

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FERNANDO PORRUA

**METODOLOGIA PARA PRECIFICAÇÃO E ANÁLISE DO
RISCO DE CONTRATAÇÃO ENTRE SUBMERCADOS NO
SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO**

Porto Alegre
2005

FERNANDO PORRUA

**METODOLOGIA PARA PRECIFICAÇÃO E ANÁLISE DO
RISCO DE CONTRATAÇÃO ENTRE SUBMERCADOS NO
SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO**

Dissertação de mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica,
da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como
parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre
em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Automação e
Instrumentação Eletro-Eletrônica

ORIENTADORA: Gladis B. Schuch

CO-ORIENTADOR: Alexandre S. Bazanella

Porto Alegre

2005

FERNANDO PORRUA

**METODOLOGIA PARA PRECIFICAÇÃO E ANÁLISE DO
RISCO DE CONTRATAÇÃO ENTRE SUBMERCADOS NO
SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Orientadora: _____

Profa. Dra. Gladis Bordin Schuch, UFRGS

Doutora pela UFSC – Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Sérgio Granville, PSR Consultoria

Doutor pela Universidade de Stanford – Stanford, EUA

Prof. Dr. Flávio Becon Lemos, PUC - RS

Doutor pela UFSC – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, UFRGS

Doutor pela Virginia Polytechnic Institute and State University - Blacksburg, EUA

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Carlos Eduardo Pereira

Porto Alegre, março de 2005.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu pai, Francisco Porrua Jr. e meus irmãos, Flávio Porrua e Priscila Porrua.

Dedico também a minha namorada, Giuliana, que sempre me incentivou e acreditou nos meus sonhos, se tornando parte deles.

Em especial, dedico esta conquista a minha mãe, Zoreti M. Porrua, pelo apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

AGRADECIMENTOS

À professora Dra. Gladis Bordin Schuch, pelo valioso apoio e pelas contribuições no desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella, por suas contribuições.

Ao professor Dr. Sérgio Granville, pelo interesse e contribuições no desenvolvimento deste trabalho.

Ao amigo Luiz Augusto, um agradecimento muito especial pelo interesse, apoio e dedicação inestimáveis.

Ao amigo Alexandre Street, pelas sugestões e atenção dedicadas.

Ao Dr. Roberto Lotero, grande amigo, sempre disposto a ajudar e de forma muito produtiva.

Aos colegas do Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia (LMEAE) da UFRGS, pela excelente estrutura disponibilizada durante esses dois anos.

A todos os colegas da Mercados de Energia e PSR Consultoria, em especial ao Dr. Mario Veiga Ferraz Pereira, pelas valiosas discussões na realização deste trabalho e recepção nos escritórios da PSR Consultoria.

Aos grandes amigos que fiz nesta cidade, Moreto, Felipe, André, Gabriel, Vinícius, Eduardo, Flávio, Diego e, em especial, Filadelfo.

Aos meus grandes amigos, Flavinho, Alexandre, Cesar, Rosaura, Luciana, Priscila, Daniel, Cláudio e Jorge.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

À CAPES, pela provisão da bolsa de mestrado.

RESUMO

As regras do novo modelo de mercado para o Setor Elétrico Brasileiro (SEB) foram publicadas em julho de 2004. A base deste modelo está na criação do Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL), para comercialização de energia elétrica. No ACR, a contratação é feita por leilão, procurando-se atender à soma das demandas de todas as Distribuidoras participantes. Cada Gerador, vencedor do leilão, assina contratos bilaterais com todas as Distribuidoras, as quais podem estar localizadas em submercados diferentes e, assim, expor os Geradores ao chamado “risco de submercado”. No entanto, no ACR, este risco é assumido pelas Distribuidoras, que poderão, eventualmente, repassá-lo aos consumidores finais. Por outro lado, no ACL este risco continuará sendo assumido pelos Geradores no caso de contratos entre submercados. Neste contexto, o objetivo do presente trabalho é propor uma metodologia para precificação e análise dos riscos de submercado de um Gerador operando no ACL, com base na teoria da “utilidade esperada”. São analisados dois estudos de caso, de uma contratação bilateral diretamente com um consumidor e da participação em um leilão de compra de energia elétrica realizado em um submercado “vizinho”. Em ambos os casos, analisados com dados reais do sistema elétrico brasileiro, os resultados obtidos comprovam que a abordagem de “utilidade esperada” captura de forma mais coerente o perfil de risco do Gerador, comparada à abordagem tradicional de precificação do risco pelo valor presente médio da renda, que considera o Gerador como sendo neutro à situações de risco.

Palavras-chaves: Risco de Submercado. Precificação de Risco. Congestionamento da Transmissão. Função Utilidade. Leilão de Energia.

ABSTRACT

In July 2004, the Brazilian government detailed the rules of its new electric sector model. The core of the model lies in the creation of two contracting environments: the Regulated Contracting Environment (ACR) and the Free Contracting Environment (ACL). In the ACR, contracting is carried out through auctions, which attempts to match the sum of all Distribution companies demand with Generators supply bids. Each auction winner signs into bilateral contracts with all Distribution companies, which can be located in different zones other than the winner's. These cross-zones contracts expose such winner to congestion risks. However, in the ACR, those risks are taken by distributors, which can transfer them to the captive consumers. On the other hand, in the ACL congestion risks are still taken by Generators in cross-zones contracts. In this framework, the objective of this work is to propose a methodology for pricing and analysis of congestion risks of a Generator operating in the ACL, based on the “expected utility theory”, in two main situations: bilateral contracting directly with final consumer and bilateral contracting through auction. The application of methodology is based on Brazilian power sector data. In both situations, obtained results have shown that “expected utility” approach is more coherent to represent Generator's risk profile, compared to the traditional approach through the net present value of incomes.

Keywords: Submarket Risk. Risk Pricing. Transmission Congestion. Utility Function. Energy Auction.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	11
LISTA DE TABELAS	13
LISTA DE ABREVIATURAS.....	14
1 INTRODUÇÃO	16
1.1 MOTIVAÇÃO.....	17
1.2 OBJETIVOS	19
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	19
2 DESPACHO E FORMAÇÃO DO PREÇO DA ENERGIA ELÉTRICA	21
2.1 DESPACHO ECONÔMICO DE SISTEMAS TÉRMICOS	21
2.1.1 Determinação do Preço <i>Spot</i>	22
2.1.2 Contabilização no Mercado de Curto Prazo	23
2.1.3 Exemplo	23
2.2 DESPACHO ECONÔMICO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	24
2.2.1 Custos de Oportunidade	24
2.2.2 Árvore de decisões	25
2.2.3 Custos Operacionais Imediatos e Futuros	26
2.2.4 Formulação do Despacho Hidrotérmico para uma Etapa	28
2.2.5 Cálculo da Função de Custo Futuro	30
2.2.6 Exemplo	33
2.3 VOLATILIDADE DO PREÇO SPOT.....	34
2.4 MECANISMO DE REALOCAÇÃO DE ENERGIA	37
2.5 DESPACHO FÍSICO NO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO E CONTABILIZAÇÃO NA CCEE	38
2.5.1 Exemplo (um submercado)	40
2.5.2 Exemplo (múltiplos submercados)	41
3 RISCOS DE SUBMERCADO	44
3.1 CONTRATOS COMO MITIGADORES DE RISCOS	44
3.2 CONTRATAÇÃO E MÚLTIPLOS SUBMERCADOS	46
3.3 RISCOS DE SUBMERCADO NO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO	48
3.4 MITIGAÇÃO DO RISCO DE SUBMERCADO.....	50

3.4.1 <i>Physical Transmission Rights</i>	51
3.4.2 <i>Flowgate Rights</i>	52
3.4.3 <i>Financial Transmission Rights</i>	54
3.5 MODELO INSTITUCIONAL DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO E OS RISCOS DE SUBMERCADO.....	58
3.5.1 Contratos no Ambiente de Contratação Regulada	59
3.5.2 Contratos no Ambiente de Contratação Livre	61
4 MÉTRICAS DE RISCO	62
4.1 INTRODUÇÃO.....	62
4.2 FUNÇÃO UTILIDADE.....	64
4.2.1 O Equivalente a Certeza.....	67
4.2.1.1 <i>Exemplo</i>	68
4.2.2 O Coeficiente de Aversão a Risco	69
4.3 TIPOS DE FUNÇÃO UTILIDADE.....	69
4.3.1 Função Utilidade Quadrática	70
4.3.2 Função Utilidade Exponencial	71
4.3.3 Função Utilidade Logarítmica	73
4.3.4 Função Utilidade Linear por Partes	74
4.3.5 Construção da Função Utilidade Linear por Partes	76
5 METODOLOGIA PROPOSTA.....	79
5.1 ASPECTOS GERAIS	79
5.2 DETERMINAÇÃO DA RENDA LÍQUIDA	82
5.3 PRECIFICAÇÃO DO RISCO DE SUBMERCADO EM CONTRATAÇÃO BILATERAL	83
5.3.1 Equivalência em Termos de VPL Médio da Renda.....	84
5.3.1.1 <i>Cálculo do sobrepreço</i>	85
5.3.2 Equivalência em Termos de VPL Médio do EqC.....	87
5.3.2.1 <i>Cálculo do Sobrepreço</i>	88
5.4 DETERMINAÇÃO DA CURVA DE DISPOSIÇÃO A CONTRATAR ENTRE SUBMERCADOS....	90
5.4.1 Disposição a Contratar para um dado Preço	91
6 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA.....	93
6.1 CARACTERIZAÇÃO DOS ESTUDOS DE CASO	93
6.2 ESTUDO DE CASO 1 - CONTRATAÇÃO BILATERAL.....	97
6.2.1 Equivalência em termos de VPL médio da renda	98
6.2.2 Equivalência em termos de VPL médio do Equivalente a Certeza	100
6.2.3 Resultados da Renda para um ano do Período de Contrato	104

6.3 ESTUDO DE CASO 2 – DETERMINAÇÃO DA CDC.....	106
6.3.1 Sobrepreço de Contrato que Maximiza o EqC	110
7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	112
REFERÊNCIAS.....	115
APÊNDICE A: CONTRATOS DE CONGESTIONAMENTO DA TRANSMISSÃO E A CONDIÇÃO DE <i>REVENUE ADEQUACY</i>	121
A.1 INTRODUÇÃO.....	121
A.2 DESPACHO ECONÔMICO	122
A.3 DESPACHO ECONÔMICO CONSIDERANDO CONTINGÊNCIAS	124
A.4 EQUILÍBRIO DO MERCADO.....	125
A.5 “ADEQUABILIDADE DE RECEITA” PARA PAGAMENTO DOS FTRS	127
ANEXO A: METODOLOGIA DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL	
ESTOCÁSTICA APLICADA AO DESPACHO HIDROTÉRMICO	130
A.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	130
A.2 ALGORITMO DA PDDE.....	131
A.2.1 SELEÇÃO DO CONJUNTO INICIAL DE ESTADOS.....	131
A.2.1.1 Estados iniciais de armazenamento.....	131
A.2.1.2 Estados iniciais de afluências.....	131
A.2.2 CÁLCULO DA FUNÇÃO APROXIMADA DE CUSTO FUTURO.....	132
A.2.2.1 Geração de “N” cenários de afluências condicionadas	132
A.2.2.2 Solução do problema operativo.....	133
A.2.2.3 Cálculo das derivadas.....	133
A.2.2.4 Cálculo da aproximação da função de custo futuro	135
A.2.2.5 Atualização da função de custo futuro do estágio anterior	135
A.2.3 CÁLCULO DO LIMITE INFERIOR	136
A.2.4 CÁLCULO DO LIMITE SUPERIOR	137
A.2.4.1 Estados iniciais de armazenamento.....	137
A.2.4.2 Estados iniciais de afluências.....	137
A.2.4.3 Simulação operativa.....	137
A.2.4.4 Atualização do estado inicial de armazenamento	138
A.2.4.5 Obtenção do limite superior	138
A.2.5 VERIFICAÇÃO DA OTIMALIDADE.....	138

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Custo de oportunidade para usinas hidrelétricas.....	25
Figura 2 Processo decisório em sistemas hidrotérmicos	26
Figura 3 Comparação entre custos imediatos e futuros e armazenamento final	27
Figura 4 Cálculo da FCF.....	28
Figura 5 Programação hidrelétrica ótima	28
Figura 6 Balanço hídrico do reservatório.....	30
Figura 7 Definição dos estados do sistema.....	31
Figura 8 Cálculo da decisão ótima por cenário (último estágio).....	31
Figura 9 Cálculo do primeiro segmento da FCF.....	32
Figura 10 FCF linear por partes para o estágio “T-1”.....	32
Figura 11 Cálculo do custo operativo para o estágio “T-1” e FCF para “T-2”.....	32
Figura 12 Função de custo futuro.....	33
Figura 13 Preços <i>spot</i> verificados no SE e NE.....	35
Figura 14 Curva de duração do preço <i>spot</i> no Sudeste, em 2012.....	36
Figura 15 Correlação negativa entre preço spot e energia armazenada.....	37
Figura 16 Submercados com limite de intercâmbio.....	41
Figura 17 Despacho ótimo com limite de intercâmbio.....	41
Figura 18 Uso de contratos como mitigador de riscos.....	45
Figura 19 Submercados no setor elétrico brasileiro.....	48
Figura 20 Preços <i>spot</i> S e SE.....	49
Figura 21 Características do perfil de aversão a risco.....	65
Figura 22 Características do perfil de neutralidade a risco.....	66
Figura 23 Características do perfil de propensão ao risco.....	66
Figura 24 Cálculo do equivalente a certeza (gerador avesso a risco).....	67
Figura 25 Função utilidade hipotética.....	68
Figura 26 Função utilidade quadrática.....	70
Figura 27 Função utilidade exponencial negativa.....	72
Figura 28 Função utilidade logarítmica.....	73

Figura 29 Exemplo de FULP com quatro segmentos.....	75
Figura 30 CARP para oito segmentos (intervalos) de renda líquida.	77
Figura 31 FULP com oito segmentos (intervalos) de renda líquida.....	77
Figura 32 Estrutura geral da metodologia proposta.....	80
Figura 33 Projeção da média de preços spot de 2009 a 2016 – SE e NE.....	95
Figura 34 Média das diferenças de preços e pior série.....	95
Figura 35 Distribuição da diferença média de preços spot entre SE e NE (ano 2012).	96
Figura 36 Distribuição da diferença média de preços spot entre SE e NE (ano 2016).	97
Figura 37 Sobrepreço de contrato que iguala as rendas médias no SE e NE – E_C fixo.....	99
Figura 38 Sobrepreço de contrato que iguala as rendas médias no SE e NE – PC fixo.....	100
Figura 39 FULP utilizada para os estudos de caso 1 e 2.	101
Figura 40 Sobrepreço de contrato igualando os EqCs – montante fixo.	102
Figura 41 Sobrepreço igualando os EqCs – preço fixo.	103
Figura 42 Curvas iso-quantidade.....	104
Figura 43 Comparação entre as distribuições das rendas – 2014.	105
Figura 44 CDC para contrato no SE.....	107
Figura 45 CDC para contrato no NE.	108
Figura 46 Comparação entre as CDCs SE e NE.....	109
Figura 47 Equivalentes a certeza – SE e NE.	109
Figura 48 Obtenção do sobrepreço de contrato através das CDCs.....	110
Figura 49 Comparação entre sobrepreços – igualando os EqCs e maximizando os EqCs....	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Características das termelétricas.....	23
Tabela 2 Características da hidrelétrica.....	33
Tabela 3 Despacho ótimo (sistema hidrotérmico).....	34
Tabela 4 Dados de geradores e demanda.....	40
Tabela 5 Despacho ótimo	40
Tabela 6 Balanço no mercado de curto prazo – geração	40
Tabela 7 Balanço no mercado de curto prazo – demanda	40
Tabela 8 Balanço no mercado de curto prazo com limite de intercâmbio – geração	42
Tabela 9 Balanço no mercado de curto prazo com limite de intercâmbio – demanda	42
Tabela 10 Especificações técnicas da UTE	93

LISTA DE ABREVIATURAS

ACL:	Ambiente de Contratação Livre
ACR:	Ambiente de Contratação Regulada
ANEEL:	Agência Nacional de Energia Elétrica
CAR:	Coeficiente de Aversão a Risco
CARP:	Coeficiente de Aversão a Risco Linear por Partes
CCEE:	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CCT:	Contrato de Congestionamento da Transmissão
CDC:	Curva de Disposição a Contratar
CL:	Consumidor Livre
CMO:	Custo Marginal de Operação
DE:	Despacho Econômico
EqC:	Equivalente a Certeza
ESS:	Encargo de Serviços do Sistema
FCF:	Função de Custo Futuro
FCI:	Função de Custo Imediato
FGR:	<i>Flowgate Right</i>
FPO:	Fluxo de Potência Ótimo
FTR:	<i>Financial Transmission Right</i>
FU:	Função Utilidade
FULP:	Função Utilidade Linear por Partes

MAE:	Mercado Atacadista de Energia
MME:	Ministério de Minas e Energia
MRE:	Mecanismo de Realocação de Energia
NE:	Nordeste
OIS:	Operador Independente do Sistema
ONS:	Operador Nacional do Sistema
PL:	Programação Linear
PTDF:	<i>Power Transmission Distribution Factor</i>
PTR:	<i>Physical Transmissions Right</i>
SCED:	<i>Security Constrained Economic Dispatch</i>
SDDP:	<i>Stochastic Dual Dynamic Programming</i>
SE:	Sudeste
SEB:	Setor Elétrico Brasileiro
UTE:	Usina Térmica
VaR:	<i>Value at Risk</i>
VPL:	Valor Presente Líquido

1 INTRODUÇÃO

No Setor Elétrico Brasileiro (SEB) o despacho do sistema de geração é realizado de forma centralizada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS). O processo de despacho envolve decisões de quais recursos de geração serão utilizados para o atendimento da demanda, ao menor custo possível de operação. Para esta tarefa, é utilizada uma cadeia de modelos computacionais de otimização (ONS, 2002). Enquanto esse despacho real utiliza a representação mais detalhada do sistema de transmissão (cerca de 3500 barras e 5000 circuitos), o despacho ideal, utilizado para fins comerciais de contabilização e liquidação no mercado de curto prazo, divide o sistema em quatro zonas, cujas fronteiras são definidas por restrições de transmissão de caráter estrutural. Em outras palavras, o mercado de curto prazo no Brasil é dividido em quatro “submercados”¹.

O despacho do sistema pode resultar na necessidade de transferência de um grande montante de energia de um submercado exportador para um importador. Caso esta transferência de energia seja limitada pela capacidade do sistema de transmissão existente entre estes submercados, ocorre o chamado congestionamento da transmissão². Por consequência, estas duas regiões terão preços de curto prazo diferentes entre si, pois haverá necessidade de despachar geradores de maior custo no submercado importador, para atender aumentos na demanda deste submercado. Como no Brasil o nível de contratação entre geradores e distribuidores é elevado, estes agentes podem estar expostos ao chamado “risco de submercado”³ em situações de congestionamento, se firmarem contratos entre submercados distintos.

¹ O mercado de curto prazo no SEB, antes conhecido como Mercado Atacadista de Energia (MAE), atualmente é conhecido como Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE).

² Quando o sistema de transmissão é levado a operar além de um ou mais limites (térmico ou de estabilidade dinâmica, por exemplo), se torna impeditivo, por questões de segurança, aumentar o fluxo de potência neste sistema. Nesta situação diz-se que ocorreu o congestionamento da transmissão (AGUADO et al., 2004).

³ O risco de submercado (ou risco de congestionamento) tem origem no processo de contabilização no curto prazo, quando existir diferença de preços entre submercados em situações de congestionamento. Este risco será detalhado na seção 3.2.

Em países onde se divide o sistema em dois ou mais submercados, como no caso brasileiro, verifica-se no processo de contabilização que, em situações de congestionamento, o montante pago pelos consumidores no mercado de curto prazo excede o montante arrecadado pelos geradores (STOFT, 2002). Este excedente resultante é conhecido como *surplus*⁴ do sistema de transmissão ou excedente financeiro da transmissão, por corresponder exatamente à remuneração do circuito de transmissão congestionado, em um ambiente competitivo⁵ (BRASIL, 2002).

Em muitos países, o risco de submercado é mitigado através de um Contrato de Congestionamento da Transmissão (CCT), que é concedido aos agentes de geração e administrado pelo operador do sistema (KRISTIANSEN, 2004b). Estes contratos garantem ao agente uma parcela do *surplus*, quando ocorre o congestionamento entre submercados, como forma de reduzir a exposição destes agentes à diferença de preços.

No entanto, no caso do SEB, o *surplus* é destinado à mitigação dos riscos provenientes da aplicação do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) e para cobrir despesas com Encargos de Serviços do Sistema (ESS), ou seja, não existe (ao menos a curto e médio prazos) a perspectiva de utilizar o *surplus* para conceder CCTs aos agentes, de uma forma competitiva (MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA, 2002).

1.1 MOTIVAÇÃO

O atual modelo institucional do SEB, regulamentado pelo Decreto 5.163, de 30 de julho de 2004, cria dois ambientes para a contratação de energia elétrica (BRASIL, 2004a): Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL). Toda contratação das distribuidoras ocorrerá no ACR, através de leilões de compra de energia,

⁴ A expressão *surplus* é utilizada na literatura internacional para indicar o excedente financeiro no curto prazo.

⁵ A linha de transmissão, em caso de congestionamento, pode ser vista como um “agente econômico” que “compra” energia em uma região onde o preço é menor (exportadora) e a “vende” na região onde o preço é maior (importadora).

sendo leiloado um montante correspondente à soma das necessidades individuais de cada distribuidora e os geradores vencedores assinam contratos com todas elas.

Neste caso, serão assinados contratos entre submercados distintos, mas o risco de submercado é transferido do gerador ao distribuidor que, por sua vez, pode repassá-lo ao consumidor final (CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 2004).

Por outro lado, a contratação dos consumidores livres (CLs) ocorrerá no ACL e poderá ser bilateral. No entanto, a tendência é que estes consumidores também realizem leilões de compra para estimular a concorrência e reduzir o preço de seus contratos. Com este objetivo, os CLs podem estimular a participação de geradores de outros submercados, mas, neste caso, estes geradores estarão expostos ao risco de submercado. Com a ausência, no ACL, de mecanismos de mitigação, este risco precisa ser precificado, tanto por geradores em negociações bilaterais quanto por geradores participando em leilões de compra realizados pelos CLs. Neste contexto, surge a motivação para o desenvolvimento de uma metodologia que permita a precificação destes riscos, auxiliando o gerador no processo de tomada de decisão.

Muitos trabalhos têm sido publicados, como será visto ao longo desta dissertação, sobre mecanismos para a mitigação do risco de submercado (por exemplo, os CCTs). Dada a ausência destes mecanismos no SEB, a precificação destes riscos deve ser feita pelo próprio agente, de acordo com o seu perfil de risco individual.

A literatura especializada não contempla uma metodologia para precificar o risco de submercado de um agente gerador, que considere uma modelagem detalhada da incerteza associada à diferença de preços entre submercados e do perfil de risco do agente, o que é possível com a metodologia resultante deste trabalho de pesquisa. Assim, a contribuição principal do trabalho está na proposição desta metodologia com as características de

modelagem mencionadas, como base para trabalhos futuros que tenham o objetivo de dar continuidade a esta abordagem, ou abordar o assunto através de outros enfoques.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia para especificar o risco de submercado no SEB, com base na teoria de Função Utilidade (FU), para geradores com contratos entre submercados diferentes e analisá-la através dos seguintes índices:

- a) Cálculo do preço que um gerador pode requerer, em uma *negociação bilateral*, por um contrato fora de seu submercado;
- b) Cálculo da curva de disposição a contratar (CDC) de um gerador para contratos oferecidos em outro submercado, como os provenientes de um *leilão* de compra de energia elétrica.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Para alcançar os objetivos propostos, a dissertação está estruturada em sete capítulos, incluindo este introdutório, como indicado a seguir.

O Capítulo 2 apresenta as metodologias tradicionais utilizadas para o despacho da geração e formação do preço da energia elétrica em sistemas térmicos e hidrotérmicos. Também, são apresentadas neste capítulo a forma de despacho e contabilização no mercado de curto prazo do SEB e algumas particularidades devidas à sua natureza predominantemente hidrelétrica, como a volatilidade do preço *spot*⁶.

O Capítulo 3 introduz o conceito de risco de submercado e o uso de CCTs, que são as formas tradicionais para mitigação destes riscos em alguns mercados internacionais de energia

⁶ O preço *spot* é definido como o valor cobrado por uma mercadoria vendida para entrega imediata, no mercado *spot*, ou, de curto prazo. Maiores detalhes sobre a teoria de precificação *spot* em mercados de energia elétrica são encontrados em Schweppé et al. (1988).

elétrica. Neste capítulo também são apresentados os novos ambientes para comercialização no atual modelo institucional do SEB e os riscos de submercado associados.

No Capítulo 4, apresentam-se algumas metodologias tradicionais para quantificação e análise de riscos, bem como suas desvantagens, o que levou à escolha da “teoria da utilidade esperada” no desenvolvimento da metodologia apresentada neste trabalho.

O Capítulo 5 apresenta o desenvolvimento da metodologia proposta, nas duas situações de contratação bilateral e participação em leilão.

No Capítulo 6 é realizada uma aplicação da metodologia proposta, através de estudos de caso e, finalizando, o Capítulo 7 apresenta as conclusões da pesquisa e indicações para trabalhos futuros.

Complementam o trabalho um apêndice e um anexo. O Apêndice A apresenta o CCT e a condição de *revenue adequacy*, na qual o *surplus* da transmissão, recolhido pelo operador do sistema, é suficiente para pagar os referidos contratos. O Anexo A apresenta um detalhamento da técnica de programação dinâmica dual estocástica, aplicada ao despacho hidrotérmico de sistemas de energia elétrica.

2 DESPACHO E FORMAÇÃO DO PREÇO DA ENERGIA ELÉTRICA

Este capítulo descreve o procedimento utilizado para a determinação da geração de energia elétrica de cada gerador, hidrelétrico ou termelétrico, ao longo do tempo, bem como a formação do preço de curto prazo da energia em cada período. Inicialmente, apresenta-se o caso de sistemas compostos por usinas termelétricas. A seguir, o processo de despacho e formação do preço é estendido para o caso de sistemas hidrotérmicos, uma vez que o sistema brasileiro tem essa característica (com predominância hidrelétrica) e a metodologia proposta necessita do preço *spot*, fornecido pelo despacho hidrotérmico.

2.1 DESPACHO ECONÔMICO DE SISTEMAS TÉRMICOS

Em termos mundiais, na maioria dos mercados de energia elétrica existe um operador do sistema que define de forma centralizada e otimizada, a cada estágio, a produção das usinas. Esta definição objetiva atender a demanda ao mínimo custo, o chamado despacho econômico (DE). Em sistemas térmicos, uma forma simplificada de formular o DE pode ser:

$$z = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j \cdot g_j \quad (1)$$

s.a. Multiplicador

$$\sum_{j=1}^J g_j = d \quad \pi_d \quad (2)$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \quad (3)$$

Onde:

z – custo total de operação a ser minimizado, em \$;

c_j – custo variável de operação de cada gerador “j”, em \$/MWh;

g_j – produção de energia elétrica (variável de decisão), em MWh;

d – demanda de energia do sistema, em MWh;

\underline{g}_j – limite inferior de geração de cada gerador “j”, em MWh;

\bar{g}_j – limite superior de geração de cada gerador “j”, em MWh.

As restrições (2) e (3) estão relacionadas, respectivamente, com o atendimento da demanda e os limites da capacidade de geração.

O modelo de despacho apresentado nas expressões de (1) a (3) é um problema de Programação Linear (PL). Em geral, este problema é resolvido acionando os geradores em ordem crescente de custo variável, até que a geração total iguale a demanda⁷. O último gerador desta forma despachado é chamado de “gerador marginal”.

Em geral, costuma-se representar a rede de transmissão no problema de DE, tornando-o complexo e de grande porte, fazendo-se necessário o uso de sistemas computacionais para a solução do problema de PL.

2.1.1 Determinação do Preço Spot

De acordo com a teoria marginalista (VARIAN, 1999), o Custo Marginal de Operação (CMO) do sistema é, por definição, a variação do custo de operação do sistema quando há uma variação de 1 MWh na demanda, dado pela derivada parcial da função objetivo do problema (1), com relação à demanda. Com base na teoria de PL, sabe-se que esta derivada é dada pela variável dual, definida como π_d , associada à restrição (2), de atendimento da demanda (PIERRE, 1986).

O valor de π_d , para este caso de representação simplificada do problema, pode ser obtido por inspeção. Como um aumento da demanda seria atendido pelo aumento da geração do gerador marginal, o valor de π_d é diretamente o custo variável deste gerador, em \$/MWh.

⁷ Este despacho, em ordem crescente de custo variável de operação, é conhecido como despacho por ordem de mérito (SILVA, 2001).

Em muitos sistemas elétricos (incluindo o do Brasil), o CMO (também conhecido como preço *spot* ou custo marginal de curto prazo⁸) é utilizado para contabilização dos geradores e cargas na CCEE.

2.1.2 Contabilização no Mercado de Curto Prazo

No Brasil, cada gerador “j” recebe na contabilização da CCEE um montante em dinheiro correspondente ao produto “ $\pi_d \times g_j$ ”. Por sua vez, a demanda “d” paga na CCEE um montante dado pelo produto “ $\pi_d \times d$ ”. Como a produção total de energia é igual à demanda (desconsiderando-se as perdas) e supondo que há um único preço de compra e venda de energia, conclui-se que no balanço financeiro na CCEE o valor pago pela demanda sempre iguala o recebido pelos geradores. A suposição de um único preço para a energia é válida se não houver congestionamento entre submercados, ou, se a contabilização referida for entre geradores e demandas no mesmo submercado.

2.1.3 Exemplo

Os processos de despacho e contabilização, para um parque gerador composto de três termelétricas com as características especificadas na Tabela 1, são ilustrados a seguir.

Tabela 1 Características das termelétricas

Nome	Cap. (MWh)	Custo oper. (\$/MWh)
T ₁	10	8
T ₂	5	12
T ₃	20	15

O despacho de mínimo custo para atender uma demanda de 20 MWh, em uma etapa de uma hora, pode ser obtido por inspeção dos custos de operação das usinas, pela lógica do despacho por ordem de mérito. Assim:

⁸ O custo marginal de curto prazo é o custo de aumentar (ou diminuir) a produção para atender um aumento (ou redução) da demanda com a capacidade existente do sistema (HUNT; SHUTTLEWORTH, 1996).

$$T_1 = 10 \text{ MWh}$$

$$T_2 = 5 \text{ MWh}$$

$$T_3 = 5 \text{ MWh}$$

O preço *spot* do sistema é \$15/MWh, que corresponde ao custo operacional da termelétrica marginal, T_3 . A renda líquida de cada gerador pela venda de energia na CCEE é dada por $R_j = (\pi_d - c_j)g_j$, ou seja:

$$R_{L1} = (\pi_d - c_1)g_1 = (15 - 8)10 = \$70$$

$$R_{L2} = (15 - 12)5 = \$15$$

$$R_{L3} = (15 - 15)5 = \$0$$

Conforme apresentado nesta seção, em sistemas puramente térmicos a solução do problema de despacho é obtida de forma simples. No entanto, sistemas com participação significativa de geração hidroelétrica (hidrotérmicos) têm a possibilidade de usar a capacidade de armazenamento dos reservatórios do sistema para transferir energia entre os estágios. Isto introduz um *acoplamento temporal* entre a decisão operativa numa etapa qualquer e as futuras consequências desta decisão, tornando o problema mais complexo e de grande porte, como mostrado a seguir.

2.2 DESPACHO ECONÔMICO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

2.2.1 Custos de Oportunidade

Teoricamente, as usinas hidrelétricas seriam sempre as primeiras a serem despachadas, pois seu custo variável de operação é muito pequeno⁹. No entanto, o operador do sistema pode optar entre utilizar a água armazenada nos reservatórios para gerar no estágio atual, ou

⁹ O custo variável direto da usina hidrelétrica é, basicamente, a soma de seus custos variáveis de O&M com as taxas ambientais.

deixá-la armazenada para uso futuro. Esta decisão depende do “custo de oportunidade” da geração hidrelétrica¹⁰. Para exemplificar, considera-se o caso da Figura 1.

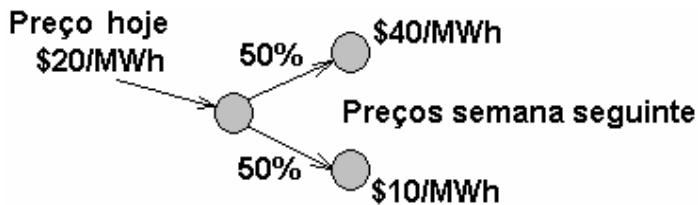


Figura 1 Custo de oportunidade para usinas hidrelétricas.

Na Figura 1, o preço *spot* hoje é \$20/MWh. Isto significa que 1 MWh de geração hidrelétrica hoje “deslocará” 1 MWh do gerador marginal, economizando portanto \$20. Supõe-se, todavia, que para a semana seguinte o preço *spot* pode ser \$40/MWh ou \$10/MWh, com igual probabilidade de ocorrência, resultando em um preço *spot* esperado de \$25/MWh¹¹. Com base nessa informação, o operador do sistema decide por armazenar a água, pois terá um benefício esperado futuro (custo de oportunidade) de \$25/MWh, contra os \$20/MWh de hoje.

Para o DE hidrotérmico, o custo de oportunidade tem todas as características de um custo “real”: por exemplo, seria preferível atender um aumento de demanda hoje com o gerador marginal a \$20/MWh, do que acionar a hidrelétrica.

O exemplo da Figura 1 é uma representação simplificada do processo de tomada de decisão do operador. Em sistemas de energia elétrica de grande porte, como é o caso do sistema brasileiro, são usadas “árvores de decisão” para representar um determinado número de cenários.

2.2.2 Árvore de decisões

Nos sistemas hidrotérmicos, os estágios de decisão são mensais ou semanais e o cálculo do custo de oportunidade se estende por vários estágios. Isto torna este cálculo

¹⁰ O custo de oportunidade de um gerador hidrelétrico reflete sua expectativa de vender a um preço melhor em uma oportunidade futura. Assim, uma possível venda no presente ao preço de mercado não traz expectativas de lucros maiores (STOFT, 2002).

¹¹ Preço *spot* esperado para a semana seguinte = $(50\% * 40) + (50\% * 10) = \$25/\text{MWh}$.

complexo devido à incerteza das afluências futuras. Por exemplo, se a energia hidrelétrica for utilizada hoje, e ocorrer uma seca amanhã, pode ser necessário usar geração térmica mais cara no futuro, ou até mesmo interromper o fornecimento de energia elétrica (custo de oportunidade elevado). Se, por outro lado, os níveis dos reservatórios se mantiverem altos pelo uso mais intenso de geração térmica, e a afluência aumentar no futuro, os reservatórios poderão verter, desperdiçando energia (custo de oportunidade baixo). Como ilustra a Figura 2, é necessário resolver uma árvore de decisão e quantificar os efeitos de todas as possíveis decisões, escolhendo a que, em média, leva aos melhores resultados.

Esta decisão consiste em encontrar um equilíbrio entre os usos imediato e futuro da água dos reservatórios.

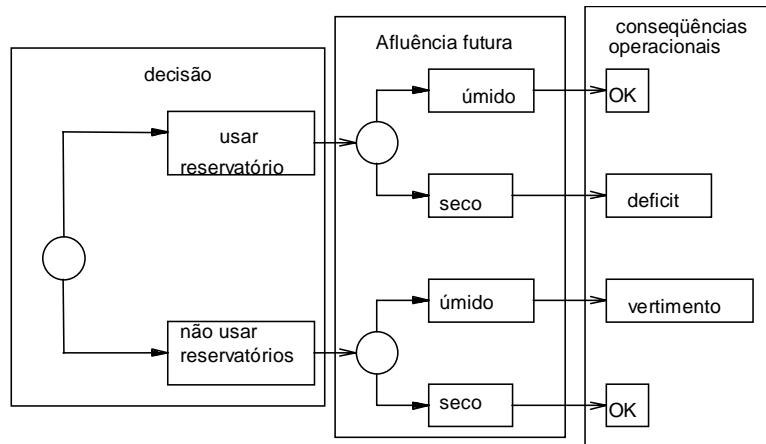


Figura 2 Processo decisório em sistemas hidrotérmicos (SILVA, 2001).

2.2.3 Custos Operacionais Imediatos e Futuros

Na prática, a busca pela melhor decisão operativa é baseada na composição dos custos operacionais imediato e futuro, como ilustrado na Figura 3. Nesta figura, os custos operativos são funções do armazenamento final dos reservatórios.

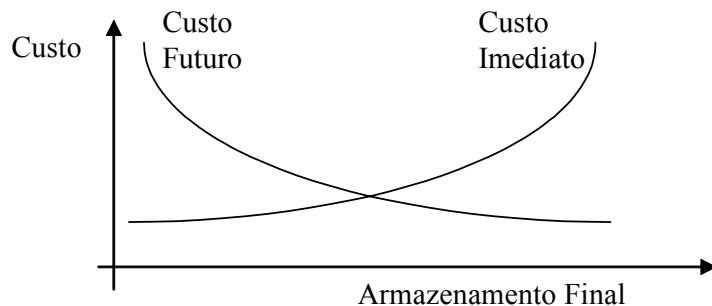


Figura 3 Comparação entre custos imediatos e futuros e armazenamento final (SILVA, 2001).

A função de custo imediato (FCI) está relacionada aos custos de geração térmica no estágio inicial “t”. Ou seja, à medida que o armazenamento final (fim do horizonte de planejamento) dos reservatórios do sistema aumenta, um menor volume de água estará disponível para produção de energia nesta etapa inicial “t”. Como resultado, há necessidade de maior geração térmica para atender a demanda e o custo operativo imediato sobe. Por sua vez, a função de custo futuro (FCF) está associada às despesas esperadas de geração térmica a partir da etapa “t + 1”, até o final do período de planejamento. Observa-se que a FCF diminui com o armazenamento final, à medida que um maior volume de água é disponibilizado para uso futuro.

A FCF é calculada simulando-se a operação do sistema no futuro para diferentes níveis de armazenamento inicial e calculando-se os custos operacionais. O horizonte de simulação depende da capacidade de armazenamento do sistema. Se a capacidade for relativamente pequena, o impacto de uma decisão é diluído em alguns meses. Se a capacidade for significativa, como no sistema brasileiro, o horizonte de simulação pode chegar a cinco anos.

Como visto, esta simulação torna-se mais complexa pela variabilidade da vazão afluente aos reservatórios, cujos níveis alteram-se sazonalmente, regionalmente e anualmente. Como consequência, o cálculo da FCF deve ser feito de forma probabilística, isto é, utilizando um grande número de cenários hidrológicos, como exemplifica a Figura 4.

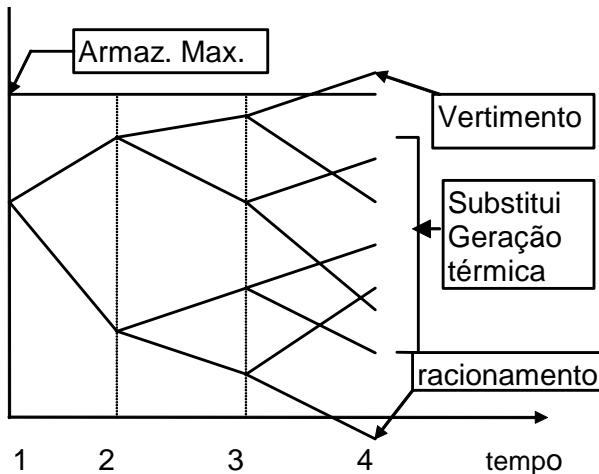


Figura 4 Cálculo da FCF (SILVA, 2001).

O uso ótimo da água dos reservatórios corresponde ao ponto que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. Conclui-se, portanto, que a água armazenada possui um valor, denominado “valor da água”, que pode ser medido pela inclinação da FCI ou da FCF. A Figura 5 ilustra o ponto de mínimo custo global, que também corresponde ao ponto onde as derivadas da FCI e da FCF, com relação ao armazenamento, se igualam em módulo.

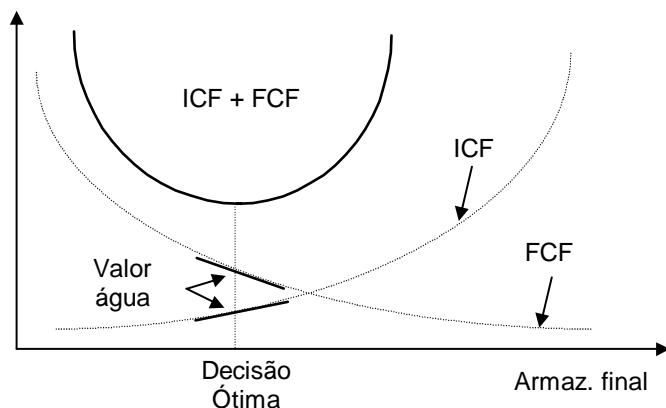


Figura 5 Programação hidrelétrica ótima (SILVA, 2001).

2.2.4 Formulação do Despacho Hidrotérmico para uma Etapa

Nesta seção é apresentada a formulação do despacho hidrotérmico para um determinado estágio “ t ”, para uma dada FCF.

- a) Função objetivo – o objetivo é minimizar a soma dos custos imediato e futuro, como segue:

$$z_t = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j \cdot g_j + \alpha_{t+1}(v_{t+1}) \quad (4)$$

O custo imediato na expressão (4) é dado pelos custos operacionais térmicos na etapa “t”. Por sua vez, o custo futuro é representado pela função $\alpha_{t+1}(v_{t+1})$, onde v_{t+1} é o vetor dos níveis de armazenamento do reservatório ao final da etapa “t” (início da etapa “t+1”). As restrições operacionais nesta etapa são discutidas a seguir.

- b) Balanço hídrico – como ilustrado na Figura 6, a equação de balanço hídrico relaciona o armazenamento e os volumes de entrada e saída do reservatório: o volume final no estágio “t” (início do estágio “t+1”) é igual ao volume inicial, menos os volumes de saída (turbinamento e vertimento), mais os volumes de entrada (afluência lateral mais os volumes de saída das usinas a montante), dada por:

$$v_{t+1}(i) = v_t(i) - u_t(i) - s_t(i) + a_t(i) + \sum_{m \in U(i)} [u_t(m) + s_t(m)] \quad \text{para } i=1, \dots, I \quad (5)$$

Onde:

i – índice da hidrelétrica (I é o número total de hidrelétricas);

$v_{t+1}(i)$ – volume armazenado na usina “i” ao final do estágio “t” (variável de decisão);

$v_t(i)$ – volume armazenado na usina “i”, no início do estágio “t” (valor conhecido);

$a_t(i)$ – afluência lateral que chega na usina “i”, no estágio “t” (valor conhecido);

$u_t(i)$ – volume turbinado durante o estágio “t” (variável de decisão);

$s_t(i)$ – volume vertido na usina “i” durante o estágio “t” (variável de decisão);

$m \in u(i)$ – conjunto de usinas imediatamente a montante da usina “i”.

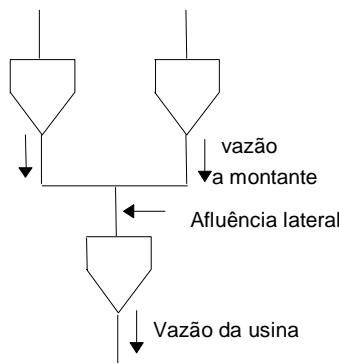


Figura 6 Balanço hídrico do reservatório.

c) Limites de armazenamento e turbinamento

$$\underline{v}(i) \leq v_t(i) \leq \bar{v}(i) \quad \text{para } i=1, \dots, I \quad (6)$$

$$\underline{u}(i) \leq u_t(i) \leq \bar{u}(i) \quad \text{para } i=1, \dots, I \quad (7)$$

Onde $\underline{v}(i)$ e $\bar{v}(i)$ são os limites mínimo e máximo de armazenamento e $\underline{u}(i)$ e $\bar{u}(i)$ são os limites mínimo e máximo de capacidade das turbinas.

d) Limites de geração térmica - a restrição que representa este limite foi apresentada no início deste capítulo:

$$\underline{g}_j \leq g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \text{para } j=1, \dots, J \quad (8)$$

e) Atendimento à demanda

$$\sum_{i=1}^I \rho(i) \cdot u_t(i) + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad (9)$$

Onde $\rho(i)$ é o coeficiente de produção da usina “i”, em MWh/m³ (valor conhecido).

O problema apresentado nas expressões (4) a (9) é, em geral, resolvido por um algoritmo de PL. Assim como no caso térmico, o preço *spot* é o multiplicador associado à equação (9), de atendimento a demanda. Por sua vez, o valor da água de cada hidrelétrica é o multiplicador associado à equação de balanço hídrico, dado pela expressão (5).

2.2.5 Cálculo da Função de Custo Futuro

Como visto, as decisões operativas de um sistema hidrotérmico se baseiam no equilíbrio entre o custo de oportunidade hoje e seu valor esperado futuro, representado pela FCF, $\alpha_{t+1}(v_{t+1})$. Esta função é calculada através de um procedimento recursivo chamado

programação dinâmica dual estocástica (PDDE)¹² (PEREIRA; CAMPODÓNICO; KELMAN, 1998, 1999; PEREIRA; PINTO, 1984, 1985, 1991a, 1991b), apresentado sucintamente a seguir:

- Para cada estágio “t” (tipicamente um mês) define-se um conjunto de estados do sistema, por exemplo, níveis de armazenamento 100%, 90%, ..., 0%. A Figura 7 ilustra a definição dos estados para um reservatório. Supõe-se conhecido o armazenamento inicial do primeiro estágio.

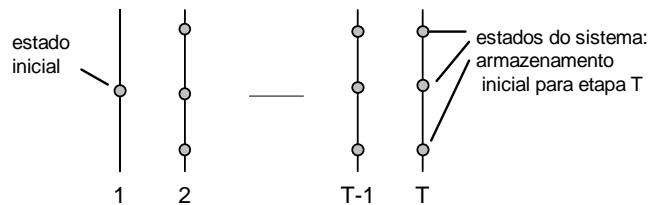


Figura 7 Definição dos estados do sistema.

- Inicia-se no último estágio (T) e resolve-se o problema de despacho de um estágio supondo que o armazenamento inicial corresponde ao primeiro nível selecionado no passo (a) - por exemplo, 100%. Dado que se está no último estágio, supõe-se que a FCF é igual a zero. Resolve-se o problema de despacho para cada um dos “N” cenários de vazões para o estágio. O esquema está ilustrado na Figura 8.

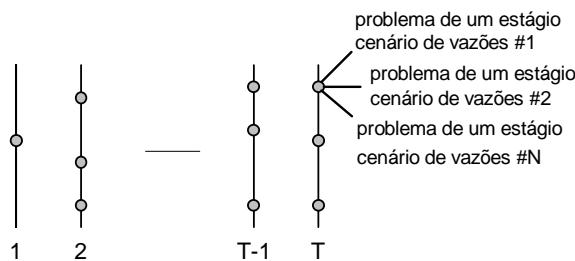


Figura 8 Cálculo da decisão ótima por cenário (último estágio).

- Calcula-se o valor esperado do custo operativo associado ao nível 100% como a média dos custos dos “N” subproblemas de um estágio. Com isto se obtém o primeiro ponto da FCF para o estágio “T-1”, i.e. $\alpha_T(v_T)$. Observe que a tangente da FCF em torno deste ponto corresponde ao valor da água

¹² O Anexo A apresenta maiores detalhes da técnica de PDDE aplicada à solução do despacho hidrotérmico.

esperado (o valor da água é obtido do multiplicador da equação de balanço hídrico). O procedimento está ilustrado na Figura 9.

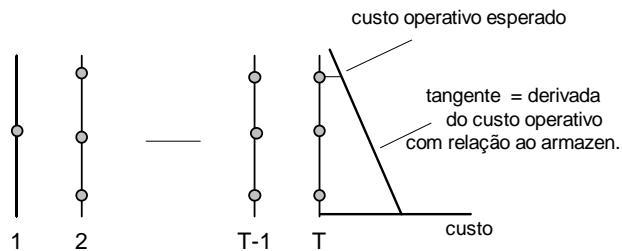


Figura 9 Cálculo do primeiro segmento da FCF.

- d) Para cada estado de armazenamento no estágio “T”, repete-se o cálculo do custo operativo e das tangentes da superfície de custo futuro. O resultado final é uma superfície linear por partes, que representa a FCF $\alpha_T(v_T)$ para o estágio “T-1”, como mostrado na Figura 10.

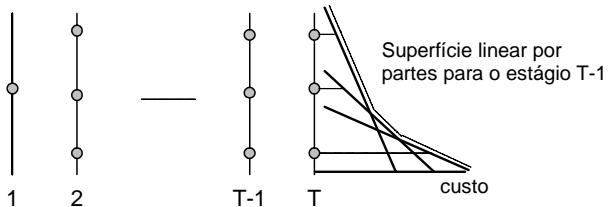


Figura 10 FCF linear por partes para o estágio “T-1”.

- e) Repete-se o processo para todos os estados de armazenamento selecionados nos estágios “T-1”, “T-2”, etc, como mostrado na Figura 11. O objetivo agora é minimizar o custo operativo imediato no estágio “T-1”, mais o custo futuro esperado, dado pela função linear por partes calculada no passo anterior.

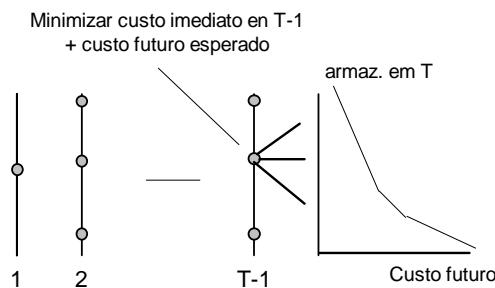


Figura 11 Cálculo do custo operativo para o estágio “T-1” e FCF para “T-2”.

O resultado final do esquema de PDDE (a)-(e) é um conjunto de FCF para todos os estágios $t = 1, \dots, T$. O cálculo desta função requer a representação da operação conjunta do sistema, com o conhecimento completo dos estados de armazenamento de todas as usinas do sistema. Em outras palavras, o valor da água de uma usina hidrelétrica é uma função não-separável do estado das demais usinas do sistema.

2.2.6 Exemplo

Considera-se que ao sistema térmico do exemplo anterior (seção 2.1.3) foi adicionada uma hidrelétrica, cujas características são especificadas na Tabela 2.

Tabela 2 Características da hidrelétrica

Nome	Cap. (MW)	Coef. Prod. (MWh/m ³)
H ₁	15	2

Considere também que a FCF da hidrelétrica, $\alpha_{t+1}(v_{t+1})$, é dada pela expressão linear “ $-28 \cdot v_{t+1} + 4000$ ”, ilustrada na Figura 12.

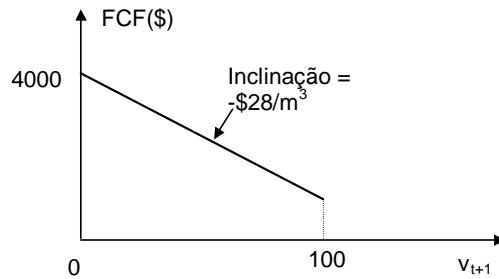


Figura 12 Função de custo futuro.

Como visto, a FCF informa ao operador que o custo de oportunidade futuro de 1m³ de água é \$28. Portanto, utilizar esta água hoje só é justificável se o benefício imediato (redução de custo operativo) exceder este valor. Como este “m³” pode ser utilizado para produzir “ $\rho^*1 = 2 \text{ MWh}$ ” hoje, conclui-se que é justificável o uso da hidrelétrica se as alternativas térmicas apresentarem um custo maior do que “ $28/2 = \$14/\text{MWh}$ ”. Em outras palavras, a energia

hidrelétrica é, por um lado, mais “cara” que as térmicas 1 e 2, que custam respectivamente \$8/MWh e \$12/MWh; por outro, mais “barata” que a térmica 3, que custa \$15/MWh. Portanto, a ordem de entrada em operação dos geradores no DE hidrotérmico e suas respectivas produções, para atender a mesma demanda de 20MWh, resultam nos valores apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 Despacho ótimo (sistema hidrotérmico)

Unidade	Custo (\$/MWh)	Ger. (MWh)
T ₁	8	10
T ₂	12	5
H ₁	14	5
T ₃	15	0
Total		20

O preço *spot* do sistema reflete o custo da usina marginal, que no caso é a usina hidrelétrica. Portanto, o preço *spot* do sistema é o custo de oportunidade da hidrelétrica H₁, \$14/MWh. Este preço *spot* é usado de forma idêntica ao apresentado no exemplo do sistema térmico, para calcular a remuneração dos geradores no curto prazo:

$$R_{LT1} = (\pi_d - c_1)g_1 = (14 - 8)10 = \$60$$

$$R_{LT2} = (14 - 12)5 = \$10$$

$$R_{LH1} = (14 - 0)5 = \$70$$

$$R_{LT3} = (14 - 15)0 = \$0$$

No Brasil, o preço *spot* tem características de grande volatilidade e assimetria de distribuição, conforme apresentado a seguir.

2.3 VOLATILIDADE DO PREÇO SPOT

A volatilidade do preço *spot* em sistemas térmicos é, usualmente, causada por flutuações de carga, falha de equipamentos e variação do preço do combustível. Assim, a volatilidade tende a ser maior no curto prazo e menor no médio prazo. Por outro lado,

sistemas de base hidráulica, como é o caso do Brasil, apresentam menor volatilidade no curto prazo e maior no médio prazo.

No curto prazo, a baixa volatilidade é devida aos grandes reservatórios existentes, cuja capacidade permite facilmente a transferência de energia de horários fora da ponta, para horários na ponta. A volatilidade mais expressiva no médio prazo ocorre porque sistemas hidrelétricos são projetados para garantir o atendimento a demanda sob condições hidrológicas adversas, o que ocorre com baixa freqüência (BARROSO et al., 2003). Ou seja, na maior parte do tempo há excedente temporário de energia, o que resulta em preços *spot* baixos. Por outro lado, se um período de seca ocorre, o preço *spot* pode crescer drasticamente e até alcançar o custo de racionamento. Basicamente, esta alta acentuada do preço *spot* em situações de secas ocorre pela necessidade de despachar térmicas para atender a demanda e evitar o esvaziamento “total” dos reservatórios do sistema.

A Figura 13 mostra os preços *spot* verificados nos submercados Sudeste (SE) e Nordeste (NE), no período compreendido entre agosto de 1995 e fevereiro de 2005. Nesta figura, observam-se dois eventos nos quais os preços *spot* atingiram valores elevados: o racionamento de energia elétrica (2001-2002) e a “crise do gás” no NE (2004).

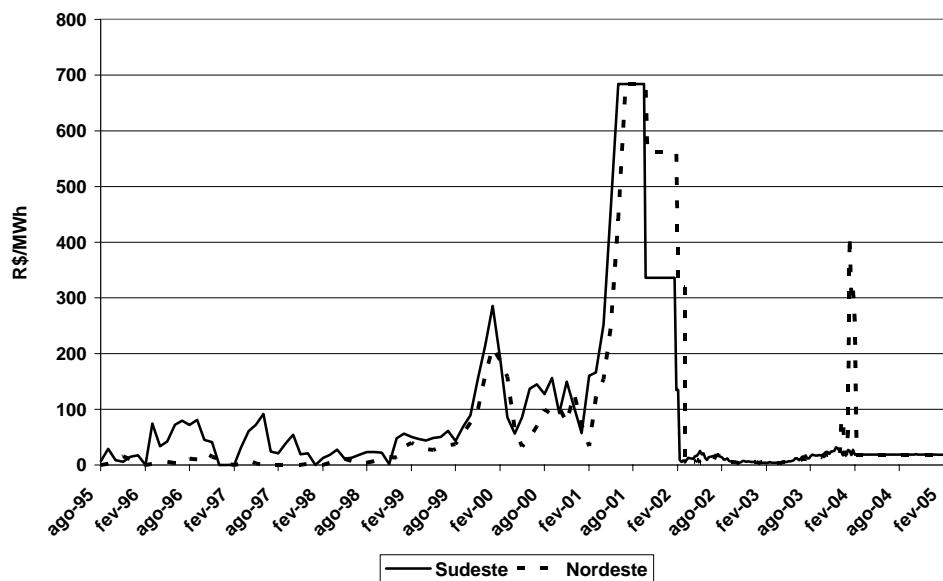


Figura 13 Preços *spot* verificados no SE e NE.

Observa-se também que, devido à capacidade de armazenamento dos reservatórios, os períodos de preços baixos ocorrem freqüentemente e duram vários meses, separados por períodos de preços altos, causados por secas.

A assimetria da distribuição do preço *spot* pode ser observada na Figura 14, que ilustra a projeção deste preço para o ano de 2012. Esta figura (curva de duração) foi obtida através da ordenação crescente de 200 cenários equiprováveis para o preço *spot* em 2012, obtidos pela solução de um despacho hidrotérmico. Observa-se que, na maior parte dos cenários, o preço pode estar abaixo da média (em torno de R\$100,00/MWh) e, em poucos cenários, o preço pode ser extremamente elevado (passando de R\$300,00/MWh).

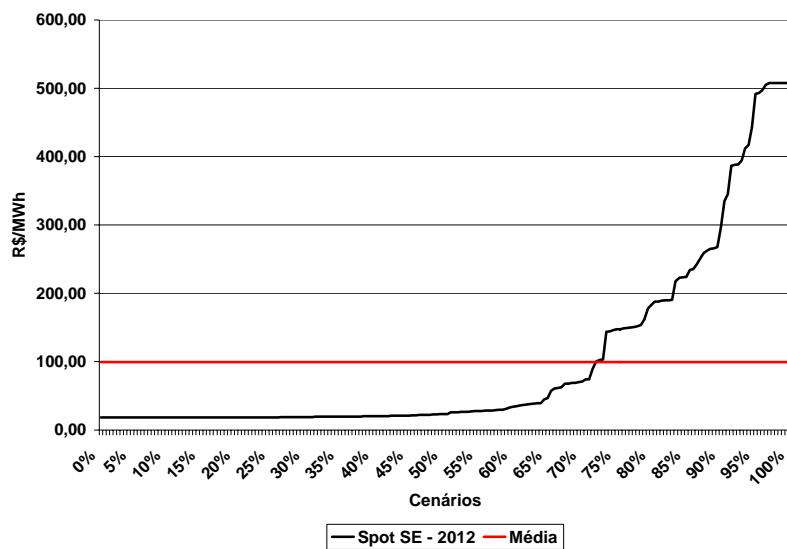


Figura 14 Curva de duração do preço *spot* no Sudeste, em 2012.

A volatilidade e assimetria do comportamento do preço *spot* apresentam riscos para as usinas, principalmente as hidrelétricas, como apresentado no próximo capítulo. Para reduzir esta exposição, os proprietários de usinas hidrelétricas firmam contratos bilaterais com seus clientes. Por outro lado, em situações de secas, quando o preço *spot* é elevado, as hidrelétricas podem não ter capacidade suficiente de geração para atender estes contratos, devendo comprar no mercado de curto prazo. Em outras palavras, existe uma correlação negativa entre

o preço *spot* e a produção das hidrelétricas. Esta afirmação é confirmada pela Figura 15, que mostra o preço *spot* e energia armazenada no submercado NE, em 2001 (ONS, 2004).

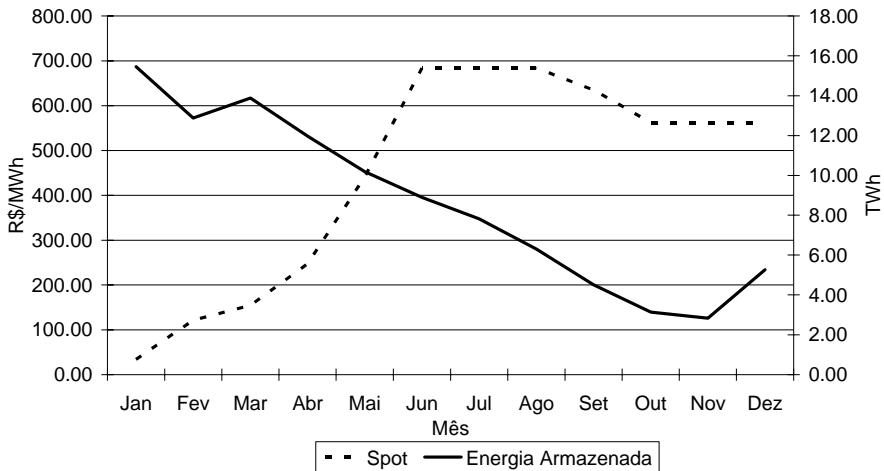


Figura 15 Correlação negativa entre preço spot e energia armazenada.

Para reduzir esta exposição das hidrelétricas, existe no Brasil um mecanismo de compartilhamento do risco hidrológico, denominado MRE, apresentado na próxima seção.

2.4 MECANISMO DE REALOCAÇÃO DE ENERGIA

A predominância absoluta do parque gerador hidrelétrico, com a consequente volatilidade dos preços da energia elétrica e a necessidade de forte cooperação entre distintas empresas operando em cascata, levaram ao estabelecimento do MRE (MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA, 2002). Os objetivos deste mecanismo são mitigar o risco das usinas hidrelétricas em períodos secos prolongados e administrar convenientemente o problema das usinas em cascata.

O MRE consiste, essencialmente, na atribuição a cada usina participante de um valor de referência, denominado energia assegurada e na divisão da maior parte da produção do conjunto de usinas participantes entre as mesmas, proporcionalmente às suas energias asseguradas. Desta forma, a energia alocada a cada usina participante do MRE, para fins de

contabilização e liquidação na CCEE, não é a sua produção física e sim, uma parcela do rateio da produção de todas as usinas pertencentes ao MRE, denominada de crédito de energia.

Se por um lado o MRE reduz a exposição dos geradores ao risco hidrológico, por outro, ao alocar créditos de energia a um determinado gerador em submercados que não sejam o seu de origem, expõe este gerador a riscos que serão detalhados no Capítulo 3.

2.5 DESPACHO FÍSICO NO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO E CONTABILIZAÇÃO NA CCEE

A produção horária (MWh) de cada usina no SEB é determinada pelo ONS, a partir de informações sobre a configuração atual (estado de armazenamento dos reservatórios, afluências observadas nos meses anteriores, cronograma de entrada e disponibilidade dos equipamentos de geração e transmissão, custo operativo das usinas térmicas e demanda prevista). O objetivo é minimizar o valor esperado do custo operativo do sistema ao longo dos próximos cinco anos, levando em consideração a variabilidade das afluências no período¹³. Para a realização desta tarefa, é utilizada uma cadeia de modelos computacionais, que implementam a metodologia apresentada na seção 2.2 (ONS, 2002). Além da produção das usinas, o ONS calcula também o CMO, expresso em R\$/MWh. O CMO serve como “preço” da energia no curto prazo e é base para remuneração de cada usina, por sua energia produzida. Da mesma forma, o consumo de cada agente é valorado ao CMO.

A cada período de apuração (semanal), o ONS realiza dois despachos hidrotérmicos no sistema (SILVA, 2001): “despacho real” e “despacho ideal”.

O despacho real considera a disponibilidade observada dos equipamentos, a demanda por barra e todas as restrições elétricas do sistema.

O despacho ideal incorpora a mesma disponibilidade e características dos geradores, mas utiliza uma representação simplificada da demanda e da rede de transmissão: a demanda

¹³ O custo operativo total se compõe dos custos operativos das usinas térmicas mais o custo de rationamento, que pode ser visto como uma “térmica” de custo operativo muito elevado.

é agregada em submercados e as restrições de transmissão internas a cada submercado são ignoradas; somente são representados os limites de transmissão entre submercados.

As diferenças entre produções de energia nos despachos ideal e real são compensadas da seguinte forma¹⁴(SILVA, 2001):

- a) se o gerador produziu mais no despacho real do que no ideal (*constrained-on*), seus custos operativos adicionais são resarcidos pelo ONS;
- b) se o gerador produziu menos no real do que no ideal (*constrained-off*), deve “devolver” ao ONS o correspondente a seu custo operativo, cabendo-lhe, portanto, a diferença entre o preço da CCEE e seu custo operativo.

Como a geração *constrained-on* compensa a redução da energia produzida pelos geradores *constrained-off*, sabe-se que os totais de energia *constrained-on* e *off* são iguais.

Sabe-se também que o custo operativo de cada gerador *constrained-on* é necessariamente maior ou igual ao preço *spot* do respectivo submercado – se fosse menor, este gerador estaria totalmente utilizado no despacho ideal. De maneira análoga, o custo operativo de cada gerador *constrained-off* é necessariamente menor ou igual ao preço *spot* do respectivo submercado – se fosse maior, este gerador não teria sido utilizado no despacho ideal.

Conclui-se, portanto, que a diferença entre o pagamento dos geradores *constrained-on* e o montante “devolvido” pelos *constrained-off* será sempre maior ou igual a zero. Esta diferença é cobrada dos consumidores de cada submercado através do ESS¹⁵. O exemplo a seguir ilustra um caso hipotético de despacho e balanço na CCEE¹⁶ e a determinação do montante a ser recuperado junto aos consumidores, através do ESS.

¹⁴ As regras algébricas da CCEE formulam este ajuste de maneira um pouco diferente, mas que leva ao mesmo resultado numérico.

¹⁵ O consiste em um valor em R\$/MWh, correspondente à média dos custos incorridos na manutenção da confiabilidade e da estabilidade do sistema para o atendimento do consumo em cada submercado, e que não estão incluídos no preço *spot*. Este valor é pago por todos os agentes de consumo da CCEE, na proporção do consumo medido correspondente, contratado ou não (MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA, 2002).

¹⁶ A contabilização no mercado de curto prazo, no SEB, é realizada mensalmente.

2.5.1 Exemplo (um submercado)

O exemplo apresentado anteriormente, na seção 2.2.5, será estendido, considerando-se o despacho hidrotérmico para atender a duas demandas, D_1 e D_2 e a contabilização dos geradores e demandas na CCEE, cujos dados são repetidos na Tabela 4, por conveniência.

Tabela 4 Dados de geradores e demanda

Usina	Capac. (MWh)	Custo (\$/MWh)	Demandas	Carga (MWh)
H_1	10	14	D_1	6
T_1	10	8	D_2	14
T_2	5	12		
T_3	20	15		

Inicialmente, considera-se o sistema sem restrições de transmissão. O despacho por ordem de mérito, ou seja, a partir da usina de menor custo, é apresentado na Tabela 5.

Tabela 5 Despacho ótimo

Usina	Produção (MWh)
T_1	10
T_2	5
H_1	5
T_3	0

A usina marginal (última a ser despachada) é H_1 . Portanto, o custo marginal do sistema (preço *spot*) é de \$14,00/MWh. Com isso, obtém-se o balanço de pagamentos das cargas e recebimentos dos geradores, conforme apresentam as Tabelas 6 e 7.

Tabela 6 Balanço no mercado de curto prazo – geração

Usina	Produção (MWh)	Remuneração (\$)
H_1	5	70
T_1	10	140
T_2	5	70
TOTAL		280

Tabela 7 Balanço no mercado de curto prazo – demanda

Demandas	Produção (MWh)	Pagamento (\$)
D_1	-6	-84
D_2	-14	-196
TOTAL		-280

Observa-se que a remuneração total dos geradores é igual ao pagamento das demandas.

2.5.2 Exemplo (múltiplos submercados)

Neste exemplo, considera-se que os geradores e demandas estão localizados em dois submercados, com um limite de intercâmbio de 12MWh entre eles, conforme o arranjo da Figura 16.

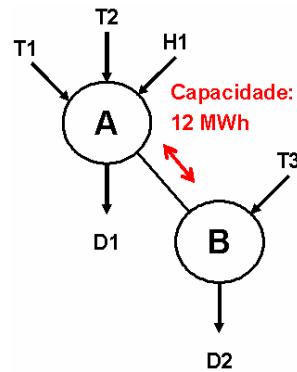


Figura 16 Submercados com limite de intercâmbio.

O despacho ótimo, sem a consideração do limite, é o mesmo apresentado na Tabela 5. Porém, como a usina T_3 não havia sido despachada, a demanda D_2 era atendida inteiramente pelas usinas do submercado “A” e o fluxo entre os submercados era de 14MWh. Esse valor de fluxo viola o limite desse intercâmbio, tornando necessário o redespacho das usinas de modo a não ultrapassá-lo. A Figura 17 apresenta os resultados do redespacho.

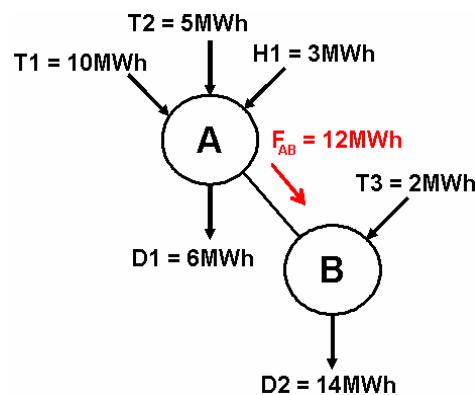


Figura 17 Despacho ótimo com limite de intercâmbio.

Uma vez que existe uma restrição (congestionamento) entre os submercados, a região importadora (B) terá seu preço *spot* maior do que a região exportadora (A), por despachar recursos mais caros para atender a demanda (despachou T_3 para atender D_2). O preço *spot* na região “A” continua em \$14,00/MWh, enquanto na região “B”, o preço é de \$15,00/MWh, que é o custo operativo do último gerador despachado, T_3 .

As Tabelas 8 e 9 apresentam o balanço no curto prazo para geradores e demandas, respectivamente.

Tabela 8 Balanço no mercado de curto prazo com limite de intercâmbio – geração

Usina	Produção (MWh)	Remuneração (\$)
H_1	3	42
T_1	10	140
T_2	5	70
T_3	2	30
TOTAL		282

Tabela 9 Balanço no mercado de curto prazo com limite de intercâmbio – demanda

Demandas	Produção (MWh)	Pagamento (\$)
D_1	-6	-84
D_2	-14	-210
TOTAL		-294

Neste exemplo está explícito que o gerador H_1 foi restringido (*constrained-off*), devido ao limite de fluxo no intercâmbio, enquanto que o gerador T_3 foi acionado (*constrained-on*). O valor “devolvido” por H_1 é de “ $(5-3)14 = \$28$ ” e o “devido” à T_3 é de “ $(0+2)15 = \$30$ ”. Observa-se que a diferença entre o montante pago e devolvido é sempre positiva. Neste exemplo, esta diferença é de \$2 e é sempre recuperada junto aos consumidores através do ESS, como definido anteriormente.

Observa-se que, contrário ao caso de despacho sem limites de intercâmbio, existe um excedente de remuneração (*surplus*) dado pela diferença entre o pagamento das demandas e a remuneração devida aos geradores. Neste exemplo, o *surplus* vale “ $-\$294,00 + \$282,00 = -\$12,00$ ”.

Em alguns mercados mundiais de energia elétrica, o *surplus* é alocado de forma competitiva, através de leilões, para pagar os CCTs (MA; SUN; CHEUNG, 2003). No SEB, este excedente tem fins específicos, como apresentado no próximo capítulo.

3 RISCOS DE SUBMERCADO

3.1 CONTRATOS COMO MITIGADORES DE RISCOS

Tradicionalmente, a função dos contratos entre geradores e distribuidores de energia elétrica é a de proteção contra a volatilidade da renda líquida, que resulta da venda de energia no mercado de curto prazo. Para ilustrar esta afirmação, apresenta-se na seqüência um exemplo de contratação entre um gerador e uma carga.

Considera-se que um gerador vende hoje um contrato, E_C , de 100 MWh a um preço, P_C , de \$35,00/MWh, com vencimento no estágio “t”. Supõe-se que, nesta data, a produção G do gerador é de 95 MWh, a carga D é 105 MWh e o preço *spot* do sistema é π_d /MWh. A renda líquida, R_g , do gerador e o pagamento líquido, P_d , da demanda são dados por¹⁷:

$$R_g = \pi_d \cdot G + (P_C - \pi_d) \cdot E_C \quad (10)$$

$$P_d = \pi_d \cdot D + (P_C - \pi_d) \cdot E_C \quad (11)$$

O primeiro termo do lado direito da igualdade, na expressão (10), representa a venda da produção do gerador no mercado *spot*, de maneira tradicional. No segundo termo, o gerador recebe o produto da diferença entre o preço de contrato e o preço *spot*, pela quantidade E_C contratada. Na expressão (11), o primeiro termo após a igualdade corresponde ao que a demanda paga pelo seu consumo, ao preço *spot*. O segundo termo da expressão (11) é idêntico ao da expressão (10).

Supondo um preço *spot* de \$10,00/MWh, a remuneração do gerador correspondente à primeira parcela à direita da igualdade na expressão (10) (venda da geração no *spot*) é reduzida. Por outro lado, a segunda parcela é positiva, ou seja, o gerador recebe uma remuneração adicional à remuneração *spot*.

¹⁷ Para fins de exemplificação, é desprezada a parcela de custo operativo no cálculo da renda líquida do gerador.

Em outras palavras, o contrato protege o gerador contra preços *spot* reduzidos. Por sua vez, se o preço *spot* for alto (por exemplo, \$50,00/MWh), a demanda tem gastos elevados de compra no *spot* (primeira parcela à direita da igualdade na expressão (11)). Estes gastos são parcialmente compensados na segunda parcela, que tem valor negativo. Conclui-se, portanto, que o contrato protege a demanda contra preços *spot* altos.

A Figura 18 resume a situação, mostrando os rendimentos e pagamentos do gerador e demanda (em \$), para as quatro situações: com e sem contrato, preço *spot* alto e baixo.

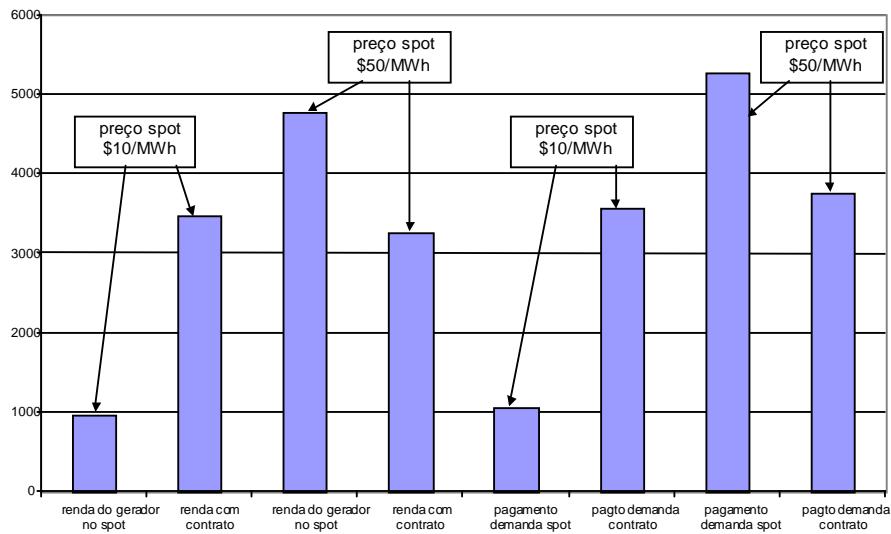


Figura 18 Uso de contratos como mitigador de riscos.

Este exemplo supôs uma contratação dentro de um único submercado, ou seja, havia um preço *spot* único para a contabilização. No caso da existência de mais de um submercado, ao mesmo tempo em que desempenha um papel de mitigador de riscos, como apresentado no exemplo anterior, um contrato pode expor o gerador a riscos financeiros se for assinado entre submercados, em situações que provoquem o congestionamento do sistema, como apresentado na próxima seção.

3.2 CONTRATAÇÃO E MÚLTIPLOS SUBMERCADOS

Como observado no capítulo anterior, a venda de energia no mercado de curto prazo é, em geral, arriscada para geradores. A razão é a acentuada volatilidade e assimetria dos preços de curto prazo, que são fortemente influenciados pela hidrologia. Com isso, observa-se no sistema brasileiro um elevado índice de contratação. Por outro lado, os contratos podem expor os geradores a riscos financeiros se assinados entre submercados.

A contabilização no mercado de curto prazo serve para liquidar as diferenças entre as produções verificadas e os volumes registrados nos contratos bilaterais. De acordo com esta contabilização, um gerador vende sua produção ao preço *spot* de seu submercado e compra o montante contratado ao preço *spot* do respectivo submercado, onde tem contrato assinado. A expressão geral para a renda de um gerador em seu submercado “*u*”, para contabilização no curto prazo, pode ser escrita como:

$$Renda_u = Preço_u \cdot (G_u - Ec_u + Cc_u - Cv_u)$$

Estes valores de renda do gerador são somados, para contratos em todos os submercados, resultando na seguinte expressão da renda do gerador no mercado de curto prazo:

$$Renda = \sum_{s=1}^S Preço_s \cdot (G_s - Ec_s + Cc_s - Cv_s) \quad (12)$$

Onde:

Preço_s – preço *spot* para o submercado “*s*”;

G_s – produção no submercado “*s*”;

Ec_s – consumo no submercado “*s*”;

Cc_s – contrato de compra (de energia), no submercado “*s*”;

Cv_s – contrato de venda (de energia), no submercado “*s*”.

Se o resultado da expressão (12) for negativo, o gerador deve comprar o montante líquido no curto prazo. Observa-se, também, da expressão (12) que o gerador pode ter um balanço perfeito entre seus contratos e sua produção e consumo de energia, mas, ainda assim, ter uma renda positiva ou negativa no mercado de curto prazo, se ele tiver contratos em outros submercados, com preços *spot* diferentes. A diferença de preços *spot* entre submercados ocorre quando há congestionamento na transmissão que os conecta, o que leva à necessidade de despachar recursos “mais caros” no submercado importador para atender a demanda, que antes do congestionamento era atendida por geradores “mais baratos” do submercado exportador, conforme o exemplo apresentado na seção 2.5.2. Assim, caso um gerador esteja em um submercado exportador, com contrato assinado em um submercado importador e considerando a forma de contabilização no mercado de curto prazo, este gerador estará exposto ao chamado risco de submercado, em situações de congestionamento.

Para ilustrar a exposição de um gerador, considera-se o caso particular de dois submercados, com os dados do exemplo apresentado na seção 2.5.2, no qual a interligação entre os submercados “A” e “B” estava congestionada. Supõe-se que T_2 (no submercado “A”), cuja produção é de 5 MWh, tenha um contrato neste montante com D_2 (no submercado “B”). Nesta situação, o preço no mercado de curto prazo em “A” é de \$14,00/MWh, enquanto em “B” é de \$15,00/MWh, devido ao congestionamento. Isso significa que o gerador tem uma exposição negativa de \$5, assim:

- renda devido a produção no submercado A = $5MWh \cdot \$14/MWh = +\70
- pagamento devido ao contrato no submercado B = $5MWh \cdot \$15/MWh = -\75

No sistema elétrico brasileiro a exposição do gerador em contratações entre submercados pode ser elevada, da ordem de bilhões de reais, conforme apresentado a seguir.

3.3 RISCOS DE SUBMERCADO NO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO

No caso do SEB, existem quatro submercados para fins de contabilização, definidos pelo decreto 2655, de julho de 1998 (BRASIL, 1998). A fronteira entre estes submercados é definida pelas restrições de transmissão de caráter estrutural existentes entre os mesmos. Atualmente, no Brasil, existem os submercados Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Norte e Nordeste, conforme mostra a Figura 19.

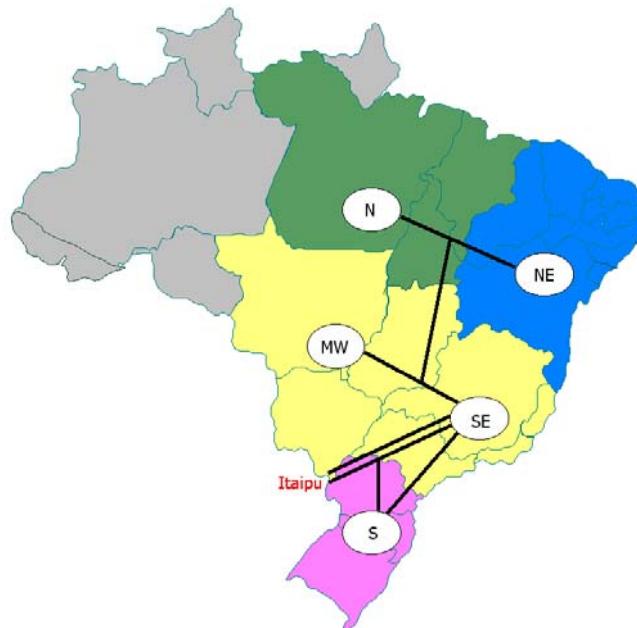


Figura 19 Submercados no setor elétrico brasileiro.

Como comentado anteriormente, um contrato entre submercados distintos pode expor um gerador ao risco de submercado, da mesma forma ilustrada pelo exemplo no final da seção anterior. Historicamente, observa-se que situações de congestionamento no sistema podem levar a diferenças de preços muito elevadas, como as observadas no período de racionamento, ocorrido no SEB entre os anos de 2001 e 2002.

Nesta ocasião, os preços no submercado Sudeste foram limitados somente pelo custo de racionamento no valor de R\$684,00/MWh, no período compreendido entre junho de 2001 a setembro de 2001, como ilustra a Figura 20. Nesta figura são apresentados os preços *spot* no

Sul (S) e SE, entre setembro de 2000 e janeiro de 2003. Observa-se que um gerador que estivesse despachando no Sul, com contrato no Sudeste, estaria extremamente exposto a uma diferença de preços que passou de R\$600,00/MWh em agosto de 2001, como mostra a Figura 20.

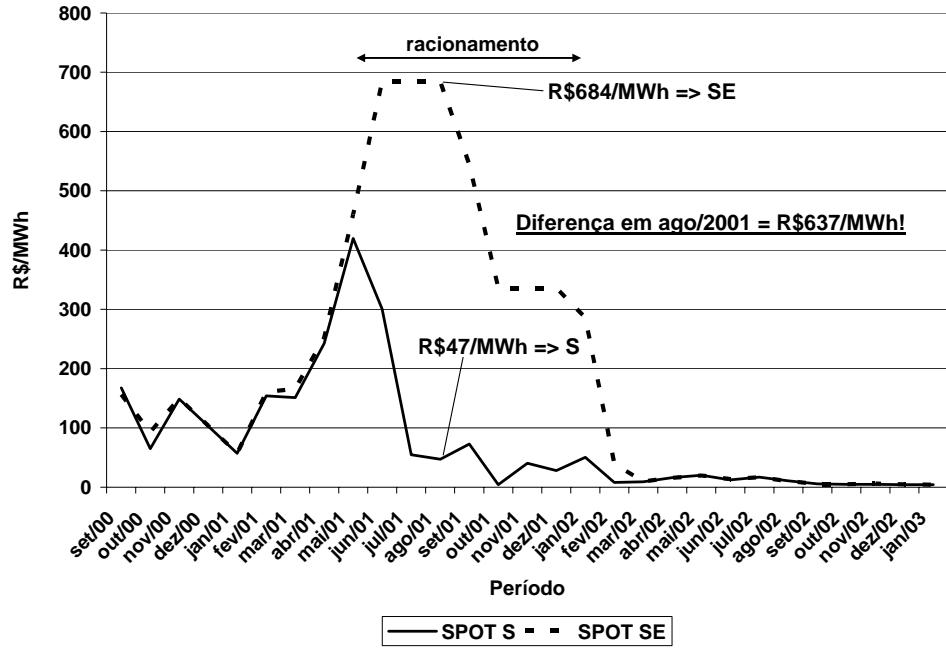


Figura 20 Preços spot S e SE.

Uma outra fonte de risco de submercado para o gerador é o MRE. Suponha que o gerador (hidrelétrico) tenha somente contratos em seu submercado. De acordo com a metodologia do MRE, apresentada na seção 2.4, este gerador pode ter energia alocada fora de seu submercado. Isto porque o MRE é um mecanismo de proteção aplicado à geração total do sistema, não importando a localização física do gerador.

Desta forma, mesmo que o gerador tenha sido prudente e contratado em sua própria região, o MRE pode alocar créditos de energia em submercados com preços distintos. Conforme mencionado na introdução deste trabalho, no Brasil esta exposição financeira causada pelo MRE é compensada, em partes, pelo *surplus* da transmissão (MAE, 2002). Em outros mercados de energia elétrica, existem instrumentos financeiros específicos para

mitigação dos riscos de submercado, conhecidos como CCTs, definidos de forma sucinta no Capítulo 1.

3.4 MITIGAÇÃO DO RISCO DE SUBMERCADO

Conforme apresentado na seção anterior, a contratação entre submercados é arriscada, o que torna necessário o uso de instrumentos para mitigar este risco. Em alguns mercados de energia, são usados instrumentos que conferem ao seu detentor direitos de acesso ao sistema de transmissão.

Os direitos de acesso à transmissão são obtidos por alguns agentes para fazer uso de uma determinada capacidade do sistema. Os direitos de transmissão têm dois objetivos principais: fornecer os sinais adequados aos participantes do mercado para motivar investimentos na geração e transmissão e facilitar na mitigação do risco de submercado em situações de congestionamento.

Chao et al. (2000) definem os direitos da transmissão em três tipos, descritos no que segue:

- a) Direito a recolher a renda do congestionamento, proveniente do uso da capacidade da transmissão. Este tipo de direito é baseado exclusivamente em benefícios financeiros e geralmente conhecido como *financial transmission right* (FTR);
- b) Direito ao uso exclusivo da capacidade de transmissão, conhecido como *physical transmission right* (PTR), reserva o direito de uso exclusivo de um circuito da transmissão;
- c) Direito ao uso da capacidade de transmissão, chamado *flowgate right* (FGR), é considerado uma evolução do PTR e busca combinar os benefícios

financeiros do FTR com a característica de reserva de capacidade (ou prioridade de uso) do PTR.

Maiores detalhes de cada um destes direitos da transmissão são apresentados nas próximas seções.

3.4.1 *Physical Transmission Rights*

Em sua definição teórica, os PTRs são instrumentos de fácil implementação. Eles conferem ao seu detentor o direito exclusivo de transportar uma quantidade pré-definida de potência entre dois pontos na rede, juntamente com o direito de negar acesso aos participantes do mercado que não possuem o PTR. Dessa forma, os PTRs são claramente definidos como direitos de propriedade, pois, é necessário adquirir este direito entre dois pontos da rede para transmitir potência. Isto significa que se o participante do mercado paga pela capacidade na linha de transmissão, ele terá garantia que esta capacidade será reservada exclusivamente para seu uso.

A característica principal deste direito é a habilidade de determinar o custo de congestionamento antes do uso do sistema. Eles podem ser adquiridos através da construção de circuitos de transmissão ou da compra de direitos já existentes no sistema.

No entanto, os PTRs apresentam uma série de inconvenientes na sua implementação, pois o fluxo de potência, devido à transações bilaterais, não “percorre um caminho único”. O maior deles é a ineficiência causada no despacho do sistema, por garantir uso exclusivo da transmissão por parte de alguns agentes (LYONS; FRASER; PARMESANO, 2000). Outro problema é sua incompatibilidade com o esquema de precificação nodal, pois, os PTRs

podem possibilitar o abuso do poder de mercado por parte de alguns geradores¹⁸ (JOSKOW; TIROLE, 2000).

Uma alternativa para melhorar o esquema dos PTRs é torná-los negociáveis no curto prazo, de forma que os participantes do mercado possam acessar a transmissão, tendo uma forte regulação no uso destes direitos (BAUTISTA; QUINTANA, 2003).

3.4.2 Flowgate Rights

Os FGRs podem ser considerados uma extensão dos PTRs. Ao invés de considerar que o fluxo de potência percorre um único caminho pelo sistema de transmissão, da fonte até a carga, considera-se um “conjunto de caminhos” na definição do FGR. Uma vez que o fluxo de potência ocorre através de vários caminhos paralelos na transmissão, entre a fonte e a carga, o desenvolvimento desta abordagem identifica os principais caminhos (ou *flowgates*), pelos quais a potência pode realmente fluir e define direitos de transmissão de acordo com as capacidades destes *flowgates*.

Desta forma, a idéia baseia-se na definição de alguns circuitos congestionados. Após esta definição, o fluxo de potência de cada transação no sistema é decomposto, com o objetivo de identificar a parcela de fluxo de cada transação, em cada *flowgate*. Esta decomposição é feita com o uso dos “Fatores de Distribuição de Transmissão de Potência” (do inglês *Power Transmission Distribution Factors – PTDF*)¹⁹, os quais são determinados a partir da matriz de sensibilidade (WOOD; WOLLENBERG, 1996). Cada participante do

¹⁸ Este problema pode ser reduzido se for adotado um esquema (conhecido como *use it or lose it*) onde o detentor do PTR deve informar ao OIS, com certa antecedência, sua intenção de usar, ou não, a capacidade de transmissão alocada (LYONS; FRASER; PARMESANO, 2000).

¹⁹ Os PTDFs são fatores que determinam como a potência é distribuída nas linhas de transmissão, da fonte para o ponto de consumo.

mercado deve adquirir os direitos, em cada *flowgate*, que igualam os fluxos requeridos às suas transações ponto-a-ponto, ou seja, deve formar um *portfolio* de FGRs²⁰.

A alocação dos FGRs pode ser feita, inicialmente, através de leilão e, após a aquisição, os detentores deste direito podem continuar com eles ou negociá-los em mercados secundários.

De acordo com Bautista & Quintana (2003), a teoria dos FGRs tem como base três hipóteses:

- a) Existem poucos *flowgates* que são definidos com capacidades fixas e somente para circuitos congestionados no sistema. Desta forma, reduz-se o número de circuitos a proteger contra o congestionamento, o que melhora a liquidez dos FGRs;
- b) FGRs são obtidos através de um modelo DC com PTDFs (WOOD; WOLLENBERG, 1996) para representar as restrições da transmissão. Esta representação linear permite que o fluxo de potência através de qualquer circuito possa ser definido como a superposição de FGRs individuais;
- c) Os FGRs têm sempre valores não negativos. Assim, se o congestionamento ocorrer em sentido oposto ao definido no contrato, o valor do FRG será zero e seu detentor não tem a obrigação de pagar, como ocorre com os FTRs, apresentados na próxima seção.

Estas hipóteses são intensamente criticadas, com o argumento de que criam condições artificiais de forma que o modelo de FGR possa funcionar. Algumas desvantagens dos FGRs apresentadas na literatura são²¹:

²⁰ Os FGRs também podem ser considerados proteções financeiras, apesar de os agentes em mercados de energia descentralizados procurarem definir *portfolios* de FGRs que igualem suas transações físicas (BAUTISTA; QUINTANA, 2003).

²¹ Maiores detalhes sobre as críticas ao esquema de FRG podem ser encontradas em Ruff (2000, 2001) e Hogan (2000).

- a) Os custos de congestionamento nos circuitos não considerados por flowgates são cobertos de alguma forma, como socialização, o que resulta em ineficiência;
- b) O modelo de FGR não incentiva investimentos na transmissão;
- c) O modelo descentralizado no qual se baseia o esquema de FGR pode estar exposto ao abuso de poder de mercado, como apresentado por Stoft (1998). Se um único agente possui uma parte significante dos FRGs, ele se torna um monopolista.

Na próxima seção é apresentado o FTR, que, de acordo com os críticos dos FGRs, é o mecanismo ideal para mitigar os riscos de congestionamento.

3.4.3 Financial Transmission Rights

A base para os FTRs foi desenvolvida por Hogan (1992), através do modelo de contrato da transmissão. Os FTRs²² são o complemento natural do esquema de precificação nodal e estão baseados em três requisitos (HOGAN, 1992):

- a) Qualquer tipo de direito da transmissão deve obedecer aos critérios de confiabilidade do sistema;
- b) Devem estar associados a um mecanismo de precificação do uso do sistema;
- c) Devem estar disponíveis à todos os participantes do mercado.

Um FTR assegura ao seu detentor o direito a receber uma quantia em dinheiro (proveniente do *surplus*), baseada na quantidade de energia contratada e no custo do congestionamento entre as barras referidas no contrato. Uma vez que o contrato é definido exclusivamente em termos de diferença de preços (contrato ponto-a-ponto), não é relevante (nem mesmo considerado) a especificação do trecho de transmissão (HOGAN, 2002). Os

²² Estes contratos podem aparecer com outros nomes como *Transmission Congestion Contracts*, em Nova Iorque, *Financial Congestion Contracts*, na Nova Inglaterra e *Congestion Revenue Rights* na Califórnia.

FTRs são baseados nos preços nodais e não é necessário que coincidam com o despacho real do sistema (BAUTISTA; QUINTANA, 2003).

Quando ocorre o congestionamento na transmissão, os usuários do sistema devem pagar os encargos deste congestionamento. Pelo fato de não ser possível conhecer *a priori* quais serão os encargos, os participantes do mercado estão sujeitos a um risco que pode desestimular a negociação entre estes agentes.

Um FTR tem o objetivo de prover proteção financeira aos seus detentores através do reembolso dos custos de congestionamento devido a uma transação ponto-a-ponto, ou seja, definida entre dois pontos (barras ou submercados) do sistema. Desta forma, este mecanismo financeiro pode ser visto como uma proteção contra o risco de congestionamento da transmissão. A definição da quantidade de FTRs possíveis de serem alocados no sistema é obtida a partir da simulação do Fluxo de Potência Ótimo (FPO)²³, considerando-se contingências prováveis, conforme apresentado por Hogan (2002). Por serem “respaldados” financeiramente pelo *surplus*, é necessário que, para honrar os pagamentos dos FTRs, seja feito um teste de “factibilidade” de sua alocação e verificação da “adequabilidade” do montante do *surplus* recolhido. A título de complementação, o Apêndice A apresenta os conceitos utilizados nos testes de “factibilidade” dos FTRs

Os preços nodais têm um componente referente à geração, outro às perdas e outro ao congestionamento (BAUTISTA; QUINTANA, 2003). O encargo de congestionamento referente a uma transação no sistema, é definido através da diferença entre os preços nodais dos dois pontos referidos na transação, como segue:

$$EC_{AB} = Q_{AB} \cdot (P_B - P_A) \quad (13)$$

Onde:

EC_{AB} – encargo de congestionamento entre os pontos *A* e *B*;

²³ Na literatura internacional o procedimento de despacho econômico, levando-se em consideração possíveis contingências do sistema, é conhecido como *Security-Constrained Economic Dispatch (SCED)*.

Q_{AB} – quantidade de energia contratada entre os pontos A e B ;

P_A – preço *spot* no ponto A ;

P_B – preço *spot* no ponto B ;

A – ponto de origem da energia;

B – ponto de destino da energia.

Como o componente referente à geração no preço de cada barra é o mesmo para todas elas, a expressão (13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$EC_{AB} = Q_{AB} \cdot \{ (P_{cong\ B} - P_{cong\ A}) + (P_{perdas\ B} - P_{perdas\ A}) \} \quad (14)$$

Caso as perdas não sejam consideradas, restará somente o componente de congestionamento na expressão (14). Portanto, o encargo de congestionamento para transações ponto-a-ponto é exatamente a diferença entre os componentes de congestionamento (presentes no preço nodal) nos referidos pontos.

Se um participante do mercado tem um FTR entre os pontos A e B , para a sua transação Q_{AB} , seu reembolso (que é o valor do FTR) quando ocorrer o congestionamento será²⁴:

$$R_{AB} = FTR_{AB} \cdot (P_B - P_A) \quad (15)$$

Onde:

R_{AB} – reembolso financeiro proveniente do FTR entre os pontos A e B ;

FTR_{AB} – quantidade de energia contratada no FTR.

A proteção perfeita do detentor do FTR ocorre quando $FTR_{AB} = Q_{AB}$, ou seja, quando a quantidade de energia contratada no FTR iguala a quantidade de energia do contrato bilateral (BAUTISTA; QUINTANA, 2003).

Bautista & Quintana (2003) apresentam algumas vantagens dos FTRs, a saber:

²⁴ Este reembolso provém do *surplus* da transmissão.

- Os FTRs são relacionados somente aos preços das barras entre os quais estão definidos, sendo independentes de circuitos e fluxos específicos;
- Por serem instrumentos financeiros, os FTRs não interferem na eficiência do despacho econômico, não distorcendo os preços nodais;
- Como os FTRs protegem contra o custo de congestionamento, o operador do sistema não precisa socializar esse custo.

Por outro lado, algumas desvantagens deste esquema de mitigação dos riscos de congestionamento são identificadas:

- Em algumas situações os detentores deste direito podem ser obrigados a pagar o encargo de congestionamento, caso a diferença entre os preços nodais seja negativa, como se pode observar na expressão (15)²⁵;
- Apesar de serem teoricamente mecanismos de proteção perfeita, os FTRs não eliminam o risco da negociação entre submercados ou barras (YAN, 2001);
- O principal problema com os FTRs, apontado por Tabors (2001), é a sua dependência dos preços nodais, o que torna necessária a avaliação do conjunto de combinações de FTRs de forma a comparar os custos de diferentes opções de suprimento e encontrar a mais conveniente. Esta desvantagem reduz a liquidez dos FTRs e a previsibilidade dos preços;
- Os FTRs podem propiciar estratégias de *gaming*. Por serem uma fonte de receitas, alguns participantes do mercado que possuam FTRs têm um incentivo extra para comportamento estratégico.

²⁵ O conceito de FTR apresentado até então é o de *obligation*, onde seu detentor deve pagar o valor do FTR caso o congestionamento ocorra em sentido contrário ao definido no contrato. Hogan (2002) apresenta também o caso do *FTR option*, o qual assume somente valores maiores ou iguais a zero, não onerando o detentor do direito em situações de congestionamento em sentido contrário.

Existem vários estudos sobre os contratos de congestionamento, porém, no presente trabalho, citam-se somente os estudos considerados relevantes de acordo com o problema sob investigação (BAUTISTA; QUINTANA, 2003, HOGAN, 2002; HOGAN, 1992; FANG; DAVID; 1999; KIRBY et al., 2002; PA CONSULTING GROUP, 2003). No Brasil não existe oficialmente um esquema de CCTs. Como já mencionado, o *surplus* existente no SEB é destinado a cobrir a exposição das usinas hidrelétricas, provocada pela alocação de créditos pelo MRE. Isso pode ser interpretado como um CCT “automático”, que foi cedido a estes agentes a “custo zero”.

Na ocasião dos estudos de revitalização do SEB, foi cogitada a hipótese de alocação do *surplus* de forma competitiva (BRASIL, 2002), conforme a prática dos mercados de energia elétrica internacionais. Porém, o destino atual do *surplus* esgota esse excedente, impossibilitando a existência de leilões de FTR. Caso haja sobra do *surplus*, após a alocação para os fins especificados anteriormente, serão compensados os ESSs de meses anteriores (MAE, 2002). Assim, não existe instrumento de proteção para contratações entre submercados, o que se torna mais crítico com a característica do modelo institucional atual, que exige que o mercado esteja 100% contratado, conforme discutido na próxima seção.

3.5 MODELO INSTITUCIONAL DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO E OS RISCOS DE SUBMERCADO

Em dezembro de 2003, o Ministério de Minas e Energia (MME) publicou o documento “Modelo Institucional do Setor Elétrico”, propondo um novo modelo para a estruturação do SEB (BRASIL, 2003). Esta proposta, aprovada em março de 2004 e regulamentada pelo Decreto 5.163 de julho do mesmo ano, tem os objetivos principais de garantir a segurança do suprimento de energia elétrica e a modicidade tarifária para os consumidores regulados.

As características principais deste novo modelo são:

- a) Criação da CCEE, em substituição ao MAE, onde ocorrem a liquidação e contabilização da energia elétrica no curto prazo;
- b) Criação de dois ambientes de contratação: Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e Ambiente de Contratação Livre (ACL);
- c) Toda a carga do sistema deve estar sempre 100% contratada (condição necessária para garantir a segurança de suprimento);
- d) No ACR, as empresas distribuidoras devem contratar sua energia através de leilão, na modalidade de “menor tarifa” (em busca da modicidade tarifária para os consumidores regulados).

3.5.1 Contratos no Ambiente de Contratação Regulada

O ACR se caracteriza como um ambiente de contratação multilateral, pois, os vencedores do leilão deverão firmar contratos com todas as distribuidoras, localizadas nos quatro submercados. Os contratos de energia podem ser de geração existente, geração nova ou contratos de ajuste.

A contratação da geração existente visa atender a carga existente das concessionárias de energia elétrica e será feita por meio de leilões, como o realizado em dezembro de 2004. Os contratos terão no mínimo 3 anos e no máximo 15 anos de duração, para início de suprimento em janeiro do ano seguinte ao do leilão. Nesta contratação, os preços obtidos nos leilões serão integralmente repassados a tarifa.

Os contratos de energia nova resultarão de leilões realizados com cinco e três anos de antecedência, em relação ao ano de realização do mercado. Estes contratos devem englobar prazos de duração entre 15 e 35 anos.

O atendimento à necessidades superiores aos limites fixados para aquisição com três anos de antecedência será feito por contratos de ajuste. Esta contratação bilateral ocorrerá através de leilão, com antecedência de até dois anos. Estes contratos serão específicos de cada distribuidora e terão duração máxima de dois anos.

Devem existir duas modalidades contratuais nestes leilões de energia, a critério do MME:

- *Contratos de quantidade de energia* – nestes contratos os geradores assumem os ônus e bônus da operação energética integrada, arcando com todos os custos referentes ao fornecimento da energia contratada;
- *Contratos de disponibilidade de energia* – nesta modalidade os ônus e bônus são assumidos pelo *pool* e repassados aos consumidores cativos.

Um exemplo de contratos de quantidade de energia foram os contratos resultantes do leilão de energia existente, realizado em dezembro de 2004.

O esquema de contratação multilateral criado, onde todos os geradores contratam com todas as distribuidoras, cria um risco de submercado, de forma semelhante à alocação do MRE. Porém, no ACR estes riscos são assumidos pelas empresas distribuidoras. O risco de submercado das distribuidoras será mitigado através do uso de suas exposições cruzadas. Se ainda existir alguma distribuidora com exposição negativa após essa compensação, será permitido repasse à tarifa do consumidor cativo (CCEE, 2004).

Neste contexto, observa-se que os agentes geradores não estão expostos aos riscos de submercado, quando realizam contratos no ACR. Por esta razão, este ambiente de contratação não será analisado nesta dissertação. Por outro lado, a participação no ACL não oferece aos agentes qualquer proteção contra possíveis exposições relativas a riscos de submercado e será discutida a seguir.

3.5.2 Contratos no Ambiente de Contratação Livre

No ACL, os agentes poderão celebrar contratos bilaterais livremente. No entanto, empresas geradoras estatais e distribuidoras neste ambiente devem realizar leilão para o processo de contratação, com editais e contratos submetidos à aprovação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Apesar da liberdade para contratação bilateral, a tendência é de que os CLs realizem leilões para compra de energia, por ser um processo competitivo que pode resultar em preços de compra menores, à medida que aumenta o número de competidores. Com este objetivo, de aumento da competição no processo de compra, os CLs podem tentar atrair geradores que estejam em submercados diferentes. Porém, por estarem negociando no ACL e devido à inexistência de mecanismos de proteção, como os CCTs, estes geradores deverão gerenciar os riscos de submercado por conta própria.

Desta forma, tanto em contratações bilaterais quanto em leilões, os geradores devem especificar os riscos aos quais estarão expostos em possíveis contratações entre submercados. O desenvolvimento da metodologia para especificação deste risco será o tema dos próximos capítulos.

4 MÉTRICAS DE RISCO

4.1 INTRODUÇÃO

Riscos estão normalmente associados a possíveis perdas financeiras ou a possibilidade de não se atingir um nível de remuneração compatível com o investimento (ALEXANDER, 1998). Por exemplo, no caso de riscos de submercado, as perdas podem ser elevadas conforme ilustrado no Capítulo 3. A eliminação total de riscos pode ser economicamente inviável ou mesmo impossível.

Por outro lado, situações de risco podem oferecer grandes oportunidades de ganho. Na área financeira decisões referentes à alocação de recursos são vistas em um contexto de risco-retorno, ou seja, decisões que envolvem um maior nível de risco só são aceitáveis se proporcionarem maiores retornos (LUENBERGER, 1997). Não existe um modo universalmente aceito para representar o equilíbrio entre ganho e risco (DEMBO, 1998). Existem diversas abordagens para avaliação de risco, dentre as quais citam-se como as mais utilizadas:

- a) *Variância dos retornos* (MARKOWITZ, 1952): a base da teoria moderna de gerenciamento de carteiras (ou *portfolios*), que tem Harry Markowitz como um dos seus fundadores, é que os investidores podem reduzir seus riscos através da diversificação ou balanceamento destas carteiras. Como medida de risco, Markowitz adotou no seu trabalho original o desvio padrão dos retornos e seu modelo busca construir uma “fronteira eficiente”, que indica o *portfolio* de máximo retorno para cada nível de risco, ou o de mínimo risco para cada valor de retorno;
- b) *Downside risk* (HARLOW, 1991; HYUNG; VRIES, 2005): uma importante limitação da medida “desvio padrão dos retornos” é a igual penalização de

flutuações negativas e positivas em torno do valor esperado, o que pode conduzir a uma distorção quando a distribuição dos retornos é assimétrica. O *downside risk* penaliza somente os retornos inferiores a um determinado valor (retorno de referência) especificado pelo investidor. Este tipo de abordagem é interessante, pois com ela o investidor se neutraliza contra baixos retornos sem abrir mão de possíveis ganhos elevados;

- c) *Arrependimento* (PEREIRA; McCOY; MERYLL, 2000): o “arrependimento” é relativo a cada combinação de decisão e cenário. É a diferença entre o custo real (sob incerteza) e o custo incorrido se houvesse conhecimento prévio de que determinado cenário ocorreria (conhecido como custo de referência). O critério de arrependimento *minimax*, que serve para minimizar o arrependimento máximo relativo a cada cenário (PEREIRA; McCOY; MERYLL, 2000), tem sido utilizado como métrica de risco (especialmente para problemas de expansão da geração sob incerteza). Sua desvantagem é definir de maneira “conservadora” o *portfolio* para perdas muito severas, mas de baixa probabilidade (HIGLE; WALLACE, 2002);
- d) *Value at risk* (JORION, 2000; DAVID et al., 2003): na abordagem de *VaR* (ou Valor em Risco), considerada uma medida de *downside risk*, o objetivo é quantificar o risco analisando a máxima perda ou pior ocorrência, a um dado nível de probabilidade.

Os critérios (c) e (d), por definição, se concentram nos cenários “ruins”, não levando em conta as receitas dos “x%” cenários restantes (onde “x%” é a confiabilidade desejada).

Uma abordagem alternativa às anteriormente descritas é o uso do conceito de “Função Utilidade” (FU) (LUENBERGER, 1997), utilizada nesta dissertação e detalhada nas próximas seções.

4.2 FUNÇÃO UTILIDADE

A teoria da “utilidade esperada”, estabelecida por John von Neuman e Oskar Morgenstern (2004), permite valorar qualquer distribuição de probabilidades de possíveis resultados de uma decisão e, portanto, estabelecer a preferência entre as decisões associadas à distribuição de probabilidades dos resultados. Como mencionado anteriormente, algumas métricas de risco consideram no processo decisório somente a probabilidade de perdas, analisando, por exemplo, apenas um dado percentil da distribuição de probabilidades da variável em questão. No caso da FU, considera-se toda a distribuição de probabilidades, “traduzindo” receitas financeiras em “unidades de utilidade”.

Teoricamente, nesta “unidade”, os valores são “graus de satisfação”, que expressam o perfil de risco do agente tomador de decisão, traduzindo, assim, toda a sua preferência entre variações positivas e negativas para cada ponto da renda. Desta forma, a decisão neste espaço de utilidades é neutra em relação ao risco. Isto permite que diferentes *portfolios* possam ser comparados em termos de uma única métrica de risco, que é o valor esperado da utilidade da renda.

Ao utilizar esta abordagem, o objetivo passa a ser maximizar a utilidade esperada, onde a FU do agente representa seu “perfil de risco”, que pode ser de aversão, neutralidade ou propensão. A Figura 21 apresenta a forma característica (côncava) da FU de um investidor avesso a risco.

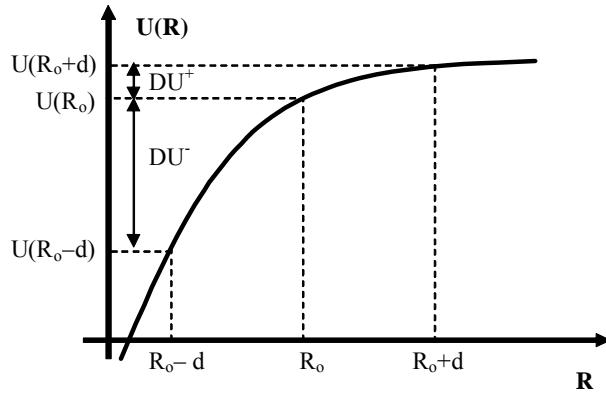


Figura 21 Características do perfil de aversão a risco.

A principal característica do agente avesso a risco (ou dito “conservador”) é que este é muito mais sensível a perdas do que lucros. Por exemplo, para uma mesma variação de “ $+d$ ” em torno do ponto R_o (representando um aumento da renda), o aumento da utilidade do indivíduo é menor, em módulo, que o decréscimo de utilidade resultante da mesma variação negativa “ $-d$ ” em torno de R_o , ou seja, $DU^+ \leq DU^-$. Matematicamente isto pode ser explicado através da definição de função côncava, na qual a segunda derivada é negativa, ou seja, decresce a primeira derivada ao longo do domínio da função. Assim, à medida que se avance no sentido positivo de R , o benefício marginal da utilidade (primeira derivada) decresce de forma monotônica.

Para representar o perfil de um investidor neutro a risco, utiliza-se uma FU linear, como mostra a Figura 22.

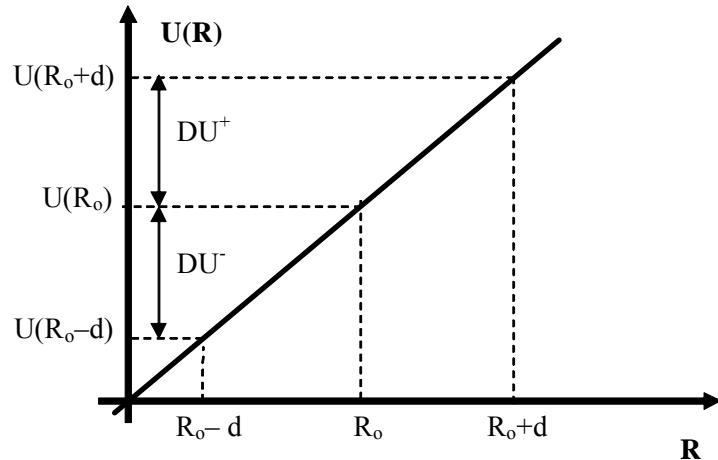


Figura 22 Características do perfil de neutralidade a risco.

Observa-se da Figura 22 que, como a utilidade apresenta primeira derivada constante ao longo de todo o domínio, variações positivas e negativas de mesmo módulo, em torno de um mesmo ponto, proporcionam variações idênticas (em módulo) de utilidade, ou seja, $DU^+ = DU^-$.

Na representação do perfil de propensão ao risco, ilustrado na Figura 23, ocorre o oposto do caso de aversão. O agente “valoriza mais” variações positivas da renda, comparadas com variações negativas de mesma magnitude, em torno de um mesmo ponto. Por isso, a FU do agente propenso ao risco é convexa, ou seja, a primeira derivada aumenta à medida que a renda cresce.

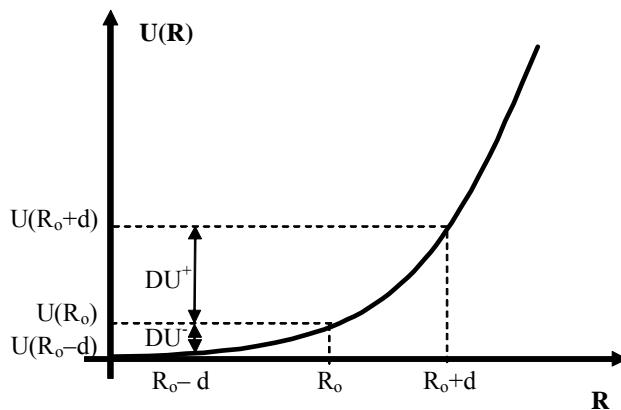


Figura 23 Características do perfil de propensão ao risco.

4.2.1 O Equivalente a Certeza

Seja R uma variável aleatória que representa a renda líquida de um agente gerador de energia elétrica, em \$ e $U(R)$ a FU associada (em unidades de utilidade). Se for calculado o valor esperado da utilidade da renda – $E[U(R)]$ – e aplicada a inversa da utilidade a este valor – $U^{-1}\{E[U(R)]\}$ – com a finalidade de trazê-lo para o domínio das rendas líquidas novamente, obtém-se o que é chamado de “equivalente a certeza” (EqC). Este valor, EqC, pode ser interpretado como o “valor monetário” do ativo. Em outras palavras, o agente gerador seria indiferente (isto é, teria a mesma utilidade esperada) entre receber um pagamento fixo igual ao EqC e receber as receitas estocásticas da venda de energia. A Figura 24 ilustra os conceitos de EqC e $E(R)$, para um gerador avesso a risco, com receita estocástica proveniente da venda de sua geração G_t no mercado de curto prazo, ao preço *spot* π_t .

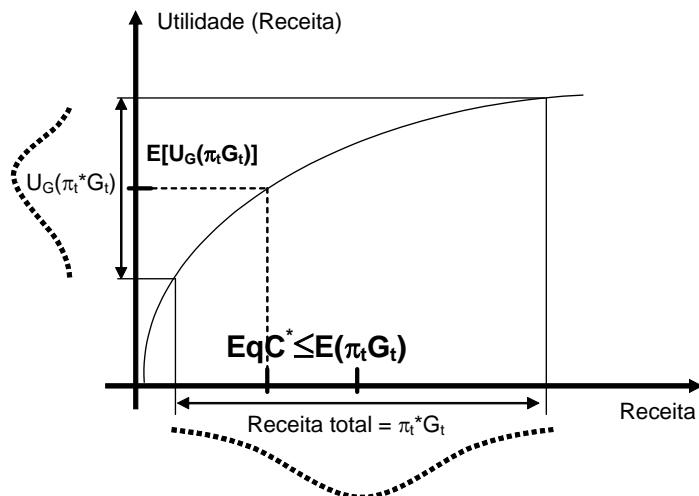


Figura 24 Cálculo do equivalente a certeza (gerador avesso a risco).

No caso de aversão a risco, pela desigualdade de Jansen (MAS-COLLEL; WHINSTON; GREEN, 1995), conclui-se que $U^{-1}E[U(R)] \leq E(R)$, ou seja, o EqC é inferior ao valor esperado das receitas.

Para um agente neutro a risco, com FU linear, tem-se que $U^{-1}E[U(R)] = E(R)$, ou seja, o EqC é igual ao valor esperado das rendas. Se o agente for propenso a risco, observa-se da

Figura 23 que, pela desigualdade de Jansen, $U^{-1}E[U(R)] \geq E(R)$. Neste caso o EqC é superior ao valor esperado das receitas.

4.2.1.1 Exemplo

A Figura 25 mostra uma FU hipotética (linear por partes, que será apresentada no final deste capítulo) que possui dois segmentos separados pelo ponto P, dado por uma renda de \$30.

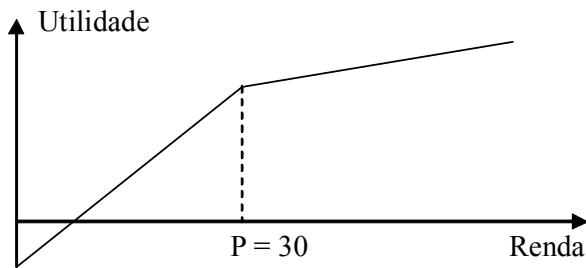


Figura 25 Função utilidade hipotética.

Considera-se que existam quatro cenários para renda com igual probabilidade de ocorrência: $R_1 = \$0$, $R_2 = \$25$, $R_3 = \$30$ e $R_4 = \$45$. Então, o valor esperado da renda é:

$$E(R) = 0.25 \cdot (0) + 0.25 \cdot (25) + 0.25 \cdot (30) + 0.25 \cdot (45) = \$25$$

E da utilidade da renda:

$$E[U(R)] = 0.25 \cdot (-10) + 0.25 \cdot (22.5) + 0.25 \cdot (30) + 0.25 \cdot (45) = 20.6$$

O EqC deste fluxo de renda é igual a $U^{-1}(20.6) = \$23,7$.

Um conceito interessante está relacionado com a diferença numérica verificada neste exemplo, entre $E(R)$ e $E[U(R)]$, de \$1,3. Esta diferença é conhecida como “prêmio de risco” e representa o máximo valor do qual o agente está disposto a abrir mão, para evitar “apostar na loteria” que representa os quatro cenários prováveis de renda (MAS-COLLEL; WHINSTON; GREEN, 1995).

4.2.2 O Coeficiente de Aversão a Risco

O Coeficiente de Aversão a Risco (CAR), ou grau de aversão a risco, tem por objetivo caracterizar o comportamento frente ao risco, que o agente expressa para cada ponto do espaço das possíveis realizações da variável aleatória. Esse comportamento é modificado à medida que a concavidade da função utilidade varia em seu domínio.

Assim, seja uma variável aleatória “x” e uma função utilidade $U(\cdot)$, o CAR pode ser definido por:

$$CAR_u(x) = \frac{-U''(x)}{U'(x)} \quad (16)$$

Onde:

$U'(x)$ – primeira derivada de $U(x)$ com relação a “x”;

$U''(x)$ – segunda derivada de $U(x)$ com relação a “x”.

A primeira derivada aparece no denominador para padronizar o CAR de utilidades equivalentes. Supondo-se que $U(x)$ e $V(x)$ sejam duas FUs equivalentes, onde $V(x)$ é obtida através de uma transformação linear de $U(x)$ ($V(x)=aU(x)+b$, para $a > 0$ e $b \geq 0$). Desta forma, estas duas FUs terão o mesmo $CAR(x)$, uma vez que transformações lineares não alteram a ordem de preferências do agente e nem seu perfil de risco. Para isto, o CAR deve ser normalizado, dividindo-o pela primeira derivada de $U(x)$ (MAS-COLLEL; WHINSTON; GREEN, 1995).

4.3 TIPOS DE FUNÇÃO UTILIDADE

Nesta seção serão apresentados alguns tipos usuais de função utilidade, conforme Luenberger (1997).

4.3.1 Função Utilidade Quadrática

Este tipo de função é de uso freqüente por proporcionar um resultado analítico, que é o critério média-variância. A função utilidade quadrática pode ser definida como um polinômio de segundo grau conforme a seguinte expressão:

$$U(x) = ax - \frac{1}{2}bx^2 \quad \text{para } a > 0 \text{ e } b \geq 0 \quad (17)$$

Esta função, mostrada na Figura 26, é significativa apenas para o domínio de “ $x \leq a/b$ ”, onde ela é crescente. Outra observação importante é que para “ $b>0$ ”, esta função é estritamente côncava, caracterizando um perfil de aversão a risco.

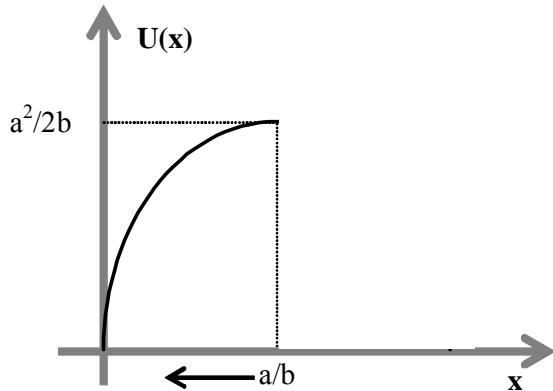


Figura 26 Função utilidade quadrática.

Para demonstrar como a utilidade quadrática reflete o critério de média-variância através de seu valor esperado, considera-se que “ x ” seja uma variável aleatória limitada superiormente por “ a/b ”, ou seja, $\text{Prob}(x \leq a/b) = 1$. Então o valor esperado da utilidade de “ x ” pode ser expresso por:

$$E[U(x)] = aE(x) - \frac{1}{2}bE(x^2) \quad (18)$$

$$E[U(x)] = aE(x) - \frac{1}{2}bE^2(x) - \frac{1}{2}b\text{Var}(x) \quad (19)$$

A expressão (19), que só depende da média de “x” e de sua variância, mostra que, se “b” e “a” forem maiores que zero e se “ $x \leq a/b$ ”, o valor esperado da utilidade de “x” cresce à medida que o valor esperado de “x” cresce e, em contrapartida, decresce conforme a variância de “x” aumenta. Essa propriedade é bastante intuitiva e promove uma expressão analítica para o CAR que simplifica o desenvolvimento de alguns problemas, assim:

$$CAR_u(x) = \frac{b}{a - bx} \quad (20)$$

Porém, a forma quadrática da FU apresenta uma “inconsistência” de comportamento, pois, como pode ser visto na expressão (20) o grau de aversão a risco, expresso pelo coeficiente de aversão a risco, CAR, aumenta à medida que “x” cresce, o que não é intuitivo. Esse fato motiva a exploração de outras formas de FU, como apresentado a seguir.

4.3.2 Função Utilidade Exponencial

A função utilidade exponencial pode ser representada por uma exponencial negativa amortecida. Esta não apresenta o inconveniente de domínio restrito e pode ser encontrada, à medida que se imponha um comportamento onde o CAR seja constante, ou seja, o grau de aversão a risco não se altere ao longo da renda. Dessa forma, pode-se encontrar a expressão de $U(x)$ através da resolução da equação diferencial a seguir.

$$CAR_u(x) = \frac{-U''(x)}{U'(x)} = -a \quad (21)$$

Que resulta em:

$$U(x) = -e^{-ax} \quad (22)$$

Outra vantagem desta forma pode ser vista no caso em que a distribuição de probabilidade da variável avaliada é normal. Essa forma apresenta uma propriedade similar à da função quadrática, onde o valor esperado da utilidade proporciona uma expressão analítica

em função dos parâmetros da variável aleatória (média e variância). Na Figura 27 pode-se visualizar a forma que esta função adquire.

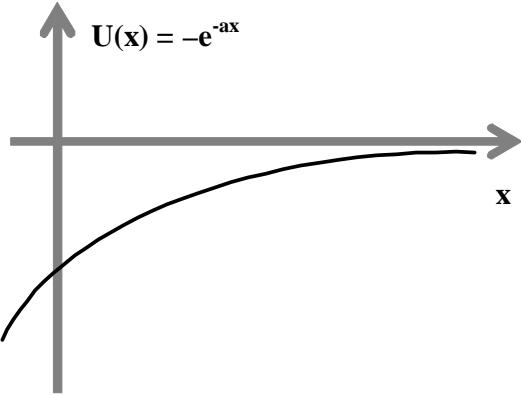


Figura 27 Função utilidade exponencial negativa.

Se “x” for uma variável aleatória normal com média “ μ ” e variância “ σ^2 ”, então o valor esperado da utilidade de “x” pode ser escrito como:

$$E[U(x)] = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ax}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} dX \quad (23)$$

$$E[U(x)] = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(X^2 - (2a\sigma^2 - 2\mu)X + \mu^2)} dX \quad (24)$$

Ao completar-se o quadrado do expoente do integrando, em busca da forma padrão de uma distribuição normal, encontra-se a seguinte expressão:

$$E[U(x)] = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-a\left(\frac{\mu - \frac{a\sigma^2}{2}}{2}\right)}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}[X - (2a\sigma^2 - 2\mu)]^2} dX \quad (25)$$

Como o integrando da expressão (25), a menos de uma exponencial constante com relação à variável de integração, é a distribuição normal de uma variável aleatória, a expressão (25) pode ser reescrita como:

$$E[U(x)] = -e^{-a\left(\frac{\mu - \frac{a\sigma^2}{2}}{2}\right)} \quad (26)$$

Nesta expressão final, nota-se que à medida que a média aumenta, o valor esperado da utilidade cresce e conforme a variância aumenta, o mesmo valor esperado decresce. Esse resultado, porém, não pode ser generalizado para qualquer distribuição que a variável aleatória “x” assuma, como no caso da quadrática.

4.3.3 Função Utilidade Logarítmica

A função utilidade logarítmica, apresentada na Figura 28, pode ser obtida através da imposição de um perfil de aversão a risco, onde o CAR “decaia” com a renda “x”, segundo uma hipérbole. Esta hipótese é razoável, visto que se a renda de um agente aumenta, espera-se que este seja menos avesso ao risco. Assim, pode-se fazer:

$$CAR_u(x) = (x + a)^{-1} \quad (27)$$

Onde o parâmetro “a” controla a translação da função, de forma que se permita modificar o CAR de maneira a expressar o perfil de cada agente. Dessa forma:

$$\frac{U''(x)}{U'(x)} = \frac{-1}{x + a} \quad (28)$$

$$U(x) = \ln(x + a) \quad (29)$$

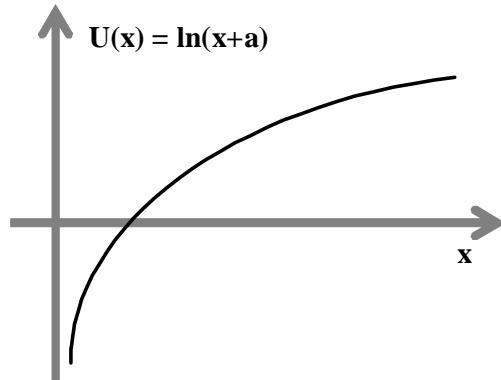


Figura 28 Função utilidade logarítmica.

Observa-se dos tipos de FU apresentados que, para representar um agente com perfil de aversão à risco as curvas serão côncavas e, portanto, não lineares. Neste trabalho, optou-se por definir uma Função Utilidade Linear por Partes (FULP), conforme apresentado a seguir.

4.3.4 Função Utilidade Linear por Partes

A função utilidade, como visto nos itens anteriores, visa caracterizar o perfil de risco de um agente, atribuindo assim um grau de “satisfação” a cada possível resultado que se esteja analisando. Define-se nesta seção uma FULP, que pode se aproximar de qualquer outra função côncava, traçando-se retas tangentes a esta curva. Assim, esta função pode ser expressa através de um problema de PL de maximização, para o caso de um agente avesso a risco (FU côncava) e um problema de PL de minimização para um agente propenso ao risco (FU convexa). Assim sendo, para o caso de aversão a risco, a FULP pode ser expressa pelo seguinte problema de PL:

$$\begin{aligned} U(x) &= \text{Max} \delta && (30) \\ \text{s.a.} \\ \delta &\leq a_k x + b_k \quad k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

Onde:

K – número de segmentos lineares;

a_k – coeficiente angular k -ésimo segmento;

b_k – coeficiente linear do k -ésimo segmento;

δ – variável que é sempre menor que todos os segmentos.

Como $U(\cdot)$ é crescente, $a_k \geq 0$; $k = 1, \dots, K$.

A Figura 29 representa uma FULP com quatro segmentos, onde cada ponto Q_k representa uma “quebra”, ou seja, uma mudança de inclinação e, portanto, uma mudança na taxa de crescimento de “satisfação” com a renda do agente. Pode-se notar que o problema de PL que define esta curva seleciona para um dado ponto “ x_0 ” o segmento que proporciona o

menor valor no contradomínio. A Figura 29 ilustra este fato, para um caso onde o ponto “ x_0 ” está localizado no terceiro segmento.

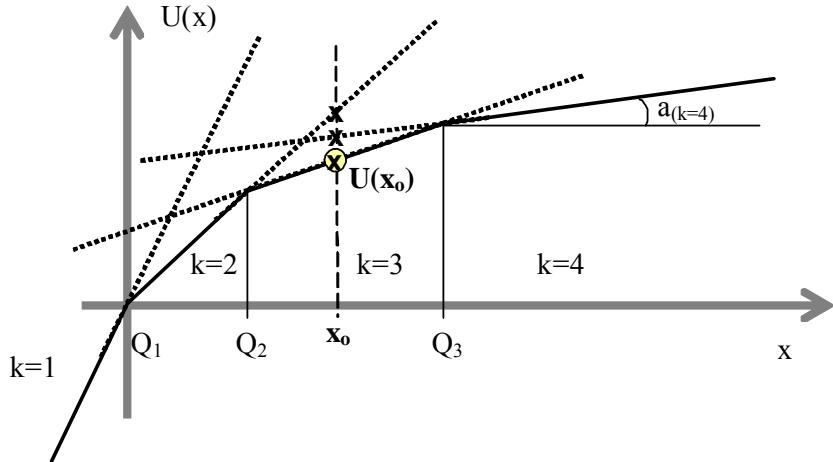


Figura 29 Exemplo de FULP com quatro segmentos.

Esse tipo de função apresenta a propriedade do agente ser localmente neutro ao risco, porém, globalmente avesso. A grande vantagem desta representação linear é a possibilidade de escolher os pontos de “quebra” onde os coeficientes angulares mudarão, utilizando como base parâmetros financeiros da empresa, por exemplo. Em outras palavras, para o caso de uma FU que seja função da renda como a utilizada neste trabalho, o agente tem a flexibilidade de selecionar a taxa de crescimento da sua “satisfação” (utilidade) para alguns intervalos conhecidos de sua renda, e assim não ficar limitado a uma só forma, definida por um único parâmetro.

Outro aspecto importante para este tipo de função é que o CAR “convencional” não pode ser definido, pois existem pontos onde a função não é derivável. No caso da FULP, o grau de aversão a risco se dá na mudança de coeficiente angular, podendo-se definir o CAR linear por partes (CARP), onde o que se expressa não é a aversão a risco local, mas, entre segmentos, dado por:

$$CARP_k = -\frac{(a_k - a_{k-1})}{a_{k-1}} \quad (31)$$

Este coeficiente, através da razão entre a diferença das primeiras derivadas de dois segmentos adjacentes e a derivada do primeiro deles, expressa uma medida da taxa de variação da primeira derivada, que é a própria definição de segunda derivada, no caso de variações infinitesimais.

Assim, com base na abordagem de CARP, pode-se especificar a FU através de um perfil de risco desejado, por exemplo, encontrando os coeficientes a_k que satisfaçam um conjunto de $CARP_{k=2,\dots,K}$, segundo a expressão seguinte:

$$a_k = (1 - CARP_k) \cdot a_{k-1} \quad (32)$$

A FULP apresentada nesta seção será a forma adotada neste trabalho, onde a maior parte da metodologia será baseada em programação linear.

4.3.5 Construção da Função Utilidade Linear por Partes

Um aspecto importante consiste em “como” construir uma FU de um agente. Uma abordagem, que será utilizada neste trabalho, é construí-la a partir do coeficiente de aversão a risco do mesmo (STREET, 2004).

Exemplifica-se a construção de uma FULP a partir da definição do CARP, onde se deseja impor um comportamento semelhante ao de um agente que utiliza uma FU exponencial, com perfil de risco se mantendo constante ao longo do domínio da renda (CAR constante), porém, introduzindo uma maior aversão a risco para rendas muito baixas e uma aversão a risco menor para rendas muito altas²⁶, conforme mostra a Figura 30.

²⁶ A interpretação utilizada neste trabalho para “rendas muito baixas” é a de que estes valores de renda não permitem a sobrevivência da empresa. Para “rendas muito altas”, considera-se que estes valores estão acima das expectativas da empresa.

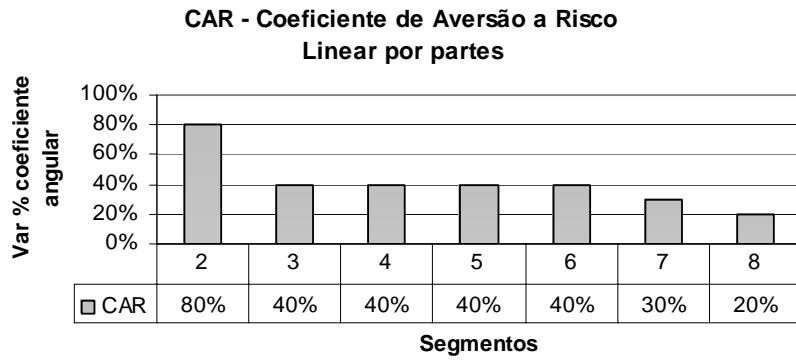


Figura 30 CARP para oito segmentos (intervalos) de renda líquida.

Assim, por exemplo, iniciando a seqüência de oito (por exemplo) coeficientes angulares com o valor de 100, pode-se definir os demais coeficientes, $a_{k=2,\dots,8}$ através da expressão recursiva (32). De posse desses segmentos e dos pontos de separação entre os segmentos de renda líquida, determina-se a FULP através do problema de PL (30), que pode ser vista na Figura 31.



Figura 31 FULP com oito segmentos (intervalos) de renda líquida.

Uma interpretação interessante que pode ser dada à FU é: uma função cuja derivada traduz o benefício marginal da renda em função da taxa de juros que uma instituição financeira cobraria por emprestar dinheiro à empresa ou remuneraria os seus investimentos. Ou seja, os coeficientes angulares da FULP podem ser associados aos benefícios marginais,

em taxa de juros, com o acréscimo da renda. Assim, na escolha dos pontos de quebra a empresa pode definir pontos de sua receita, onde, por exemplo (DAVID, 2005):

- R_1 – renda a partir da qual a empresa “não sobrevive” um ano;
- R_2 – renda a partir da qual a empresa obtém seu *break-even* anual;
- R_3 – renda anual projetada.

Os coeficientes angulares (derivadas em cada segmento) podem ser especificados da seguinte forma (DAVID, 2005):

- a_1 – taxa de juros cobrada por empréstimo a uma empresa que oferece um alto risco (16% a.a. por exemplo);
- a_2 – taxa de juros cobrada por um empréstimo a uma empresa que oferece um risco médio (por exemplo 12% a.a.);
- a_3 – taxa de juros cobrada por uma empresa que oferece pouco risco, (por exemplo 10% a.a.).

Esses pontos devem ser definidos pela empresa segundo a sua percepção do mercado e de distinção de taxas que serão cobradas ou obtidas em investimentos. Com eles, a FULP é então construída (pontos de receita R_i são conhecidos e inclinações a_i – taxas de juros – são determinadas pela empresa).

A FULP é uma forma de representação simplificada, mas, como apresentado anteriormente, proporciona flexibilidade na sua definição, resultando em um maior grau de liberdade para atender às necessidades de modelagem do perfil de aversão à risco do agente. Na metodologia proposta neste trabalho, o perfil de risco de um agente de geração de energia elétrica será representado através de uma FULP, pelos motivos descritos anteriormente, conforme apresentado no próximo capítulo.

5 METODOLOGIA PROPOSTA

Este capítulo apresenta a metodologia proposta para precificação dos riscos de submercado, sua formulação matemática, os procedimentos e variáveis necessárias à sua aplicação em duas situações de contratação para um gerador no ACL: contratação bilateral diretamente com um CL e contratação bilateral proveniente de leilão de energia elétrica.

5.1 ASPECTOS GERAIS

A análise de um contrato “futuro” envolve projeções deste “futuro”, para que os riscos envolvidos sejam precificados corretamente. Nesta dissertação, utilizam-se cenários de preços de curto prazo, para o horizonte de contrato analisado. Cada cenário de preço representa uma condição hidrológica provável do horizonte de estudo e, a partir destes cenários, aplica-se a metodologia proposta neste trabalho.

Dois aspectos importantes no desenvolvimento da metodologia são a consideração da volatilidade da diferença de preços *spot* entre os dois submercados e o grau de aversão ao risco do gerador. Este último pode ser expresso de uma forma simplificada através de uma taxa de desconto maior que a taxa livre de risco, ou, através de critérios mais elaborados que se baseiam em restrições de riscos do tipo *Value at Risk* (JORION, 2000).

Neste trabalho, propõe-se utilizar a teoria de “função utilidade” (FU) como ferramenta analítica para captura e representação do perfil de risco do agente (von NEUMANN; MORGENSTERN, 2004). A FU permite comparar rendas líquidas com diferentes médias e dispersões. Sua idéia básica é “traduzir” toda a distribuição de probabilidades do fluxo financeiro para o “domínio da utilidade” e comparar em termos de utilidade esperada.

A abordagem por FU permite capturar a volatilidade dos preços de uma forma completa, se comparada a uma abordagem tradicional de análise por Valor Presente Líquido

(VPL) médio da renda (ou, valor esperado da renda, que é uma abordagem neutra em relação ao risco).

A estrutura global da metodologia proposta é ilustrada na Figura 32 e descrita logo a seguir.

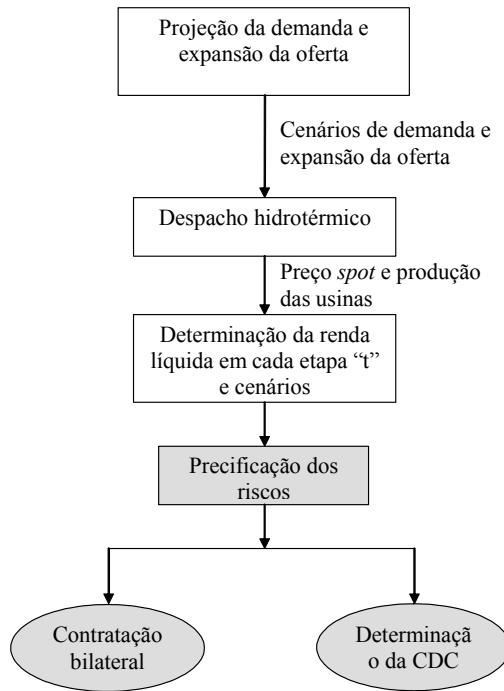


Figura 32 Estrutura geral da metodologia proposta.

De acordo com a metodologia, o processo de precificação dos riscos é desenvolvido em quatro etapas principais, como segue:

Etapa 1: esta etapa comprehende a projeção da demanda e da expansão da oferta. Para a construção de um cenário de oferta e demanda, prepara-se um cenário de crescimento mensal da demanda para cada submercado a partir de hipóteses de crescimento do PIB. A seguir, é ajustado um plano de expansão a este cenário, considerando a competitividade das opções de geração disponíveis (usinas, hidrelétricas, térmicas a gás, carvão e outras e interconexões internacionais), os limites de transmissão e as características do mercado brasileiro;

Etapa 2: nesta etapa é determinado o despacho hidrotérmico e, como resultado deste despacho, os preços *spot*. Para a determinação do despacho hidrotérmico nos estudos de caso apresentados nesta dissertação, foi utilizado o programa SDDP (*Stochastic Dual Dynamic Programming*), de propriedade da PSR Consultoria²⁷. A partir de um cenário de oferta e demanda de energia elétrica, o SDDP calcula as funções de custo futuro do sistema hidrotérmico, considerando as restrições do sistema e as incertezas nas afluências. Uma vez calculadas as FCFs, é simulada a operação do sistema, isto é, resolve-se sucessivamente o problema de despacho de um estágio para um conjunto de *cenários hidrológicos* (conjunto de vazões afluentes ao longo dos “T” estágios) indexados por $s = 1, \dots, S$. O resultado da simulação consiste de um conjunto de preços *spot*, $\{\pi_{ts}\}$, para cada submercado, e um conjunto de produções de energia para cada um dos J geradores, $\{g_{tjs}\}$, para $s = 1, \dots, S; j = 1, \dots, J$ e $t = 1, \dots, T$;

Etapa 3: nesta etapa é calculada a renda líquida para cada estágio simulado e cenário de preço *spot* obtido, a partir da expressão (33). A discretização das simulações é mensal, ou seja, calcula-se a renda para cada mês (estágio) do horizonte de contrato considerado e para todos os cenários de preço *spot*. Observa-se da expressão (33) que o gerador “vende” sua produção no seu submercado de origem “u” e “compra” o montante contratado no submercado alternativo “v”. Caso o gerador esteja contratado em seu submercado de origem, “u” será igual à “v” na expressão (33);

Etapa 4: a última etapa especifica o risco de submercado nas duas situações apresentadas neste trabalho, de contratação bilateral e determinação da CDC. A especificação do risco em contratação bilateral consiste, basicamente, em determinar o menor preço que um gerador está disposto a cobrar para contratar em um submercado alternativo. Na determinação da CDC, procura-se maximizar a utilidade esperada de um gerador, para contratos no

²⁷ <http://www.psr-inc.com>

submercado alternativo. A formulação utilizada nestas duas situações é apresentada em detalhes nas seções 5.3 e 5.4.

Conforme ilustrado na Figura 32, o processo de precificação dos riscos nas situações de contratação bilateral e determinação da CDC necessita, inicialmente, dos valores de renda líquida do gerador, calculados como mostra a próxima seção.

5.2 DETERMINAÇÃO DA RENDA LÍQUIDA

De forma a calcular o “balanço no mercado de curto prazo” para cada empresa geradora, no cálculo da renda líquida são consideradas as seguintes parcelas:

- *Receita*: venda de energia dos geradores da empresa no *spot* em cada submercado e pagamentos pelos montantes contratados em cada submercado;
- *Despesas*: compra de energia no spot para atender os montantes contratados em cada submercado e custos operativos das usinas e encargos.

As parcelas definidas anteriormente, para receitas e despesas, são variáveis aleatórias, como descrito a seguir:

- *Receita da venda de energia* – tanto a produção mensal das usinas quanto o preço *spot* dependem das condições hidrológicas. Esta aleatoriedade será representada através de cenários, produzidos por um modelo de despacho hidrotérmico estocástico;
- *Compra de energia* – é uma variável aleatória pela mesma razão da produção de energia. Observe que os preços de compra da energia podem ser diferentes dos preços de venda, devido a existência de restrições entre submercados. Por esta razão, não se representa diretamente a diferença líquida.

O desenvolvimento da metodologia considera a seguinte expressão geral para cálculo da renda líquida mensal, para um gerador térmico:

$$R_{ts} = (P_C \cdot E_{Ct}^v + G_{ts}^u \cdot \pi_{ts}^u + M_t^u \cdot P_M - E_{Ct}^v \cdot \pi_{ts}^v - G_{ts}^u \cdot C_{op} - M_t^u \cdot \pi_{ts}^u) * h_m \quad (33)$$

Onde:

R_{ts} – renda líquida da usina no período “t”, série hidrológica “s”;

P_C – preço do contrato, em \$/MWh;

E_{Ct}^v – montante contratado no período “t” e submercado “v”, em MW;

G_{ts}^u – geração da usina no período “t”, submercado “u” e série hidrológica “s”, em MW;

π_{ts}^u – preço *spot* no período “t”, submercado “u” e série hidrológica “s”, em \$/MWh;

M_t^u – montante de contrato fixo período “t” e submercado “u”, em MW;

P_M – preço do montante de contrato “M”, em \$/MWh;

π_{ts}^v – preço *spot* no período “t”, submercado “v” e série hidrológica “s”, em \$/MWh;

C_{op} – custo operativo, em \$/MWh;

h_m – número de horas no mês, 730h.

Após a determinação da renda líquida, o próximo passo é a precificação do risco, apresentada na próxima seção.

5.3 PRECIFICAÇÃO DO RISCO DE SUBMERCADO EM CONTRATAÇÃO BILATERAL

Esta seção apresenta a metodologia utilizada para estimar o sobrepreço que um gerador estaria disposto a cobrar para assinar um contrato bilateral fora de seu submercado. Este sobrepreço é calculado de forma a deixá-lo indiferente entre ter o contrato candidato fora de seu submercado ou na própria região, ou seja, corresponde ao “menor preço” pelo qual o gerador venderia energia em um submercado vizinho.

O enfoque básico é, a partir de cenários de preços *spot* e despacho (no próprio submercado), calcular a renda líquida do gerador associada a um contrato no seu submercado de origem e no alternativo.

Nesta seção são apresentadas duas formas de ajuste do sobrepreço do contrato: fluxos de caixa equivalentes em termos de VPL médio das rendas e fluxos de caixa equivalentes em termos VPL médio do equivalente a certeza. A equivalência pela média das rendas é a abordagem usual, que considera o gerador com um perfil de neutralidade em relação a riscos. Já a equivalência em termos de EqC leva em consideração um perfil de aversão a riscos que, por sua vez, é modelado através de uma FULP. A metodologia será exemplificada com um gerador termelétrico, mas pode ser estendida para geradores hidroelétricos, com alterações no cálculo da renda líquida.

5.3.1 Equivalência em Termos de VPL Médio da Renda

Uma abordagem usual é determinar o “sobrepreço” do contrato bilateral no submercado vizinho, através da igualdade entre os VPLs dos fluxos de caixas de contratos semelhantes nas duas regiões (de origem e vizinha).

Após o cálculo dos valores mensais de renda líquida conforme a “Etapa 3”, calculam-se os valores anuais através da soma. Então, determina-se o VPL médio do fluxo de caixa estocástico através da seguinte expressão:

$$\overline{VPL} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left[\sum_{t=0}^T \frac{R_{ts}}{(1+r)^t} \right] \quad (34)$$

Onde:

\overline{VPL} – valor presente líquido médio da renda;

S – número de cenários hidrológicos;

T – número de etapas (neste caso cada etapa corresponde a um ano do horizonte de contratação);

R_{ts} – renda no ano “t” e cenário hidrológico “s”;

r – taxa de desconto.

Através da expressão (34) calculam-se os VPLs médios para um contrato de montante “m” e preço “ P_C ”, nos submercados de origem e alternativo.

5.3.1.1 Cálculo do sobrepreço

Neste trabalho, uma hipótese considerada é de que a contratação no submercado alternativo oferece riscos ao gerador, ou seja, o submercado alternativo se caracteriza por ser uma região importadora de energia, como definido anteriormente. Dessa forma, o VPL calculado para um mesmo montante e preço de contrato nos dois submercados, será sempre menor ou igual no submercado alternativo.

No caso de se considerar um submercado alternativo que seja exportador de energia, a metodologia pode ser aplicada e, como resultado, o gerador poderia estar disposto a conceder um “desconto” em relação ao preço do seu próprio submercado, tendo em vista as possibilidades de ganhos decorrentes.

Após o cálculo dos VPLs pela expressão (34), em cada submercado, determina-se o preço de contrato no submercado alternativo que iguala estes VPLs:

$$\overline{VPL}^v(P_C^v) = \overline{VPL}^u(P_C^u) \quad (35)$$

Onde:

P_C^u – preço do contrato de montante “m”, no submercado de origem;

P_C^v – preço do contrato de montante “m”, no submercado alternativo.

Determinado o preço de contrato em v que iguala os VPLs, o sobrepreço é determinado diretamente pela seguinte expressão:

$$\beta = P_C^v - P_C^u \quad (36)$$

Onde:

β – sobrepreço associado ao contrato no submercado “v”, em \$/MWh;

Este sobrepreço β independe do montante a ser contratado E_C e do preço deste montante, P_C , sendo função somente da diferença média entre os preços *spot* dos submercados considerados, para este caso de equivalência dos VPLs das rendas.

Para comprovar esta afirmação, considere o caso simplificado, na expressão (33), da renda do gerador no submercado de origem “u”, em uma etapa (um mês) e um cenário, com um contrato de montante E_C neste submercado, a um preço P_C^u , conforme expressão a seguir:

$$R^u = (P_C^u \cdot E_C + G^u \cdot \pi^u + M^u \cdot P_M - E_C \cdot \pi^u - G^u \cdot C_{op} - M^u \cdot \pi^u) * h_m \quad (37)$$

De acordo com a metodologia, o objetivo é determinar o preço no submercado alternativo “v”, P_C^v , de forma a igualar os valores de renda do gerador no submercado alternativo, R^v , à renda no submercado de origem, R^u . A renda mensal para o mesmo contrato E_C , no submercado alternativo é expressa por:

$$R^v = (P_C^v \cdot E_C + G^u \cdot \pi^u + M^u \cdot P_M - E_C \cdot \pi^v - G^u \cdot C_{op} - M^u \cdot \pi^u) * h_m \quad (38)$$

Portanto, para obter o preço de contrato no submercado “v”, basta igualar as expressões (37) e (38). Pode-se observar por inspeção que, igualando as referidas expressões, independente do montante E_C e dos preços de contrato, os termos referentes ao montante M , custo operativo, horas do mês e venda da geração no *spot*, sempre serão cancelados. Assim, pode-se escrever:

$$-E_C \cdot \pi^v + E_C \cdot P_C^v = -E_C \cdot \pi^u + E_C \cdot P_C^u \quad (39)$$

O termo E_C também pode ser cancelado, após colocá-lo em evidência em ambos os lados da expressão (39). Com o rearranjo da expressão acima, obtém-se a seguinte expressão para o preço de contrato no submercado “v”:

$$P_C^v = P_C^u + (\pi^v - \pi^u)$$

Ou,

$$P_C^v - P_C^u = (\pi^v - \pi^u) \quad (40)$$

O termo à esquerda da igualdade na expressão (40) representa o sobrepreço (β) do contrato. Conclui-se, portanto, que o sobrepreço, cobrado pelo gerador para aceitar o contrato no submercado alternativo “v” independe do montante contratado E_C e do preço de contrato P_C^u . Ele dependerá somente da diferença entre os preços *spot* dos submercados. Como afirmado anteriormente, esta conclusão é válida para o cálculo do sobrepreço pela equivalência dos VPLs médios das rendas e será comprovada numericamente na aplicação da metodologia, no próximo capítulo.

Devido à forte volatilidade nos preços de curto prazo e acentuada assimetria em sua distribuição de probabilidades (características observadas no Capítulo 3), esta forma de determinação do sobrepreço, por comparação dos valores médios de renda, é, em geral, arriscada por não capturar os riscos aos quais o agente está sujeito em negociações entre submercados, como será comprovado numericamente no próximo capítulo.

5.3.2 Equivalência em Termos de VPL Médio do EqC

Uma alternativa à abordagem tradicional apresentada na seção anterior é o uso da metodologia proposta neste trabalho, que considera um perfil de aversão ao risco no processo de tomada de decisão, conforme apresentado a seguir.

O equivalente a certeza é o valor monetário que deixa o gerador indiferente entre recebê-lo “a vista” e aceitar o fluxo de caixa estocástico. O EqC pode ser expresso por (ver seção 4.2.1):

$$EqC = U^{-1}\{E[U(R)]\} \quad (41)$$

Para o cálculo do EqC, define-se, inicialmente, a FULP a partir do problema de PL apresentado na expressão (30):

$$U(R_{ts}) = \text{Max } \delta \quad p / \text{todo} \quad s = 1, 2, \dots, S \quad (42)$$

s.a.

$$\begin{aligned} \delta &\leq a_{Gk} \cdot R_{is} + b_{Gk} \\ k &= 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (43)$$

Onde:

a_{Gk} – coeficiente angular de cada segmento;

b_{Gk} – coeficiente linear de cada segmento;

δ – variável auxiliar que é sempre menor que todos os segmentos;

K – número de segmentos lineares.

Conforme a descrição da “Etapa 3”, calcula-se a renda líquida do gerador. Em seguida, calcula-se a utilidade correspondente a cada valor de renda líquida, utilizando-se a FULP. De posse dos valores de utilidade da renda, o próximo passo, de acordo com a expressão (41), é determinar o valor esperado da utilidade da renda. Isso é feito calculando-se a média, para cada etapa, das rendas dos “s” cenários. Por fim, calculam-se os valores de EqC em cada submercado e em cada etapa, aplicando-se a inversa da utilidade.

Calculados os valores de EqC para um contrato de montante “m” nos submercados de origem e alternativo, ao mesmo preço P_C , determina-se o sobrepreço que deixa o gerador indiferente entre estes contratos.

5.3.2.1 Cálculo do Sobrepreço

Antes do procedimento de determinação do sobrepreço de contrato, calcula-se o VPL do EqC em cada submercado, da seguinte forma:

$$VPL = \sum_{t=0}^T \frac{EqC_t}{(1+r)^t} \quad (44)$$

O sobrepreço nesta situação é obtido através da busca pelo preço do contrato no submercado alternativo, de forma a igualar os VPLs dos EqCs nos dois submercados, para um mesmo montante contratado. Assim, pode-se escrever:

$$EqC_v(P_C^v) = EqC_u(P_C^u) \quad (45)$$

Aplicando-se a utilidade em ambos os lados da expressão (45), obtém-se (ver definição de EqC na expressão (41)):

$$E\{U[R^v(P_C^v)]\} = E\{U[R^u(P_C^u)]\} \quad (46)$$

Onde:

R^u – renda para um contrato no submercado “u”;

R^v – renda para um contrato no submercado “v”.

Novamente, se a FU for linear por partes, para resolver o problema (46), onde se deseja obter P_C^v em função de P_C^u , ou seja, encontrar o preço no submercado “v” que deixe o gerador indiferente entre um contrato neste submercado e no de origem, basta resolver o seguinte problema de PL:

$$P_C^v = \text{Min } p \quad (47)$$

s.a.

$$\delta_{ts} \leq a_k \cdot R_{ts}(p) + b_k \quad \text{para } k = 1, \dots, K; s = 1, \dots, S$$

$$w = \frac{1}{S} \sum_s \delta_{ts}$$

$$w \geq E\{U[R_t(P_C^u)]\}$$

Após a determinação do preço de contrato que iguala os EqCs, obtém-se o sobrepreço pela expressão (36). O valor de P_C^v é obtido da solução do problema (47), para cada hipótese de P_C^u e um dado montante “m” contratado.

Assim, o gerador que pode contratar um montante E_C , por um preço P_C^u em seu submercado, só aceitará contratar E_C em outro submercado por um preço $P_C^u + \beta$. Em outras palavras, devido a sua percepção do risco de submercado, representada pela FULP, o agente cobra um sobrepreço para aceitar o contrato no submercado “v”.

A definição dos sobrepreços é a mesma para ambas as formas apresentadas, de equivalência dos VPLs das rendas e equivalência dos VPLs dos EqCs. No entanto, o β calculado pela equivalência dos EqCs é função do preço P_C^u e da quantidade contratada E_C .

5.4 DETERMINAÇÃO DA CURVA DE DISPOSIÇÃO A CONTRATAR ENTRE SUBMERCADOS

A seção anterior apresentou uma metodologia para cálculo de sobrepreço de contratos bilaterais em submercados alternativos aos do gerador, que o deixe indiferente entre contratar no submercado de origem e no alternativo. Ou seja, é o “menor” preço pelo qual o gerador efetuaria a venda no submercado vizinho e pode ser utilizada em negociações bilaterais entre agentes, por exemplo.

No entanto, em alguns casos o agente gerador participa de um leilão de compra de energia elétrica, realizado por um consumidor localizado num submercado vizinho. Neste caso, o desenho do leilão (na maioria das vezes) é de tal forma que o gerador define sua quantidade a “vender” no contrato, para um “dado” preço conhecido, que é reduzido progressivamente a cada rodada do leilão (KLEMPERER, 2004; BRASIL, 2004b). Assim, a “variável de controle” do gerador passa a ser a quantidade a contratar e, nesta seção, será apresentada uma metodologia para determinação da curva de disposição a contratar (CDC) de um gerador em leilões de compra de energia elétrica, fora de seu submercado de origem. A estratégia adotada para os participantes destes leilões é ofertar quantidades de energia de tal forma a maximizar os valores esperados de suas utilidades da renda²⁸, para cada hipótese de preço de equilíbrio do leilão. Em sua “oferta de quantidade” ótima, o gerador representa sua percepção do risco de submercado.

²⁸ Maximizar $E[U(R)]$ é o mesmo que maximizar o equivalente a certeza, ou seja, $U^{-1}\{E[U(R)]\}$.

Para a determinação da CDC de um gerador, os procedimentos iniciais de cálculo da renda líquida e determinação da FULP são idênticos aos utilizados no cálculo do sobrepreço por equivalência dos EqCs, apresentado na seção anterior.

Conforme definido no início desta seção, o objetivo na determinação da CDC é maximizar o valor esperado da utilidade da renda, através do seguinte problema de PL:

$$E[U(R_{ts})] = \text{Max } u \quad (48)$$

s.a.

$$\delta_s \leq a_{Gk} \cdot R_{ts} + b_{Gk} \quad (49)$$

$$u = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \delta_s \quad (50)$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

$$s = 1, 2, \dots, S$$

Onde:

δ_s – variável auxiliar que representa a utilidade da renda em cada cenário “s”;

u – variável auxiliar que representa a utilidade média da renda.

Com esta formulação é possível calcular, para um dado preço de contrato, o montante a contratar que maximiza o EqC e, consequentemente, determina-se a CDC.

5.4.1 Disposição a Contratar para um dado Preço

Nesta abordagem, a melhor oferta, para um dado preço, é aquela que maximiza a utilidade esperada da renda do gerador com o contrato.

Neste sentido, um gerador em um ambiente competitivo, que não exerça poder de mercado, deve ofertar a sua CDC, expressa por:

$$E_C^*(P_C) = \arg \text{Max}_{(Ec)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S U_G(R_{ts}) \quad (51)$$

Para o caso de interesse, onde $U_G(\cdot)$ é linear por partes, essa curva pode ser definida pelo seguinte problema de PL:

$$E_C^*(P_C) = \arg \max_{(Ec)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \delta_s \quad (52)$$

s.a.

$$\delta_s \leq a_{Gk} [P_C \cdot E_{Ctv} + G_{tus} \cdot \pi_{tus} - E_{Ctv} \cdot \pi_{tvs} - G_{tus} \cdot C_{op}] + b_{Gk} \quad (53)$$

$$E_C \leq \bar{E} \quad (54)$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

$$s = 1, 2, \dots, S$$

Onde:

a_{Gk} – coeficiente angular de cada segmento;

b_{Gk} – coeficiente linear de cada segmento;

δ_s – variável auxiliar que representa a utilidade da renda para a série s ;

K – número de segmentos lineares;

\bar{E} – máxima quantidade (MWh) que pode ser ofertada.

A metodologia desenvolvida será aplicada em dois estudos de caso, conforme apresentado no próximo capítulo.

6 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

Este capítulo apresenta a aplicação da metodologia proposta através de dois estudos de caso, ressaltando os principais resultados obtidos. Os estudos foram realizados com o uso de dados reais do sistema elétrico brasileiro.

6.1 CARACTERIZAÇÃO DOS ESTUDOS DE CASO

Os estudos de caso consistem nas seguintes situações:

- *Estudo de Caso 1* – precificação do risco em contratação bilateral diretamente com um CL;
- *Estudo de Caso 2* – precificação do risco através da CDC, para participação em leilões de energia elétrica, que podem também ser realizados por CLs.

Considera-se que o gerador é proprietário de uma usina termelétrica (UTE), localizada e despachada no submercado SE e que queira especificar seus riscos de submercado, para contratações no submercado NE, em ambos os estudos de caso. A escolha deste submercados foi aleatória, visando ilustrar o uso da metodologia proposta no Capítulo 5. No entanto, quaisquer outros dois (ou mais) submercados podem ser utilizados. As especificações técnicas desta usina são apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10 Especificações técnicas da UTE

Ger Máxima (MW)	Ger Mínima (MW)	Custo Oper (R\$/MWh)	Localização
450,0	0,0	36,0	SE

As simulações para a precificação dos riscos consideram as seguintes premissas:

- O gerador tem um contrato candidato com duração de oito anos a partir de 2009²⁹. As simulações realizadas consideram este contrato em ambos os submercados, como apresentado nas seções seguintes;

²⁹ Estes são os contratos do leilão de energia existente a ser realizado em 31 de março de 2005 (CCEE, 2005).

- O gerador possui um contrato bilateral “existente” de 225 MW a um preço de R\$60,00/MWh, no seu submercado SE. Portanto, o montante disponível para nova contratação é de 225 MW;
- Nas simulações, o montante a contratar varia de 20% a 100% dos 225MW disponíveis para nova contratação, em incrementos de 20%;
- O preço do contrato varia, nas simulações, entre R\$50,00/MWh e R\$100,00/MWh, com incrementos discretos de R\$5,00/MWh;
- O submercado de risco (importador) é o NE, uma vez que a UTE é despachada no SE (exportador).

A partir de um cenário de longo prazo de oferta e demanda de energia elétrica gerado na “Etapa 1”, utilizou-se o modelo SDDP para o cálculo das funções de custo futuro do sistema hidrotérmico, levando em consideração as restrições operativas e as incertezas nas afluências, conforme descrição da “Etapa 2”.

Na seqüência, o modelo simula a operação do sistema, resolvendo sucessivamente o problema de despacho de um estágio para um conjunto de 200 cenários hidrológicos - conjunto de vazões afluentes ao longo dos “T” estágios. O resultado da simulação do despacho hidrotérmico, de maior interesse para esta metodologia, é o conjunto de 200 cenários de preços *spot* $\{\pi_{ts}\}$ e despacho da térmica $\{g_{ts}\}$, para cada submercado e estágio.

Na Figura 33 está ilustrada a projeção das médias de preços *spot* no SE e NE, obtidos através da solução do despacho hidrotérmico, para o horizonte de oito anos de contrato considerado (2009-2016).

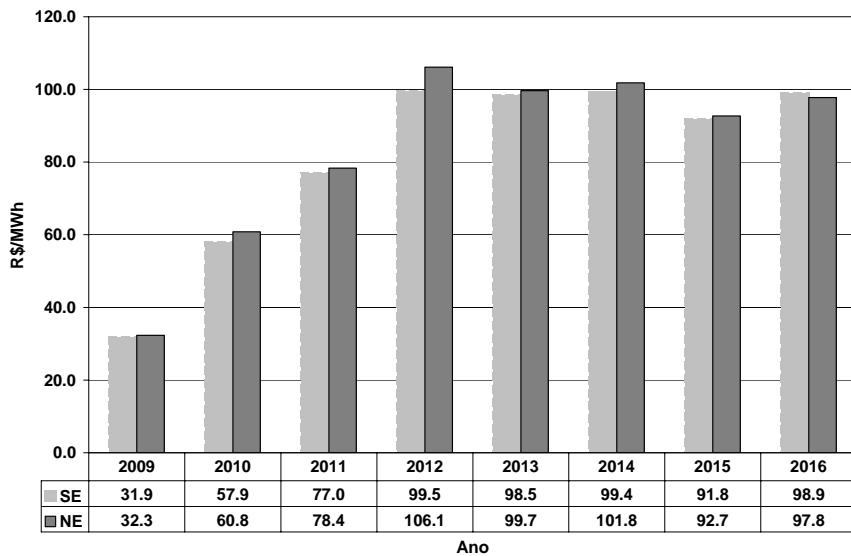


Figura 33 Projeção da média de preços spot de 2009 a 2016 – SE e NE.

Os valores da Figura 33 são médias calculadas ao longo da amostra dos cenários de preços *spot*, para cada etapa (uma etapa se refere a um mês do ano de contrato) do período de contratação e que, posteriormente, foram agregados em base anual.

Para efeito de ilustração do risco ao qual o gerador está exposto neste horizonte de contratação, a Figura 34 mostra a média das diferenças entre os preços *spot* do SE e NE, juntamente com a pior série que pode ocorrer, em cada ano.

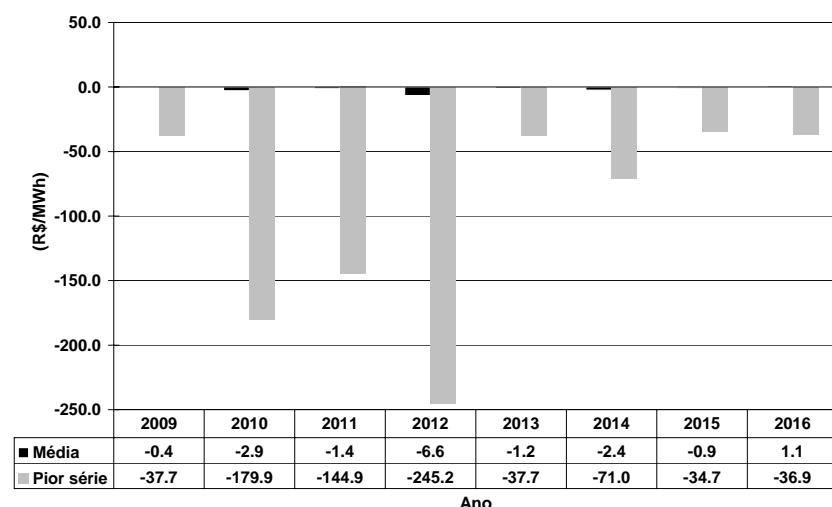


Figura 34 Média das diferenças de preços e pior série.

Observa-se da Figura 34 que, embora a diferença média de preços seja pequena, existem cenários (ano de 2012) nos quais ela pode atingir R\$245,00/MWh. Ou seja, se o gerador tem um contrato no submercado NE, ele estará exposto a uma diferença de preços desta ordem, pois deve vender ao preço *spot* do SE e, para atender seu contrato, deve comprar ao preço *spot* do NE.

Outro aspecto que ilustra a exposição do gerador é a característica de volatilidade e assimetria (definidas no Capítulo 3) da diferença entre os preços *spot*, neste contrato. A Figura 35 contempla a distribuição das diferenças entre os preços do SE e NE, para o ano de 2012.

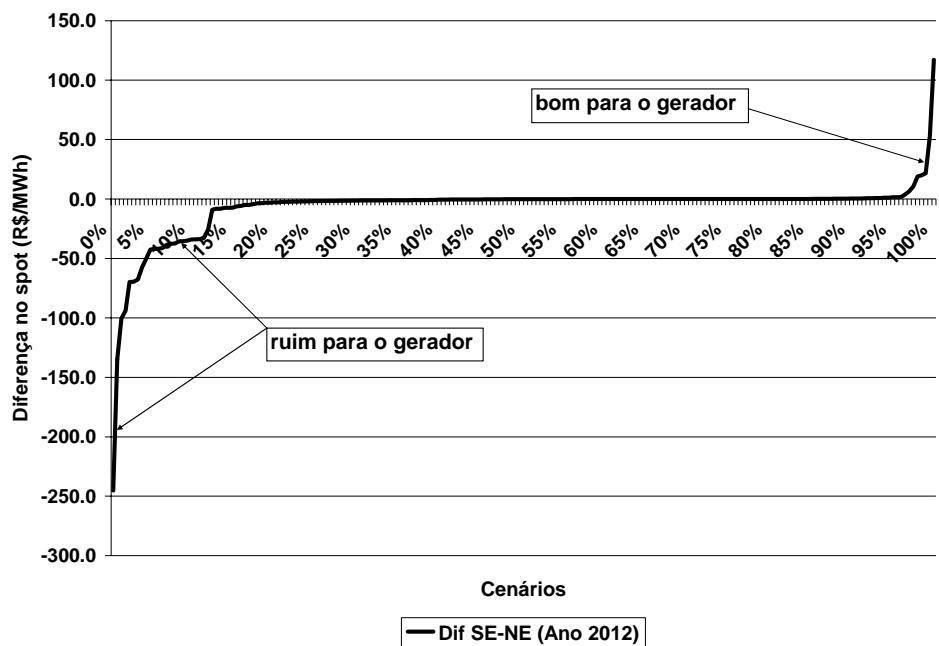


Figura 35 Distribuição da diferença média de preços spot entre SE e NE (ano 2012).

Nota-se na Figura 35 que, na maioria dos cenários, a diferença entre os preços do SE e NE é zero, indicando ausência de congestionamento e, portanto, ausência de risco de contratação entre estes submercados. Por outro lado, em alguns cenários o preço *spot* do NE é maior do que no SE, resultando em diferenças de preços negativas e expondo o gerador (exposição negativa) ao risco de submercado.

Em alguns (poucos) cenários, esta diferença de preços pode se tornar positiva, o que é bom para o gerador (exposição positiva), pois, ele vende sua produção no SE, a um preço mais alto e compra no NE, a um preço mais baixo. A Figura 36 ilustra uma situação contrária a da Figura 35, para o ano de 2016, onde o número de cenários com exposições negativas é menor do que com exposições positivas.

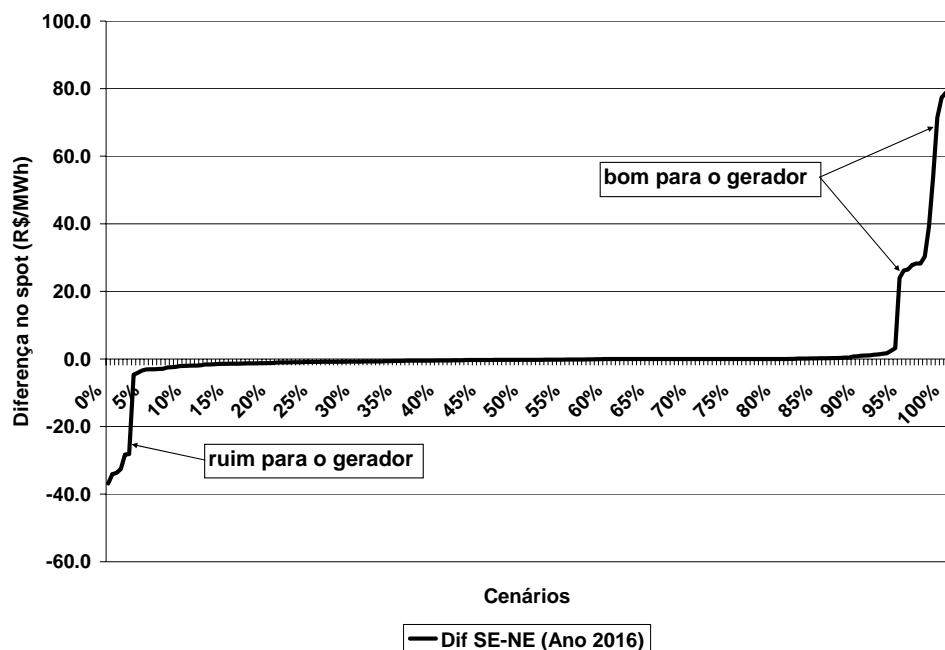


Figura 36 Distribuição da diferença média de preços spot entre SE e NE (ano 2016).

Este padrão de assimetria ilustrado nas Figuras 35 e 36 é observado na projeção das diferenças entre os preços *spot* de todos os submercados no SEB.

A próxima seção apresenta o “Estudo de caso 1”, no qual o gerador procura precificar seu risco de submercado em uma contratação bilateral, conforme definido anteriormente.

6.2 ESTUDO DE CASO 1 - CONTRATAÇÃO BILATERAL

Nesta seção apresenta-se o estudo de caso no qual o gerador precifica seu risco de submercado de duas formas:

- Equivalência do VPL médio da renda;

- Equivalência do VPL médio do EqC.

A primeira forma é a abordagem tradicionalmente utilizada, cuja formulação foi desenvolvida na seção 5.3.1. A segunda forma é a abordagem proposta na metodologia desenvolvida neste trabalho e apresentada na seção 5.3.2.

6.2.1 Equivalência em termos de VPL médio da renda

Conforme a descrição da metodologia no capítulo anterior, nesta situação o gerador procura determinar o sobrepreço de contrato que iguala seu VPL médio da renda no SE ao do NE. O cálculo destes VPLs consiste em determinar, para cada estágio (por exemplo, o estágio “t” = 1 corresponde ao mês de janeiro de 2009) e cenário, a renda líquida da UTE em duas situações: considerando um contrato de montante “m” e preço P_C , no SE e considerando o mesmo montante “m” ao mesmo preço P_C , no NE. A renda líquida mensal para a situação de contrato no SE (submercado de origem) é obtida a partir da expressão (33), como:

$$R_{ts}^{SE} = (G_{ts} \cdot \pi_{ts}^{SE} - M \cdot \pi_{ts}^{SE} - E_{Ct} \cdot \pi_{ts}^{SE} - G_{ts} \cdot C_{op} + M \cdot P_M + E_{Ct} \cdot P_C) * h_m \quad (55)$$

As variáveis da expressão (55) são as mesmas apresentadas na seção 5.2, para a expressão (33).

Para a situação de contrato no submercado NE (submercado alternativo), a renda é representada por:

$$R_{ts}^{NE} = (G_{ts} \cdot \pi_{ts}^{SE} - M \cdot \pi_{ts}^{SE} - E_{Ct} \cdot \pi_{ts}^{NE} - G_{ts} \cdot C_{op} + M \cdot P_M + E_{Ct} \cdot P_C) * h_m \quad (56)$$

Da mesma forma, as variáveis da expressão (56) foram descritas de forma geral na seção 5.2.

Observa-se que a diferença entre as expressões (55) e (56) é somente o preço *spot* que multiplica o montante de contrato variável E_C . Isso porque, se contratada no SE, a UTE vende e compra sua energia neste submercado (expressão (55)). Já na situação de contrato no NE, a

UTE vende em seu submercado SE e compra no NE, estando exposta ao risco da diferença de preços *spot* (expressão (56)).

Após o cálculo dos valores de renda do gerador, para todas as etapas e cenários de preço *spot*, calcula-se o VPL médio dessas rendas em cada submercado, conforme descrito na seção 5.3.1, através da expressão (34). Assim, para cada montante de contrato E_C a um dado preço no SE, P_C^{SE} , calcula-se o preço de contrato no NE, P_C^{NE} , de modo a igualar os VPLs nos dois submercados, conforme expressão (35). Considerando que o NE é o submercado que oferece riscos ao gerador, conforme definição no início deste capítulo, espera-se que o valor de P_C^{NE} seja maior do que o valor de P_C^{SE} , caracterizando o sobrepreço de contrato, que é calculado conforme a expressão (36).

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos, inicialmente, para um montante E_C fixo em 135MW e preço de contrato variável. Na seqüência, manteve-se fixo o preço de contrato em R\$70,00/MWh e variou-se o montante contratado. As Figuras 37 e 38 apresentam o comportamento dos sobrepreços em função de P_C e E_C , respectivamente.

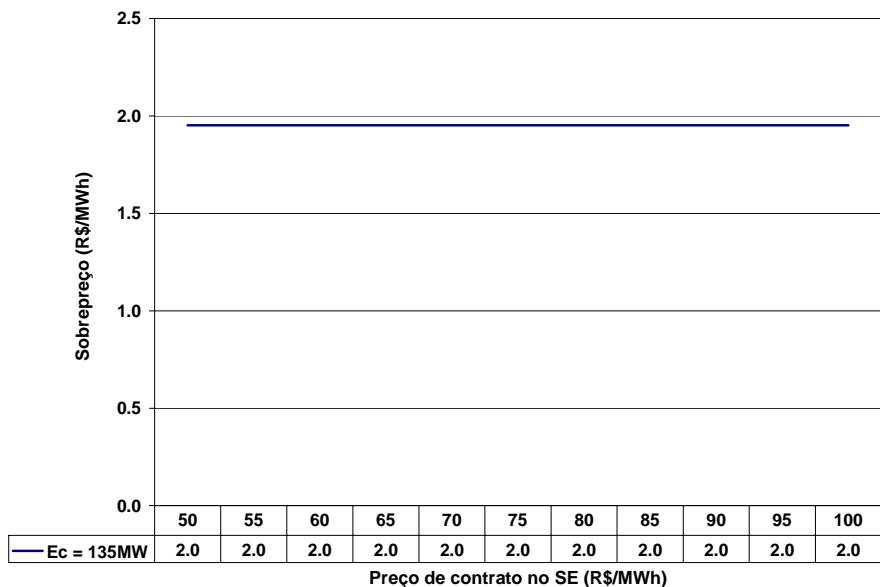


Figura 37 Sobrepreço de contrato que iguala as rendas médias no SE e NE – E_C fixo.

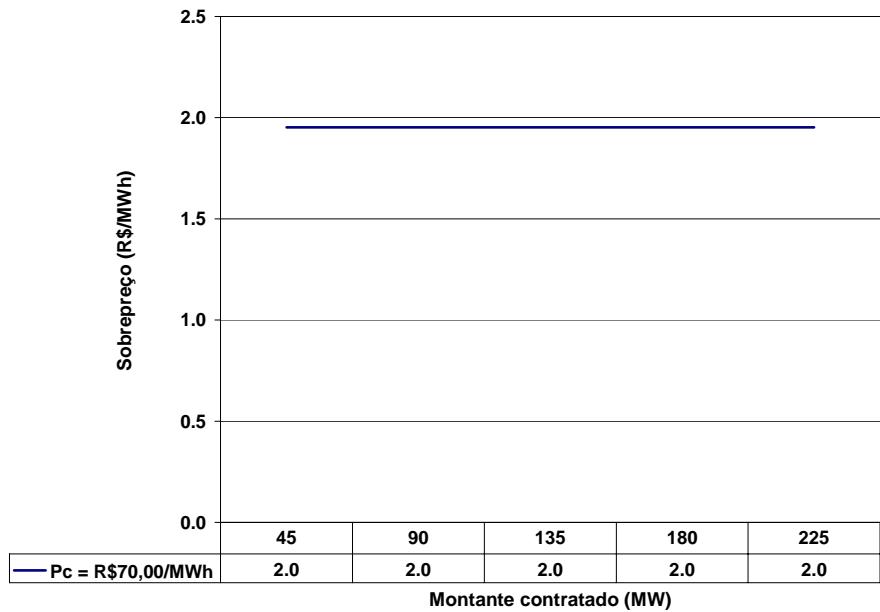


Figura 38 Sobrepreço de contrato que iguala as rendas médias no SE e NE – PC fixo.

Os resultados das Figuras 37 e 38 confirmam o argumento apresentado na seção 5.3.1.1, de independência do sobrepreço com relação ao montante contratado e preço de contrato. Ou seja, o gerador aceita qualquer contrato no NE, cobrando R\$2,00/MWh de sobrepreço³⁰.

6.2.2 Equivalência em termos de VPL médio do Equivalente a Certeza

Para o cálculo dos sobrepreços pela equivalência dos EqCs utiliza-se o procedimento desenvolvido na seção 5.3.2.

Os valores de renda líquida do gerador são obtidos pelas expressões (55) e (56). Após o cálculo da renda, calculam-se os valores de utilidade da renda ($U[R]$) com o uso da FULP definida, ilustrada na Figura 39.

³⁰ A diferença média entre os preços *spot* do NE e SE, no horizonte de contratação analisado, é de aproximadamente R\$2,00/MWh.

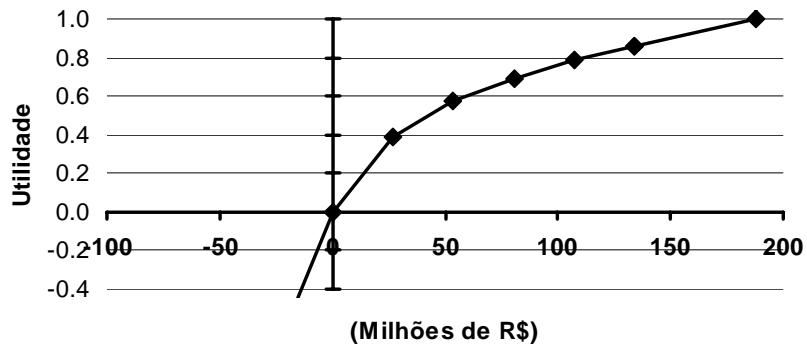


Figura 39 FULP utilizada para os estudos de caso 1 e 2.

A partir de então, determina-se, pela aplicação da inversa da FULP, o EqC referente as contratações no NE e SE.

Os sobrepreços são calculados conforme apresentado na seção 5.3.2.1, de forma a igualar os EqCs do SE e NE.

Contrário ao caso da seção anterior, onde β não varia em função de E_C e P_C , na metodologia de equivalentes a certeza (ECs) os sobrepreços apresentam um comportamento mais intuitivo, uma vez que são obtidos de forma a capturar o perfil de risco do agente através da FULP.

A Figura 40 apresenta o comportamento do sobrepreço em função de P_C , para um dado E_C fixo em 135MW.

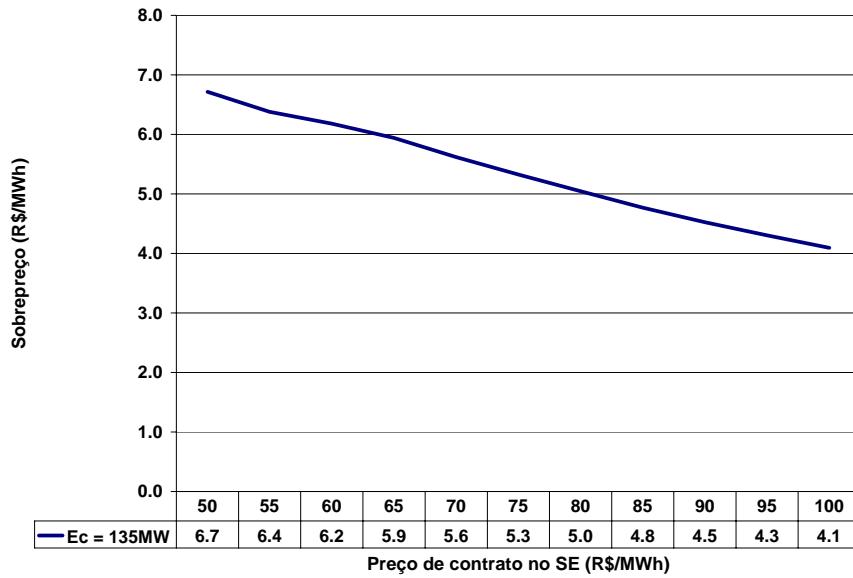


Figura 40 Sobrepreço de contrato igualando os EqCs – montante fixo.

Nota-se da Figura 40 que, à medida que aumenta o preço oferecido pelo contrato no SE, o sobrepreço diminui, ou seja, o preço a ser cobrado no NE, que iguala o EqC do gerador nos dois submercados, será menor. Este é um resultado intuitivo que ocorre devido ao perfil de aversão ao risco do gerador, que pode ser visualizado através da FU na Figura 21. Observa-se na Figura 21 que, para um acréscimo na renda do gerador, em níveis já elevados de renda (obtidos com preços altos de contratos, para um dado montante), a variação da utilidade é menos sensível a este acréscimo (característica de perfil avesso ao risco). Dessa forma, o gerador “atribui” quase a mesma utilidade entre o valor esperado da renda e o EqC, reduzindo o sobrepreço de contrato.

A Figura 41 ilustra o sobrepreço em função do montante contratado, E_C , para um dado preço fixo de contrato no SE, P_C , de R\$70,00/MWh.

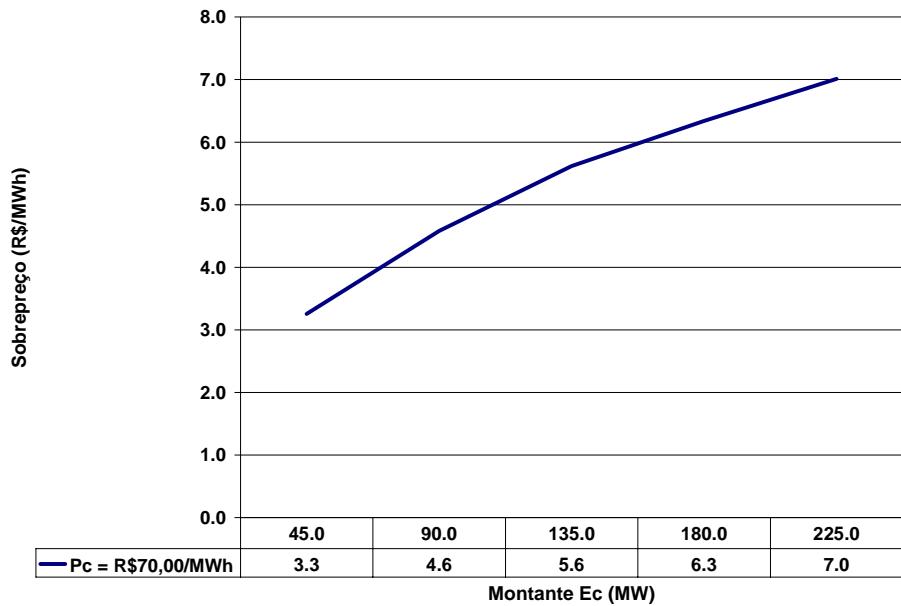


Figura 41 Sobrepreço igualando os EqCs – preço fixo.

Nota-se na Figura 41 que, à medida que aumenta o montante contratado no NE (aumenta a exposição do gerador neste submercado), aumenta também o sobrepreço por ele cobrado para correr o risco, o que é um resultado intuitivo.

Uma vez que o sobrepreço é função de duas variáveis, é possível apresentar os resultados das simulações através de curvas “iso-quantidade”, que mostram os diferentes sobrepreços para contratos de mesma quantidade, conforme mostra a Figura 42.

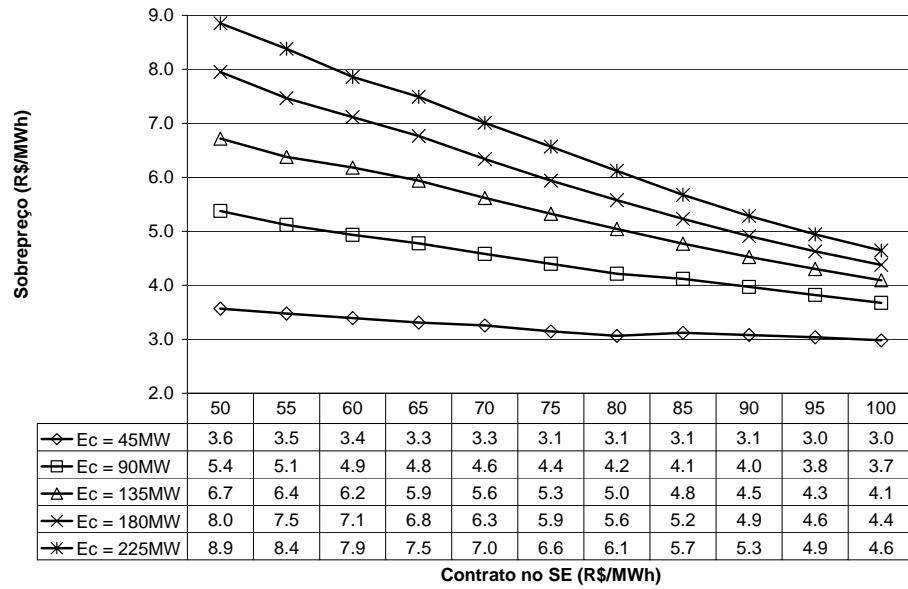


Figura 42 Curvas iso-quantidade.

A Figura 42 é uma composição das Figuras 40 e 41, onde cada curva representa a variação do sobrepreço em função do preço de contrato, para um dado nível de contratação.

Pela análise dos resultados da seção 6.2.1 e desta atual, conclui-se que a precificação do risco de submercado igualando os VPLs médios das rendas não é suficiente para capturar o risco de exposição do agente. É necessário o uso de uma abordagem mais robusta, que traduza nos sobrepreços o perfil do agente e sua disposição a correr riscos, como, por exemplo, a metodologia desenvolvida nesta pesquisa, com base na teoria da utilidade esperada.

6.2.3 Resultados da Renda para um ano do Período de Contrato

Os resultados anteriores ilustram a influência da percepção de risco pelo gerador, no seu processo de tomada de decisão. É interessante ilustrar um possível resultado na renda desse gerador, considerando as duas formas de precificação do risco apresentadas anteriormente.

Considera-se a situação de um contrato candidato de 135MW, a um preço de R\$50,00/MWh no submercado NE. Conforme a primeira forma de precificação (seção 6.2.1),

o gerador aceita esse contrato para preços a partir de R\$52,00/MWh. De forma semelhante, especificando através da equivalência dos EqCs, o gerador aceita o contrato para preços a partir de R\$56,70/MWh (Figura 40).

A Figura 43 ilustra as distribuições das rendas do gerador no ano de 2014, para as duas formas de precificação, ou seja, contrato a R\$52,00/MWh (identificado por “Sobrepreço da média”) e R\$56,70/MWh (identificado por “Sobrepreço do EqC”).

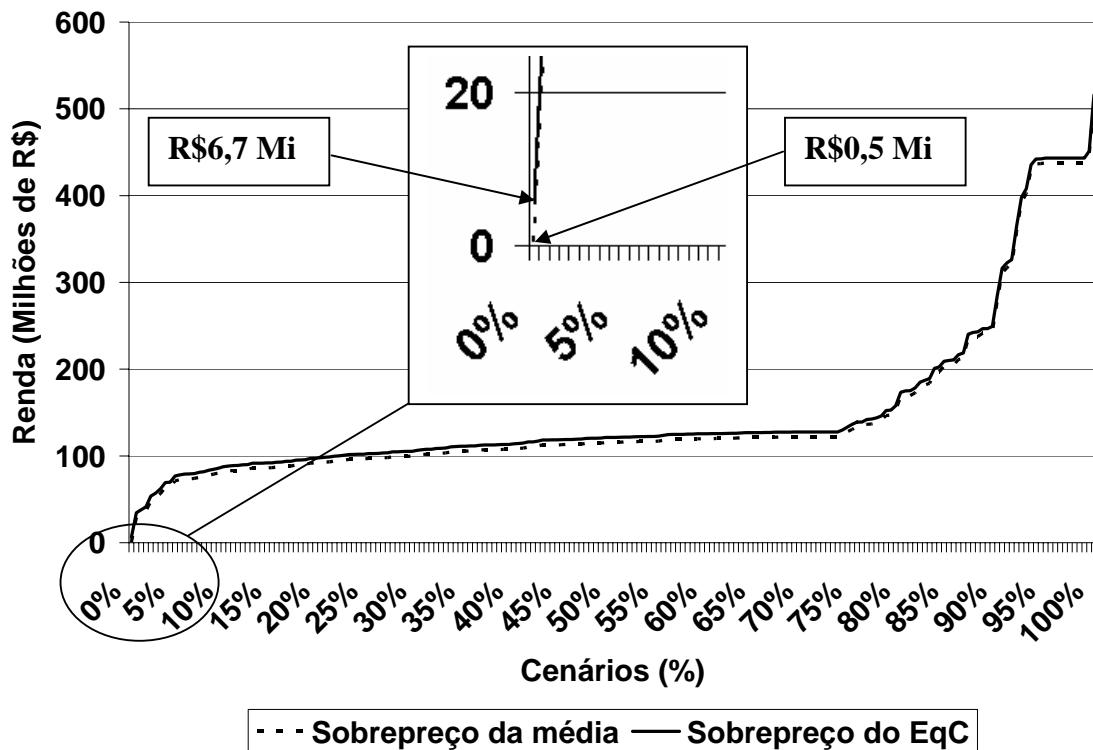


Figura 43 Comparação entre as distribuições das rendas – 2014.

Observa-se na Figura 43 que a precificação pelo EqC, por resultar em preços mínimos de contrato maiores, resulta também em rendas maiores. Porém, mais importante é a observação de que, para este ano, com o contrato de R\$56,70/MWh, a menor renda que o gerador pode obter é de R\$ 6,7 Mi, comparada ao valor próximo de zero (R\$ 0,5 Mi) com o contrato de R\$52,00/MWh. Portanto, como argumentado anteriormente, a precificação através

da equivalência dos VPLs médios das rendas é arriscada, sendo uma abordagem “neutra em relação ao risco”.

6.3 ESTUDO DE CASO 2 – DETERMINAÇÃO DA CDC

Conforme a formulação apresentada no capítulo anterior (expressões (52) a (54)), o procedimento para determinação das CDCs consiste em, dado um preço de contrato, P_C , determinar o montante a ser contratado pelo gerador, no SE e NE, de modo a maximizar o valor esperado de sua utilidade da renda. As expressões (57) e (58), ilustram o problema de PL a ser resolvido para a CDC no SE e NE, respectivamente.

$$E_C^*(P_C) = \arg \max_{(E_C)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \delta_s \quad (57)$$

s.a.

$$\delta_s \leq a_{Gk} [P_C \cdot E_C + G^{SE} \cdot \pi^{SE} + M^{SE} \cdot P_M - E_C \cdot \pi^{SE} - G^{SE} \cdot C_{op} - M^{SE} \cdot \pi^{SE}] + b_{Gk}$$

$$E_C \leq \bar{E}$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

$$E_C^*(P_C) = \arg \max_{(E_C)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \delta_s \quad (58)$$

s.a.

$$\delta_s \leq a_{Gk} [P_C \cdot E_C + G^{SE} \cdot \pi^{SE} + M^{SE} \cdot P_M - E_C \cdot \pi^{NE} - G^{SE} \cdot C_{op} - M^{SE} \cdot \pi^{SE}] + b_{Gk}$$

$$E_C \leq \bar{E}$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

Observa-se que a diferença entre as expressões (57) e (58) está somente no preço *spot* do submercado onde está sendo contratado o montante ótimo, E_C^* .

A variação de P_C será a mesma considerada no capítulo anterior, de R\$50,00/MWh a R\$100,00/MWh em intervalos discretos de R\$5,00/MWh. Ou seja, para cada nível de preço “candidato”, resolve-se o problema de PL apresentado nas expressões (57) e (58) e obtém-se a quantidade ótima a contratar em cada submercado. Para resolução do problema de PL utilizou-se o algoritmo *Simplex*, considerado um método clássico para otimização linear

(PIERRE, 1986). A solução de cada problema de PL, isoladamente (para um “dado” nível de preço), demandou um tempo computacional de 120 segundos, em um computador Pentium IV³¹, com freqüência de *clock* de 1,6 GHz e memória RAM de 512 MB.

A Figura 44 apresenta a CDC obtida para a primeira situação, que considera um leilão para entrega de energia no SE, submercado de origem do gerador.

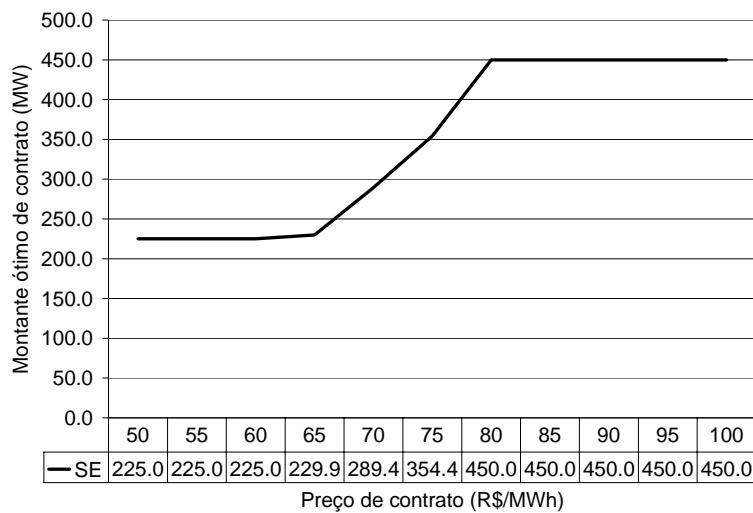


Figura 44 CDC para contrato no SE.

A Figura 44 inicia com um montante de 225MW, mas este é referente ao contrato fixo existente ao preço de R\$60,00/MWh. Os valores contratados de modo a maximizar a utilidade são obtidos pela diferença entre o apresentado no eixo “Montante a contratar (MW)” e o valor fixo de 225MW.

Entre os preços de contrato de R\$50,00/MWh e R\$60,00/MWh o montante que maximiza a utilidade do gerador é de 0MW. A partir de R\$65,00/MWh, o gerador passa a contratar de forma crescente, até seu limite de 225MW. Isso ocorre porque, à medida que o preço do contrato aumenta, a receita garantida do gerador passa a “valer mais” do que correr o risco de ficar descontratado e negociar no mercado *spot* (estando sujeito a grande volatilidade dos preços neste mercado, conforme analisado anteriormente).

³¹ Pentium é uma marca registrada pela Intel Corporation®.

Em uma segunda situação, de um leilão para entrega no submercado NE, a CDC assume a forma apresentada na Figura 45.

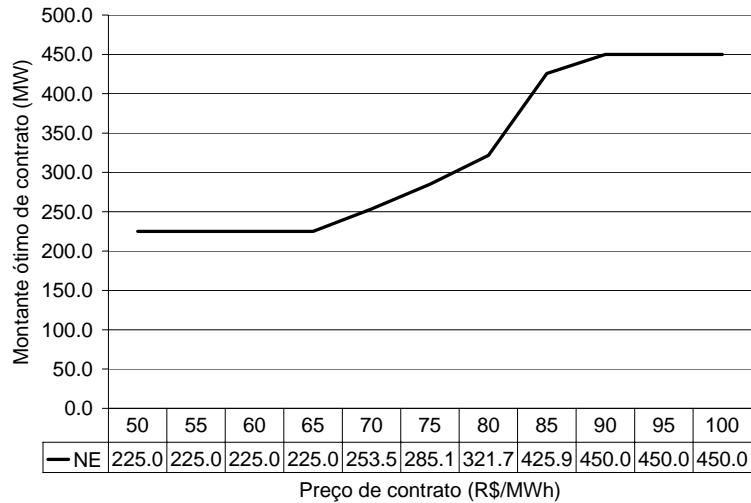


Figura 45 CDC para contrato no NE.

Entre os preços de contrato de R\$50,00/MWh e R\$65,00/MWh, o montante que maximiza a utilidade do gerador é de 0MW. Este comportamento ocorre porque, para valores baixos de preço de contrato, o gerador não se sujeita ao risco de submercado, preferindo a venda de seu montante descontratado ao preço *spot* da sua região. Conforme a Figura 45, a partir de R\$70,00/MWh o gerador passa a contratar de forma crescente, até seu limite de 225MW, maximizando seu EqC com um *mix* entre as prováveis rendas do contrato no NE e da venda no *spot* do SE.

Outra análise significativa resulta da comparação entre as CDCs das Figuras 44 e 45, conforme ilustra a Figura 46.

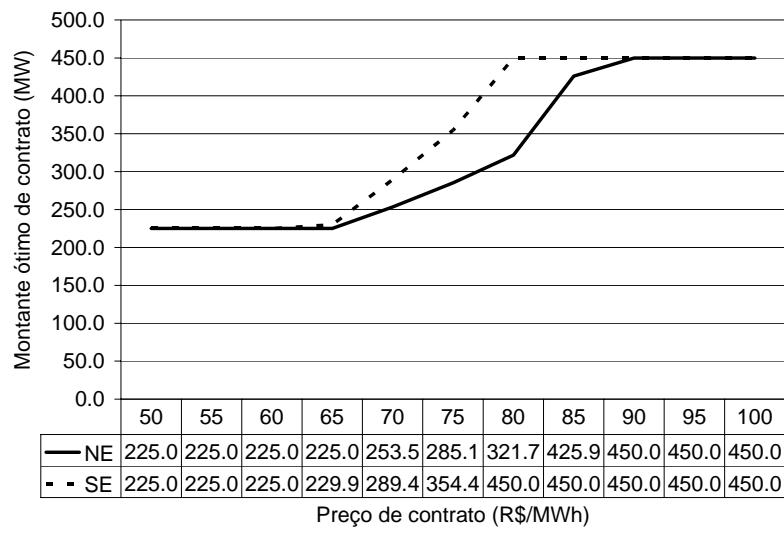


Figura 46 Comparação entre as CDCs SE e NE.

Nota-se da Figura 46 que, entre os preços de R\$65,00/MWh e R\$85,00/MWh, o gerador contrata um montante maior no SE, comparado ao NE. Isso enfatiza sua aversão ao risco de contratação entre submercados, capturado pela FULP. Para preços maiores ele contrata o mesmo montante nos dois submercados, limitado por sua capacidade de geração.

A Figura 47 apresenta os valores de equivalentes a certeza referentes as duas CDCs da Figura 46.

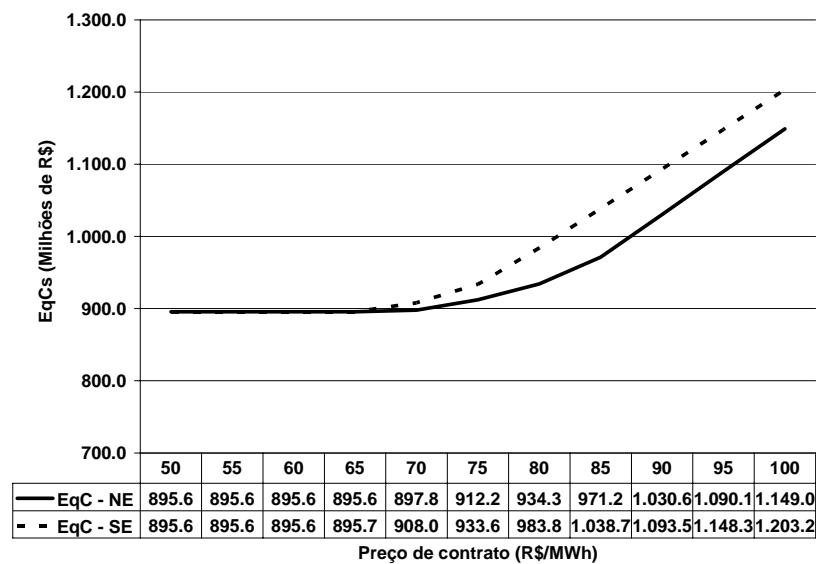


Figura 47 Equivalentes a certeza – SE e NE.

Os valores de equivalente a certeza na Figura 47 são iguais em ambos os submercados, quando há somente o montante fixo (mínimo) de 225MW contratado. Para valores de E_C diferentes de zero, o equivalente a certeza começa a aumentar e sempre apresenta valores maiores para os contratos no submercado SE. Este é um resultado esperado, pois, a FU reflete, através do equivalente a certeza, que a alternativa de contratação no próprio submercado, nesta situação, é a de menor risco para o gerador.

6.3.1 Sobrepreço de Contrato que Maximiza o EqC

Um resultado indireto, ou subproduto, obtido pela análise das CDCs, é o sobrepreço de contrato requerido pelo gerador, que tem a mesma interpretação do sobrepreço encontrado na seção 6.2.2. Determinadas as CDCs no SE e NE através das expressões (57) e (58), estas curvas podem ser invertidas de forma a obter $P_C^{SE}(E_C^*)$ e $P_C^{NE}(E_C^*)$. Assim, calcula-se o sobrepreço para todo montante ótimo a contratar, E_C^* , através da expressão $S(E_C^*) = P_C^{NE}(E_C^*) - P_C^{SE}(E_C^*)$. A Figura 48 ilustra esse procedimento para as duas CDCs mostradas anteriormente, na Figura 46.

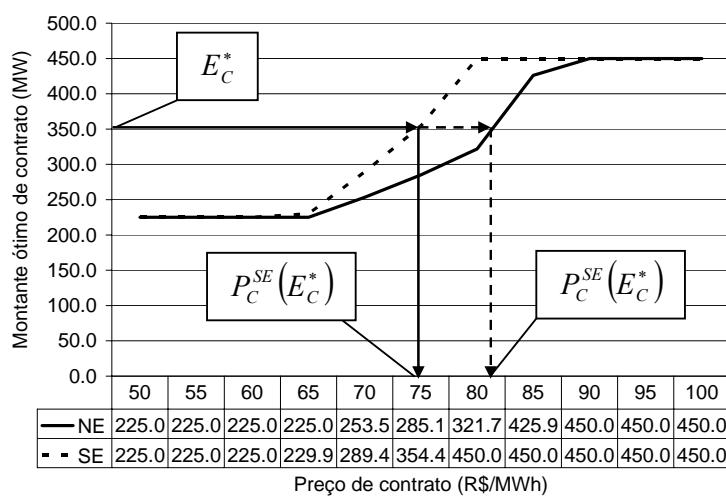


Figura 48 Obtenção do sobrepreço de contrato através das CDCs.

Assim, indiretamente, pode-se obter um sobrepreço de contrato requerido pelo gerador.

Estes sobrepreços, que maximizam o valor esperado da utilidade da renda, podem ser comparados aos obtidos na seção 6.2.2, que são os sobrepreços que deixam o gerador indiferente entre contratar no SE e NE, conforme apresenta a Figura 49 para alguns níveis de preço de contrato.

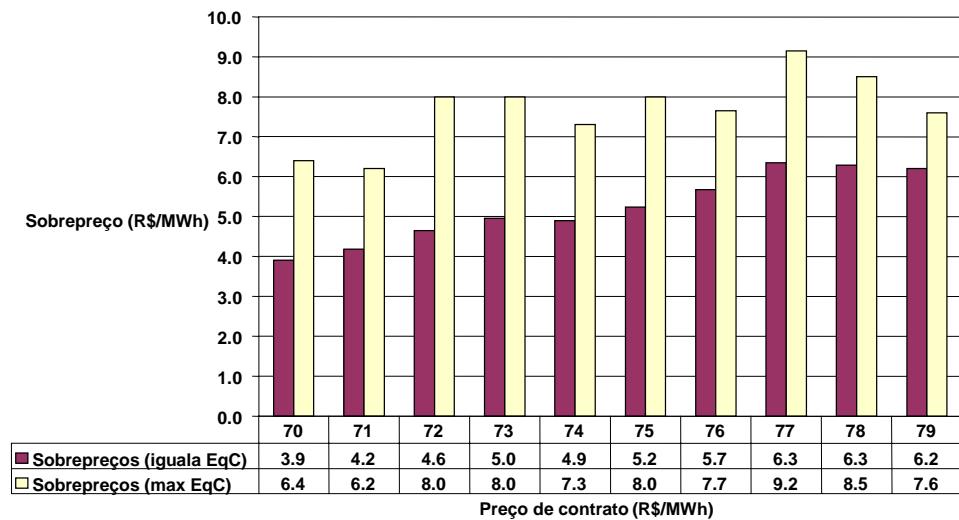


Figura 49 Comparação entre sobrepreços – igualando os EqCs e maximizando os EqCs.

Os sobrepreços obtidos pela maximização da utilidade são maiores do que os que tornam o gerador indiferente entre contratos. Isso ocorre porque, ao especificar o contrato tornando-se indiferente entre o SE e NE, o gerador está igualando (e não maximizando) seu EqC do NE ao do SE. Desta forma, existe ainda uma margem para o aumento do EqC (até seu valor máximo, para um dado preço de contrato), que é conseguida através de um sobrepreço maior, como verificado na determinação das CDCs e mostrado na Figura 49.

7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A principal contribuição desta dissertação foi apresentar uma metodologia para a precificação do risco de submercado para geradores em situações de contratação bilateral e participação em leilões de compra de energia elétrica no ACL (a razão para não tratar deste risco no ACR é a inexistência do mesmo neste ambiente). Desenvolveu-se uma ferramenta analítica para a captura e representação do perfil de risco do agente gerador através de uma função utilidade, que representa perfis de neutralidade, propensão ou aversão ao risco do agente. Utilizou-se uma representação linear por partes da função utilidade, considerada “flexível” para permitir ao agente a melhor definição do seu perfil de risco. A linearização da FU leva à necessidade de solução de um problema de otimização linear associado.

Para contratações bilaterais, a metodologia permite a precificação do risco de submercado através da determinação do sobrepreço mínimo, a partir do qual o gerador aceita um contrato candidato fora de seu submercado.

Os resultados obtidos no estudo de caso mostram que a precificação pela equivalência das rendas médias é arriscada e inadequada, por não levar em conta o perfil de aversão ao risco do agente gerador (considera que o agente é neutro ao risco) e ser independente do montante contratado e do preço para este montante.

Por outro lado, a precificação pela equivalência dos EqCs indica que a representação do perfil de risco do gerador, através da função utilidade, torna a análise mais intuitiva e apresenta resultados mais robustos.

Na determinação das CDCs, o gerador decide o montante a contratar, para um dado preço, de forma a maximizar a utilidade esperada de sua renda com este contrato. No estudo de caso foram comparadas as CDCs para contratos no submercado de origem (submercado de despacho do gerador) e no submercado alternativo. Verificou-se que, para os mesmos preços de contrato, a CDC no submercado de origem resultou em montantes maiores comparada a do

alternativo, o que caracteriza novamente a captura adequada do perfil de risco do agente, por parte da função utilidade. Na determinação das CDCs, o sobrepreço de contrato também pode ser obtido, porém, não de forma direta como na situação de contratação bilateral. Neste caso, procura-se o preço a partir do qual o gerador aceita contratar um montante “m” no submercado alternativo, dado que este montante maximiza a utilidade do gerador no submercado de origem, a um dado preço.

De um modo geral, a metodologia proposta e exemplificada neste trabalho pode servir de base para o estabelecimento de estratégias de contratação de energia elétrica para geradores e subsidiar a tomada de decisão por estes agentes nas diversas negociações e leilões de compra que vêm ocorrendo no contexto do atual modelo institucional do SEB.

Com base no que foi apresentado nesta dissertação, podem ser identificados alguns tópicos para trabalhos futuros, como:

- a) Introduzir o conceito de opções de risco de submercado, onde o gerador poderia especificar uma “opção” de mitigar o risco de submercado. Neste esquema, o comprador poderia arcar com o risco de submercado até uma diferença de preços “x” e o gerador arcaria com diferenças superiores a esta, ou vice versa. Este esquema, mais flexível que um contrato bilateral padrão conforme analisado nesta tese, permite o compartilhamento direto do risco entre vendedor e comprador e sua especificação é igualmente necessária.
- b) Conforme apresentado no Capítulo 3, os FTRs são contratos para mitigar o risco de submercado. Por serem “respaldados” financeiramente pelo *surplus*, é necessário que, para honrar os pagamentos dos FTRs, seja feito um teste de “factibilidade” de sua alocação e verificação da “adequabilidade” do montante do *surplus* recolhido, como apresenta o Apêndice A. Esta análise pode ser estendida para o caso do SEB, para verificar se o *surplus* recolhido

pelo ONS é suficiente para cobrir os gastos para os quais este excedente é destinado, conforme apresentado no Capítulo 1;

- c) Extensão da metodologia desenvolvida, para considerar a contratação em múltiplos submercados. Se um gerador possuir um *portfolio* de contratos com CLs, em dois ou mais submercados “vizinhos”, é possível que, em alguns cenários, ele esteja com exposição negativa em alguns destes contratos e positiva em outros. Esta correlação entre exposições terá resultados diretos na percepção (e, consequentemente, na especificação) do risco pelo gerador, pois, em alguns cenários, as exposições positivas podem “atuar” como instrumento de alívio da exposição negativa;
- d) Aplicação da metodologia para geradores hidrelétricos. A adaptação da metodologia para incluir este caso é feita adicionando-se à expressão de renda do gerador as parcelas referentes ao *surplus* e a alocação de créditos em outros submercados, pelo MRE;
- e) No Capítulo 3 foi comentado que os riscos de submercado são assumidos pelas distribuidoras, em contratação no ACR. Apesar de não terem direito de acesso ao *surplus*, as distribuidoras têm como instrumento de proteção a possibilidade de “rateio” de exposições positivas. Ou seja, distribuidoras com exposição negativa poderão ser beneficiadas por exposições positivas de outras. Se, após a aplicação desse mecanismo, algumas distribuidoras continuarem com exposição negativa, elas poderão repassar estes valores para as tarifas dos consumidores cativos. Neste contexto, torna-se importante “testar” a eficiência deste mecanismo e calcular o impacto nas tarifas destes consumidores finais, causado por este repasse.

REFERÊNCIAS

AGUADO, J. A. et al. Coordinated Spot Market for Congestion Management of Inter-regional Electricity Markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 19, n. 1, p. 180-187, feb. 2004.

ALEXANDER, C. **Risk Management and Analysis:** measuring and modelling financial risk, New York: J. Wiley, 1998. ISBN: 0471979570.

BARROSO, L. A. et al. Managing Hydrological Risks in Hydro-Based Portfolios. In: POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2003, Toronto. **Proceedings...** Toronto: IEEE, 2003. v. 2, p. 719 – 724.

BAUTISTA, G.; QUINTANA, V. H. Congestion Management and Market Power in Electricity Markets. In: **Technical Report ECE-6**, Ontario, Canada: ECE Department University of Waterloo, june 2003.

BRASIL. Decreto nº 2655, de 2 de julho de 1998. Regulamenta o Mercado Atacadista de Energia Elétrica, define as regras de organização do Operador Nacional do Sistema Elétrico, de que trata a Lei nº 9648, de 27 de maio de 1998 e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 03 de julho de 1998. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/dec19982655.pdf>>. Acesso em: 2003.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico. **Documento de Apoio M:** congestionamento da transmissão. Brasília, DF: MME, jan. 2002.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. **Modelo Institucional do Setor Elétrico.** Brasília, DF: MME, dez. 2003.

BRASIL. Decreto nº 5163, de 30 de julho de 2004. Regulamenta a comercialização de energia elétrica, o processo de outorga de concessões e autorizações de geração de energia elétrica e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 30 de julho de 2004. Disponível em: <<http://www.mme.gov.br>>. Acesso em: 2004a.

BRASIL. Portaria nº 231, de 30 de setembro de 2004. Aprova as diretrizes para os leilões de energia proveniente de empreendimentos existentes. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 04 out. 2004. Disponível em: <<http://mme.gov.br>>. Acesso em: 2004b.

CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - CCEE. **Regras de Comercialização:** módulo 5: excedente financeiro, 2004. Disponível em: <<http://www.ccee.org.br/index.jsp>>. Acesso em: 2004.

CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - CCEE, 2005.
[<http://www.leiloesdomae.com.br>](http://www.leiloesdomae.com.br).

CHAO, H. et al. Flow Based Transmission Rights and Congestion Management. **The Electricity Journal**, USA: Elsevier, v. 13, n. 8, p. 38 – 58, oct. 2000.

DAVID, P. A. M-S. Avaliação de Riscos e Processo de Definição de Preços. In: ESTRATÉGIAS DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 2005. São Paulo. **Anais...** São Paulo: [s. n.], 2005.

DAVID, P. A. M-S. et al. Contratação e Aversão a Risco no Despacho Competitivo da Geração, In: SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 17., Uberlândia. **Anais...** Uberlândia: [s. n.], 2003.

DEMBO, R. Mark to Future: a consistent firm-wide paradigm for measuring risk and return. In: **Risk Management and Analysis**. New York: J. Wiley, 1998. v. 1 - Measuring and Modelling Financial Risk.

FANG, R. S.; DAVID, A. K. Transmission Congestion Management in an Electricity Market. **IEEE Transactions Power on Systems**, New York, v. 14, p. 877 – 833, aug. 1999.

HARLOW, W. V. Asset Allocation in a Downside-Risk Framework. **Financial Analysis Journal**, Charlottesville, v. 47, n. 5, p. 28-40, sep./oct. 1991.

HIGLE, J.; WALLACE, S. Managing Risk in the New Power Business: a sequel. **IEEE Computer Applications in Power**, New York, v. 15, n. 2, p. 12-19, apr. 2002.

HOGAN, W. W. **Contract Networks for Electric Power Transmission:** technical reference. Harvard University, feb. 1992. Disponível em:
[<http://www.ksghome.harvard.edu>](http://www.ksghome.harvard.edu). Acesso em: 2004.

HOGAN, W. W. **Financial Transmission Right Formulations.** Harvard University, mar. 2002. Disponível em: [<http://www.ksghome.harvard.edu>](http://www.ksghome.harvard.edu). Acesso em: 2004.

HOGAN, W. W. **Flowgates Rights and Wrongs.** Harvard University, aug. 2000. Disponível em: [<http://www.ksghome.harvard.edu>](http://www.ksghome.harvard.edu). Acesso em: 2004.

HUNT, S.; SHUTTLEWORTH, G. **Competition and Choice in Electricity.** New York: J. Wiley, 1996. p. 39. ISBN: 0471957828.

HYUNG, N.; VRIES, C. G. de. Portfolio Diversification Effects of Downside Risk. In: **Tinbergen Institute Discussion Paper – TI 2005-008/2.** Holanda, 2005. Disponível em: [<http://www.tinbergen.nl/home.html>](http://www.tinbergen.nl/home.html). Acesso em: 2005.

JORION, P. **Value at Risk:** the benchmark for controlling market risk. [S. l.]: McGraw-Hill, 2000. ISBN: 0071228314.

JOSKOW, P. L.; TIROLE, J. Transmission Rights and Market Power on Electric Power Networks. **RAND Journal of Economics**, Santa Monica, CA, v. 31, n. 3, p. 450 – 487, aug. 2000.

KIRBY, B. J. et al. **Congestion Management Requirements, Methods and Performance Indices**, California: U. S. Department of Energy, june. 2002.

KLEMPERER, P. **Auctions:** theory and practice. England: Princeton University Press, 2004. ISBN: 0691119252.

KRISTIANSEN, T. Markets for Financial Transmission Rights. **Energy Studies Review**, Canada, v. 13, n. 1, 2004a.

KRISTIANSEN, T. Risk Management in Congested Electricity Networks. **Energy Studies Review**, Canada, v. 12, n. 2. 2004b.

LUENBERGER, D. G. **Investment Science**. Oxford: Oxford University Press, 1997. ISBN: 0195108094.

LYONS, K.; FRASER, H.; PARMESANO, H. An Introduction to Financial Transmission Rights. **The Electricity Journal**, USA: Elsevier, v. 13, p. 31 – 37, dec. 2000.

MA, X.; SUN, D. I.; CHEUNG, K. W. Evolution toward Standardized Market Design. **IEEE Transactions Power on Systems**, New York, v. 18, p. 460 - 469, may 2003.

MARKOWITZ, H. M. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, New York, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. **Microeconomic Theory**. Oxford: Oxford University Press, 1995. p. 311-343. ISBN: 0195073401.

MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA - MAE. **Visão Geral das Regras de Mercado**, 2002. Disponível em:
http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/Audiencia_Publica/audiencia_proton/2002/ap006/Visao_Geral_das_Regras_2.2b.pdf. Acesso em: 2003.

NEUMANN, J. von; MORGENSTERN, O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton: Princeton University Press, 2004. ISBN: 0691119937.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA - ONS. **Procedimentos de Rede:** módulo 18: modelos computacionais, 2002. Disponível em: <http://www.ons.org.br>. Acesso em: 2003.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA - ONS. **Histórico de Informações**, 2004. Disponível em: <http://energia.ons.org.br/ons/energia/historico.html>. Acesso em: 2004.

PA CONSULTING GROUP. **Overview of FTR Instruments**. Commission for Energy Regulation. April 2003. Disponível em: <http://www.cer.ie/cerdocs/cer03098.pdf>. Acesso em: 2004.

PEREIRA, M. V. F.; CAMPODÓNICO, N.; KELMAN, R. Long term Hydro Scheduling based on Stochastic Models. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC POWER SYSTEMS OPERATION AND MANAGEMENT - EPSOM '98, Zurique. **Proceedings...** London: IEE, sep. 1998.

PEREIRA, M. V. F.; CAMPODÓNICO, N.; KELMAN, R. Application of Stochastic Dual DP and Extensions to Hydrothermal Scheduling. In: **PSRI Technical Report 012/1999**. Disponível em: <http://www.psr-inc.com.br/reports.asp>. Acesso em: 2004.

PEREIRA, M.V.F.; MCCOY, M. F.; MERYLL, H. M. Managing Risk in the New Power Business. **IEEE Computer Applications in Power**, New York, v. 13 , n. 2, p. 18 – 24, apr. 2000.

PEREIRA, M.V.F.; PINTO, L.M.V.G. Operation Planning of Large-Scale Hydrothermal Systems. IN: POWER SYSTEM COMPUTATION CONFERENCE, 8., 1984, Helsinki, Finland. **Proceedings...**, Helsinki: [s. n.], 1984.

PEREIRA, M.V.F.; PINTO, L.M.V.G. Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System: a decomposition approach. **Water Resource Research**, v. 21, n. 6, 1985.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning. **Mathematical Programming**, Heidelberg, AL, v. 52, n. 2, p.359-375, 1991a.

PEREIRA, M.V.F.; PINTO, L.M.V.G. Stochastic Dual Dynamic Programming, **Mathematical Programming**, Heidelberg, AL, v. 52, 1991b.

PIERRE, D. A. **Optimization Theory with Applications**. New York: Dover, 1986. ISBN: 048665205X.

RUFF, L. E. **Flowgates vs. FTRs, and Options vs. Obligations**. Harvard University, aug. 2000. Disponível em: http://www.ksg.harvard.edu/hepg/Flowgate_debate.htm. Acesso em: 2004.

RUFF, L. E. Flowgates, Contingency-Constrained Dispatch and Transmission Right. **The Electricity Journal**, USA: Elsevier, v. 14, n. 1, p. 34 – 55, jan./feb. 2001.

SCHWEPPE, F. C. et al. **Spot Pricing of Electricity**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1988. ISBN: 0898382602.

SILVA, E. L. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2001. p. 140 – 147. ISBN: 8524106468.

STOFT, S. Congestion Pricing with Fewer Prices than Zones. **The Electricity Journal**, USA: Elsevier, v. 11, n. 4, p. 23 – 31, may 1998.

STOFT, S. **Power Systems Economics**. New York: J. Wiley, 2002. p. 431 – 441. ISBN: 0471150401.

STREET, A. **Estratégia de Oferta de Geradoras em Leilões de Contratação de Energia Elétrica**. 2004. 100 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

TABORS, R. D. Forward Markets for Transmission that Clear at LMP: a hybrid proposal. In: HAWAII INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEM SCIENCES, 34., 2001, Hawaii. **Proceedings...**, Hawaii: [s. n.], jan. 2001.

VARIAN, H. R. **Microeconomia**: princípios básicos. Rio de Janeiro: Campus, 1999. p. 379 – 380. ISBN: 8535204393.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. **Power Generation, Operation and Control**. New York: J. Wiley, 1996. p. 514 – 555. ISBN: 0471586994.

YAN, H. H. A Power Marketer's Perspective of Financial Transmission Rights. In: POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING, 2001. Ohio. **Proceedings...** New York: IEEE, v. 1, p. 383-385, jan./feb. 2001.

PUBLICAÇÃO RELACIONADA À DISSERTAÇÃO

Trabalho a ser apresentado e publicado:

PORRUA, F. et al. Assessment of Congestion Management Risks and Hedging Instruments in the Brazilian Electric Market. IN: SYMPOSIUM ON CONGESTION MANAGEMENT IN A MARKET ENVIRONMENT, 2., New Orleans. **Proceedings...** New Orleans: CIGRE/IEEE PES, oct. 2005.

APÊNDICE A:

Contratos de Congestionamento da Transmissão e a Condição de *Revenue Adequacy*.

APÊNDICE A: CONTRATOS DE CONGESTIONAMENTO DA TRANSMISSÃO E A CONDIÇÃO DE *REVENUE ADEQUACY*

A.1 INTRODUÇÃO

Os Contratos de Congestionamento da Transmissão, também chamados de *Financial Transmission Rights (FTRs)*, são instrumentos utilizados para proteger os agentes do risco proveniente da volatilidade dos preços *spot*, em mercados que utilizam o esquema de precificação nodal para o gerenciamento do congestionamento.

Os *FTRs* são definidos em termos de pagamentos relacionados com os preços de mercado, sendo estes obtidos na solução do problema de despacho econômico.

A discussão aqui se limita à apresentação das condições necessárias e suficientes para garantir a receita para o pagamento dos *FTRs*, conforme definido por Hogan (2002). Para isso, são considerados somente os *FTRs* como obrigações (*obligations*), que são uma forma de contrato na qual o *payoff*, definido na expressão (59), pode ser negativo (quando o preço da barra de origem/injeção, é maior do que o da barra destino/extração, definidas no *FTR*), obrigando o detentor do *FTR* a pagar o encargo de congestionamento (KRISTIANSEN, 2004a).

$$FTR = Q_{ij} (P_j - P_i) \quad (59)$$

Onde:

Q_{ij} – quantidade de potência ativa especificada no trecho “ij”;

P_i – preço na barra “i”;

P_j – preço na barra “j”.

Hogan (2002) argumenta que os *FTRs* como obrigações têm sido os mais factíveis instrumentos de *hedging* na prática e que os *FTRs* como opções (*options*)³² demandam um esforço computacional muito maior. No entanto, os *FTRs* como opções são oferecidos na PJM desde 2003.

Na seqüência serão vistos alguns conceitos que facilitarão a compreensão da prova de “factibilidade física” dos *FTRs* e “adequabilidade de receita” para o seu pagamento, definidos em Hogan (2002).

A.2 DESPACHO ECONÔMICO

A função do despacho econômico em sistemas de energia elétrica é indicar o programa de geração que atende a carga do sistema, dadas algumas restrições, de forma ótima.

No trabalho de Hogan (2002), o problema do despacho econômico é apresentado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \underset{y,u}{\text{Max}} B(y) \\
 & \text{s.t.} \\
 & L(y,u) + e^t \cdot y = 0 \\
 & \tilde{K}(y,u) \leq 0
 \end{aligned} \tag{60}$$

Onde:

g – vetor de geração de potência ativa nas barras;

d – vetor de carga ativa nas barras;

y – vetor da carga líquida nas barras, igual a demanda menos a geração em cada barra ($y = d - g$);

u – vetor das varáveis de controle da transmissão como ajustes de transformadores (*tap*, defasagem), entrada de potência reativa e tensões;

³² Neste tipo de *FTR*, o detentor do direito não é obrigado a exercê-lo no caso de diferença negativa entre os preços. Portanto, o *payoff* será sempre positivo ou zero, mas nunca negativo.

$B(y)$ – função de benefício das cargas líquidas nas barras, dada pela diferença entre as funções de benefício das cargas e funções de custo dos geradores;

$L(y,u)$ – função que representa as perdas nas linhas;

e^t – vetor unitário transposto;

$\tilde{K}(y,u)$ – vetor de restrições na rede de transmissão.

Conforme apresentado na expressão (60), o objetivo é maximizar o benefício das cargas líquidas (diferença entre benefício da carga e custo do gerador, em cada barra), sujeito às restrições de balanço de potência e fluxo nas linhas.

Os multiplicadores de Lagrange deste problema provêm os “preços sombra” das restrições. No ponto de solução ótima são obtidos os preços nodais (conhecidos também na literatura como *Locational Marginal Prices* – LMPs)³³:

$$p^t = \nabla B(y^*) = \lambda \cdot e^t + \lambda \cdot \nabla L_y(y^*, u^*) + \eta^t \cdot \nabla \tilde{K}_y(y^*, u^*) \quad (61)$$

Estes preços têm a interpretação usual de: preços da energia na barra de referência ($p_G = \lambda$); custo marginal das perdas ($p_L = \lambda \nabla L_y(y^*, u^*)$); e o custo marginal do congestionamento ($p_C = \eta^t \nabla K_y(y^*, u^*)$). Na maioria dos casos reais, o despacho econômico é um problema “bem comportado”, no sentido de que existe uma solução com um conjunto correspondente de multiplicadores de Lagrange. Em todo o desenvolvimento que for apresentado, a atenção será restrita aos casos em que o problema representado pela expressão (60) é “bem comportado” (HOGAN, 2002).

Na seção seguinte será descrito, de forma sucinta, o processo de despacho econômico que leva em consideração as restrições impostas por contingências no sistema. Esta análise, conhecida na literatura por *Security-Constrained Economic Dispatch* (SCED), é importante

³³ O símbolo $\nabla(\cdot)$ representa o gradiente de uma função.

para a demonstração de Hogan (2002), pois, as mesmas restrições impostas ao SCED são impostas ao problema de teste de “factibilidade simultânea” dos FTRs.

A.3 DESPACHO ECONÔMICO CONSIDERANDO CONTINGÊNCIAS

A idéia do SCED é identificar um conjunto de possíveis contingências, como a perda de uma linha ou uma grande usina, e limitar o despacho econômico normal de forma a manter a operação do sistema dentro dos limites de segurança, na ocorrência da contingência.

Para fins de ilustração e para manter a simplicidade, assume-se que a única alteração (ou ajuste) no caso de ocorrer uma contingência é variar o balanço de potência na barra de referência. Portanto, para cada contingência considerada existe uma diferente configuração de rede, diferentes fluxos e diferentes perdas, levando à diferentes conjuntos de restrições. Hogan (2002) apresenta uma manipulação das restrições de balanço de potência e fluxo nas linhas, para incluir a consideração das “w” possíveis contingências ($w = 0, 1, 2, \dots$). Esta manipulação será omitida sem comprometer o objetivo principal. Vale ressaltar que cada contingência leva a um conjunto diferente de restrições.

O problema do SCED é apresentado como:

$$\begin{aligned} & \underset{y,u}{\text{Max}} \quad B(y) \\ & \text{s.t.} \\ & \quad L(y,u) + e^t \cdot y = 0 \\ & \quad K(y,u) \leq 0 \end{aligned} \tag{62}$$

As restrições na forma como estão apresentadas nas expressões (62) já incorporam os diferentes conjuntos de restrições para as “w” contingências consideradas.

Apesar de não estar explícito na formulação, o problema (62) é inherentemente de grande porte e um desafio para os modelos de FTR. As restrições no conjunto K podem ser de uma ordem muito grande, considerando os milhares de elementos que podem ser monitorados e as centenas de contingências adicionadas ao conjunto de proteção.

A solução deste problema fornece os LMPs, como já apresentado na expressão (61).

A próxima seção traz uma abordagem do problema de equilíbrio competitivo parcial, onde Hogan (2002) afirma que a solução de equilíbrio também é solução do despacho econômico. É ilustrado o caso em que o provedor do serviço de transmissão é considerado o setor produtivo (a firma) e os usuários da transmissão são os consumidores. Deste ponto de vista, são apresentados os problemas de maximização dos lucros da firma e o problema de maximização da utilidade (função de benefício) dos consumidores, sujeitos às suas respectivas restrições.

A.4 EQUILÍBRIO DO MERCADO

Conforme Hogan (2002), o problema de SCED tem a familiar conexão com o modelo de equilíbrio competitivo parcial³⁴, onde os participantes do mercado agem como maximizadores de lucro ou do bem estar social³⁵.

Assume-se que os usuários do serviço de transmissão sejam os participantes do mercado e que, cada um deles, tenha associada uma função de benefício para a eletricidade definida como $B_i(y_i)$. Nessa abordagem, o setor produtivo é o provedor do serviço de transmissão, com os consumidores injetando potência em um ponto e extraíndo em outro. O operador do sistema representa o setor produtivo, recebendo e entregando potência, coordenando o mercado spot e provendo o serviço de transmissão.

A noção de equilíbrio competitivo do mercado aplicada na discussão que segue, está baseada na análise convencional de equilíbrio parcial definida na teoria microeconômica (MAS-COLELL, WHINSTON e GREEN; 1995).

³⁴ Para maiores detalhes sobre a teoria de mercados competitivos veja MAS-COLELL, WHINSTON e GREEN (1995).

³⁵ Na análise de mercados competitivos, os agentes são tomadores de preço (*price takers*), pois, por serem pequenos com relação ao tamanho do mercado, eles não podem afetar os preços com sua ações.

O mercado consiste do suprimento e consumo de energia elétrica e serviço da transmissão, mais um agregado, ou, “bem numerário”, que representa o resto da economia. Assume-se que cada participante do mercado tem uma quantia inicial (*endowment*) “ ω_i ” do bem numerário. Além disso, cada participante tem uma parte, “ s_i ”, nos lucros, “ π ”, do provedor da transmissão, com $\sum_i s_i = 1$.

Considerando que os participantes são tomadores de preços, dados os preços de mercado, “ p ”, os participantes escolhem seu nível de consumo do bem numerário, “ c_i ”, e de energia elétrica, incluindo o uso da transmissão, de acordo com um problema individual de maximização de benefícios, sujeitos à restrição de renda³⁶:

$$\begin{aligned} & \underset{y_i, c_i}{\text{Max}} B_i(y_i) + c_i \\ & \text{s.t.} \\ & p^t \cdot y_i + c_i \leq \omega_i + s_i \cdot \pi \end{aligned} \tag{63}$$

Neste modelo de equilíbrio parcial há somente uma firma produtora que é o operador do sistema provendo o serviço de transmissão. Sob a hipótese de mercado competitivo, a firma é restringida a operar como tomadora de preço, escolhendo níveis de entrada e saída (y_i) factíveis e que maximizem os lucros. Os lucros totalizam $\pi = p^t \cdot \sum_i y_i$.

Portanto, o problema do operador do sistema de transmissão é definido como:

$$\begin{aligned} & \underset{y, u}{\text{Max}} p^t \cdot y \\ & \text{s.t.} \\ & y = \sum_i y_i \\ & L(y, u) + e^t \cdot y = 0 \\ & K(y, u) \leq 0 \end{aligned} \tag{64}$$

³⁶ O preço do bem numerário é igual a 1.

Naturalmente, a transmissão é monopólio natural, sujeita às regulações técnica e econômica. No entanto, para Hogan (2002), a definição convencional de mercado competitivo provê o padrão de serviço que deveria ser requerido do operador do sistema.

Dados a quantia inicial do bem numerário, “ ω_i ”, e a parcela de propriedade nos lucros, “ s_i ”, um equilíbrio competitivo é definido como um vetor de preços, “ p ”, lucros, “ π ”, controles, “ u ”, e um conjunto de cargas líquidas nas barras, “ y ”, para todos os “ i ” consumidores, que resolvem simultaneamente os problemas representados nas expressões (63) e (64).

A solução da expressão (63) fornece os preços nas barras $p = \nabla B_i^t$.

Por definição, no equilíbrio não há negociações factíveis em (64) que resultem em um lucro maior, aos preços “ p ”. Portanto, tomemos “ y^1 ” como qualquer outro conjunto de cargas líquidas factível, tal que exista “ u^1 ” com:

$$\begin{aligned} L(y^1, u^1) + e^t \cdot y^1 &= 0 \\ K(y^1, u^1) &\leq 0 \end{aligned}$$

Então, segue da expressão (64) que:

$$p^t \cdot (y^* - y^1) \geq 0 \quad (65)$$

Ou seja, a expressão (65) deriva do fato de que não existe condição de maior lucro do que a condição de equilíbrio. Esta condição apresentada na expressão (65) é parte importante da análise de “adequabilidade de receita” na formulação dos FTRs.

A.5 “ADEQUABILIDADE DE RECEITA” PARA PAGAMENTO DOS FTRs

A “adequabilidade de receita” (*revenue adequacy* - RA) do operador do sistema significa que a receita obtida com o *surplus* da transmissão deve, no mínimo, igualar os pagamentos devidos aos detentores dos FTRs.

Para que o operador tenha créditos para honrar financeiramente os FTRs emitidos, uma condição necessária e suficiente é a “factibilidade simultânea” (*simultaneous feasibility* - SF) do conjunto de contratos.

Suponha a existência de um conjunto de FTRs. Para cada FTR emitido existe um padrão de fluxos de potência associado. Portanto, para garantir a SF:

$$y=FTR$$

$$L(y, u) + e^t \cdot y = 0 \quad (66)$$

$$K(y, u) \leq 0 \quad (67)$$

Ou seja, o fluxo de potência resultante da alocação dos FTRs deve ser um subconjunto do SCED. As expressões (66) e (67) representam as mesmas restrições impostas ao processo de otimização do SCED, conforme o problema apresentado em (62).

Considere que o conjunto de FTRs atenda à condição de SF. Se existe um equilíbrio do mercado (p, y^*, u^*) no mercado *spot*, então, segue da expressão (65) que a condição de RA é imediatamente atendida:

$$p^t \cdot y^* - p^t(FTRs) = p^t(y^* - FTRs) = p^t(y^* - y) \geq 0$$

Em outras palavras, aos preços de equilíbrio do mercado os pagamentos líquidos (*surplus*) coletados pelo operador do sistema através do despacho real $(p^t \cdot y^*)$ são maiores ou iguais aos pagamentos requeridos para honrar os FTRs.

ANEXO A:

Metodologia de Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Despacho
Hidrotérmico

ANEXO A: METODOLOGIA DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA APLICADA AO DESPACHO HIDROTÉRMICO

A.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O despacho hidrotérmico multi-estágio é formulado como um problema de “programação dinâmica estocástica” (PDE), caracterizado pela seguinte equação recursiva:

$$\begin{aligned}
 \alpha_t(v_{t-1}, a_{t-1}) &= E\{\min[z_t(e_t) + \alpha_{t+1}(v_t, a_t)]\} \\
 \text{s.a.} \\
 v_t(i) + s_t(i) + u_t(i) - \sum_{m \in M_i} [s_t(m) + u_t(m)] &= v_{t-1}(i) + a_t(i) \\
 0 \leq v_t(i) \leq \bar{v}_t(i) \\
 0 \leq u_t(i) \leq \bar{u}_t(i) \\
 e_t(i) &= \rho(i) \cdot u_t(i) \\
 i &= 1, \dots, I
 \end{aligned} \tag{68}$$

Onde “i” é o índice das usinas hidro (I = número de usinas) e $z_t(e_t)$ representa o custo operativo associado à geração hidro “ e_t ”, isto é:

$$\begin{aligned}
 z_t(e_t) &= \min \sum_{j=1}^J c(j) \cdot g_t(j) + c_\delta \cdot \delta_t \\
 \text{s.a.} \\
 \sum_{j=1}^J g_t(j) + \sum_{i=1}^I e_t(i) + \delta_t &= d_t \\
 0 \leq g_t(j) \leq \bar{g}_t(j) \\
 j &= 1, \dots, J
 \end{aligned} \tag{69}$$

Onde “j” é o índice das térmicas (J = número de térmicas). O segundo termo ($c_\delta \cdot \delta_t$) à direita da igualdade na expressão (69), representa as penalizações pelas violações de restrições operativas, onde c_δ é o custo/unidade e δ_t é o montante violado. As demais variáveis foram definidas na seção 2.2.4.

Em teoria, o procedimento recursivo (68) poderia ser resolvido através de um algoritmo de programação dinâmica estocástica (PDE). No entanto, o esforço computacional

do algoritmo PDE tradicional cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado do problema.

Devido a isto, utiliza-se a técnica de PDDE, que permite obter os mesmos resultados da PDE tradicional, sem a necessidade de discretização do espaço de estados (PEREIRA; PINTO, 1984, 1985, 1991a, 1991b; PEREIRA; CAMPODÓNICO; KELMAN, 1998, 1999). O algoritmo PDDE é um processo iterativo de construção de uma aproximação da FCF, cuja precisão depende de dois parâmetros: o tamanho da amostra de estados (L) e o número de cenários condicionados utilizados no cálculo da FCF (N). Este algoritmo é apresentado a partir da próxima seção.

A.2 ALGORITMO DA PDDE

A.2.1 Seleção do Conjunto Inicial de Estados

Na primeira iteração são requeridos “ L ” estados iniciais. Para cada estágio “ t ”, o estado (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) representa as condições iniciais de armazenamento e afluências, para $l = 1, \dots, L$.

A.2.1.1 Estados iniciais de armazenamento

O estado inicial de armazenamento para o estágio “ $t = 1$ ” é um dado conhecido, igual a v_0 para cada um dos “ L ” estados. Os estados iniciais de armazenamento $\{v_{t-1}^l\}, l = 1, \dots, L$ e $t = 2, \dots, T$ são obtidos dividindo a capacidade do reservatório em “ L ” valores. Por exemplo, se “ $L = 5$ ”, os estados de armazenamento seriam 100%, 75%, 50%, 25% e 0%.

A.2.1.2 Estados iniciais de afluências

A condição hidrológica inicial a_0 é um dado conhecido. Os estados iniciais de afluências anteriores $\{a_{t-1}^l\}, l = 1, \dots, L$ são obtidos gerando um conjunto de “ L ” seqüências

hidrológicas para os estágios $t = 2, \dots, T$. O processo de geração consiste em sortear aleatoriamente um vetor de ruídos ξ_t^l com distribuição log-normal de três parâmetros e calcular o vetor de afluências para o estágio “t”, seqüência “l” como:

$$a_t^l = \Phi_{t-1} \times a_{t-1}^l + \Lambda_t \times \xi_t^l \quad (70)$$

As matrizes Φ_{t-1} e Λ_t contêm os parâmetros do modelo estocástico de afluências. A matriz Φ_{t-1} representa a relação entre as afluências de uma mesma usina em estágios consecutivos (correlação temporal), enquanto Λ_t representa a relação entre todas as afluências do sistema no mesmo estágio (correlação espacial). Nesta apresentação da metodologia utiliza-se um modelo auto-regressivo de ordem 1, com o objetivo de simplificar a notação. Observa-se que a utilização de modelos de ordem maior que 1 não compromete a eficiência da metodologia de PDDE.

A.2.2 Cálculo da Função Aproximada de Custo Futuro

A aproximação da função de custo futuro é construída através de uma recursão no sentido inverso do tempo. Para cada estágio “t” e para cada estado (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) o seguinte processo se repete.

A.2.2.1 Geração de “N” cenários de afluências condicionadas

São gerados “N” cenários de afluências condicionadas à afluência a_{t-1}^l , como é mostrado a seguir:

$$a_t^{ln} = \Phi_{t-1} \times a_{t-1}^l + \Lambda_t \times \xi_t^n \quad n = 1, \dots, N \quad (71)$$

Onde Φ_{t-1} e Λ_t são os parâmetros do modelo estocástico de afluências para o estágio “t”, e o vetor ξ_t^n é obtido por um sorteio aleatório de uma distribuição log-normal.

A.2.2.2 Solução do problema operativo

Seja v_{t-1}^l o vetor de armazenamentos iniciais e a_t^{ln} um dos vetores de afluências condicionadas produzido no passo A.2.2.1. É resolvido então o problema operativo para o estágio “t”:

$$\begin{aligned}
 w_t^{\text{ln}} &= \text{Min } z_t(e_t) + \alpha_{t+1} \\
 &\text{s.a.} \\
 v_t(i) + s_t(i) + u_t(i) - \sum_{m \in M_i} [s_t(m) + u_t(m)] &= v_{t-1}^l(i) + a_t^{\text{ln}}(i) \quad \pi_{v_{t-1}}^{\text{ln}}(i) \\
 0 \leq v_t(i) \leq \bar{v}_t(i) & \quad \pi_{\bar{v}_t}^{\text{ln}}(i) \\
 0 \leq u_t(i) \leq \bar{u}_t(i) & \quad \pi_{\bar{u}_t}^{\text{ln}}(i) \\
 e_t(i) &= \rho(i) \cdot u_t(i) \\
 \alpha_{t+1} - \sum_{i=1}^I \phi_{v_t}^p(i) \times v_t(i) &\geq \sum_{i=1}^I \phi_{a_t}^p(i) \times a_t^{\text{ln}}(i) + r_t^p \quad \pi_{\alpha_{t+1}}^{\text{ln}}(p) \\
 \alpha_{t+1} &\geq 0 \\
 i &= 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; p = 1, \dots, P(t)
 \end{aligned} \tag{72}$$

Onde $P(t)$ é o número de aproximações da função de custo futuro no estágio “t”. Inicialmente, $P(t) = 0$.

A.2.2.3 Cálculo das derivadas

Depois da solução do problema (72) para cada um dos cenários de afluências condicionadas, são calculadas as derivadas da função objetivo em relação às condições iniciais (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l).

O vetor $\partial w_t^{\text{ln}} / \partial v_{t-1}^l$ representa a variação do custo operativo em relação aos armazenamentos iniciais. Como estes armazenamentos só aparecem na equação de balanço hídrico, tem-se:

$$\frac{\partial w_t^{\text{ln}}}{\partial v_{t-1}^l} = \pi_{v_{t-1}}^{\text{ln}} \tag{73}$$

Onde $\pi_{v_{t-1}}^{\ln}$ é o multiplicador *Simplex* associado à equação de balanço hídrico do problema (72).

A variação do custo operativo em relação às afluências anteriores, $\partial w_t^{\ln} / \partial a_{t-1}^l$ é obtida da seguinte maneira. Ainda que a_{t-1}^l não apareça no lado direito do problema (72), utiliza-se a regra da cadeia para obter a derivada:

$$\frac{\partial w_t^{\ln}}{\partial a_{t-1}^l} = \frac{\partial w_t^{\ln}}{\partial a_t^{\ln}} \times \frac{\partial a_t^{\ln}}{\partial a_{t-1}^l} \quad (74)$$

Dado que a_t^{\ln} aparece na equação de balanço hídrico e nas restrições de custo futuro, tem-se:

$$\frac{\partial w_t^{\ln}}{\partial a_t^{\ln}} = \pi_{v_{t-1}}^{\ln} + \sum_{p=1}^{P(t)} \phi_{a_t}^p \times \pi_{\alpha_{t+1}}^{\ln}(p) \quad (75)$$

Para obter o termo $\partial a_t^{\ln} / \partial a_{t-1}^l$ substitui-se a_t^{\ln} pela expressão (71) do modelo estocástico de afluências. Derivando, tem-se:

$$\frac{\partial a_t^{\ln}}{\partial a_{t-1}^l} = \Phi_{t-1} \quad (76)$$

A derivada desejada é calculada como o produto das expressões (75) e (76):

$$\frac{\partial w_t^{\ln}}{\partial a_{t-1}^l} = \left[\pi_{v_{t-1}}^{\ln} + \sum_{p=1}^{P(t)} \phi_{a_t}^p \times \pi_{\alpha_{t+1}}^{\ln}(p) \right] \times \Phi_{t-1} \quad (77)$$

Para simplicidade de notação, define-se:

$$\phi_{a_{t-1}}^{\ln} = \frac{\partial w_t^{\ln}}{\partial a_{t-1}^l} \quad (78)$$

A.2.2.4 Cálculo da aproximação da função de custo futuro

Depois da solução dos “N” problemas correspondentes aos “N” cenários condicionados ao estado (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) e calculadas as derivadas em relação às condições iniciais para cada cenário “n”, o valor esperado destas derivadas é dado por:

$$\phi_{v_{t-1}}^l = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \pi_{v_{t-1}}^{\ln} \quad (79)$$

$$\phi_{a_{t-1}}^l = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi_{a_{t-1}}^{\ln} \quad (80)$$

E o valor esperado da função objetivo é:

$$w_t^l = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w_t^{\ln} \quad (81)$$

Uma aproximação da FCF do estágio anterior “t-1” é obtida através da linearização do valor esperado ao redor do estado inicial (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) :

$$\alpha_{t-1}^l(v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) \geq w_t^l + \phi_{v_{t-1}}^l \times (v_{t-1} - v_{t-1}^l) + \phi_{a_{t-1}}^l \times (a_{t-1} - a_{t-1}^l) \quad (82)$$

Separando-se os valores conhecidos das variáveis de decisão e agregando os termos, tem-se:

$$\alpha_{t-1}^l(v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) \geq \phi_{v_{t-1}}^l \times v_{t-1} + \phi_{a_{t-1}}^l \times a_{t-1} + r_{t-1}^l \quad (83)$$

Onde r_{t-1}^l é um termo constante dado por:

$$r_{t-1}^l = w_t^l - \phi_{v_{t-1}}^l \times v_{t-1}^l - \phi_{a_{t-1}}^l \times a_{t-1}^l \quad (84)$$

A.2.2.5 Atualização da função de custo futuro do estágio anterior

O procedimento apresentado na seção A.2.2.4 produz um hiperplano que aproxima a FCF do estágio anterior “t-1” ao redor do estado inicial (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) . Este processo se repete para cada estado “l”, com $l = 1, \dots, L$. Desta forma geramos “L” aproximações da FCF para o

estágio “t-1”. Estes “L” novos hiperplanos são adicionados ao problema do estágio anterior, portanto $P(t-1) \leftarrow P(t-1) + L$.

A.2.3 Cálculo do Limite Inferior

O problema operativo é resolvido agora para o primeiro estágio, “t=1”. Os segmentos da FCF para este estágio foram obtidos como se mostrou na seção A.2.2. O valor esperado do custo operativo ao longo do período de planejamento é calculado como:

$$\underline{w} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L w_1^l \quad (85)$$

Onde:

\underline{w} - valor esperado do custo operativo;

w_1^l - valor ótimo do problema operativo do primeiro estágio, dado o volume inicial v_0 e o vetor de afluências a_1^l :

$$w_1^l = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_1(j) \cdot g_1(j) + c_\delta \cdot \delta_t + \alpha_1 \quad (86)$$

Sujeito às restrições operativas.

Se o procedimento apresentado nas seções A.2.1 e A.2.2 fosse aplicado a todos os estados (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) possíveis do sistema, o custo operativo médio calculado em (85) seria por definição a solução ótima do problema estocástico. Como o número total de estados é excessivamente elevado, aplica-se o procedimento a um subconjunto de “L” estados. Portanto, as FCFs $\{\alpha_t\}$ calculadas são aproximações das funções verdadeiras. Em particular, dado que a aproximação da FCF não inclui todos os segmentos, o valor “ \underline{w} ” em (85) é um limite inferior para a solução ótima.

A.2.4 Cálculo do Limite Superior

O cálculo do limite superior se baseia na observação de que o custo esperado resultante da simulação operativa do sistema para qualquer FCF não pode ser inferior ao valor ótimo. O processo consiste em uma simulação no sentido direto do tempo para uma amostra de tamanho “L”. O procedimento de simulação é apresentado a seguir.

A.2.4.1 Estados iniciais de armazenamento

Para o estágio “t=1” considera-se o vetor de volumes iniciais v_0 .

A.2.4.2 Estados iniciais de afluências

Os estados iniciais de afluências para os estágios $t = 1, \dots, T$ e para os cenários $l = 1, \dots, L$ são os mesmos que foram sorteados na seção A.2.1.2.

A.2.4.3 Simulação operativa

Para cada estágio “t” e para cada estado inicial (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) é resolvido o problema operativo:

$$\begin{aligned}
 w_t^l &= \text{Min } z_t(e_t) + \alpha_{t+1} && (87) \\
 \text{s.a.} \\
 v_t(i) + s_t(i) + u_t(i) - \sum_{m \in M_i} [s_t(m) + u_t(m)] &= v_{t-1}^l(i) + a_t^l(i) \\
 0 \leq v_t(i) &\leq \bar{v}_t(i) \\
 0 \leq u_t(i) &\leq \bar{u}_t(i) \\
 e_t(i) &= \rho(i) \cdot u_t(i) \\
 \alpha_{t+1} - \sum_{i=1}^I \phi_{v_t}^p(i) \times v_t(i) &\geq \sum_{i=1}^I \phi_{a_t}^p(i) \times a_t^l(i) + r_t^p \\
 \alpha_{t+1} &\geq 0 \\
 i &= 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; p = 1, \dots, P(t)
 \end{aligned}$$

Onde $P(t)$ é o número de aproximações da FCF no estágio “t”, obtidas no processo recursivo apresentado na seção A.2.2.

O seguinte valor está associado à solução deste problema:

$$z_t^l = w_t^l - \alpha_t^l \quad (88)$$

Onde w_t^l é o valor ótimo da solução e α_t^l é o valor da variável de custo futuro na solução ótima. Em outras palavras, z_t^l representa o custo operativo no estágio “t”, sem custo futuro.

A.2.4.4 Atualização do estado inicial de armazenamento

Para os estágios $t = 2, \dots, T$, atualizam-se os estados iniciais de armazenamento utilizando o vetor de armazenamentos finais v_{t-1}^l , obtido na solução do problema operativo do estágio “t-1” para o “l-ésimo” cenário.

A.2.4.5 Obtenção do limite superior

Depois da solução do problema (87) para cada estado inicial (v_{t-1}^l, a_{t-1}^l) e para cada estágio calcula-se:

$$\bar{w} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L z^l \quad (89)$$

Onde z^l é o custo operativo total da seqüência “l”:

$$z^l = \sum_{t=1}^T z_t^l \quad (90)$$

A.2.5 Verificação da Optimalidade

O limite superior estimado em (89) se baseia em uma amostra de “L” seqüências de afluências. Portanto, há uma incerteza ao redor desta estimação, que depende do desvio padrão do estimador:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{1}{L^2} \sum_{l=1}^L (z^l - \bar{w})^2} \quad (91)$$

O intervalo de confiança (95%) para \bar{w} é:

$$[\bar{w} - 1.96 \cdot \sigma_w, \bar{w} + 1.96 \cdot \sigma_w] \quad (92)$$

Se o limite inferior w está no intervalo expresso em (92), chega-se à solução ótima e o algoritmo é finalizado.

Caso contrário, deve-se melhorar a aproximação das FCFs e, portanto, repetir o procedimento apresentado na seção A.2.2. Os novos estados de armazenamento são os volumes (v_{t-1}^l) produzidos na simulação operativa apresentada na seção A.2.4. Os estados de afluências (a_{t-1}^l) seguem iguais.