hidrologia, existem outras variáveis aleatórias que fazem parte do problema de operação ótima do sistema e que nesta dissertação foram representadas através de previsões ao longo do horizonte em análise. Sugere-se, portanto, incorporar, na metodologia de planejamento, a representação das incertezas associadas a estas variáveis aleatórias, como por exemplo, a demanda do sistema, os preços de combustíveis, a disponibilidade de combustíveis, etc;
- Outra variável aleatória é o estado operativo das unidades geradoras e linhas de transmissão, que podem estar em operação normal ou em contingência (falha). Em geral, o estudo de planejamento assume uma disponibilidade média dos equipamentos e a análise de confiabilidade de um sistema é realizada em um estudo posterior. Entretanto, a estrutura do problema de planejamento possibilita a incorporação de restrições de confiabilidade na metodologia de solução apresentada. O objetivo é obter um plano de expansão que seja ao mesmo tempo econômico e atenda a critérios de confiabilidade estabelecidos.
- Uma outra sugestão consiste em utilizar critérios de planejamento alternativos à minimização do valor esperado que foi utilizado nesta dissertação, como a minimização do máximo arrependimento. A motivação para isto está relacionada ao fato de que um plano de expansão que atende ao critério do valor esperado pode ser inadequado em um cenário particular (geralmente improvável).

Referências Bibliográficas

- [1] ARARIPE NETO, T. A., PEREIRA, M. V. F., ALBUQUERQUE, J. C. R., *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. Rio de Janeiro, Editora UFF, 1990.
- [2] BENDERS, J. F., "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems." *Numerische Mathematik*, v. 4, pp. 238-252, 1962.
- [3] GEOFFRION, A. M., "Generalized Benders Decomposition". *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 10, n. 4, pp. 237-260, 1972.
- [4] PORTO, T. O., *Representação de Problemas Estocásticos Multi-Estágios em Decomposição: Uma Aplicação ao Planejamento da Expansão de Sistemas Elétricos*. Tese de Mestrado, PUC/RJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1994.
- [5] COSTA, J. P., CAMPODÓNICO, N. M., GORENSTIN, B. G., et al., "A Model for Optimal Energy Expansion in Interconnected Hydrosystems". *10th Power System Computation Conference (PSCC)*, Graz, Austria, Aug. 1990.
- [6] MONTICELLI, A. J., *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo, Edgard Blücher, 1983.
- [7] GORENSTIN, B. G., CAMPODÓNICO, N. M., COSTA, J. P., et al., "Power System Expansion Planning Under Uncertainty". *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 1, pp. 129-136, Feb. 1993.
- [8] BAHIENSE, L., OLIVEIRA, G. C., PEREIRA, M. V. F., et al., "A Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion." *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 3, pp. 560-565, Aug. 2001.
- [9] GORENSTIN, B. G., COSTA, J. P., PEREIRA, M. V. F., et al., "Otimização Estocástica da Operação de um Sistema Multireservatório". *X Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Curitiba, Paraná, Brasil, Outubro 1989.

- [10] ENAMORADO, J. C., GÓMEZ, T., RAMOS, A., "Multi-Area Regional Interconnection Planning Under Uncertainty". *13th Power System Computation Conference (PSCC)*, Trondheim, Norway, Jun.-Jul. 1999.
- [11] GRANVILLE, S., OLIVEIRA, G. C., THOME, L. M., et al., "Stochastic Optimization of Transmission Constrained and Large Scale Hydrothermal Systems in a Competitive Framework". *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Jul. 2003.
- [12] BARROSO, L. A., PORRUA, F., THOME, L. M., et al., "Planning and Building Large-Scale Transmission Networks in Competitive Hydrothermal Systems". *IEEE Power & Energy Magazine*, Sep.-Oct. 2007.
- [13] OLIVEIRA, G. C., BINATO, S., PEREIRA, M. V. F., "Value-Based Transmission Expansion Planning of Hydrothermal Systems Under Uncertainty". *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 4, pp. 1429-1435, Nov. 2007.
- [14] CAGIGAS, C., MADRIGAL, M., "Centralized vs. Competitive Transmission Expansion Planning: The Need for New Tools". *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society General Meeting*, v. 2, pp. 13-17, Jul. 2003.
- [15] FANG, R., HILL, D., J., "A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets". *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 374-380, Feb. 2003.
- [16] LATORRE, G., CRUZ, R. D., ALEIZA, J. M., "Transmission Expansion Planning: A Classification of Publications and Models". *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 938-946, May 2003.
- [17] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., CUNHA, S. H. F., et al., "A Decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning". *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-104, n. 11, pp. 3074-3083, Nov. 1985.
- [18] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., OLIVEIRA, G. C. O., et al., *Composite Generation-Transmission Expansion Planning*. In: Report RP 2473-9, Electric Power Research Institute (EPRI), California, USA, 1987

- [19] CAMPODÓNICO, N. M., BINATO, S., PEREIRA, M. V. F., *OPTGEN - Modelo de Planejamento da Expansão da Geração e Interconexões Regionais*. In: PSR Internal Report, www.psr-inc.com, 2003.
- [20] MONTICELLI, A. J., GARCIA, A., *Introdução a Sistemas de Energia Elétrica*. Campinas, Editora da Unicamp, 2003.
- [21] STTOT, B. A. O., "Fast Decoupled Load Flow." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, pp. 859-869, 1974.
- [22] STTOT, B., "Review of Load Flow Calculation Methods." *Proceedings of the IEEE*, v. 62, pp. 916-929, 1974.
- [23] BINATO, S., *Expansão Ótima de Sistemas de Transmissão através de Decomposição de Benders e Técnicas de Planos Cortantes*. Tese de Doutorado, COPPE/RJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.
- [24] TINNEY, W. F., SATO, N., "Techniques for Exploiting the Sparsity of the Network Admittance Matrix." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 82, pp. 944-950, Dec. 1963.
- [25] TINNEY, W. F., WALKER, J. W., "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization." *Proceedings of the IEEE*, v. 55, n. 11, pp. 1801-1809, Nov. 1967.
- [26] GUÉRET, C., PRINS, C., SEVAUX, M., *Applications of Optimization with Xpress-MP*. In: Dash Optimization Internal Report, 2002.
- [27] DASH Associates, *Xpress-MP User Guide and Reference Manual*. In: www.dashopt.com, 2006.
- [28] BAZARAA, M. S., JARVIS, J. J., SHERALI, H. D., *Linear Programming and Network Flows*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, 1990.
- [29] NEMHAUSER, G. L., WOLSEY, L. A., *Integer and Combinatorial Optimization*. New York, John Wiley & Sons, 1988.

- [30] LASDON, L. S. *Optimization Theory for Large Systems*. USA, The Macmillan Company, 1970.
- [31] CAMPODÓNICO, N. M., *Um Modelo de Otimização para o Planejamento da Expansão da Capacidade de Geração de um Sistema Hidrotérmico*. Tese de Mestrado. IMPA, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1990.
- [32] PINHEIRO, S. F., TRINKENREICH, J., "Expansão a Longo Prazo do Sistema Elétrico Usando Programação Linear." *XV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, Rio de Janeiro, Brasil, 1982.
- [33] GRANVILLE, S., PEREIRA M. V. F., *Analysis of the Linearized Power Flow in Benders Decomposition*. In: Report SOL 85-04, System Optimization Lab. Stanford University, 1985.
- [34] BINATO, S., PEREIRA, M. V. F., GRANVILLE, S., "A New Benders Decomposition Approach to Solve Power Transmission Network Design Problems." *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 2, pp. 235-240, May 2001.
- [35] PEREIRA, M. V. F., *Aplicação de Análise de Sensibilidade no Planejamento da Expansão de Sistemas de Geração/Transmissão*. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1985.
- [36] ROMERO, R., MONTICELLI, A. J., "A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning." *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, pp. 373-380, Feb. 1994.
- [37] SHARIFNIA, A., AASHTIANI, M. H., "Transmission Network Planning: A Method for Synthesis of Minimum Cost Secure Networks." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 8, pp. 2025-2034, Aug. 1985.
- [38] VILLASANA, R., *Transmission Network Planning Using Linear and Linear Mixed Integer Programming*. PhD Thesis. Rensselaer Polytechnic Institute, 1984.

- [39] GARVER, L. L., "Transmission Network Estimation Using Linear Programming." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 7, pp. 1688-1697, Sep. 1970.
- [40] ROMERO, R., Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão por Decomposição de Benders Hierarquizada. Tese de Doutorado. UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1993.
- [41] ROMERO, R., MONTICELLI, A. J., "A Zero-One Implicit Enumeration Method for Optimizing Investments in Transmission Expansion Planning." *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3, pp. 1385-1391, Aug. 1994.
- [42] PINTO, L. M. V., NUNES, A., "A Model for Optimal Transmission Expansion Planning". *Proceedings of the 10th Power System Computation Conference (PSCC)*, pp. 13-23, Graz, Austria, Oct. 1990.
- [43] LEVI, V. A., CALOVIC, M. S., "A New Decomposition Based Method for Optimal Expansion Planning of Large Transmission Networks." *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 3, pp. 937-943, Aug. 1991.
- [44] TSAMASPHYROU, P., RENAUD, A., CARPENTIER, P., "Transmission Network Planning: An Efficient Benders Decomposition Scheme". *Proceedings of the 13th Power System Computation Conference (PSCC)*, pp. 487-494, Trondheim, Norway, Jun.-Jul. 1999.

A Decomposição de Benders

A.1 Introdução

O principal objetivo relacionado com técnicas de decomposição matemática é conseguir resolver problemas muito complexos, ou muito grandes, através da solução repetida de uma série de problemas mais simples, ou menores. Um exemplo é a decomposição de Benders [2], na qual um problema de programação linear inteira mista é decomposto em uma série de subproblemas menores, um denominado de Mestre (problema de programação linear inteira mista), e outro chamado de Escravo (problema de programação linear).

A seguir é apresentada a dedução do modelo de decomposição de Benders que foi aplicado neste trabalho para solucionar o problema de expansão de sistemas elétricos [35].

A.2 Princípio de Decomposição de Benders

O problema da expansão ótima de um sistema elétrico pode ser representado, de forma geral, pelo seguinte problema de programação linear inteira mista:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z = c^T x + d^T y \\ \text{sujeito a:} & \end{array} \quad (A.1)$$

$$E x + F y \geq h$$

$$x \in X$$

$$y \geq 0$$

Neste problema, as variáveis x representam investimentos em capacidade dos equipamentos e assumem valores discretos. As restrições nestes investimentos são representadas genericamente pela condição $x \in X$.

Uma vez tomada uma decisão de investimento em capacidade de geração, as unidades são utilizadas para suprir a demanda. As variáveis y representam as variáveis operativas do sistema, isto é, o volume armazenado, a vazão turbinada, a geração térmica, etc. As restrições nestas variáveis (limites de armazenamento, limites de turbinamento, limites de geração térmica, etc.) são expressas genericamente pelas restrições $E x + F y \geq h$. Observa-se que as variáveis de investimento x participam das equações de operação do sistema, uma vez que elas definem os limites de capacidade das unidades.

A estrutura do problema (A.1) é típica de um problema de decisão em dois estágios:

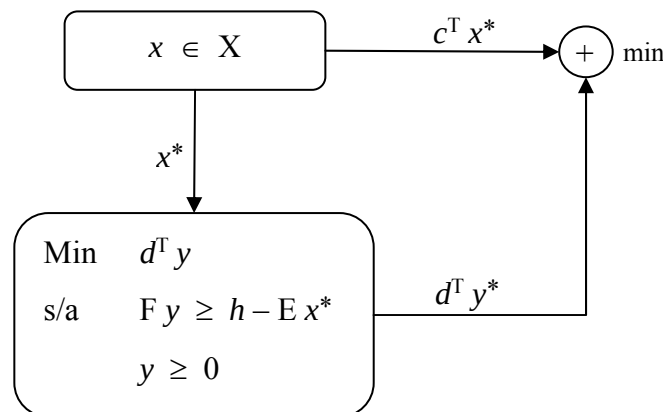


Figura A.1 Problema de decisão em dois estágios

- i. inicialmente, toma-se uma decisão $x^* \in X$
- ii. uma vez conhecida a decisão de investimento x^* , o sistema é operado da melhor forma possível, isto é, de forma a minimizar o custo de operação $d^T y$.

$$\text{Minimizar} \quad d^T y \quad (\text{A.2})$$

sujeito a:

$$F y \geq h - E x^*$$

$$y \geq 0$$

Onde, x^* , agora conhecido, passa para o lado direito da equação.

O custo de operação $d^T y^*$, solução do problema (A.2), pode ser visto como uma função $\alpha(x)$ da decisão de investimento x , isto é:

$$\alpha(x^*) = \text{Minimizar } d^T y \quad (\text{A.3})$$

sujeito a:

$$F y \geq h - E x^*$$

$$y \geq 0$$

O problema da expansão ótima (A.1) pode então ser reescrito somente em termos das variáveis x :

$$\text{Minimizar } z = c^T x + \alpha(x) \quad (\text{A.4})$$

sujeito a:

$$x \in X$$

A Figura A.2 apresenta o aspecto da função z de custo total.

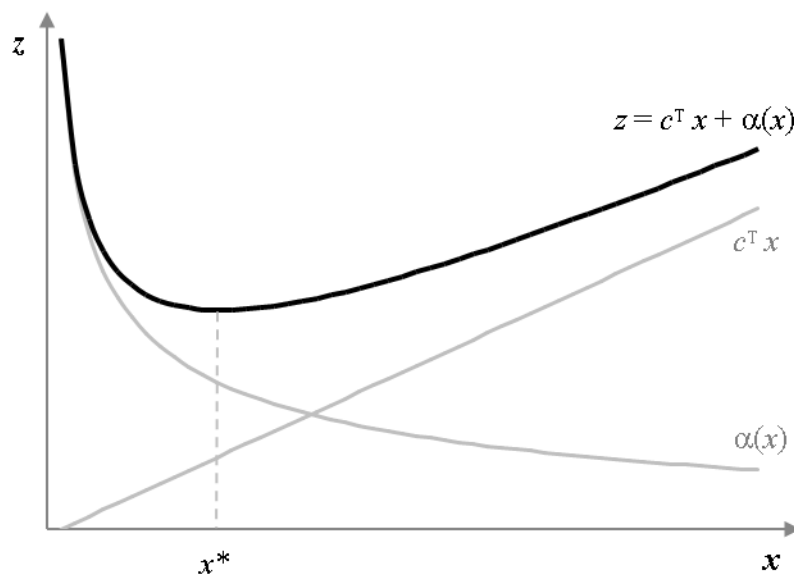


Figura A.2 Custo de Investimento $\times$ Custo de Operação

O princípio de decomposição de Benders pode ser visto como uma técnica para construir a função $\alpha(x)$ com o grau de precisão necessário. O algoritmo de Benders se baseia na solução iterativa de problemas de investimento semelhantes ao problema (A.4) e problemas de operação semelhantes ao problema (A.3).

O ponto mais crítico do esquema de decomposição é a modificação de $\alpha(x)$ a partir de uma solução do problema de operação (A.3). Associado à solução ótima do problema de operação existe um conjunto de multiplicadores de Lagrange que medem a variação dos custos de operação do sistema causada por variações marginais nas capacidades dos equipamentos instalados pelo problema de investimento (A.4). Estes multiplicadores serão utilizados para construir uma restrição linear, escrita em termos das variáveis de investimento x . Esta restrição, conhecida como corte de Benders, é adicionada ao problema de investimento (A.4), que é então novamente resolvido, gerando um novo plano de investimento.

A.3 Derivação do Princípio de Decomposição de Benders

O problema dual ao problema de operação (A.3) é dado por:

$$\text{Maximizar} \quad \pi^T (h - E x^*) \quad (\text{A.5})$$

sujeito a:

$$F^T \pi \leq d$$

$$\pi \geq 0$$

A região viável do problema (A.5) não depende da decisão x^* . Esta região é um poliedro convexo, caracterizado por seus vértices $\Pi = \{ \pi^v, v = 1, \dots, p \}$. Como a solução ótima de um problema de programação linear está em um dos vértices de sua região viável, o problema (A.5) pode, em princípio, ser resolvido por enumeração:

$$\text{Maximizar} \quad \{ \pi^{v^T} (h - E x^*) , \pi^v \in \Pi \} \quad (\text{A.6})$$

O problema (A.6) pode ser reescrito como:

$$\text{Minimizar } \alpha \quad (\text{A.7})$$

sujeito a:

$$\alpha \geq \pi^1{}^T (h - E x^*)$$

$$\alpha \geq \pi^2{}^T (h - E x^*)$$

...

$$\alpha \geq \pi^p{}^T (h - E x^*)$$

onde α é uma variável escalar.

Pode-se notar que α , por ser maior ou igual a cada $\pi^v{}^T (h - E x^*)$, é maior ou igual a $\text{Max} \{ \pi^v{}^T (h - E x^*) \}$. Como a função objetivo em (A.7) é minimizar α , conclui-se que a restrição será atendida na igualdade. Desta maneira conclui-se que o problema (A.7) é equivalente ao problema (A.5).

Da teoria da dualidade em programação linear, pode-se afirmar que na solução ótima, o valor da função objetivo dos problemas primal (A.3) e dual (A.5) são iguais. Desta forma, pode-se substituir (A.3) por (A.7) como subproblema de operação, isto é:

$$\alpha(x^*) = \text{Minimizar } \alpha \quad (\text{A.8})$$

sujeito a:

$$\alpha \geq \pi^1{}^T (h - E x^*)$$

$$\alpha \geq \pi^2{}^T (h - E x^*)$$

...

$$\alpha \geq \pi^p{}^T (h - E x^*)$$

Como o conjunto de vértices $\{ \pi^v, v = 1, \dots, p \}$ independem da decisão x^* , então a expressão para $\alpha(x)$ em (A.8) pode ser substituída no problema de expansão ótima (A.4):

$$\text{Minimizar} \quad z = c^T x + \alpha \quad (\text{A.9})$$

sujeito a:

$$\alpha \geq \pi^1{}^T (h - E x)$$

$$\alpha \geq \pi^2{}^T (h - E x)$$

...

$$\alpha \geq \pi^p{}^T (h - E x)$$

$$x \in X$$

Portanto, a função $\alpha(x)$ é uma função convexa linear por partes como mostra a Figura A.3:

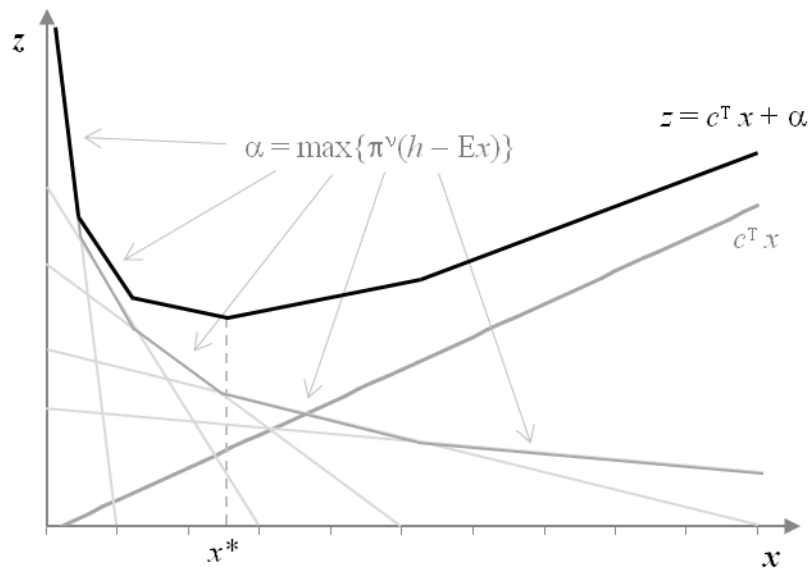


Figura A.3 Função linear por partes $\alpha(x)$

O problema (A.9) é escrito somente em termos do vetor de variáveis de investimento x e da variável escalar α . Embora ele tenha um número muito grande de restrições, pode-se observar que poucas estarão ativas na solução ótima. Isto sugere o uso de técnicas de relaxação durante o processo de solução, o que consiste na base do algoritmo de Benders.

Em resumo, o algoritmo da decomposição de Benders baseia-se na relaxação do problema (A.9) e na geração dos chamados cortes de Benders, a partir dos multiplicadores π obtidos na solução do problema operativo (A.5), e que são dados pela restrição:

$$\alpha \geq \pi^{v^T} (h - E x) \quad (\text{A.10})$$

Pode-se obter ainda uma expressão alternativa para o corte de Benders. A partir da equivalência entre as soluções ótimas dos problemas (A.3) e (A.5), tem-se:

$$\alpha(x^*) = \pi^{v^T} (h - E x^*) \quad (\text{A.11})$$

Reescrevendo a equação (A.11) obtém-se:

$$\pi^{v^T} h = \alpha(x^*) + \pi^{v^T} E x^* \quad (\text{A.12})$$

Substituindo (A.12) na expressão (A.10), então a seguinte restrição também pode ser utilizada para representar o corte de Benders:

$$\alpha \geq \alpha(x^*) - \pi^{v^T} E (x - x^*) \quad (\text{A.13})$$

A expressão (A.13) para o corte de Benders, além de bastante intuitiva, por representar uma aproximação linear da função $\alpha(x)$ ao redor do ponto de decisão x^* , ainda apresenta vantagens significativas em implementações computacionais por necessitar menor armazenamento de dados. Esta expressão não requer o armazenamento do vetor h , apenas o valor obtido para a função objetivo $\alpha(x^*)$ e o vetor de decisão x^* .

A.4 Algoritmo de Solução

i. Inicializar:

Número de iterações $\mu = 0$;

Limite superior $\bar{z} = +\infty$;

Tolerância para convergência ξ (dado de entrada).

ii. Atualizar o número de iterações $\mu = \mu + 1$ e resolver o problema *Mestre*, que é uma versão relaxada do problema completo de investimento:

$$\text{Minimizar} \quad z = c^T x + \alpha \quad (\text{A.14})$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \alpha + \pi^{v^T} E x &\geq \pi^{v^T} h, & v = 1, \dots, \mu-1 \\ x &\in X \end{aligned}$$

Note que na primeira iteração ($\mu=1$) não existem cortes de Benders e o problema passa a ser um problema de investimento “puro”:

$$\text{Minimizar} \quad z = c^T x$$

sujeito a:

$$x \in X$$

iii. Seja $\{x^\mu, \alpha^\mu\}$ a solução ótima do problema (A.14) na μ -ésima iteração.

Dado que este problema é uma relaxação do problema de expansão ótima original (A.9), então o seu valor ótimo é um limite inferior do valor ótimo do problema original. Calcular o limite inferior $\underline{z}$:

$$\underline{z} = c^T x^\mu + \alpha^\mu$$

iv. Resolver o problema *Escravo* que corresponde ao problema de operação para uma determinada decisão de investimento $x = x^\mu$:

$$\text{Minimizar} \quad d^T y \quad (\text{A.15})$$

sujeito a:

$$F y \geq h - E x^\mu$$

$$y \geq 0$$

- v. Seja y^μ a solução ótima do problema (A.15), então o par $\{x^\mu, y^\mu\}$ é uma solução viável do problema de expansão ótima original (A.9), entretanto, não necessariamente a solução ótima. Dado que o valor de uma solução viável do problema original é, por definição, igual ou superior ao valor da solução ótima, então pode-se afirmar que:

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \bar{z}, (c^T x^\mu + d^T y^\mu) \}$$

é um limite superior para a solução do problema original.

- vi. Verificar critério de convergência:

Se $\bar{z} - \underline{z} \leq \xi$, então a solução ótima do problema é o par $\{x^\mu, y^\mu\}$, associado ao limite superior $\bar{z}$. Em caso contrário, gerar um novo corte de Benders utilizando o vetor de multiplicadores de Lagrange π^μ associado à solução do problema de operação (A.15):

$$\alpha + \pi^{\mu T} E x \geq \pi^{\mu T} h \quad (\text{A.16})$$

- vii. Adicionar o corte ao problema de investimento e retornar ao passo ii.

Os passos descritos acima resumem o esquema de decomposição. Pode-se observar que o problema de investimento (A.14) e o problema de operação (A.15) são resolvidos separadamente. Em outras palavras, a decomposição “natural” das decisões de investimento e operação pode ser explorada por modelos matemáticos.

Outra característica importante da decomposição de Benders é a disponibilidade de limites inferiores e superiores para a solução ótima a cada iteração de solução do problema. Estes limites podem ser utilizados como um critério de convergência eficiente como indicado no passo vi do esquema anterior.

B Modelo de Fluxo de Potência

B.1 Introdução

Um modelo de cálculo de fluxo de potência em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede (tensões das barras) e da distribuição dos fluxos nos circuitos (potência ativa e reativa nas linhas de transmissão), através da solução de um conjunto de equações algébricas não-lineares que é utilizado para representar uma configuração estática do sistema [6].

A relação entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares das tensões das barras terminais possibilita o desenvolvimento de um modelo aproximado, chamado de fluxo de potência linearizado, proposto por Stott ([21], [22]). Este modelo permite estimar, com baixo custo computacional e precisão aceitável para muitas aplicações, a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão.

A seguir são apresentadas as equações do modelo de fluxo de potência e a derivação do modelo linearizado, que foi adotado neste trabalho.

B.2 Problema de Fluxo de Potência

As equações básicas do fluxo de potência são obtidas impondo-se a conservação das potências ativa e reativa em cada nó da rede, isto é, a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem pelos ramos que têm este nó como um de seus terminais. Isso equivale a se impor a Primeira Lei de Kirchhoff. A segunda Lei de Kirchhoff é utilizada para expressar os fluxos de potência nos circuitos como funções das tensões de seus nós terminais.

De acordo com a Segunda Lei Kirchhoff, os fluxos de potência ativa e reativa em linhas de transmissão obedecem às seguintes equações não-lineares:

$$P_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (B.1)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 b_{ij} + V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (B.2)$$

Para
$$g_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}, \quad b_{ij} = \frac{-x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}$$

Onde:

P_{ij}	fluxo de potência ativa no ramo $i - j$.
Q_{ij}	fluxo de potência reativa no ramo $i - j$.
V_i, V_j	magnitudes das tensões das barras terminais do ramo $i - j$.
θ_i, θ_j	ângulos das tensões das barras terminais do ramo $i - j$.
r_{ij}	resistência da linha de transmissão representada pelo ramo $i - j$.
x_{ij}	reatância da linha de transmissão representada pelo ramo $i - j$.
g_{ij}	condutância da linha de transmissão representada pelo ramo $i - j$.
b_{ij}	susceptância da linha de transmissão representada pelo ramo $i - j$.

Na formulação do problema de fluxo de potência, a cada barra da rede são associadas quatro variáveis (P_i , Q_i , V_i e θ_i), sendo que duas delas entram no problema como dados e duas como incógnitas. Dependendo de quais variáveis nodais entram como dados e como incógnitas, são definidos três tipos de barras:

- PQ: são dados P_i e Q_i e calculados V_i e θ_i .
- PV: são dados P_i e V_i e calculados Q_i e θ_i .
- V θ ou referência: são dados V_i e θ_i e calculados P_i e Q_i .

As barras PQ e PV são utilizadas para representar, respectivamente, barras de carga e barras de geração. A barra V θ , ou barra de referência, fornece a referência angular do sistema e ainda é utilizada para fechar o balanço de potência do sistema, levando em conta que as perdas de transmissão não são conhecidas antes de se ter a solução final do problema (daí a necessidade de se dispor de uma barra do sistema na qual não é especificada a potência ativa P_i).

O conjunto de equações do problema do fluxo de potência é formado por duas equações para cada barra, cada uma delas representando o fato de as potências ativas e reativas injetadas em uma barra serem iguais à soma dos fluxos correspondentes que deixam a barra através de linhas de transmissão. Isso corresponde à imposição da Primeira Lei de Kirchhoff e pode ser expresso matematicamente como se segue:

$$P_i = \sum_{j \in \Omega_i} P_{ij}(V_i, V_j, \theta_i, \theta_j) \quad (B.3)$$

$$Q_i = \sum_{j \in \Omega_i} Q_{ij}(V_i, V_j, \theta_i, \theta_j) \quad (B.4)$$

Onde

P_i injeção líquida de potência ativa (geração menos carga).

Q_i injeção líquida de potência reativa.

Ω_i conjunto das barras vizinhas à barra i .

O conjunto de inequações, que fazem parte do problema de fluxo de potência, é formado basicamente pelas restrições nas magnitudes das tensões nodais das barras PQ e pelos limites nas injeções de potência reativa das barras PV.

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max}$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_i \leq Q_i^{\max}$$

B.3 Fluxo de Potência Linearizado

O fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à abertura angular na linha e se desloca no sentido do maior ângulo para o menor ângulo. Esta propriedade possibilita o desenvolvimento de um modelo aproximado, chamado fluxo de potência linearizado. Considerando o fluxo de potência ativa P_{ij} em uma linha de transmissão, dado pela equação (B.1):

$$P_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos\theta_{ij} - V_i V_j b_{ij} \sin\theta_{ij}$$

Desprezando as perdas de transmissão, isto é, fazendo $r_{ij} \approx 0$, tem-se que:

$$g_{ij} \approx 0 \quad \text{e} \quad b_{ij} \approx \frac{-1}{x_{ij}}$$

Considerando que a diferença angular entre as barras i e j é pequena tal que:

$$\sin\theta_{ij} \approx \theta_{ij}$$

E, finalmente, considerando que as tensões nas barras terminais são aproximadamente as tensões nominais, ou seja:

$$V_i \approx V_j \approx 1 \text{ pu}$$

Então a equação para o cálculo do fluxo de potência ativa P_{ij} , relativa à Segunda Lei de Kirchhoff, pode ser aproximada por:

$$P_{ij} = \frac{\theta_{ij}}{x_{ij}} = \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad (\text{B.5})$$

$$\text{Onde } \gamma_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}.$$

Desta forma, de acordo com a Primeira Lei de Kirchhoff, a injeção de potência ativa em cada barra é igual à soma dos fluxos que saem da barra, ou seja:

$$P_i = \sum_{j \in \Omega_i} \gamma_{ij} \theta_{ij} = \sum_{j \in \Omega_i} (\gamma_{ij}) \theta_i + \sum_{j \in \Omega_i} (-\gamma_{ij} \theta_j) \quad (B.6)$$

A expressão (B.6) admite a seguinte representação matricial:

$$P = B \theta \quad (B.7)$$

Onde:

P vetor das injeções líquidas de potência ativa.

θ vetor dos ângulos das tensões nodais.

B matriz de susceptância cujos elementos são:

$$\begin{cases} B_{ij} = -\gamma_{ij} & \text{para } i \neq j \\ B_{ij} = \sum_{j \in \Omega_i} \gamma_{ij} & \text{para } i = j \end{cases}$$

Observa-se que a matriz B da equação (B.7) é singular, pois, como as perdas na transmissão foram desprezadas, a soma dos elementos do vetor P é nula, ou seja, a injeção de potência em uma barra qualquer pode ser obtida a partir da soma algébrica das demais. Para resolver este problema, elimina-se uma das equações do sistema (B.7) e adota-se a barra correspondente como referência angular. Desta forma, esse sistema passa a ser não-singular com dimensão $N - 1$, onde N é o número de barras.

Os ângulos das barras são determinados a partir da solução do sistema, dado um vetor de injeções de potência ativa, especificadas nas $N - 1$ barras. Finalmente, o fluxo de potência f_k em cada circuito k do sistema pode ser calculado a partir da equação (B.5):

$$f_k = \gamma_k (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \quad (B.8)$$

Onde $de(k)$ e $para(k)$ são as barras terminais do circuito k .

C Constante Disjuntiva M

C.1 Introdução

A utilização do modelo de decomposição de Benders em um problema de planejamento da expansão da transmissão com formulação disjuntiva não traz resultados computacionais satisfatórios devido ao valor numérico grande para a constante disjuntiva M . Este valor elevado torna os coeficientes dos cortes de Benders mal-condicionados, dificultando a convergência do algoritmo.

Neste trabalho foi utilizado o cálculo do valor mínimo para a constante disjuntiva que ainda garanta a equivalência entre as formulações disjuntiva e não-linear. Este assunto foi inicialmente estudado em [44], entretanto o valor proposto para a constante disjuntiva ainda era um valor numérico muito grande. Em [23] foi obtida uma significativa redução para o valor da constante, cujo cálculo é apresentado a seguir.

C.2 Cálculo da Constante

Seja $k \in \mathcal{K}_c$ um circuito candidato à expansão de um sistema elétrico representado no problema com formulação linear (0 – 1) disjuntiva (4.12) pelas seguintes restrições lineares:

$$f_{c_k} - \gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq M_k (1 - x_{f_k}) \quad (C.1a)$$

$$f_{c_k} - \gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \geq -M_k (1 - x_{f_k}) \quad (C.1b)$$

$$f_{c_k} - \bar{f}_{c_k} x_{f_k} \leq 0 \quad (C.1c)$$

$$f_{c_k} + \bar{f}_{c_k} x_{f_k} \geq 0 \quad (C.1d)$$

Onde uma constante disjuntiva M_k pode estar associada a cada circuito candidato k .

Conforme discutido na seção 4.3.3, quando a decisão associada ao circuito k é de construí-lo, ou seja, $x_{f_k} = 1$, a constante disjuntiva não tem efeito algum sobre o modelo. Por esta razão, será analisado apenas o caso quando o circuito não é construído, isto é, $x_{f_k} = 0$. Substituindo $x_{f_k} = 0$ nas restrições de limite de fluxo dos circuitos (C.1c) e (C.1d), obtém-se:

$$f_{c_k} \leq 0$$

$$f_{c_k} \geq 0$$

ou seja, $f_{c_k} = 0$. Substituindo agora $f_{c_k} = 0$ nas restrições disjuntivas (C.1a) e (C.1b) e lembrando que $x_{f_k} = 0$, obtém-se:

$$-\gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq M_k \quad (C.2a)$$

$$-\gamma_{c_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \geq -M_k \quad (C.2b)$$

Estas são as restrições que, conforme visto anteriormente, inserem um limite sobre a abertura angular entre as barras terminais $de(k)$ e $para(k)$. O valor de M_k deve ser tal que este limite nunca seja alcançado, caso contrário, podem ser necessários novos investimentos para atender esta restrição. Contudo, estes investimentos não são realmente necessários e teriam sido considerados somente para que o “limite implícito” sobre as aberturas angulares fosse atendido.

Inicialmente será analisado o caso em que o circuito candidato k é uma duplicação de algum circuito já existente na rede, $k \in \mathcal{K}_E$. Neste caso, as restrições do modelo linear (0 – 1) disjuntivo (4.12), sobre o circuito k da rede existente são as seguintes:

$$f_{E_k} - \gamma_{E_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) = 0 \quad (C.3a)$$

$$-\bar{f}_{E_k} \leq f_{E_k} \leq \bar{f}_{E_k} \quad (C.3b)$$

Pela equação (C.3a) sabe-se que o fluxo de potência no circuito existente k pode ser calculado por $f_{E_k} = \gamma_{E_k} (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)})$. Substituindo f_{E_k} na restrição (C.3b), obtém-se:

$$-\frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}} \leq (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq \frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}}$$

que também é um limite imposto pela rede existente sobre a abertura angular entre as barras do circuito candidato k . Considerando $(\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)})$ em (C.2a) e (C.2b), obtém-se:

$$M_k \geq \gamma_{C_k} \frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}}$$

Portanto, pode-se concluir que quando o circuito candidato k é uma duplicação de um circuito da rede existente, a constante disjuntiva M_k pode ser ajustada em um valor que é função das características do circuito existente γ_{E_k} , $\bar{f}_{E_k}$ e do próprio circuito candidato γ_{C_k} .

Analisando agora o caso em que o circuito candidato não é uma duplicação de algum circuito existente, supõe-se que as barras terminais do circuito candidato k são pertencentes a uma rede interconectada, então existe pelo menos uma sequência de circuitos existentes que conectam estas barras. Seja $P_k = \{ k_1, k_2, \dots, k_p \}$ um caminho de circuitos existentes que conectam as barras $de(k)$ e $para(k)$, terminais do circuito candidato k . Então, da mesma forma que quando o circuito candidato k é uma duplicação de um circuito existente, já existe um limite sobre a abertura angular entre as barras terminais do circuito candidato k . Contudo, este limite não é dado por

somente um circuito existente e sim por um conjunto de circuitos existentes. Portanto, pode-se dizer que:

$$-\sum_{k \in P_k} \frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}} \leq (\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)}) \leq \sum_{k \in P_k} \frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}}$$

Logo, o problema passa a ser como encontrar o caminho P de circuitos existentes que conecte as barras terminais $de(k)$ e $para(k)$ do circuito candidato k , ou mais especificamente, como obter o menor limite associado a todos os possíveis caminhos P_k conectando as barras $de(k)$ e $para(k)$. Este problema corresponde a um problema de busca de caminho mínimo em um grafo, no qual o custo associado a cada ramo do grafo é dado por $\frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}}$.

Desta forma, para calcular o menor limite imposto pela rede existente para a abertura angular entre as barras $de(k)$ e $para(k)$, deve-se resolver o seguinte problema de caminho mínimo, sejam p e q são as barras terminais de um circuito existente k :

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & C_{\min} = \sum_{k \in \mathcal{K}_E} \frac{\bar{f}_{E_k}}{\gamma_{E_k}} x_{pq} \\ \text{sujeito a:} \quad & \sum_{q \in \Omega_l} x_{lq} - \sum_{p \in \Omega_l} x_{pl} = \begin{cases} 1 & \text{se } l=de(k) \\ -1 & \text{se } l=para(k) \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \\ & x_{pq} \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Onde Ω_l é o conjunto de barras diretamente conectadas à barra l .

Seguindo o mesmo raciocínio utilizado anteriormente, se substituirmos este limite $C_{\min}$ para $(\theta_{de(k)} - \theta_{para(k)})$ em (C.2a) e (C.2b), obtém-se que:

$$M_k \geq \gamma_{c_k} C_{\min}$$

Resumindo, o valor da constante disjuntiva M_k para um dado circuito candidato k , entre duas barras $de(k)$ e $para(k)$ de uma rede elétrica interconectada pode ser calculado como:

$$M_k \geq \begin{cases} \frac{\gamma_{c_k}}{\gamma_{E_k}} \bar{f}_{E_k} & \text{se } \exists k \in \mathcal{K}_E \\ \gamma_{c_k} C_{\min} & \text{c.c.} \end{cases}$$

D Dados do Sistema Elétrico

Tabela D.2 Dados das Barras

Nome	Região	Distribuição Demanda
GCH-069	Santa Cruz	28.13%
GCH-230	Santa Cruz	
CAR-230	Santa Cruz	
URU-230	Santa Cruz	
PER-230	Peru	21.53%
KEN-115	La Paz	19.41%
MIG-069	La Paz	
ZON-115	La Paz	
CHJ-115	La Paz	
SEN-115	La Paz	
SE2-115	La Paz	
SEN-230	La Paz	
ARO-115	Cochabamba	9.5%
VHE-115	Cochabamba	2.5%
CHI-230	Cochabamba	0.36%
SJO-230	Cochabamba	
SJO-115	Cochabamba	
SIS-115	Cochabamba	
COR-115	Cochabamba	
VHE-230	Cochabamba	
SAN-230	Cochabamba	
KAN-115	Cochabamba	
SIS-105	Cochabamba	
COR-105	Cochabamba	
PUN-230	Potosi	5.56%
ARJ-069	Potosi	2.33%
POT-069	Potosi	1.64%
PUN-069	Potosi	1.05%
DDI-069	Potosi	0.29%
OCU-115	Potosi	0.03%
POT-115	Potosi	
KAR-069	Potosi	
MAR-069	Potosi	
SCR-230	Potosi	

Nome	Região	Distribuição Demanda
SCR-069	Potosi	
YUR-069	Potosi	
VIN-069	Oruro	3.47%
CAT-069	Oruro	0.80%
COB-115	Oruro	0.70%
VIN-115	Oruro	0.07%
SAC-115	Oruro	
CAT-115	Oruro	
VIN-230	Oruro	
TAR-115	Tarija	1.99%
TAR-230	Tarija	
TRI-115	Trinidad	0.64%

Tabela D.3 Dados de Demanda (GWh)

Mês/Ano	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Janeiro	311	322	334	391	539	554	570
Fevereiro	288	298	309	361	495	509	523
Março	324	336	348	406	555	570	587
Abril	308	319	331	386	530	545	560
Maio	306	317	362	385	532	547	563
Junho	305	315	360	382	525	540	556
Julho	314	326	372	395	543	558	574
Agosto	316	327	373	397	545	560	576
Setembro	319	330	375	398	542	558	574
Outubro	331	343	390	414	563	579	596
Novembro	317	329	374	397	541	556	572
Dezembro	331	343	389	414	563	579	596
TOTAL	3770	3907	4317	4726	6472	6657	6848

Tabela D.4 Dados de Geração Hidroelétrica Existente

Nome	Barra	Turbinamento Máximo (m3/s)	Fator de Produção (MW/m3/s)	Capacidade (MW)
SIS	SIS-105	10.4	5.78	60.4
COR	COR-105	10.7	4.43	47.4
KAN	KAN-115	0.8	8.35	6.7
MIG	MIG-069	0.8	2.90	2.2
ANGLG	MIG-069	2.0	0.00	0.0
ANG	MIG-069	0.9	3.45	3.2
CHO	MIG-069	1.8	3.05	5.5
CRBLG	MIG-069	0.4	0.00	0.0

Nome	Barra	Turbinamento Máximo (m3/s)	Fator de Produção (MW/m3/s)	Capacidade (MW)
CRB	MIG-069	2.4	2.19	5.3
ZON	ZON-115	3.4	2.75	9.2
TIQLG	ZON-115	1.0	0.00	0.0
TIQ	ZON-115	2.2	3.81	8.4
BOT	ZON-115	2.5	2.48	6.2
CUT	ZON-115	3.8	4.97	18.8
SR01	ZON-115	3.8	0.97	3.7
SR02	ZON-115	1.2	3.92	4.7
SAI	ZON-115	5.1	1.77	9.0
CHU	ZON-115	9.4	2.34	22.1
HAR	ZON-115	10.6	2.16	23.0
CAH	ZON-115	13.4	1.77	23.8
HUA	ZON-115	14.3	1.84	26.4
CHJ0	ZON-115	0.4	3.18	1.4
CHJ2	CHJ-115	7.4	4.40	32.6
YAN	CHJ-115	11.5	3.90	44.7
CHJ1	CHJ-115	0.8	1.00	0.8
KIL	YUR-069	5.6	1.79	10.0
LAN	YUR-069	5.0	0.91	4.5
PUN	YUR-069	3.7	0.56	2.1

Tabela D.5 Dados de Geração Térmica Existente

Nome	Barra	Capacidade (MW)	Custo Ope. (\$/MWh)
GCH1	GCH-069	17.1	16.8
GCH2	GCH-069	15.0	18.9
GCH4	GCH-069	15.3	19.2
GCH6	GCH-069	16.0	19.0
GCH7	GCH-069	16.5	16.6
GCH8	GCH-069	17.2	16.4
GCH9	GCH-069	45.9	13.9
GCH10	GCH-069	46.1	13.9
BUL1	CAR-230	35.3	11.8
BUL2	CAR-230	35.3	11.8
CAR1	CAR-230	42.9	13.2
CAR2	CAR-230	42.9	13.2
VHE1	VHE-115	14.1	18.0
VHE2	VHE-115	14.2	18.0
VHE3	VHE-115	14.2	18.0
VHE4	VHE-115	14.2	18.0
KEN1	KEN-115	7.1	18.7
KEN2	KEN-115	7.1	18.7
KAR	KAR-069	10.7	15.1

Nome	Barra	Capacidade (MW)	Custo Ope. (\$/MWh)
ARJ8	ARJ-069	14.4	15.4
ARJ1	ARJ-069	2.2	34.4
ARJ2	ARJ-069	2.2	34.4
ARJ3	ARJ-069	2.2	34.4
ARJ5	ARJ-069	2.2	35.7
ARJ6	ARJ-069	2.2	35.7

Tabela D.6 Dados de Geração Térmica Candidata

Nome	Barra	Capacidade (MW)	Custo Ope. (\$/MWh)	Custo Inv. (\$/KW)
ARJ 1Fut8	ARJ-069	44.1	13.2	571
ARJ Fut CC	ARJ-069	65.8	9.5	383
ARJ Fut8	ARJ-069	44.1	13.2	1274
BUL Fut CC	CAR-230	65.8	9.7	383
BUL Fut1	CAR-230	44.1	13.6	600
CAR Fut CC	CAR-230	65.8	9.8	600
CAR Fut1	CAR-230	44.1	13.7	571
GCH 1Fut1	GCH-069	44.1	13.9	571
GCH 2Fut1	GCH-069	44.1	13.9	571
GCH 3Fut1	GCH-069	44.1	13.9	1274
GCH 4Fut1	GCH-069	44.1	13.9	571
GCH 5Fut1	GCH-069	44.1	13.9	600
GCH 6Fut1	GCH-069	44.1	13.9	600
GCH CC 1Fut	GCH-069	65.8	10.0	854
GCH CC 2Fut	GCH-069	65.8	10.0	383
GCH Fut CC	GCH-069	65.8	10.0	383
GCH Fut1	GCH-069	44.1	13.9	571
KAR Fut CC	KAR-069	65.8	9.5	383
KAR Fut1	KAR-069	44.1	13.2	571
KEN Fut CC	KEN-115	52.6	10.2	479
KEN Fut1	KEN-115	35.3	14.2	714
TAR 1Fut1	TAR-115	44.1	15.1	571
TAR Fut1	TAR-115	44.1	15.1	571
VHE 1Fut CC	VHE-115	65.8	10.0	383
VHE 1Fut1	VHE-115	44.1	13.9	571
VHE 2Fut1	VHE-115	44.1	13.2	571
VHE 3Fut1	VHE-115	44.1	9.5	800
VHE 4Fut1	VHE-115	44.1	13.2	800
VHE 5Fut1	VHE-115	44.1	9.7	800
VHE 6Fut2	VHE-115	44.1	13.6	1800

Tabela D.7 Dados de Circuitos Existentes

Barra De	Barra Para	Capacidade (MW)	Reatância (%)
GCH-230	GCH-069	71	10.7
GCH-230	CAR-230	130	13.7
CAR-230	CHI-230	130	5.7
CHI-230	SJO-230	130	6.0
SJO-230	SJO-115	71	8.0
SJO-230	VHE-230	130	4.7
SJO-115	SIS-115	74	2.9
SIS-115	COR-115	74	2.0
SIS-115	ARO-115	74	13.7
COR-115	VHE-115	74	13.1
VHE-115	ARO-115	74	1.7
VHE-115	COB-115	74	13.7
VHE-115	VIN-115	74	47.2
SAN-230	VIN-230	130	9.8
COB-115	SAC-115	74	12.6
SAC-115	CAT-115	74	13.0
CAT-115	CAT-069	24	9.8
CAT-115	OCU-115	34	31.2
CAT-115	VIN-115	74	24.5
VIN-115	VIN-069	23.75	10.0
VIN-230	VIN-115	95	8.5
OCU-115	POT-115	34	26.9
POT-115	POT-069	24	23.6
POT-069	KAR-069	23	8.8
KAR-069	DDI-069	17	14.0
DDI-069	MAR-069	14	27.4
MAR-069	ARJ-069	13	37.6
VIN-069	MIG-69	20	53.8
KEN-115	ZON-115	183.3	12.4
POT-069	PUN-069	30	61.5
GCH-230	GCH-069	71	11.1
VHE-230	SAN-230	130	1.5
KEN-115	CHJ-115	84	24.2
PUN-069	YUR-069	30	27.4
ARO-115	KAN-115	20	160.4
SIS-115	SIS-105	85	11.7
COR-115	COR-105	57	16.4
CAR-230	URU-230	130	13.2
VIN-115	SEN-115	106	62.9
SEN-115	KEN-115	74	2.0
SEN-115	KEN-115	106	2.5
VHE-115	VHE-230	143	8.8
VIN-115	VIN-069	24	10.0
VIN-230	SEN-230	130	15.1
SE2-115	SEN-115	130	2.3
SE2-115	SEN-230	143	8.8

Barra De	Barra Para	Capacidade (MW)	Reatância (%)
SAN-230	SCR-230	130	21.2
SCR-230	SCR-069	71	10.7
SCR-230	PUN-230	130	13.9
SCR-069	ARJ-069	44	12.6
PER-230	SEN-230	300	21.2
URU-230	GCH-069	74	6.0
PUN-230	PUN-069	74	10.7

Tabela D.8 Dados de Circuitos Candidatas

Barra De	Barra Para	Capacidade (MW)	Reatância (%)	Custo Inv. (M\$)
SCR-230	SCR-069	74	10.7	2.6
SCR-069	ARJ-069	20	6.1	0.8
SCR-230	PUN-230	130	13.9	16.7
PUN-230	PUN-069	74	10.7	22.9
CAR-230	VHE-230	130	16.1	4.6
PUN-230	TAR-230	130	8.8	26.4
TAR-230	TAR-115	143	8.8	20.6
TRI-115	CHJ-115	74	21.2	28.7
VIN-230	SEN-230	130	15.1	29.7
SE2-115	SEN-115	130	2.3	1.4
SE2-115	SEN-230	143	8.8	1.4
CAR-230	URU-230	130	13.2	5.2
SAN-230	SCR-230	130	21.2	22.9
VIN-230	PUN-230	130	21.2	21.9
VHE-230	SAN-230	130	1.5	35.5
GCH-230	CAR-230	130	13.7	2.0
CAR-230	VHE-230	130	16.1	34.8
SEN-115	KEN-115	130	2.5	9.6
SAN-230	VIN-230	130	9.8	11.2
VHE-115	ARO-115	74	1.7	1.4
SEN-115	KEN-115	130	2.5	1.4
SE2-115	SEN-115	130	2.3	1.4
SE2-115	SEN-230	143	8.8	16.7
VIN-230	SEN-230	130	15.1	11.2
SAN-230	VIN-230	130	9.8	9.6
VHE-230	SAN-230	130	1.5	2.0