

**MODELO DE EQUIVALENTE DE REDE GENERALIZADO APLICADO AO
DESPACHO DE GERAÇÃO COM RESTRIÇÃO NA TRANSMISSÃO**

Fernanda Souza Thomé

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE
ELETROTÉCNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO
ELETRICISTA

Aprovado por:

Eng. Luiz Maurício da Silva Thomé (Orientador)

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.
(Co-orientador)

Prof.^a Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.

Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
JUNHO DE 2005

Sumário

Resumo	v
1 Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Descrição do Trabalho	3
2 Modelo Linear Clássico de Equivalentes de Rede	5
2.1 Introdução	5
2.2 Equivalente Ward: Modelo Linear	6
2.3 Obtenção de Equivalentes por Eliminação de Gauss	9
3 Fluxo de Potência Linearizado	11
4 Despacho Ótimo de Geração com Restrição na Transmissão	15
4.1 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	15
4.1.1 Primeira Lei de Kirchhoff	15
4.1.2 Segunda Lei de Kirchhoff	16
4.2 Formulação	17
4.3 Esquema de Solução	20
4.4 Algoritmo de Solução	21
5 Despacho Ótimo de Geração com Restrição na Transmissão para Rede Reduzida	23
5.1 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	24
5.2 Formulação	26
5.3 Esquema de Solução	28
5.4 Algoritmo de Solução	29
5.5 Exemplo	31
5.5.1 Despacho de geração com restrição na transmissão da rede completa	33
5.5.2 Despacho de geração com restrição na transmissão da rede reduzida	38
6 Estudo de Caso - Brasil	45
6.1 Despacho da Rede Completa	46
6.2 Despacho da Rede Reduzida	46
6.3 Resultados	48

7	Conclusão	51
7.1	Trabalhos Futuros	52
A	Introdução a Programação Linear	53
B	Código Fonte do Modelo de Programação Linear	57
B.1	Modelo de Despacho de Geração da Rede Completa	57
B.2	Modelo de Despacho de Geração da Rede Reduzida	61
	Referências Bibliográficas	67

Lista de Figuras

1.1	Decomposição de uma Rede em Externa, Fronteira e Interna	2
1.2	Fronteira interna	2
1.3	Fronteira externa	2
2.1	Rede reduzida formada pela rede de interesse e pelo equivalente externo	8
2.2	Eliminação de Gauss da submatriz de admitância nodal	10
4.1	Esquema de Solução	20
5.1	Eliminação da rede externa	26
5.2	Esquema de Solução	29
5.3	Exemplo de Rede Interligada	31
5.4	Rede Reduzida	38
5.5	Estado Final da Rede	44
6.1	Rede Completa do Sistema	47
6.2	Rede de Interesse - Regiões Norte e Nordeste	48
6.3	Fronteira entre as Regiões Norte, Nordeste e Sudeste	49

Lista de Tabelas

5.1	Dados dos Geradores	32
5.2	Dados dos Circuitos	32
5.3	Fluxo dos Circuitos	34
5.4	Fluxo dos Circuitos	36
5.5	Fluxo dos Circuitos	37
5.6	Fluxo dos Circuitos	40
5.7	Fluxo dos Circuitos	41
5.8	Fluxo dos Circuitos	43
6.1	Subsistemas do Sistema Elétrico Brasileiro	45
6.2	Número de Elementos da Rede Completa	46
6.3	Número de Elementos da Rede Reduzida	48
6.4	Despacho Ótimo do Sistema Elétrico Brasileiro	49
6.5	Circuitos Monitorados Incluídos no Modelo	50
6.6	Circuitos com Restrição Ativa	50

RESUMO

O objetivo deste trabalho consiste em descrever a aplicação de equivalentes externos em despachos de geração ótimos de sistemas elétricos de potência considerando restrições na rede de transmissão. Para isso, é apresentado um esquema que alterna a solução da rede elétrica e o cálculo do despacho econômico. Para a solução da rede é utilizado um modelo linearizado para o cálculo de um fluxo de potência (fluxo de potência CC). O cálculo do despacho ótimo de geração é realizado através de um modelo de programação linear utilizando técnicas de relaxação. Adicionalmente, a metodologia apresentada tem como aspectos importantes permitir o despacho de geração nas barras da rede externa e a monitoração de circuitos desta região.

Agradecimentos

À minha família, por toda a dedicação, estímulo e cuidado indispensáveis à conclusão deste trabalho.

Ao meu namorado, Luiz Carlos da Costa Jr., por toda a ajuda, conselhos e correções durante a implementação deste trabalho, e por toda paciência e compreensão.

Ao Mario Veiga Pereira pelo incentivo técnico, ao Silvio Binato, Gerson Couto e aos meus colegas da PSR Consultoria e Mercados de Energia por todo o apoio em cada etapa do desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores do Departamento de Engenharia Elétrica por todos os ensinamentos e disciplina que constituem a base da minha formação. Ao Professor Antônio Carlos Siqueira de Lima, pela dedicação e demonstração de amizade.

Aos meus amigos André Dias, Bruno Borba, Carlos Eduardo Pereira, Fabíola Ferreira, Fernando Giffoni, Marcelo Pires, Rafael Brunoni, Rafael Ramos, Renato Padilha, Renata Casanova, Renata Cassandra, Ricardo Pinto, Rodrigo Carvalhal, Rodrigo Ribeiro, Thatiana Justino e Tiago Santana por todas as contribuições durante o curso de graduação.

Aos meus queridos amigos, Felipe Gullo, Gustavo Audi, Gustavo Wo, Juliana Netto, Letícia Fonti, Maitê Avena e Rodrigo Nunes pelos momentos de descontração.

Capítulo 1

Introdução

A modelagem adequada da rede de transmissão de um sistema elétrico em um despacho hidrotérmico consiste em um assunto de grande interesse mundial. Apesar de existirem modelos computacionais capazes de incluir restrições de transmissão para um estudo de cálculo de custo de operação, é necessário representar o modelo da rede completa, mesmo quando o objetivo do estudo está concentrado em determinada parte do sistema.

Por exemplo, no caso de um estudo de aumento da capacidade da transmissão efetuado para as regiões norte e nordeste do Brasil, os resultados mais importantes estão concentrados em uma rede modelada com aproximadamente 600 barras e 900 circuitos. Entretanto, devido ao fato de que o sistema elétrico do país é interconectado, faz-se necessário, para as aplicações computacionais atuais, representar as 2700 barras e 4000 circuitos adicionais que modelam as demais regiões. Esta modelagem aumenta desnecessariamente o esforço computacional para a solução do problema, bem como dificulta a manipulação dos dados e a visualização dos resultados.

Este esforço é tradicionalmente aliviado utilizando-se o chamado “modelo de equivalente de rede”. De uma maneira geral, um sistema elétrico de potência interligado pode ser dividido em três regiões definidas pelas redes externa, fronteira e interna, como ilustra a figura 1.1.

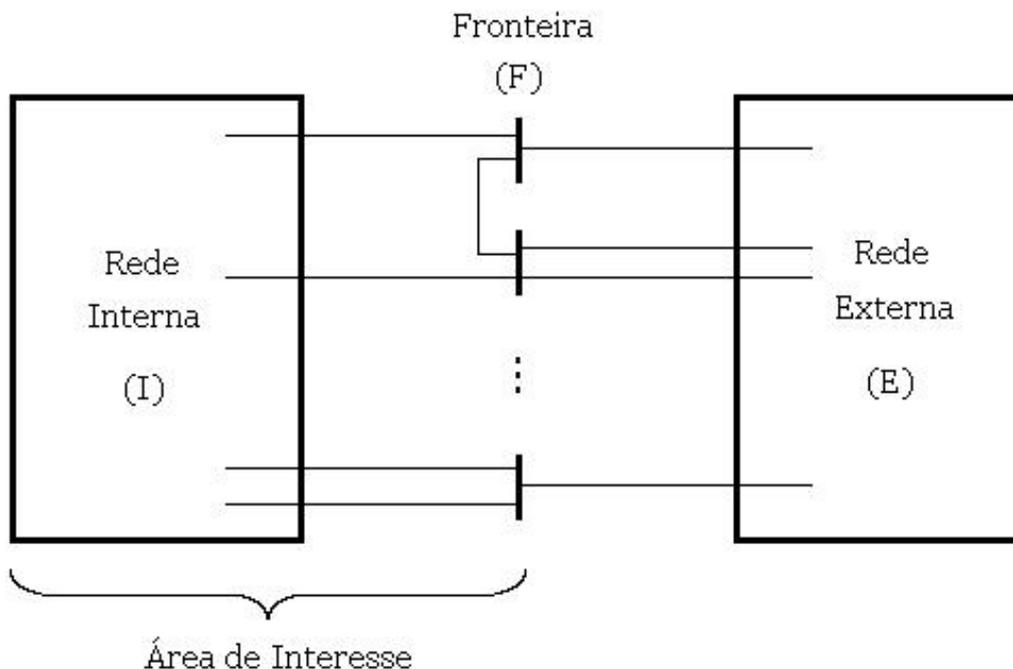


Figura 1.1: Decomposição de uma Rede em Externa, Fronteira e Interna

A rede interna, juntamente com a fronteira, constitui a área de interesse ou observável de um estudo e deve ser modelada em detalhes. A rede externa restante constitui o sistema que deve ser representado mediante um sistema equivalente ligado às barras fronteiras.

A fronteira é classificada como sendo interna se as barras fronteiras são definidas como sendo barras do sistema interno conectadas a barras do sistema externo; e é externa se são definidas como sendo barras do sistema externo conectadas a barras do sistema interno.

As figuras 1.2 e 1.3 mostram os tipos de fronteiras: interna e externa.

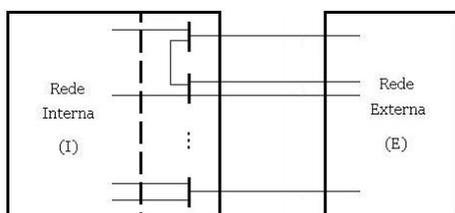


Figura 1.2: Fronteira interna

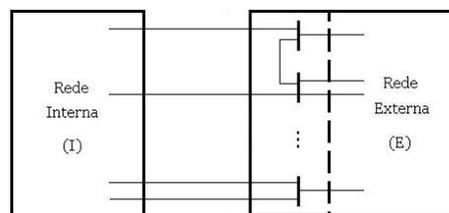


Figura 1.3: Fronteira externa

Este modelo visa representar implicitamente o comportamento da rede externa através de uma combinação de injeções nas barras fronteiras, e a introdução de

circuitos equivalentes entre essas barras.

Desta forma, o estudo do sistema elétrico brasileiro sugerido anteriormente poderia ser realizado utilizando um modelo resultante reduzido da rede composto das barras internas do sistema e das barras fronteiras com as respectivas injeções equivalentes. Neste caso, a topologia desta rede seria definida pelos circuitos internos e os circuitos equivalentes, entre barras fronteiras, obtidos a partir da eliminação da rede externa.

1.1 Motivação

O modelo equivalente de rede, denominado equivalente estático possui a grande limitação de considerar fixas todas as gerações e cargas das barras que constituem a rede externa. Em outras palavras, o equivalente estático não é capaz de modelar a variação do despacho de geração da rede externa, que consiste em uma característica importante de sistemas hidrotérmicos compostos de diferentes bacias hidrográficas.

Uma outra limitação deste modelo é a impossibilidade de representação de limites de carregamento dos circuitos que constituem a rede externa, pois o seu objetivo principal é a redução do esforço computacional para a solução do problema e, em consequência, a perda de determinadas propriedades da rede original.

A metodologia proposta utiliza um modelo de equivalente de rede generalizado aplicado à formulação de um problema de despacho ótimo de geração com restrição na transmissão [1], e que possui a vantagem de permitir o despacho de geração nas barras externas e monitoração de alguns circuitos externos, tornando ainda mais atraente a utilização de uma rede reduzida.

1.2 Descrição do Trabalho

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica do modelo linear de equivalente de rede desenvolvido por Ward e descreve o método de obtenção dos equivalentes

externos através da Eliminação de Gauss.

O capítulo 3 trata da obtenção de equivalentes utilizando-se um modelo de fluxo de potência linearizado.

O capítulo 4 apresenta a formulação de um problema de despacho ótimo de geração, com restrições de transmissão, representado através de um modelo de programação linear.

O capítulo 5 trata da formulação do problema de despacho ótimo de geração para sistemas que possuem equivalentes externos, mas que permitem o despacho de geração na rede externa e a monitoração de circuitos selecionados nesta região, enquanto mantém as vantagens de redução da rede. Basicamente, é demonstrado que as injeções equivalentes e os fluxos nos circuitos externos podem ser modelados como combinações lineares das variáveis de despacho de geração e das cargas. Este capítulo apresenta ainda um exemplo simplificado para demonstração do algoritmo de solução do problema.

O capítulo 6 apresenta um sistema de potência interligado real que será utilizado para comparar os resultados obtidos a partir de despachos econômicos com restrição na transmissão utilizando os modelos descritos no capítulo 4.

Finalmente, o capítulo 7 apresenta as considerações finais sobre o modelo e propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelo Linear Clássico de Equivalentes de Rede

2.1 Introdução

Os estudos de planejamento da expansão e operação de sistemas de energia estão frequentemente relacionados a manipulação de dados envolvendo grandes redes elétricas interconectadas. Para estes estudos, regiões da rede podem ser representadas pelos equivalentes externos, mantendo retidas as regiões do sistema que requerem análises mais detalhadas.

Os problemas de análise de redes, como o problema de despacho de geração, normalmente exigem uma seqüência de soluções de fluxo de potência. Para esta categoria de problemas, onde são necessárias soluções repetidas de casos semelhantes, o procedimento adotado pode seguir a seguinte metodologia:

- determinar de uma solução inicial para a rede completa, denominada caso base;
- obter uma rede reduzida composta da rede de interesse e do equivalente externo;
- analisar a seqüência de casos utilizando-se este modelo reduzido.

O objetivo básico de um equivalente externo é representar o comportamento da rede externa quando ocorrem alterações na área de interesse. Para algumas alterações internas, as reações externas podem ser insignificantes, porém, para outras, principalmente as que ocorrem nas proximidades da fronteira, essas reações geralmente são importantes e exigem a utilização de equivalentes mais precisos para representá-las.

Uma solução trivial para o problema de equivalentes externos seria desligar a rede externa e substituir os fluxos entre as barras fronteiras e as barras externas por injeções adicionais nas barras fronteiras. No entanto, este tipo de equivalente produziria resultados menos precisos já que a rede externa, substituída por injeções constantes, não reagiria diante de alterações internas, afetando, portanto, o estado calculado. Em outras palavras, para a rede original observa-se que uma perturbação na área de interesse provoca alterações nos fluxos de potência nas linhas que ligam as fronteiras às barras externas, portanto, a substituição de toda a rede externa pelas injeções equivalentes originaria um modelo de rede no qual os intercâmbios entre as barras fronteiras e a rede externa são considerados sempre constantes, não traduzindo a realidade.

2.2 Equivalente Ward: Modelo Linear

Pesquisas desenvolvidas por S. Deckmann e outros [2–4], indicaram que a redução da rede pelo método de Ward [5] é mais vantajosa que outros métodos no que diz respeito aos resultados obtidos com baixo esforço computacional.

Tendo em vista que são conhecidos os parâmetros de toda a rede, assim como a sua topologia, o método clássico de determinação de equivalentes externos, desenvolvido por Ward, considera, inicialmente, um modelo linear cuja relação entre as correntes nodais e as tensões nodais são representadas segundo a equação 2.1.

$$Y\mathbf{E} = \mathbf{I} \quad (2.1)$$

onde

Y matriz $N \times N$ de admitância nodal, sendo N o número de nós

\underline{E} vetor de dimensão N das tensões nodais

\underline{I} vetor de dimensão N das injeções nodais de corrente

De acordo com a divisão da rede apresentada na figura 1.1, as equações nodais de 2.1 podem ser reescritas de acordo com a equação 2.2.

$$\left(\begin{array}{c|c|c} Y_{EE} & Y_{EF} & 0 \\ \hline Y_{FE} & Y_{FF} & Y_{FI} \\ \hline 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} \underline{E}_E \\ \underline{E}_F \\ \underline{E}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{I}_E \\ \underline{I}_F \\ \underline{I}_I \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Explicitando \underline{E}_E a partir da primeira equação do sistema 2.2, obtém-se a equação 2.3.

$$\underline{E}_E = Y_{EE}^{-1} (\underline{I}_E - Y_{EF} \underline{E}_F) \quad (2.3)$$

Substituindo \underline{E}_E na segunda equação do sistema 2.2 obtém-se o sistema reduzido descrito pelo sistema de equações 2.4.

$$\underbrace{\left(\begin{array}{c|c} Y_{FF}^{eq} & Y_{FI} \\ \hline Y_{IF} & Y_{II} \end{array} \right)}_{Y_R} \begin{pmatrix} \underline{E}_F \\ \underline{E}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{I}_F^{eq} \\ \underline{I}_I \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

onde

$$Y_{FF}^{eq} = Y_{FF} - Y_{FE} Y_{EE}^{-1} Y_{EF} \quad (2.5)$$

$$\underline{I}_F^{eq} = \underline{I}_F - Y_{FE} Y_{EE}^{-1} \underline{I}_E \quad (2.6)$$

O sistema de equações reduzido 2.5 e 2.6 só envolve as variáveis de estado da rede de interesse e pode ser associada à rede ilustrada na figura 2.1.

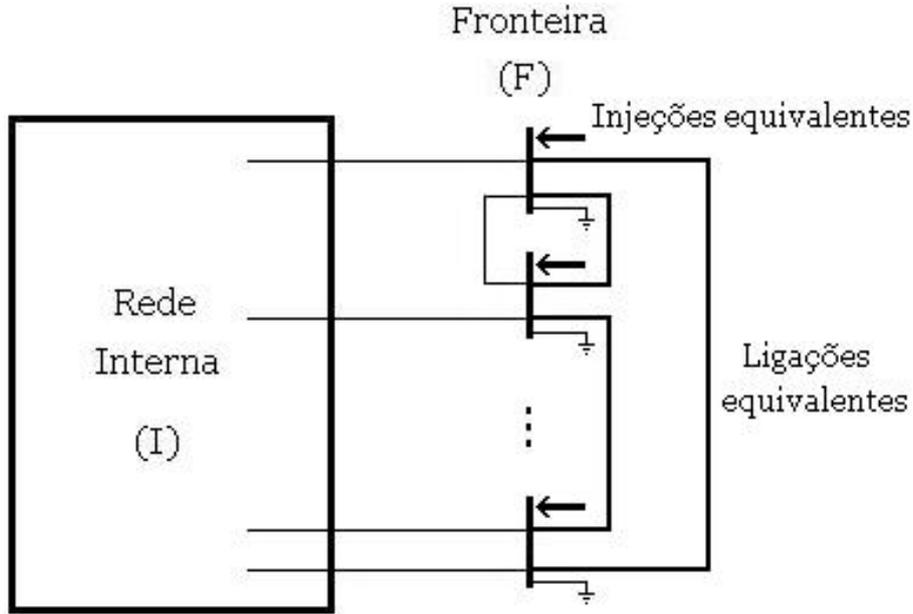


Figura 2.1: Rede reduzida formada pela rede de interesse e pelo equivalente externo

A matriz Y_{FF}^{eq} contém as admitâncias das ligações existentes entre as barras fronteiras e as admitâncias shunt existentes nas barras fronteiras (Y_{FF}), e os elementos equivalentes que aparecem devido ao processo de redução ($-Y_{FE}Y_{EE}^{-1}Y_{EF}$).

O vetor \underline{I}_F^{eq} contém as injeções de correntes existentes nas barras fronteiras (\underline{I}_F), e as injeções equivalentes correspondentes à distribuição das injeções externas ($-Y_{FE}Y_{EE}^{-1}\underline{I}_E$) nas barras fronteiras. Portanto, a matriz de distribuição ($-Y_{FE}Y_{EE}^{-1}$) representa a maneira pela qual as injeções externas \underline{I}_E se dividem entre as barras fronteiras.

Desta forma, uma rede externa pode ser substituída por um conjunto de admitâncias interligando as barras fronteiras e um conjunto de injeções de corrente nessas barras. No caso particular da fronteira ter apenas duas barras, e uma delas ser considerada como referência, os resultados obtidos anteriormente correspondem ao Teorema de Norton (uma admitância equivalente e uma injeção de corrente).

As injeções equivalentes \underline{I}_F^{eq} , dadas pela expressão 2.6, podem também ser determinadas a partir da expressão 2.4:

$$\underline{I}_F^{eq} = Y_{FF}^{eq}\underline{E}_F + Y_{FI}\underline{E}_I \quad (2.7)$$

Para sistemas com um grande número de barras, a obtenção da matriz Y_{EE}^{-1} pode ser computacionalmente inviável e, por esse motivo, utiliza-se o método da eliminação de Gauss apresentado a seguir.

2.3 Obtenção de Equivalentes por Eliminação de Gauss

O equivalente externo é obtido através da eliminação dos coeficientes de \underline{E}_E nas equações do sistema 2.2, ou seja, através da manipulação da matriz de tal forma a tornar nulos os elementos triangulares inferiores de Y_{EE} e os elementos de Y_{FE} . Esta manipulação envolve operações lineares sucessivas entre as linhas destas matrizes e consiste no método de eliminação de Gauss.

Após a eliminação, a equação 2.2 assume a forma da equação 2.8.

$$\left(\begin{array}{c|c|c} U_{EE} & U_{EF} & 0 \\ \hline 0 & Y_{FF}^{eq} & Y_{FI} \\ \hline 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} \underline{E}_E \\ \underline{E}_F \\ \underline{E}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{I}'_E \\ \underline{I}_F^{eq} \\ \underline{I}_I \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

onde a matriz triangular superior U_{EE} e a matriz U_{EF} são as matrizes correspondentes à eliminação dos elementos triangulares inferiores de Y_{EE} e dos elementos de Y_{FE} .

Pode-se notar que as matrizes Y_{FI} , Y_{IF} e Y_{II} não são afetadas pelo processo de redução, da mesma forma que o vetor \underline{I}_I . A redução da rede externa só modifica as admitâncias entre barras fronteiras e as injeções de corrente nessas barras. Desta forma, o processo de redução indicado pelo sistema 2.8 e, conseqüentemente, a obtenção das matrizes Y_{FF}^{eq} e I_F^{eq} envolvem somente a submatriz de admitância nodal correspondente à rede externa e à fronteira, como pode ser observado na figura 2.2.

Visando-se ainda uma maior facilidade na obtenção das admitâncias dos circuitos equivalentes que interligam as barras fronteiras, são omitidos da matriz Y_{FF} os circuitos existentes entre estas barras. Esta técnica tem como finalidade preservar

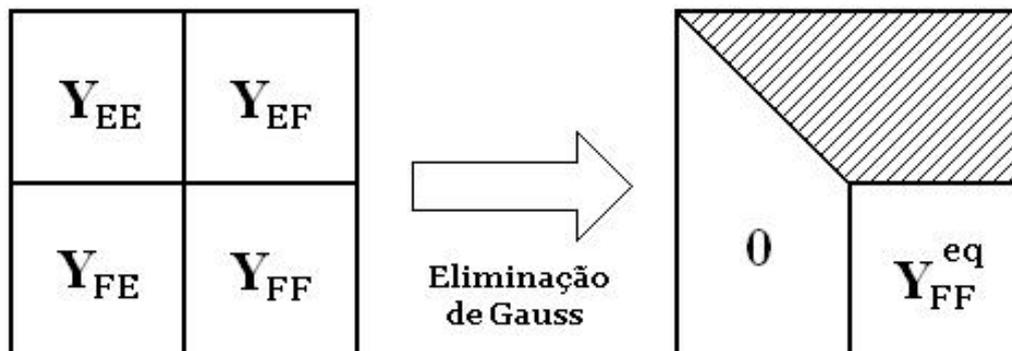


Figura 2.2: Eliminação de Gauss da submatriz de admitância nodal

a identidade dos circuitos do sistema original, tornando possível fazer a distinção entre os circuitos existentes e os circuitos equivalentes.

As matrizes do sistema 2.2, em geral, são esparsas e, portanto, as operações de pivoteamento tornam-se mais eficientes se realizadas de maneira ordenada, procurando-se, a cada passo, aplicar a eliminação de Gauss à coluna com o menor número de elementos não nulos. Isto corresponde a uma renumeração dos nós segundo a ordem de pivoteamento¹. Este processo de ordenação otimizada é responsável por uma diminuição dos requisitos de armazenamento, uma vez que reduz o número de *fill-in* durante o processo de fatoração.

Após a realização do processo de eliminação de Gauss, a matriz Y_{FF}^{eq} obtida pode tornar-se muito densa, uma vez que a eliminação dos nós externos pode conduzir a uma rede composta das barras fronteiras fortemente interconectadas, afetando a esparsidade da matriz Y_R do sistema reduzido. Este efeito pode ser atenuado desprezando-se as ligações com impedâncias maiores que um determinado valor, pois a variação dos fluxos nestes circuitos são geralmente muito pequenas. Outra técnica também utilizada é a retenção de algumas barras externas que, devido à topologia da rede, preservam a característica esparsa da matriz.

Uma vez determinada a matriz Y_{FF}^{eq} , pode-se calcular o vetor das injeções equivalentes I_F^{eq} a partir da equação 2.7.

¹Esta metodologia foi desenvolvida por W. Tinney [6, 7] e é denominada “Esquema 2” de ordenação

Capítulo 3

Fluxo de Potência Linearizado

O cálculo de fluxo de potência [8] em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede, da distribuição dos fluxos e de algumas outras grandezas de interesse. Nesse tipo de problema, a modelagem do sistema é estática, o que significa que a rede é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas. Esse tipo de representação é utilizado em situações nas quais as variações com o tempo são suficientemente lentas para que se possa ignorar os efeitos transitórios eletromecânicos ou eletromagnéticos.

As equações básicas do fluxo de potência são obtidas impondo-se a conservação das potências ativa e reativa em cada nó (ou barra) da rede, isto é, a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem pelas linhas que têm este nó como um de seus terminais. Isso equivale a impor a Primeira Lei de Kirchhoff. A Segunda Lei de Kirchhoff é utilizada para expressar os fluxos de potência nas linhas como funções das tensões de seus nós terminais.

As injeções de potência ativa e reativa podem ser obtidas pelas equações 3.1 e 3.2:

$$P_i = E_i \sum_{j \in \Omega_i} E_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.1)$$

$$Q_i = E_i \sum_{j \in \Omega_i} E_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.2)$$

onde

Ω_i	conjunto de barras j adjacentes à barra i , incluindo a própria barra i
P_i	injeção de potência ativa na barra i
Q_i	injeção de potência reativa na barra i
E_i	magnitude da tensão da barra i
θ_i	ângulo da tensão da barra i
$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$	elemento (i, j) da matriz de admitância nodal

O fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à abertura angular na linha e se desloca no sentido do maior para o menor ângulo. Esta propriedade possibilita o desenvolvimento de um modelo aproximado, chamado, fluxo de potência linear [9, 10], que permite estimar, com baixo custo computacional e precisão aceitável para muitas aplicações¹, a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão.

Para a validação do modelo, as seguintes aproximações devem ser introduzidas:

- as barras são consideradas com magnitudes de tensão constantes e unitárias;
- $|b_{ij}| \gg |g_{ij}|$;
- $\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}$.

Neste caso, a expressão 3.1 pode ser reescrita segundo a equação 3.3.

$$P_i = \sum_{j \in \Omega_i} b_{ij}(\theta_i - \theta_j) \quad (3.3)$$

Colocando-se na forma matricial, obtém-se a equação 3.4.

$$B\underline{\theta} = \underline{P} \quad (3.4)$$

¹Aplicações cujas incertezas associadas são elevadas em relação à precisão dos resultados obtidos com as simplificações adotadas, por exemplo, modelos a longo prazo.

onde

$\underline{\theta}$ vetor de dimensão N com os ângulos das tensões nodais (N número de nós)

\underline{P} vetor de dimensão N com as injeções líquidas de potência ativa nos nós

B matriz $N \times N$ de admitância nodal

$$\begin{aligned} B_{ij} &= -b_{ij} \\ B_{ii} &= \sum_{j \in \Omega_i} b_{ij} \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde b_{ij} é a susceptância da linha que conecta a barra i à barra j .

A matriz B da equação 3.4 é singular, pois, como as perdas de transmissão foram desprezadas, a soma dos componentes de \underline{P} é nula, ou seja, a injeção de potência em uma barra qualquer pode ser obtida a partir da soma algébrica das demais. Para resolver este problema, elimina-se uma das equações do sistema 3.4 e adota-se uma barra denominada s como referência angular ($\theta_s = 0$). Desta forma, esse sistema passa a ser não-singular com dimensão $N-1$ e os ângulos dessas $N-1$ barras podem ser determinados a partir da solução deste sistema linear.

Considerando agora o sistema interligado representado na figura 1.1 e utilizando a nomenclatura definida no capítulo 2, a equação 3.4 pode ser reescrita pela equação 3.6.

$$\left(\begin{array}{c|c|c} B_{EE} & B_{EF} & 0 \\ \hline B_{FE} & B_{FF} & B_{FI} \\ \hline 0 & B_{IF} & B_{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} \underline{\theta}_E \\ \underline{\theta}_F \\ \underline{\theta}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{P}_E \\ \underline{P}_F \\ \underline{P}_I \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Após a eliminação dos nós externos, utilizando o método de eliminação de Gauss apresentado no capítulo 2, obtém-se o modelo de fluxo de potência linearizado para o sistema reduzido [11]:

$$\left(\begin{array}{c|c} B_{FF}^{eq} & B_{FI} \\ \hline B_{IF} & B_{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} \underline{\theta}_F \\ \underline{\theta}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{P}_F^{eq} \\ \underline{P}_I \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

onde

$$B_{FF}^{eq} = B_{FF} - B_{FE}B_{EE}^{-1}B_{EF} \quad (3.8)$$

$$\underline{P}_F^{eq} = \underline{P}_F - B_{FE}B_{EE}^{-1}\underline{P}_E \quad (3.9)$$

Definindo-se:

$$\Phi_E = -B_{FE}B_{EE}^{-1} \quad (3.10)$$

$$\underline{\delta}_F = \Phi_E \underline{P}_E \quad (3.11)$$

e substituindo as equações 3.10 e 3.11 na equação 3.9, obtém-se a 3.12.

$$\underline{P}_F^{eq} = \underline{P}_F + \underline{\delta}_F \quad (3.12)$$

A equação 3.12 mostra que as injeções totais de potência nas barras fronteiras (\underline{P}_F^{eq}) são dadas pela soma de duas componentes: as injeções originais (\underline{P}_F) e um vetor de injeções externas equivalentes ($\underline{\delta}_F$).

A equação 3.11 mostra ainda que $\underline{\delta}_F$ é dada pela combinação linear das injeções nas barras externas, através da matriz de distribuição Φ_E .

Capítulo 4

Despacho Ótimo de Geração com Restrição na Transmissão

4.1 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

Como foi visto no capítulo 3, o modelo de fluxo de potência linearizado é constituído por dois conjuntos de equações correspondentes à primeira e segunda leis de Kirchhoff.

4.1.1 Primeira Lei de Kirchhoff

A primeira lei de Kirchhoff representa o balanço de potência em cada barra. Ou seja, a soma dos fluxos nos circuitos conectados a uma barra, mais a demanda desta barra é igual à geração da barra.

$$\sum_{k \in \Omega_n} f_k + d_n = g_n \quad \text{para } n = 1, \dots, N \quad (4.1)$$

onde

- n índice das barras, sendo N o número de barras
- g_n geração da barra n
- d_n demanda da barra n
- k índice dos circuitos, sendo K o número de circuitos
- f_k fluxo de potência no circuito k
- Ω_n conjunto dos circuitos diretamente conectados à barra n

Matricialmente, o conjunto de equações 4.1 pode ser representado da seguinte forma pela equação 4.2.

$$Sf + d = g \quad (4.2)$$

onde

S matriz $N \times K$ de incidência. Representa as conexões das barras aos circuitos: a k -ésima coluna da matriz S possui zeros em todas as posições exceto naquelas correspondentes às barras terminais do k -ésimo circuito.

$$S_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ +1 \\ \dots \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{nó } i_k \text{ de origem} \\ \leftarrow \text{nó } j_k \text{ de destino} \end{array} \quad (4.3)$$

- f vetor de dimensão K com os fluxos dos circuitos
- g vetor de dimensão N com as gerações das barras
- d vetor de dimensão N com as demandas das barras

4.1.2 Segunda Lei de Kirchhoff

O segundo conjunto de equações, referentes à segunda lei de Kirchhoff relacionam os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares da linha. As equações podem

ser representadas conforme a equação 4.4.

$$f_k = \gamma_k(\theta_{i_k} - \theta_{j_k}) \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad (4.4)$$

onde

γ_k susceptância do circuito k

θ_{i_k} ângulo da tensão na barra de origem i conectada ao circuito k

θ_{j_k} ângulo da tensão na barra de destino j conectada ao circuito k

Colocando em termos matriciais, o conjunto de equações 4.4 passa para a forma da equação 4.5.

$$f = \gamma S^t \theta \quad (4.5)$$

onde

γ matriz diagonal $K \times K$ com as susceptâncias dos circuitos

S^t matriz $K \times N$ de incidência transposta

θ vetor de dimensão N com os ângulos das tensões das barras

4.2 Formulação

O modelo de despacho com restrição na transmissão é representado pelo seguinte problema de programação linear (Anexo A):

$$\begin{aligned} z = \min \quad & c^t g \\ \text{s/a} \quad & Sf + d = g \\ & f - \gamma S^t \theta = 0 \\ & -\bar{f} \leq f \leq \bar{f} \\ & \underline{g} \leq g \leq \bar{g} \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde:

z	custo total do despacho
c^t	vetor linha de dimensão N com os custos das gerações das barras
g	vetor de dimensão N com as variáveis de decisão do problema referentes às gerações das barras
\bar{f}	vetor de dimensão K com os limites dos fluxos dos circuitos
\underline{g} e \bar{g}	vetores de dimensão N com os limites mínimo e máximo de gerações das barras

Este problema de programação linear (PPL) pode ser resolvido através de algoritmos de solução padrão. Entretanto, na formulação anterior existem três tipos de variáveis de decisão, correspondentes aos vetores g , θ e f .

Em uma rede típica de sistema de potência, o número de barras e circuitos é consideravelmente mais elevado do que o número de geradores. A formulação descrita a seguir foi desenvolvida com a finalidade de reduzir o esforço computacional através da manipulação das equações de tal maneira que a formulação final do problema apresente apenas o vetor de gerações g como variável de decisão.

Substituindo a equação 4.5 em 4.2, obtém-se a equação 4.7.

$$B\theta + d = g \quad (4.7)$$

onde $B = S\gamma S^t$ é a matriz $N \times N$ de susceptância.

O vetor θ é então obtido a partir da solução do sistema de equações lineares. Como o posto da matriz B é $N-1$, é necessário eliminar uma linha e uma coluna desta matriz, correspondentes à barra s definida como barra de referência angular.

$$\tilde{\theta} = \tilde{B}^{-1}(\tilde{g} - \tilde{d}) \quad (4.8)$$

onde $\tilde{\theta}$, \tilde{g} , \tilde{d} e \tilde{B} correspondem aos vetores θ , g e d e à matriz B sem a linha (e coluna) correspondente à barra s .

O ângulo da tensão da barra s é, então, fixado em $\theta_s = 0$. Para simplificação

da notação, a equação 4.8 é reescrita em termos dos vetores completos de geração e demanda, adicionando uma linha e uma coluna nulas na posição s da matriz \tilde{B}^{-1} .

$$\theta = B^{-1}(g - d) \quad (4.9)$$

Substituindo 4.9 na segunda restrição do problema 4.6, obtém-se a equação 4.10.

$$f = \beta(g - d) \quad (4.10)$$

onde $\beta = \gamma S^t B^{-1}$ é uma matriz $K \times N$. Cada elemento β_{kn} representa a sensibilidade de variação do fluxo de potência no circuito k em relação a uma variação na injeção da barra n . Pode-se notar que os fatores de sensibilidade correspondentes à barra de referência s são iguais a zero, isto é, uma variação na injeção desta barra não afeta os fluxos dos circuitos. Isto deve-se ao fato de que o valor da geração para a barra de referência é calculado implicitamente a partir do balanço total de geração e demanda das barras restantes. Portanto, desconsiderando-se as perdas no sistema de transmissão do modelo, tem-se:

$$e^t g = e^t d \quad (4.11)$$

onde e^t é um vetor linha unitário de dimensão N .

Finalmente, substituindo a equação 4.10 nas restrições de limite de fluxos do problema 4.6, obtém-se a formulação compacta:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & c^t g \\ \text{s/a} \quad & e^t g = e^t d \\ & -\bar{f} \leq \beta(g - d) \leq \bar{f} \\ & \underline{g} \leq g \leq \bar{g} \end{aligned} \quad (4.12)$$

A seção B.1 do Anexo B apresenta a formulação detalhada do modelo de despacho com restrição na transmissão.

4.3 Esquema de Solução

O esquema adotado para a solução do problema consiste em soluções alternadas de um modelo de fluxo de potência e do cálculo do despacho econômico como mostra a figura 4.1

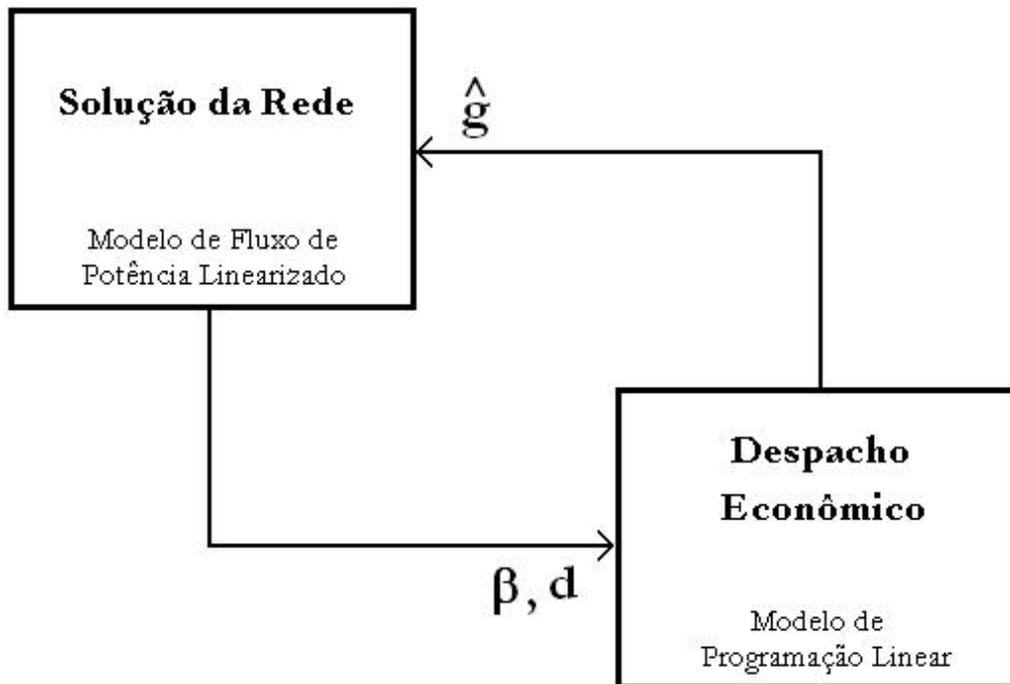


Figura 4.1: Esquema de Solução

A solução do fluxo de potência utiliza um modelo linear sem perdas e considera a rede completa do sistema. Nesta etapa é utilizada a matriz esparsa B da rede para o cálculo do estado da rede e conseqüentemente permitir a monitoração dos circuitos.

A solução do despacho econômico com restrição na transmissão, descrito pela formulação 4.12, utiliza um modelo de programação linear. Este modelo é definido em função apenas das variáveis de geração, o que significa uma redução substancial da dimensão do problema de programação linear. Entretanto, a matriz de sensibilidade β , por ser densa, introduz uma desvantagem considerável em relação à esparsidade do problema.

Para obter uma eficiência computacional maior, é utilizado um esquema de relaxação onde somente as linhas de β , correspondentes aos circuitos com limite de

fluxo violados são calculados e adicionados às restrições do problema.

4.4 Algoritmo de Solução

A seguir é apresentado o algoritmo que descreve os passos necessários para cada etapa do esquema de solução.

- i. Inicializa o conjunto de circuitos com violação do limite de fluxo, Ω_V , como um conjunto vazio;
- ii. Soluciona o problema de despacho com restrição na transmissão com os circuitos do conjunto Ω_V . Nota-se que, na primeira iteração, o problema se reduz a um problema de despacho de geração apenas com restrição de atendimento à demanda.

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & c^t g \\
 \text{s/a} \quad & e^t g = e^t d \\
 & -\bar{f}_k \leq \beta_k(g - d) \leq \bar{f}_k \quad \text{para } k \in \Omega_V \\
 & \underline{g} \leq g \leq \bar{g}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

- iii. Supondo \hat{g} a solução ótima do problema 4.13. Determina o vetor de ângulos das tensões nodais correspondentes, solucionando o seguinte sistema linear 4.14.

$$B\theta = \hat{g} - d \tag{4.14}$$

Deve-se ressaltar que são utilizadas técnicas de esparsidade para a fatoração LDU da matriz B . O sistema é então solucionado através de retrossubstituição sem que haja a necessidade de inversão explícita da matriz B .

- iv. Para todo circuito $k \notin \Omega_V$ repetir:

- Calcula o fluxo de potência do circuito utilizando os ângulos das tensões nodais obtidos a partir da expressão 4.14.

$$f_k = \gamma_k(\theta_{i_k} - \theta_{j_k}) \quad (4.15)$$

- Se o fluxo calculado for maior que o limite ($|f_k| > \bar{f}_k$):
 - Calcula a k -ésima linha da matriz de sensibilidade β_k a partir da solução do seguinte sistema linear de equações 4.16.

$$\beta_k B = \gamma_k [S^t]_k \quad (4.16)$$

Onde $[S^t]_k$ é a k -ésima linha na matriz de incidência transposta S^t . Para este sistema, novamente são utilizadas técnicas de esparsidade para que não seja necessária a inversão explícita da matriz B .

- Adiciona k ao conjunto de circuitos violados:

$$\Omega_V \leftarrow \Omega_V \cup \{k\} \quad (4.17)$$

- v. Se nenhuma violação de restrição é detectada no passo iv, a solução ótima do problema foi encontrada, senão volta ao passo ii.

Capítulo 5

Despacho Ótimo de Geração com Restrição na Transmissão para Rede Reduzida

Para descrever o problema de despacho de geração para uma rede reduzida, serão utilizados os conceitos apresentados nos capítulos anteriores. Supõe-se, inicialmente, uma rede subdividida em três regiões de acordo com o modelo de equivalente de rede descrito no Capítulo 2: uma região interna (I) e uma região fronteira (F), constituindo a região de interesse (R) composta por um conjunto de N_R barras e K_R circuitos; e uma região externa (E), composta por um conjunto de N_E barras e K_E circuitos, que será implicitamente representada através do modelo equivalente.

Sem perda de generalidade, considera-se a fronteira como sendo externa (vide figura 1.3).

O conjunto K_R compreende os circuitos que conectam barras que pertencem à área de interesse. Este conjunto contém os circuitos originais e os circuitos equivalentes conectados entre barras fronteiras. O conjunto K_E compreende os circuitos que conectam barras externas e fronteiras e barras externas entre si, ou seja, correspondem aos circuitos a serem eliminados.

5.1 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

O primeiro conjunto de equações do modelo de fluxo de potência linearizado, descrito pela equação de balanço de potência para cada barra de interesse é representada pelas equações 5.1 e 5.2.

$$\sum_{k \in \Omega_n} f_k + d_n = g_n \quad \text{para } n \in N_I \quad (5.1)$$

$$\sum_{k \in \Omega_n} f_k + d_n = g_n + \delta_n \quad \text{para } n \in N_F \quad (5.2)$$

onde

- N_I conjunto das barras internas (subconjunto das barras de interesse N_R)
- N_F conjunto das barras fronteiras (subconjunto das barras de interesse N_R e complementar às barras internas)
- δ_n injeção de potência equivalente na barra fronteira n
- $\Omega_n, n \in N_I$ conjunto dos circuitos diretamente conectados a cada barra interna n
- $\Omega_n, n \in N_F$ conjunto dos circuitos diretamente conectados a cada barra fronteira n . Este conjunto inclui os circuitos equivalentes criados a partir do modelo de redução de rede

Em notação matricial, obtém-se a equação 5.3

$$S_R f_R + d_R = g_R + \delta_R \quad (5.3)$$

onde

- S_R matriz $N_R \times K_R$ de incidência
- f_R vetor de dimensão K_R com os fluxos dos circuitos da área de interesse
- g_R vetor de dimensão N_R com as gerações das barras da área de interesse
- δ_R vetor de dimensão N_R com as injeções equivalentes. O vetor possui valores diferentes de zero somente nas posições correspondentes às barras fronteiras
- d_R vetor de dimensão N_R com as demandas das barras da área de interesse

Como foi mostrado no Capítulo 3, as injeções equivalentes nas barras fronteiras são dadas pela combinação linear das injeções nas barras externas. Uma vez que a geração das barras não são mais fixas, essas injeções nas barras externas podem ser escritas em função das gerações e demandas locais:

$$P_E = (g_E - d_E) \quad (5.4)$$

Então, a equação 3.11 assume a forma da equação 5.5.

$$\delta_F = \Phi_E(g_E - d_E) \quad (5.5)$$

onde δ_F é o vetor de dimensão N_F com as injeções equivalentes, e corresponde aos elementos não nulos do vetor δ_R ; e Φ_E é a matriz $N_F \times N_E$ de distribuição das injeções externas (equação 3.10).

O cálculo da matriz Φ_E leva em consideração as técnicas de esparsidade para a fatoração da matriz B_{EE} para solução do sistema linear $B_{EE}\Phi_E = -B_{EF}$. Desta forma, consegue-se a inversão implícita da matriz B_{EE} e portanto maior eficiência computacional.

O segundo conjunto de equações, relativos à segunda lei de Kirchhoff, são representadas pela equação 5.6.

$$f_k = \gamma_k(\theta_{i_k} - \theta_{j_k}) \quad \text{para } k \in K_R \quad (5.6)$$

onde

γ_k susceptância do circuito k

θ_{i_k} ângulo da tensão na barra de origem i conectada ao circuito k

θ_{j_k} ângulo da tensão na barra de destino j conectada ao circuito k

Colocando em termos matriciais, o conjunto de equações 5.6 passa para a

forma 5.7.

$$f_R = \gamma_R [S_R]^t \theta_R \quad (5.7)$$

onde

γ_R matriz diagonal $K_R \times K_R$ com as susceptâncias dos circuitos da área de interesse

S_R^t matriz $K_R \times N_R$ de incidência transposta

θ_R vetor de dimensão N_R com os ângulos das tensões das barras

5.2 Formulação

Utilizando a mesma metodologia adotada no problema de despacho da rede completa, a formulação compacta do problema de despacho com restrição na transmissão da rede reduzida requer a obtenção da matriz de susceptância B_R da rede reduzida a partir da matriz de susceptância B da rede original. Para isso, utiliza-se a metodologia descrita no capítulo 3 para a eliminação da rede externa como mostra a figura 5.1.

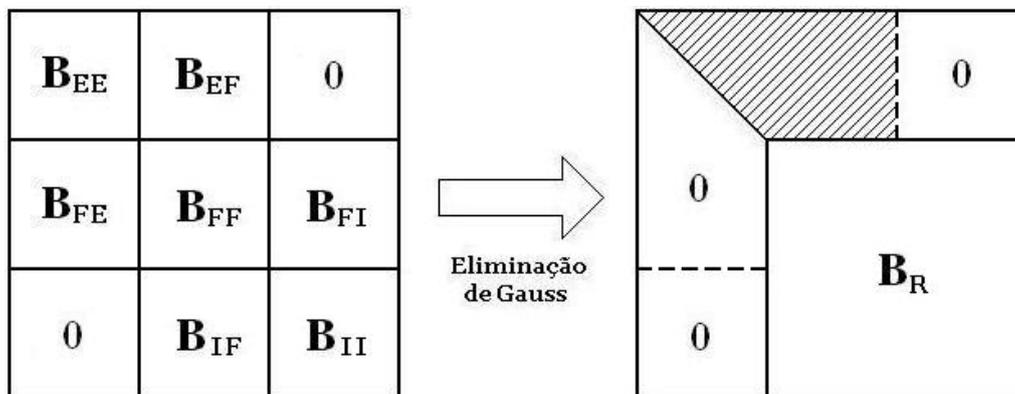


Figura 5.1: Eliminação da rede externa

A equação 4.7 resulta em:

$$B_R \theta_R + d_R = g_R + \delta_R \quad (5.8)$$

A equação 4.10 resulta em:

$$f_R = \beta_R(g_R + \delta_F - d_R) \quad (5.9)$$

onde β_R é a matriz $K_R \times N_R$ com os fatores de sensibilidade da rede reduzida.

Pode-se notar que, uma vez alteradas as susceptâncias dos circuitos entre as barras fronteiras, os coeficientes da matriz β_R não podem ser utilizados para expressar os fluxos reais nas restrições de limites de carregamento nestes circuitos pois incorporam os efeitos do modelo equivalente.

Devido a este fato, a equação 5.9 pode ser reescrita conforme a equação 5.10.

$$f_R = \tilde{\beta}_R(g_R + \delta_F - d_R) \quad (5.10)$$

onde $\tilde{\beta}_R$ é a matriz $\tilde{K}_R \times N_R$ com os fatores de sensibilidade da rede reduzida, onde \tilde{K}_R identifica o conjunto dos circuitos da área de interesse, excluído o conjunto de circuitos entre barras fronteiras.

A equação 4.11 resulta em:

$$e^t g_R + e^t \delta_R = e^t d_R \quad (5.11)$$

Adicionalmente, a formulação compacta do problema de despacho para a rede reduzida pode levar em consideração as restrições de fluxos em um conjunto de circuitos da rede externa que são incorporadas ao modelo através da equação 5.12.

$$-\bar{f}_M \leq \beta_M(g - d) \leq \bar{f}_M \quad (5.12)$$

onde β_M é uma matriz de dimensão $K_M \times N$ com os fatores de sensibilidade da rede original, onde K_M é o conjunto de circuitos externos monitorados. Nota-se que, como a fronteira foi definida como sendo externa, cada circuito que conecta as barras

fronteiras entre si deve ser adicionado a este conjunto, quando sua monitoração é desejada.

A matriz β_M é obtida solucionando-se o sistema de equações lineares 5.13 utilizando técnicas de esparsidade.

$$\beta_M B = \gamma_M [S_M]^t \quad (5.13)$$

onde S_M^t é a matriz de incidência transposta de dimensão $K_M \times N$.

A formulação final para a rede reduzida e com monitoração de circuitos externos é, então:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & c^t g \\ \text{s/a} \quad & e^t g_R + e^t \delta_F = e^t d_R \\ & \delta_F = \Phi_E(g_E - d_E) \\ & -\bar{f}_M \leq \beta_M(g - d) \leq \bar{f}_M \\ & -\bar{f}_R \leq \beta_R(g_R + \delta_F - d_R) \leq \bar{f}_R \\ & \underline{g} \leq g \leq \bar{g} \end{aligned} \quad (5.14)$$

A seção B.2 do Anexo B apresenta a formulação detalhada do modelo de despacho com restrição na transmissão para a rede reduzida.

5.3 Esquema de Solução

O mesmo esquema de solução descrito no capítulo 4 pode ser adotado para este problema, como mostra a figura 5.2.

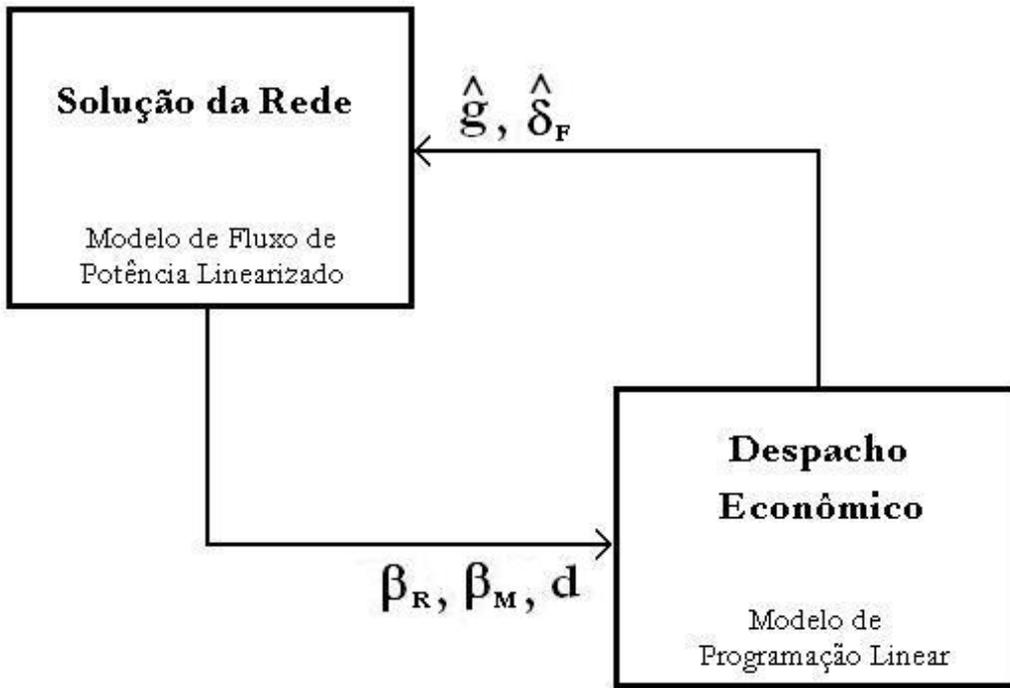


Figura 5.2: Esquema de Solução

5.4 Algoritmo de Solução

A seguir é apresentado o algoritmo que descreve os passos necessários para cada etapa do esquema de solução.

- i. Inicializa os conjuntos $\Omega_{\tilde{V}_R}$ e Ω_{V_M} de circuitos internos e externos com violação do limite de fluxo, como conjuntos vazios;
- ii. Soluciona o problema de despacho com restrição na transmissão com os circuitos do conjunto $\Omega_{\tilde{V}_R}$ e os circuitos externos monitorados do conjunto Ω_{V_M} .

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & c^t g \\
 \text{s/a} \quad & e^t g_R + e^t \delta_F = e^t d_R \\
 & \delta_F = \Phi_E(g_E - d_E) \\
 & -\bar{f}_m \leq \beta_m(g - d) \leq \bar{f}_m \quad \text{para } m \in \Omega_{\tilde{V}_M} \\
 & -\bar{f}_k \leq [\tilde{\beta}_R]_k(g_R + \delta_F - d_R) \leq \bar{f}_k \quad \text{para } k \in \Omega_{\tilde{V}_R} \\
 & \underline{g} \leq g \leq \bar{g}
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

- iii. Supondo \hat{g}_R e $\hat{\delta}_F$ a solução ótima do problema 5.15. Determina o vetor de ângulos das tensões nodais correspondentes θ , solucionando o sistema linear 5.16 utilizando técnicas de esparsidade.

$$B\theta = \hat{g} - d \quad (5.16)$$

- iv. Para todo circuito $k \in \tilde{K}_R \wedge k \notin \Omega_{\tilde{V}_R}$ repetir:

- Calcula o fluxo de potência do circuito utilizando os ângulos das tensões nodais obtidos a partir da expressão 5.16.

$$f_k = [\gamma_R]_k([\theta_R]_{i_k} - [\theta_R]_{j_k}) \quad (5.17)$$

- Se o fluxo calculado for maior que o limite ($|f_k| > \bar{f}_k$):
 - Calcula a k -ésima linha da matriz de sensibilidade $[\tilde{\beta}_R]_k$ a partir da solução do seguinte sistema linear de equações 5.18

$$[\tilde{\beta}_R]_k B_R = [\gamma_R]_k [S_R^t]_k \quad (5.18)$$

Onde $[S_R^t]_k$ é a k -ésima linha na matriz de incidência transposta S_R^t

- Adiciona k ao conjunto de circuitos violados:

$$\Omega_{\tilde{V}_R} \leftarrow \Omega_{\tilde{V}_R} \cup \{k\} \quad (5.19)$$

- v. Para todo circuito $m \in K_M \wedge m \notin \Omega_{V_M}$ repetir:

- Calcula o fluxo de potência do circuito utilizando os ângulos das tensões nodais.

$$f_m = [\gamma]_m([\theta]_{i_m} - [\theta]_{j_m}) \quad (5.20)$$

- Se o fluxo calculado for maior que o limite ($|f_m| > \bar{f}_m$):
 - Calcula a m -ésima linha da matriz de sensibilidade $[\beta]_m$ a partir da solução do seguinte sistema linear de equações 5.21

$$[\beta]_m B = [\gamma]_m [S^t]_m \quad (5.21)$$

Onde $[S^t]m$ é a m -ésima linha na matriz de incidência transposta S^t

– Adiciona m ao conjunto de circuitos violados:

$$\Omega_{V_M} \leftarrow \Omega_{V_M} \cup \{m\} \quad (5.22)$$

vi. Se nenhuma violação de restrição é detectada nos passos iv e v, a solução ótima do problema foi encontrada, senão volta ao passo ii.

5.5 Exemplo

A solução do despacho de geração da rede representada na figura 5.3 é utilizada para ilustrar passo-a-passo os algoritmos de solução descritos nas seções 4.4 e 5.4. Serão apresentados, portanto, dois esquemas de solução do problema:

- Despacho de geração com restrição na transmissão da rede completa.
- Despacho de geração com restrição na transmissão da rede reduzida.

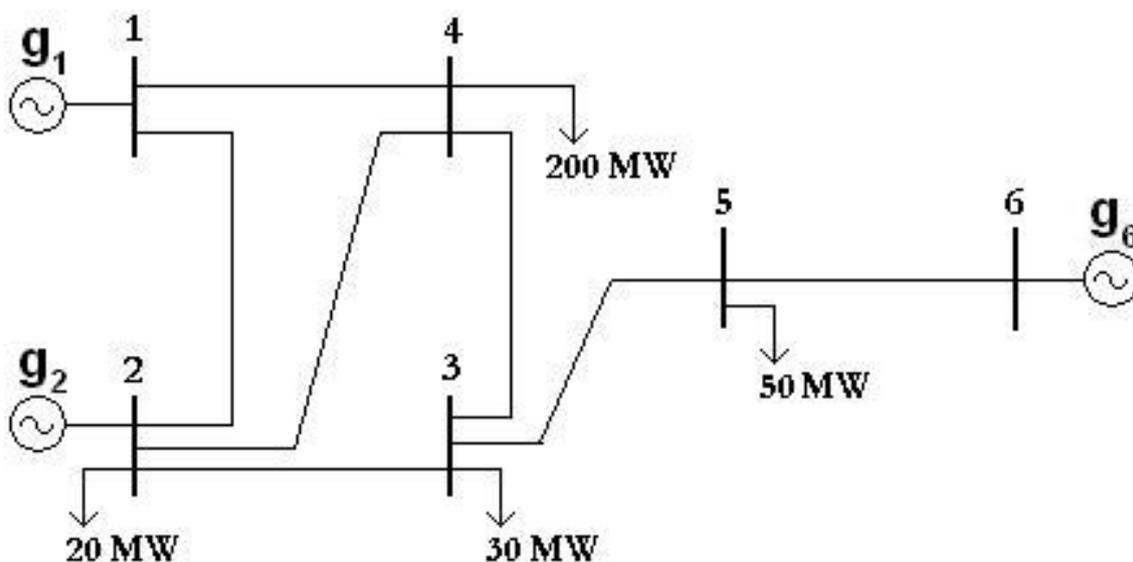


Figura 5.3: Exemplo de Rede Interligada

Os custos, as capacidades máximas e mínimas dos geradores são dados na tabela 5.1 e as reatâncias e os limites dos fluxos dos circuitos são dados na tabela 5.2.

Tabela 5.1: Dados dos Geradores

Gerador	Custo	Cap. Min. [MW]	Cap. Máx. [MW]
1	1.0	0.0	200.0
2	0.8	0.0	300.0
6	0.9	0.0	200.0

Tabela 5.2: Dados dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Reatância [%]	Cap. Máx. [MW]
1	1	2	1.0	100.0
2	1	4	1.0	80.0
3	2	3	1.0	100.0
4	2	4	1.0	80.0
5	3	4	0.5	60.0
6	3	5	1.0	100.0
7	5	6	1.0	80.0

A matriz B da rede completa é dada por:

$$B = \left(\begin{array}{cc|cc|cc} 200.0 & -100.0 & 0 & -100.0 & 0 & 0 \\ -100.0 & 300.0 & -100.0 & -100.0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -100.0 & 400.0 & -200.0 & -100.0 & 0 \\ -100.0 & -100.0 & -200.0 & 400.0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -100.0 & 0 & 200.0 & -100.0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100.0 & 100.0 \end{array} \right) \quad (5.23)$$

5.5.1 Despacho de geração com restrição na transmissão da rede completa

Formulação do problema de despacho para a rede completa:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & g_1 + g_2 + g_6 \\ \text{s/a} \quad & g_1 + g_2 + g_6 = 300.0 \\ & g_1 \leq 200.0 \\ & g_2 \leq 300.0 \\ & g_6 \leq 200.0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

A solução ótima deste problema de programação linear é:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 300.0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

Calculando-se o vetor de ângulos das tensões nodais, obtém-se:

$$\theta = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.9 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

Os fluxos em cada circuito da rede são mostrados na tabela 5.3

Tabela 5.3: Fluxo dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Fluxo [MW]
1	1	2	-58.5
2	1	4	58.5
3	2	3	104.6
4	2	4	116.9
5	3	4	24.6
6	3	5	50.0
7	5	6	0.0

Como o fluxo nos circuitos 3 e 4 violaram as capacidades destas linhas, calculam-se as linhas da matriz β correspondentes a estes circuitos.

$$\beta_{3,4} = \begin{pmatrix} 0.38 & 0.54 & 0.0 & 0.23 & 0.0 & 0.0 \\ 0.08 & 0.31 & 0.0 & -0.15 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

Adicionam-se os circuitos 3 e 4 ao conjunto de circuitos violados.

$$\Omega_{V_M} = \{3, 4\} \quad (5.28)$$

Um novo problema de despacho é formulado:

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & g_1 + g_2 + g_6 \\
 \text{s/a} \quad & g_1 + g_2 + g_6 = 300.0 \\
 & -43.0 \leq 0.38g_1 + 0.54g_2 \leq 157.0 \\
 & -55.0 \leq 0.08g_1 + 0.31g_2 \leq 105.0 \\
 & g_1 \leq 200.0 \\
 & g_2 \leq 300.0 \\
 & g_6 \leq 200.0
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

A solução ótima deste problema é:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 180.0 \\ 120.0 \end{pmatrix} \tag{5.30}$$

Calculando-se o vetor de ângulos das tensões nodais, obtém-se:

$$\theta = \begin{pmatrix} -1.1 \\ -0.9 \\ -1.1 \\ -1.3 \\ -0.7 \\ 0.0 \end{pmatrix} \tag{5.31}$$

Os fluxos em cada circuito são mostrados na tabela 5.4

Como o fluxo nos circuitos 5 e 7 violaram as capacidades destas linhas, calculam-se as linhas da matriz β correspondentes a estes circuitos.

$$\beta_{5,7} = \begin{pmatrix} -0.62 & -0.46 & 0.0 & -0.77 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \end{pmatrix} \tag{5.32}$$

Tabela 5.4: Fluxo dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Fluxo [MW]
1	1	2	-40.0
2	1	4	40.0
3	2	3	40.0
4	2	4	80.0
5	3	4	80.0
6	3	5	-70.0
7	5	6	-120.0

Adicionam-se os circuitos 5 e 7 ao conjunto de circuitos violados.

$$\Omega_{V_M} = \{3, 4, 5, 7\} \quad (5.33)$$

Um novo problema de despacho é formulado:

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & g_1 + g_2 + g_6 \\
 \text{s/a} \quad & g_1 + g_2 + g_6 = 300.0 \\
 & -43.0 \leq 0.38g_1 + 0.54g_2 \leq 157.0 \\
 & -105.0 \leq 0.08g_1 + 0.31g_2 \leq 55.0 \\
 & -223.0 \leq -0.62g_1 - 0.46g_2 \leq -103.0 \\
 & 220.0 \leq g_1 + g_2 \leq 380.0 \\
 & g_1 \leq 200.0 \\
 & g_2 \leq 300.0 \\
 & g_6 \leq 200.0
 \end{aligned} \quad (5.34)$$

A solução ótima deste problema é:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 53.3 \\ 166.7 \\ 80.0 \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

Calculando-se o vetor de ângulos das tensões nodais, obtém-se:

$$\theta = \begin{pmatrix} -0.4 \\ -0.3 \\ -0.6 \\ -0.8 \\ -0.5 \\ 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

Os fluxos em cada circuito são mostrados na tabela 5.5

Tabela 5.5: Fluxo dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Fluxo [MW]
1	1	2	-13.3
2	1	4	66.7
3	2	3	53.3
4	2	4	80.0
5	3	4	53.3
6	3	5	-30.0
7	5	6	-80.0

Como não há nenhum circuito violado o problema convergiu para a solução final ótima.

5.5.2 Despacho de geração com restrição na transmissão da rede reduzida

Eliminando-se as barras 1 e 2 deste sistema, que são barras de geração, alterar-se-á o sistema, onde o sistema reduzido está representado na figura 5.4.

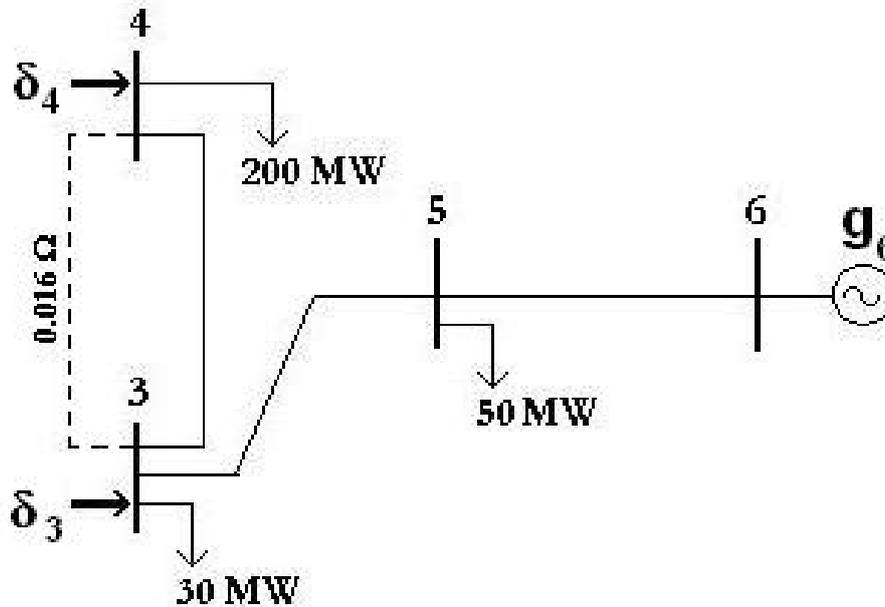


Figura 5.4: Rede Reduzida

A matriz Φ_E , de distribuição das injeções externas nas barras fronteiras, é dada por:

$$\Phi_E = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.8 & 0.6 \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

A matriz B_R da rede reduzida é dada por:

$$B_R = \left(\begin{array}{cc|cc} 360.0 & -260.0 & -100.0 & 0 \\ -260.0 & 260.0 & 0 & 0 \\ \hline -100.0 & 0 & 200.0 & -100.0 \\ 0 & 0 & -100.0 & 100.0 \end{array} \right) \quad (5.38)$$

Formulação do problema de despacho para a rede reduzida:

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & g_1 + g_2 + g_6 \\
 \text{s/a} \quad & g_6 + \delta_3 + \delta_4 = 280.0 \\
 & \delta_3 = 0.2g_1 + 0.4g_2 - 8 \\
 & \delta_4 = 0.8g_1 + 0.6g_2 - 12 \\
 & g_1 \leq 200.0 \\
 & g_2 \leq 300.0 \\
 & g_6 \leq 200.0
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

A solução ótima deste problema de programação linear é:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 300.0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\delta}_F = \begin{pmatrix} 112.0 \\ 168.0 \end{pmatrix} \tag{5.40}$$

Calculando-se o vetor de ângulos das tensões nodais, obtém-se:

$$\theta = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.9 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \tag{5.41}$$

Os fluxos em cada circuito da rede são mostrados na tabela 5.6

Como o fluxo nos circuitos externos 3 e 4 violaram as capacidades destas linhas, calculam-se as linhas da matriz β correspondentes a estes circuitos.

$$\beta_{3,4} = \begin{pmatrix} 0.38 & 0.54 & 0.0 & 0.23 & 0.0 & 0.0 \\ 0.08 & 0.31 & 0.0 & -0.15 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \tag{5.42}$$

Tabela 5.6: Fluxo dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Fluxo [MW]
1	1	2	-58.5
2	1	4	58.5
3	2	3	104.6
4	2	4	116.9
5	3	4	24.6
6	3	5	50.0
7	5	6	0.0

Adicionam-se os circuitos 3 e 4 ao conjunto de circuitos violados.

$$\Omega_{V_M} = \{3, 4\} \quad (5.43)$$

Um novo problema de despacho é formulado:

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & g_1 + g_2 + g_6 \\
 \text{s/a} \quad & g_6 + \delta_3 + \delta_4 = 280.0 \\
 & \delta_3 = 0.2g_1 + 0.4g_2 - 8 \\
 & \delta_4 = 0.8g_1 + 0.6g_2 - 12 \\
 & -43.0 \leq 0.38g_1 + 0.54g_2 \leq 157.0 \\
 & -55.0 \leq 0.08g_1 + 0.31g_2 \leq 105.0 \\
 & g_1 \leq 200.0 \\
 & g_2 \leq 300.0 \\
 & g_6 \leq 200.0
 \end{aligned} \quad (5.44)$$

A solução ótima deste problema é:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 180.0 \\ 120.0 \end{pmatrix} \quad \hat{\delta}_F = \begin{pmatrix} 64.0 \\ 96.0 \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

Calculando-se o vetor de ângulos das tensões nodais, obtém-se:

$$\theta = \begin{pmatrix} -1.1 \\ -0.9 \\ -1.1 \\ -1.3 \\ -0.7 \\ 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

Os fluxos em cada circuito são mostrados na tabela 5.7

Tabela 5.7: Fluxo dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Fluxo [MW]
1	1	2	-40.0
2	1	4	40.0
3	2	3	40.0
4	2	4	80.0
5	3	4	80.0
6	3	5	-70.0
7	5	6	-120.0

Como o fluxo no circuito externo 5 e o fluxo no circuito interno 7 violaram as capacidades destas linhas, calculam-se a linha da matriz β correspondente ao circuito 5 e a linha da matriz β_R correspondente ao circuito 7.

$$\beta_5 = \begin{pmatrix} -0.62 & -0.46 & 0.0 & -0.77 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

$$[\beta_R]_7 = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

Adicionam-se os circuitos 5 e 7 aos conjuntos de circuitos violados.

$$\Omega_{V_M} = \{3, 4, 5\} \quad (5.49)$$

$$\Omega_{V_R} = \{7\} \quad (5.50)$$

Um novo problema de despacho é formulado:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & g_1 + g_2 + g_6 \\ \text{s/a} \quad & g_6 + \delta_3 + \delta_4 = 280.0 \\ & \delta_3 = 0.2g_1 + 0.4g_2 - 8 \\ & \delta_4 = 0.8g_1 + 0.6g_2 - 12 \\ & -43.0 \leq 0.38g_1 + 0.54g_2 \leq 157.0 \\ & -105.0 \leq 0.08g_1 + 0.31g_2 \leq 55.0 \\ & -223.0 \leq -0.62g_1 - 0.46g_2 \leq -103.0 \\ & 200 \leq \delta_3 + \delta_4 \leq 360 \\ & g_1 \leq 200.0 \\ & g_2 \leq 300.0 \\ & g_6 \leq 200.0 \end{aligned} \quad (5.51)$$

A solução ótima deste problema é:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 53.3 \\ 166.7 \\ 80.0 \end{pmatrix} \quad \hat{\delta}_F = \begin{pmatrix} 69.3 \\ 130.7 \end{pmatrix} \quad (5.52)$$

Calculando-se o vetor de ângulos das tensões nodais, obtém-se:

$$\theta = \begin{pmatrix} -0.4 \\ -0.3 \\ -0.6 \\ -0.8 \\ -0.5 \\ 0.0 \end{pmatrix} \quad (5.53)$$

Os fluxos em cada circuito são mostrados na tabela 5.8

Tabela 5.8: Fluxo dos Circuitos

Circuito	Barra Origem	Barra Destino	Fluxo [MW]
1	1	2	-13.3
2	1	4	66.7
3	2	3	53.3
4	2	4	80.0
5	3	4	53.3
6	3	5	-30.0
7	5	6	-80.0

Como não há nenhum circuito violado o problema convergiu para a solução final ótima.

O despacho ótimo e o estado final da rede é mostrada na figura 5.5.

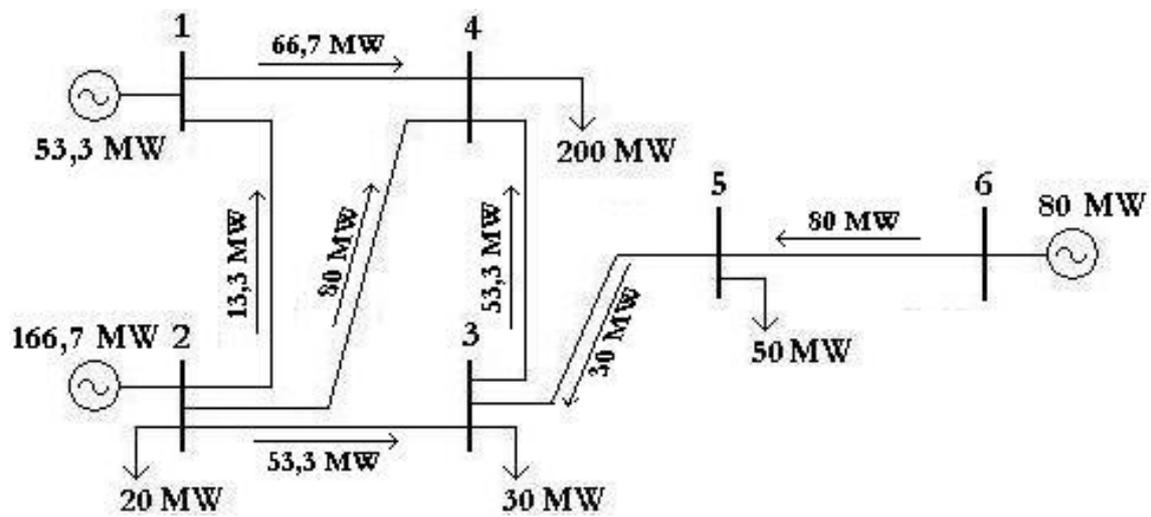


Figura 5.5: Estado Final da Rede

Capítulo 6

Estudo de Caso - Brasil

Para a avaliação da metodologia proposta no capítulo 4 foi utilizado como caso exemplo o sistema elétrico brasileiro interligado, composto de quatro regiões ou subsistemas, cujas capacidades instaladas e demandas são mostradas na tabela 6.1¹.

Tabela 6.1: Subsistemas do Sistema Elétrico Brasileiro

Subsistemas	Capacidade Instalada [MW]	Demanda [MW]
Sudeste (SE)	54.083	33.861
Sul (S)	14.226	9.090
Nordeste (NE)	10.390	8.378
Norte (N)	3.864	3.328
Total	82.563	54.657

O procedimento adotado para esta avaliação consistiu de duas etapas.

- **Primeira etapa:** foi calculado o despacho ótimo para a rede completa, considerando as restrições de transmissão em um conjunto de circuitos.
- **Segunda etapa:** considerou-se como rede de interesse as redes das regiões Norte e Nordeste. Para isso, foi obtido o modelo equivalente das regiões Sul e Sudeste e calculado o despacho ótimo para o sistema reduzido composto

¹Dados relativos a Dezembro/2004

das regiões Norte e Nordeste e do modelo equivalente. Para este caso também foram consideradas as restrições de transmissão no mesmo conjunto de circuitos.

6.1 Despacho da Rede Completa

A rede completa do sistema elétrico considerado é ilustrada na figura 6.1. Nesta figura pode-se observar que o sistema é altamente interligado e que existe uma elevada concentração de barras na região Sudeste. Pode-se observar também o fraco acoplamento elétrico entre os subsistemas Norte-Nordeste, destacado pelo retângulo, e Sul-Sudeste.

É importante ressaltar que mesmo para estudos que tenham como objetivo principal a análise em detalhe das regiões Norte e Nordeste, estes requerem também a representação das regiões Sul e Sudeste.

A tabela 6.2 apresenta o número de elementos que são considerados no modelo de despacho ótimo da rede elétrica completa.

Tabela 6.2: Número de Elementos da Rede Completa

Subsistemas	Barras	Geradores	Circuitos	Circ. Monitorados
SE / S	2.649	142	3.869	387
NE / N	596	32	923	134
Total	3.245	174	4.792	521

6.2 Despacho da Rede Reduzida

A rede de interesse, constituída pelas regiões Norte e Nordeste do sistema elétrico brasileiro, é ilustrada na figura 6.2. O retângulo em destaque pode ser melhor observado na figura 6.3 que representa a fronteira entre as regiões interna (Norte-Nordeste) e externa (Sul-Sudeste) do sistema.

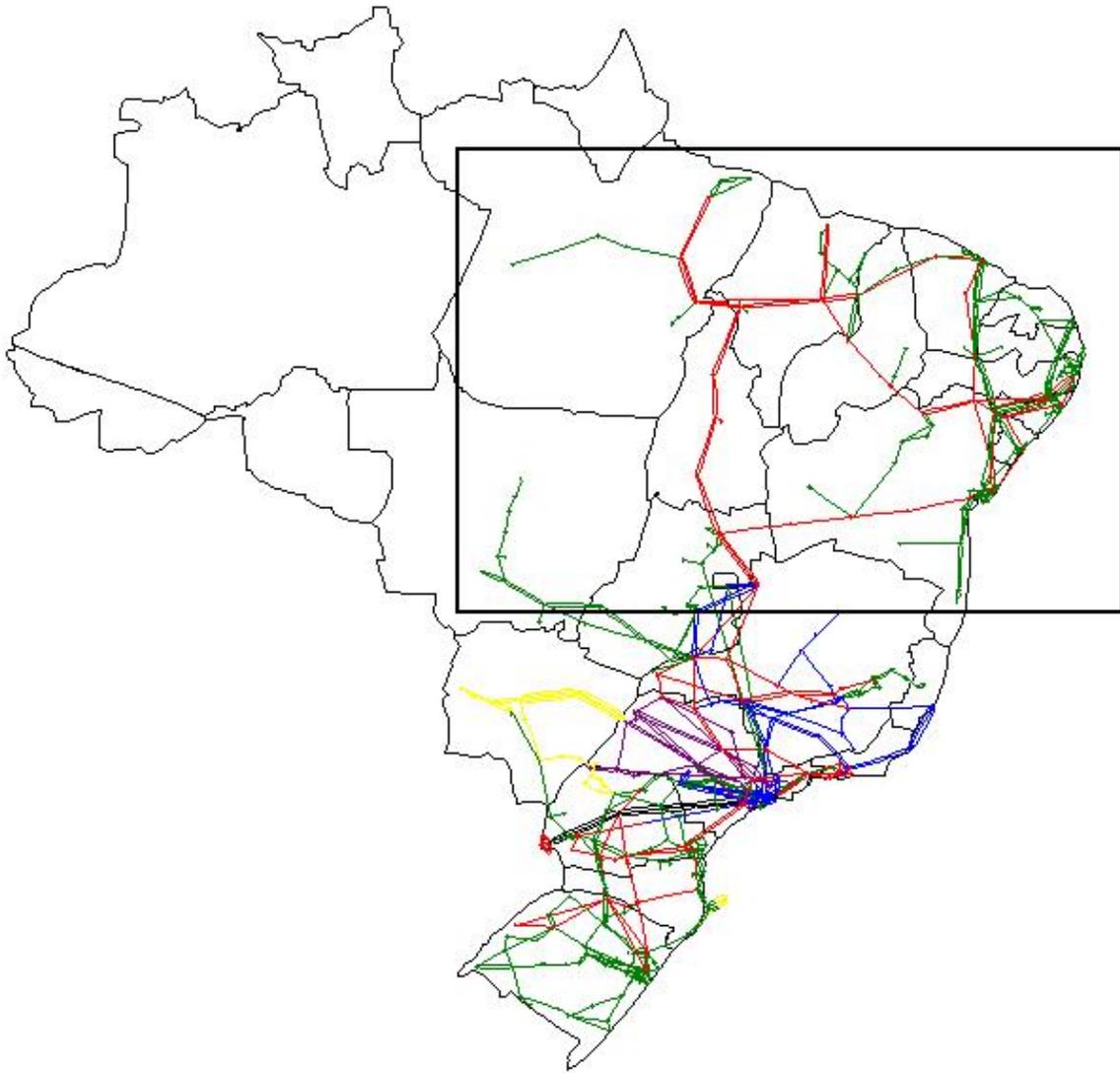


Figura 6.1: Rede Completa do Sistema

Como mostra a figura 6.3, a interligação da região Norte com a região Sudeste é composta de um circuito duplo na tensão de $500kV$ e é normalmente designada como “Interligação Norte-Sul”. A interligação entre a região Nordeste e a região Sudeste é composta de um circuito simples, também na tensão de $500kV$.

As barras que constituem a fronteira pertencem à região externa e podem ser facilmente identificadas:

- 7200 MIRACEMA
- 235 SERRA MESA

A tabela 6.3 apresenta o número de elementos que são considerados no modelo

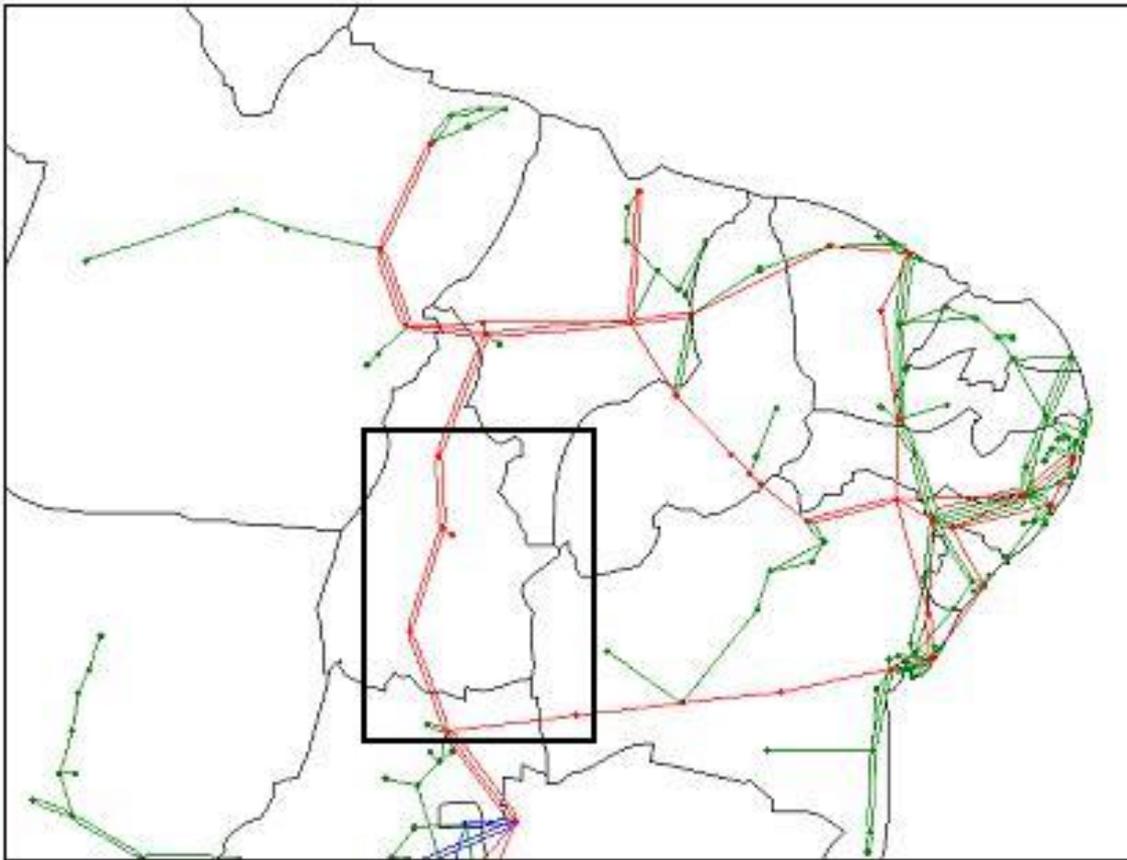


Figura 6.2: Rede de Interesse - Regiões Norte e Nordeste

de despacho ótimo da rede elétrica reduzida.

Tabela 6.3: Número de Elementos da Rede Reduzida

Subsistemas	Barras	Geradores	Circuitos	Circ. Monitorados
SE / S	2	142	4*	387
NE / N	596	32	923	134
Total	598	174	927	521

*dois circuitos da interligação Norte-Sul com um circuito da interligação Sudeste-Nordeste e um circuito equivalente

6.3 Resultados

Os resultados obtidos a partir da execução dos modelos utilizados para o cálculo do despacho ótimo da rede completa e da rede de interesse foram exatamente os

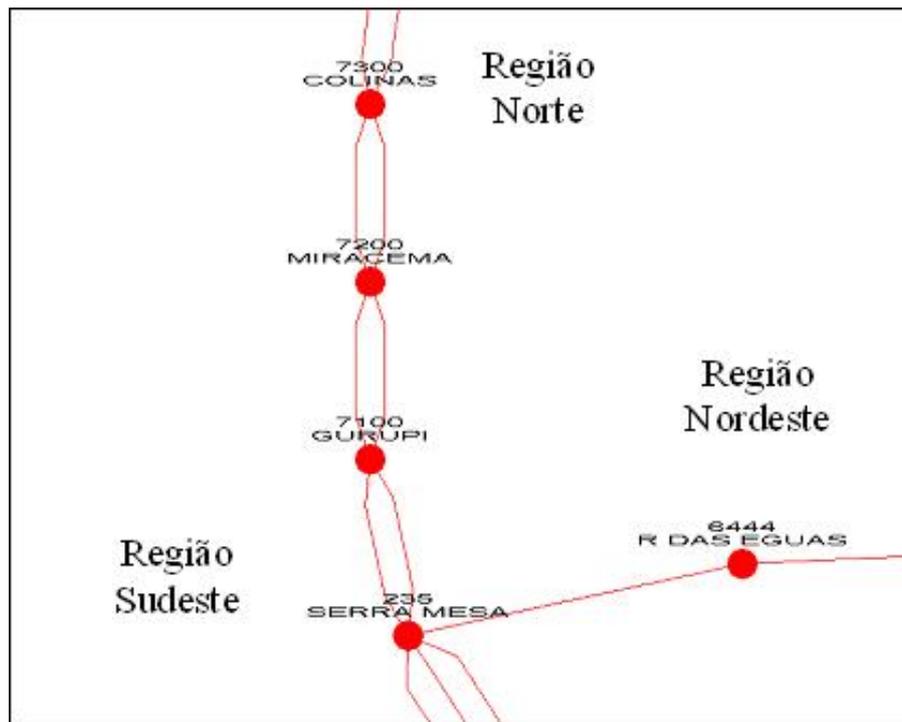


Figura 6.3: Fronteira entre as Regiões Norte, Nordeste e Sudeste

mesmos. Esta solução foi obtida com três iterações do esquema de relaxação. A tabela 6.4 apresenta a geração ótima por região.

Tabela 6.4: Despacho Ótimo do Sistema Elétrico Brasileiro

Subsistemas	Despacho [MW]
Sudeste	32.963
Sul	8.140
Nordeste	9.690
Norte	3.864
Total	54.657

A tabela 6.5 apresenta os circuitos monitorados cujas restrições de fluxo foram incorporadas, durante o processo de solução, aos modelos de programação linear correspondentes ao cálculo do despacho da rede completa e da rede de interesse. Dentre estes dezesseis circuitos, os quinze primeiros foram adicionados ao problema na segunda iteração do esquema de relaxação, enquanto o décimo-sexto foi adicionado na terceira e última iteração.

Tabela 6.5: Circuitos Monitorados Incluídos no Modelo

De	Nome De	Para	Nome Para	Fluxo [MW]	Capacidade [MW]
1281	SMARTA—230	1291	TAPERA—230	-156.9	179.0
1258	CINDUSTR-230	1299	VAIRES—230	-102.2	179.0
1243	PREAL—230	1299	VAIRES—230	160.8	179.0
1243	PREAL—230	1291	TAPERA—230	179.0	179.0
1217	LAJEADOD-230	1243	PREAL—230	-175.6	225.0
1215	ITAUBA—230	1255	SCRUZ-1D-230	181.9	239.0
1215	ITAUBA—230	1243	PREAL—230	18.4	239.0
1204	POLOPETR-230	1215	ITAUBA—230	-165.8	239.0
1100	ITAIPU50-GER	1101	ITAIPU50-500	8000.0	8000.0
951	CHARQUEA-230	1255	SCRUZ-1D-230	-123.3	159.0
581	EMBUGUACU440	582	EMBUGUACU345	-526.6	750.0
488	INTERL—345	582	EMBUGUACU345	631.6	896.0
410	E.SOUZA—230	424	ANHANG-2-230	-317.2	478.0
126	GUARULHOS345	442	NORDESTE-345	677.9	717.0
86	IBIUNA—345	488	INTERL—345	1637.8	2019.0
535	AVERMELHA500	536	AVERMELHA440	750.0	750.0

Da tabela 6.5 pode-se notar os três circuitos mostrados na tabela 6.6 cujos fluxos são iguais aos seus limites. Neste caso, as restrições associadas a monitorações destes fluxos estão ativas.

Tabela 6.6: Cicuitos com Restrição Ativa

De	Nome De	Para	Nome Para	Fluxo [MW]	Capacidade [MW]
1243	PREAL—230	1291	TAPERA—230	179.0	179.0
1100	ITAIPU50-GER	1101	ITAIPU50-500	8000.0	8000.0
535	AVERMELHA500	536	AVERMELHA440	750.0	750.0

Capítulo 7

Conclusão

Este trabalho apresentou uma metodologia para o cálculo de despacho ótimo de geração de uma rede elétrica, considerando restrições na transmissão e utilizando um modelo equivalente de rede generalizado para redução da dimensão do problema. A redução da dimensão, considerada em conjunto com o esquema de relaxação adotado, diminui o esforço computacional e torna factível a obtenção da solução do problema de despacho com representação em detalhe da rede de interesse.

Uma significativa vantagem adicional da generalização do modelo equivalente é permitir o cálculo do despacho de geradores conectados a barras pertencentes à rede externa e ainda permitir a monitoração de um conjunto de circuitos desta região.

O custo computacional deste processo consiste no cálculo e armazenamento da matriz Φ_E de distribuição das injeções externas nas barras fronteiras. Entretanto, considerando que a dimensão desta matriz é $N_F \times N_E$, onde N_F é o número de barras fronteiras e N_E é o número de barras externas, e que N_F geralmente não é elevado, a implementação desta metodologia mantém-se atraente frente à redução do esforço computacional alcançado.

A partir do estudo de caso, foi verificado que o resultado do modelo de despacho proposto não apresentou diferença em relação ao modelo utilizado para despacho da rede completa. O trabalho comprova, portanto, que redes de grande porte são viáveis de serem representadas em aplicações que requerem muito esforço computacional,

como por exemplo as que utilizam técnicas de otimização para determinação de despacho de geração.

7.1 **Trabalhos Futuros**

O modelo atual foi utilizado em um programa de cálculo de fluxo de potência determinístico. Propõe-se a extensão do mesmo para emprego em aplicações computacionais que consideram a variação do despacho de geração com as condições hidrológicas utilizando um modelo estocástico [12].

Outra proposta para trabalhos futuros é a inclusão, no modelo generalizado de equivalente, da representação das perdas no sistema de transmissão.

Apêndice A

Introdução a Programação Linear

A programação linear visa fundamentalmente encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares. A grande aplicabilidade e simplicidade que a caracterizam devem-se à linearidade do modelo.

A tarefa da programação linear consiste na maximização ou minimização de uma função linear, denominada **função objetivo**, respeitando-se um sistema linear de igualdades ou desigualdades que recebem o nome de **restrições** do modelo. As restrições representam normalmente limitações de recursos disponíveis ou, então, exigências e condições que devem ser cumpridas no problema. Tais restrições do modelo determinam uma região à qual dá-se o nome de **conjunto das soluções viáveis**. A melhor das soluções viáveis, isto é, aquela que maximiza ou minimiza a função objetivo denomina-se **solução ótima**.

O objetivo da programação linear consiste na determinação dos valores das variáveis do problema, chamadas **variáveis de decisão**, que minimizam ou maximizam a função objetivo, obtendo assim a solução ótima.

Na área de sistemas de potência, a programação linear encontra-se presente em inúmeras aplicações como, por exemplo, na minimização de custos de operação, na minimização de perdas na transmissão, etc, sujeito às restrições de atendimento à demanda, restrições de geração e transmissão, entre outras.

A resolução de um Problema de Programação Linear (PPL) é consiste em dois passos fundamentais:

- Modelagem
- Método de Solução

A formulação do PPL corresponde à descrição matemática do problema que se está modelando. É a etapa onde serão definidas as variáveis e suas relações, reconhecidas as restrições relevantes ao caso em estudo e expresso o objetivo.

A seguir é mostrado, através de um exemplo, o equacionamento ou formulação de um PPL:

$$\begin{aligned}
 z = \max \quad & c_1x_1 + c_2x_2 \\
 \text{s/a} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\
 & x_1 \geq 0 \\
 & x_2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Variáveis de Decisão: x_1 e x_2

Função Objetivo: $\min z = c_1x_1 + c_2x_2$

Restrições: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

Matricialmente, pode-se reescrever o problema A.1 segundo o conjunto de equações A.2

$$\begin{aligned}
 z = \max \quad & c^t x \\
 \text{s/a} \quad & Ax \leq b \\
 & x \geq 0
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

onde

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

$$c^t = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \end{pmatrix}$$

O conjunto de soluções viáveis de um PPL é dado pelos pontos que satisfazem a todas às restrições e, portanto, é dado pela interseção dos hiperplanos e semi-espacos definidos pelas inequações do modelo.

O lugar geométrico da função objetivo constitui-se em uma família de hiperplanos paralelos entre si (curvas de nível) os quais se deslocam no sentido de melhorar a função objetivo até o seu ponto ótimo. O ponto ótimo da função objetivo (máximo ou mínimo), quando existe, encontra-se sempre em pelo menos um vértice da região viável. Um vértice é obtido pela interseção de um número suficiente de hiperplanos definidos pelas restrições e pelas condições de não negatividade das variáveis de decisão.

Os PPLs podem ser classificados nas seguintes situações:

- **Uma única solução ótima:** quando o valor da função objetivo é máxima ou mínima em apenas um vértice;
- **Infinitas soluções ótimas:** caso em que a função objetivo é paralela a uma das restrições e melhora a medida que se aproxima desta restrição;
- **Inviável:** ocorre quando os lugares geométricos definidos pelas restrições caracterizam um conjunto vazio. Não há nenhuma solução que satisfaça simultaneamente a todas as restrições.
- **Ilimitado:** ocorre quando o conjunto viável não é fechado e a função objetivo melhora em uma direção sem jamais atingir uma fronteira da região. Neste caso, o problema não admite solução ótima.

O método de solução de problemas de programação linear mais utilizado é o SIMPLEX. O algoritmo Simplex consiste em um método de busca da solução ótima de um PPL onde apenas as soluções representadas espacialmente como vértices de um poliedro serão percorridas, isto é, as soluções básicas viáveis. Neste caso, ele pode ser entendido como um mecanismo cuja finalidade é gerar soluções básicas viáveis cada vez melhores.

Atualmente existem diversos pacotes de otimização (AMPL, CPLEX, XPRESS, etc) que utilizam o algoritmo Simplex, entre outros, para solução de problemas de programação linear.

Apêndice B

Código Fonte do Modelo de Programação Linear

O modelo de programação linear para formulação do despacho ótimo de geração com restrição na transmissão foi desenvolvido utilizando o pacote de otimização Xpress-Mosel [13]. A seguir são apresentados os arquivos “*.mos” desenvolvidos para este trabalho.

B.1 Modelo de Despacho de Geração da Rede Completa

```
! Modelo e Bibliotecas
! -----
model 'DESP'
uses 'mmxprs'
uses 'mmetc'
uses 'mmsystem'
! -----

! Diretório de arquivos de entrada
```

```

! -----
parameters
  path = '.\'
end-parameters
! -----

! Dimensões do problema
! -----

declarations
  Dim: array(1..4) of integer
end-declarations

diskdata(ETC_IN,path+'Dim.csv',Dim)
! -----

! Declaração das variáveis
! -----

declarations
  NBUS = Dim(1)           ! Número de barras
  NUSI = Dim(2)           ! Número de usinas
  NLIN = Dim(3)           ! Número de circuitos
  NVLT = Dim(4)           ! Número de circuitos violados
end-declarations

declarations
  gerador: array(1..NUSI,1..3) of real   ! Dados de usinas
  D:       array(1..NBUS) of real         ! Demanda de cada barra
  NOUSI:   array(1..NUSI) of integer      ! Apontador para barra de cada usina
  C:       array(1..NUSI) of real         ! Custo unitário de cada usina
  GM:      array(1..NUSI) of real         ! Geração máxima de cada usina
  GN:      array(1..NUSI) of real         ! Geração mínima de cada usina
  BETA:    array(1..NBUS,1..NLIN) of real ! Matriz de sensibilidade

```

```

FL:      array(1..NLIN) of real          ! Limites de fluxo de circuitos

! Variável de Decisão
G:      array(1..NUSI) of mpvar          ! Geração de cada barra
GER:    array(1..NUSI) of real

end-declarations

! -----

!Leitura dos arquivos de entrada
! -----

diskdata(ETC_IN,path+'DEMANDA.CSV',D)

diskdata(ETC_IN,path+'NOUSI.CSV',NOUSI)

diskdata(ETC_IN,path+'GERADOR.CSV',gerador)
forall (i in 1..NUSI) do
    C(i) := gerador(i,1)
    GM(i) := gerador(i,2)
    GN(i) := gerador(i,3)
end-do

! Se existem violações de fluxos
if( NVLT > 0 ) then
    diskdata(ETC_IN,path+'BETA.CSV',BETA)
    diskdata(ETC_IN,path+'FLUXOS.CSV',FL)
    forall(i in 1..NVLT) create(flowv(i))
end-if

! -----

! ***** MODELO MATEMATICO *****

! Função Objetivo:

```

```

! Custo = somatório para todas usinas de custo unitário * geração
! -----
Cost:= sum(nu in 1..NUSI) (C(nu) * G(nu))
! -----

! Balanço de Geração e Demanda
! Somatório da geracao de cada usina = somatório da demanda de cada barra
! -----
sum(nu in 1..NUSI) G(nu) = sum(ni in 1..NBUS) D(ni)
! -----

! Limite de Fluxo
! Para cada circuito violado:
! Módulo do fluxo < limite do circuito
! Fluxo = linha da matriz de sensibilidade * (geração - demanda)
! -----
forall(nl in 1..NFLT) do
    flowv = sum(ni in 1..NBUS) BETA(ni,nl) *
        (sum(nu in 1..NUSI|NOUSI(nu)=ni) G(nu) - D(ni))
    flowv >= -FL(nl)
    flowv <= FL(nl)
end-do
! -----

! Limite de Geração
! Para cada usina:
! Geração mínima < geração < geração máxima
! -----
forall(nu in 1..NUSI) do
    G(nu) <= GM(nu)
    G(nu) >= GN(nu)
end-do

```

```

! -----
! ***** FIM MODELO MATEMATICO *****
! Minimização da Função Objetivo
! -----
minimize(Cost)
! -----

! Grava arquivo com a solução ótima do problema
! -----
forall(i in 1..NUSI) GER(i):=getsol(G(i))
diskdata(ETC_OUT,path+'GER.CSV',GER)
! -----

end-model

```

B.2 Modelo de Despacho de Geração da Rede Reduzida

```

! Modelo e Bibliotecas
! -----
model 'DEQV'
uses 'mmxprs'
uses 'mmetc'
uses 'mmsystem'
! -----

! Diretório de arquivos de entrada
! -----
parameters

```

```

    path = '.\`
end-parameters
! -----

! Dimensões do problema
! -----

declarations
    Dim: array(1..7) of integer
end-declarations

diskdata(ETC_IN,path+'Dim.csv',Dim)
! -----

! Declaração das variáveis
! -----

declarations
    NBUS = Dim(1)           ! Número de barras
    NBUSE = Dim(2)         ! Número de barras externas
    NBUSI = NBUS - NBUSE   ! Número de barras internas
    NBUSF = Dim(3)        ! Número de barras fronteiras
    NUSI = Dim(4)         ! Número de usinas
    NLIN = Dim(5)         ! Número de circuitos
    NLEM = Dim(6)         ! Número de circuitos externos violados
    NVLT = Dim(7)         ! Número de circuitos internos violados
end-declarations

declarations
    gerador: array(1..NUSI,1..3) of real    ! Dados de usinas
    D:      array(1..NBUS) of real          ! Demanda de cada barra
    FE:     array(1..NBUSE,1..NBUSF) of real ! Matriz de distribuição {PhiE}
    NOUSI:  array(1..NUSI) of integer       ! Apontador para barra
    C:     array(1..NUSI) of real          ! Custo unitário de cada usina

```

```

GM:      array(1..NUSI) of real          ! Geração máxima de cada usina
GN:      array(1..NUSI) of real          ! Geração mínima de cada usina
BETAE:   array(1..NBUS,1..NLIN) of real ! Matriz de sensibilidade externa
BETAI:   array(1..NBUSI,1..NLIN) of real ! Matriz de sensibilidade interna
FLe:     array(1..NLIN) of real          ! Limites de fluxo externo
FLi:     array(1..NLIN) of real          ! Limites de fluxo interno

! Variavel de decisao
G:       array(1..NUSI) of mpvar         ! Geração de cada barra
DB:      array(1..NBUSI) of mpvar        ! Injeção de cada barra fronteira
GER:     array(1..NUSI) of real
IJB:     array(1..NBUSF) of real
end-declarations

! -----

!Leitura dos arquivos de entrada
! -----

diskdata(ETC_IN,path+'DEMANDA.CSV',D)

diskdata(ETC_IN,path+'NOUSI.CSV',NOUSI)

diskdata(ETC_IN,path+'GERADOR.CSV',gerador)
forall (i in 1..NUSI) do
  C(i)   := gerador(i,1)
  GM(i)  := gerador(i,2)
  GN(i)  := gerador(i,3)
end-do

diskdata(ETC_IN,path+'PHIE.CSV',FE)

! Se existem violações de fluxos de circuitos externos
if( NLEM > 0 ) then

```

```

diskdata(ETC_IN,path+'BETAE.CSV',BETAE)
diskdata(ETC_IN,path+'FLUXOE.CSV',FLe)
end-if

! Se existem violações de fluxos de circuitos internos
if( NVLT > 0 ) then
    diskdata(ETC_IN,path+'BETAI.CSV',BETAI)
    diskdata(ETC_IN,path+'FLUXOI.CSV',FLi)
end-if

! -----

! ***** MODELO MATEMATICO *****

! Função Objetivo
! Custo = somatório para todas usinas de custo unitário * geração
! -----
Cost:= sum(nu in 1..NUSI) (C(nu) * G(nu))
! -----

! Balanço de Geração e Demanda
! Somatório da geracao interna + somatório da injeção fronteira =
! somatório da demanda interna
! -----
sum(nu in 1..NUSI|NOUSI(nu)>NBUSE) G(nu) +
sum(nf in 1..NBUSF) DB(nf) =
sum(ni in 1..NBUSI) D(ni+NBUSE)
! -----

! Injeção Equivalente
! Para cada barra fronteira:
! Injeção = linha da matriz PhiE * (geração externa - demanda externa)
! -----

```

```

forall(nf in 1..NBUSF) do
  DB(nf) = sum(ne in 1..NBUSE)
    ( FE(ne,nf) * ((sum(nu in 1..NUSI|NOUSI(nu)=ne) G(nu)) - D(ne)) )
end-do

! -----

! Limite de Fluxo dos Circuitos Externos
! Para cada circuito violado:
! Módulo do fluxo < limite do circuito
! Fluxo = linha da matriz de sensibilidade * (geração - demanda)
! -----

forall(nl in 1..NLEM) do
  flowe := sum(nb in 1..NBUS) (BETAE(nb,nl) *
    (-D(nb) + sum(nu in 1..NUSI|NOUSI(nu)=nb) G(nu)))
  flowe >= -FLe(nl)
  flowe <= FLe(nl)
end-do

! -----

! Limite de Fluxo dos Circuitos Internos
! Para cada circuito violado:
! Módulo do fluxo < limite do circuito
! Fluxo = linha da matriz de sensibilidade reduzida *
!           (geração + injeção - demanda)
! -----

forall(nl in 1..NVLT) do
  flowv := sum(ni in 1..NBUSI) (BETAI(ni,nl) *
    (-D(ni+NBUSE) + DB(ni) + sum(nu in 1..NUSI | NOUSI(nu) = ni+NBUSE) G(nu)))
  flowv >= -FLi(nl)
  flowv <= FLi(nl)
end-do

! -----

```

```

! Limite de Geração
! Para cada usina:
!   Geração mínima < geração < geração máxima
! -----
forall(nu in 1..NUSI) do
    G(nu) <= GM(nu)
    G(nu) >= GN(nu)
end-do
! -----

forall(i in 1..NBUSF) DB(i) is_free    ! Injeções podem ter valor negativo

! ***** FIM MODELO MATEMATICO *****

! Minimização da Função Objetivo
! -----
minimize(Cost)
! -----

! Grava arquivo com a solução ótima do problema
! -----
forall(i in 1..NUSI) GER(i):=getsol(G(i))
diskdata(ETC_OUT,path+'GER.CSV',GER)

forall(i in 1..NBUSF) IJB(i):=getsol(DB(i))
diskdata(ETC_OUT,path+'INJ.CSV',IJB)
! -----

end-model

```

Referências Bibliográficas

- [1] M. V. Pereira, L. A. Barroso, S. Granville, G. C. Oliveira, L. M. Thomé, N. Campodónico, and M. L. Latorre, “Stochastic optimization of transmission constrained and large scale hydrothermal systems in a competitive framework,” *Proceedings of the IEEE General Meeting*, 2003.
- [2] S. Deckmann, A. C. Pizzolante, A. J. Monticelli, B. Stott, and O. Alsac, “Studies on power system load flow equivalencing,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 99, pp. 2301–2310, 1980.
- [3] S. Deckmann, A. Pizzolante, A. Monticelli, B. Stott, and O. Alsac, “Numerical testing of power system load flow equivalents,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 99, pp. 2292–2300, 1980.
- [4] A. Monticelli, S. Deckmann, A. Garcia, and B. Stott, “Real-time external equivalents for static security analysis,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 98, pp. 498–508, 1979.
- [5] J. B. Ward, “Equivalent circuits for power flow studies,” *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 68, pp. 373–382, 1949.
- [6] W. F. Tinney and N. Sato, “Techniques for exploiting the sparsity of the network admittance matrix,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 82, pp. 944–950, 1963.
- [7] W. F. Tinney and J. W. Walker, “Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization,” *Proceedings of IEEE*, vol. 55, pp. 1801–1809, 1967.

- [8] A. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher Ltda., 1983.
- [9] B. Stott and A. O., “Fast decoupled load flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 93, pp. 859–869, 1974.
- [10] B. Stott, “Review of load flow calculation methods,” *Proceedings of IEEE*, vol. 62, pp. 916–929, 1974.
- [11] J. E. Van Ess and J. H. Griffin, “Elimination methods for load flow studies,” *AIEE Transactions*, vol. 80, pp. 299–304, 1961.
- [12] M. V. Pereira, B. G. Gorenstin, N. Campodónico, and J. P. Costa, “Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints,” *IEEE Transactions on PWRS*, 1991.
- [13] C. Guéret, C. Prins, and M. Sevaux, *Applications of optimization with Xpress-MP*. Dash Optimization, 2002.